MAE5776 - 1º Semestre/2022 – Análise Multivariada - Lista 3

Alunos:

Fernando F. Paulos Vieira - nº USP: 13492870

Leandro Alves da Silva - nº USP: 11868023

Thiago Ferreira Miranda - nº USP: 11925711

1 - A partir de uma matriz de dados normalizados $Y^*_{n\times p}$, considere a matriz de covariâncias $nS_{p\times p} = Y^{*'}Y^* = V\Lambda V'$, tal que $V_{p\times p} = (V_1, ..., V_p)$ e $\Lambda = diag(\lambda_j)$ são matrizes de autovetores (das colunas de $Y^*_{n\times p}$) e autovalores, respectivamente, e a matriz de distâncias $D_{n\times n}$, tal que seus elementos são função dos elementos de $B_{n\times n} = Y^*Y^{*'} = U\Lambda U'$, com $U_{n\times n} = (U_1, ..., U_n)$ matriz de autovetores (das linhas de $Y^*_{n\times p}$). Três pesquisadores realizaram análises estatísticas e chegaram à seguinte redução de dimensionalidade de Y^*.

Pesquisador 1: $Y^*_{n\times p} \to \tilde{Y}_{n\times 2} = Y^*(V_1\ V_2)$

Pesquisador 2: $Y^*_{n\times p} \to \tilde{Y}_{n\times 2} = Y^*(\frac{V_1}{\sqrt{\lambda_1}}\ \frac{V_2}{\sqrt{\lambda_2}})$

Pesquisador 3: $Y^*_{n\times p} \to \tilde{Y}_{n\times 2} = Y^*(V_1\sqrt{\lambda_1}\ V_2\sqrt{\lambda_2})$

1.1 - Qual análise estatística cada pesquisador realizou? Que propriedades dos dados estão preservadas em cada caso? Eles partiram do mesmo objetivo? Faça suposições necessárias.

R:

O pesquisador 1 - Realizou uma Análise de Componentes Principais. Buscou preservar a variância total dos dados (ou a maior proporção da variância total que possa ser preservada) em 2 componentes.

O pesquisador 2 - Realizou uma Análise Fatorial Exploratória. Buscou aproximar a matriz de covariâncias em termos de fatores latestes comuns e específicos, descrevendo as variáveis em função de 2 fatores.

O pesquisador 3 - Realizou uma Análise de Coordenadas Principais ou Escalonamento Multidimensional. Analogamente ao Pesquisador 1, buscou preservar a variância total dos dados (ou a maior proporção da variância total que possa ser preservada).

Em um primeiro momento, acredita-se que estes pesquisadores partiram de um mesmo objetivo de redução de dimensionalidade das variáveis presentes nos dados originais disponíveis.

1.2 - Simule dados e realize as análises dos três pesquisadores. Interprete os resultados.

Parâmetros da Simulação:

Amostra	Vetor de Médias	Matriz de Covariâncias
$n_1 = 100$	$\mu_1 = (5, 7, 10, 11, 6)$	$\Sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.6 & 0.5 & 0.7 & 1 \\ 0.6 & 1.5 & 0.2 & 0.6 & 1.2 \\ 0.5 & 0.2 & 3 & 1.5 & 0.9 \\ 0.7 & 0.6 & 1.5 & 3.5 & 1.3 \\ 1 & 1.2 & 0.9 & 1.3 & 2 \end{pmatrix}$

Pesquisador 1 - Análise de Componentes Principais:

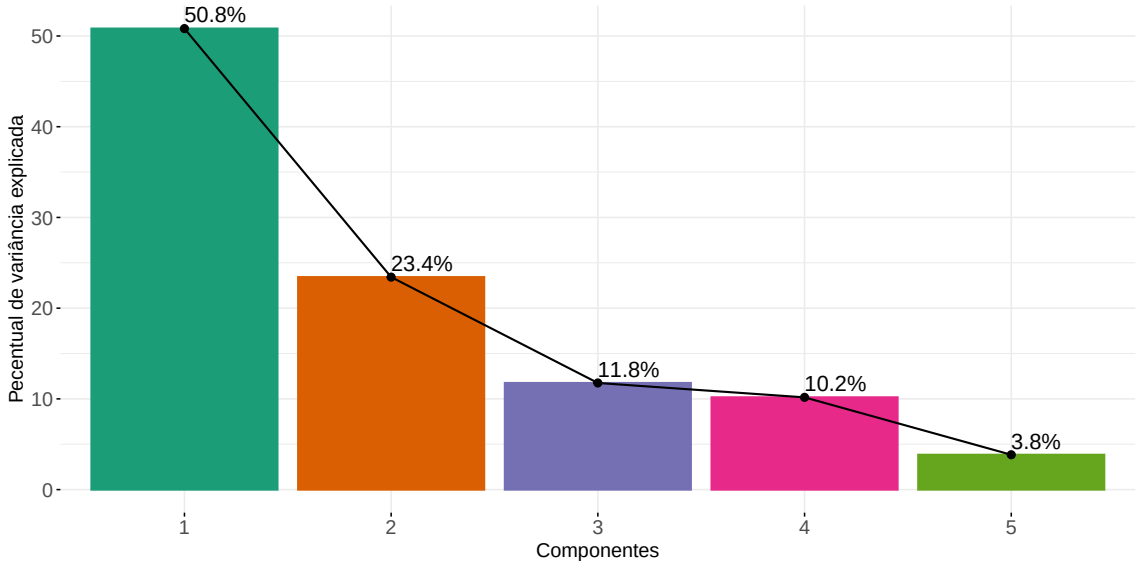
O pesquisador 1 buscou reduzir o banco de dados para dois componentes. Na sua análise de componentes principais com dados padronizados, os dois componentes encontrados explicam 74,2% da variabilidade total presentes nos dados. O primeiro compontente encontrado é formado, principalmente, pela variáveis V1, V2, V4 e V5, com carga maior na variável V5(0,5828), este componente representa 50,8% da variabilidade total dos dados. No segundo componente destacam-se as variáveis V2, V3 e V4, sendo a V3 a variável com maior carga, este componente explicou 23,4% da variabilidade presente nos dados.

Autovalores dos componentes:

PC1	PC2	PC3	PC4	PC5
2.5407	1.1711	0.5877	0.5084	0.192

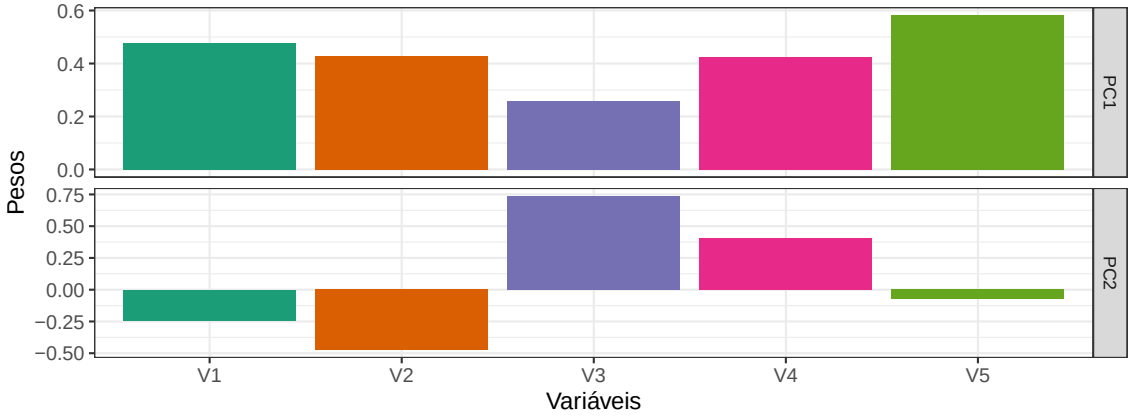
Importância dos componentes:

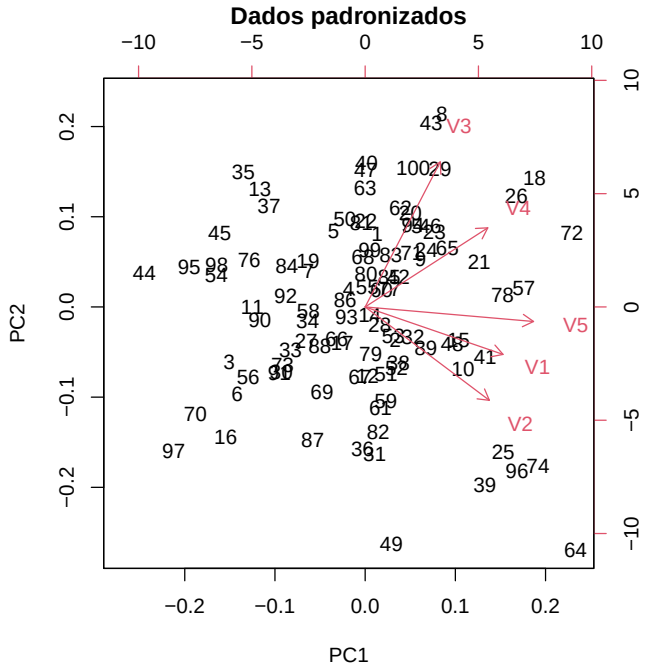
	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5
Standard deviation	1.5940	1.0822	0.7666	0.7130	0.4382
Proportion of Variance	0.5082	0.2342	0.1175	0.1017	0.0384
Cumulative Proportion	0.5082	0.7424	0.8599	0.9616	1.0000



Autovetores:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5
V1	0.4773	-0.2420	0.6577	0.3750	0.3748
V2	0.4299	-0.4760	-0.4156	-0.5143	0.3891
V3	0.2600	0.7394	0.2632	-0.5228	0.2075
V4	0.4244	0.4032	-0.5669	0.5580	0.1563
V5	0.5828	-0.0742	0.0635	-0.1009	-0.8004





Pesquisador 2 - Análise Fatorial Exploratória via Máxima Verossimilhança - Sem Rotação:

O pesquisador 2 buscou reduzir a dimensionalidade dos dados padronizados para dois fatores por meio da análise fatorial exproratória, onde buscou preservar a variância comum dos dados padronizados. Com dois fatores estimados, o pesquisador 2 conseguiu explicar 62,6% da variância total a partir da comunalidade. O fator 1 é majoritariamente composto por todas as variáveis, com grande influência da variável V5, enquanto o fator 2 é caracterizado pela variáveis V2, V3 e V4, com ênfase para a variável V3.

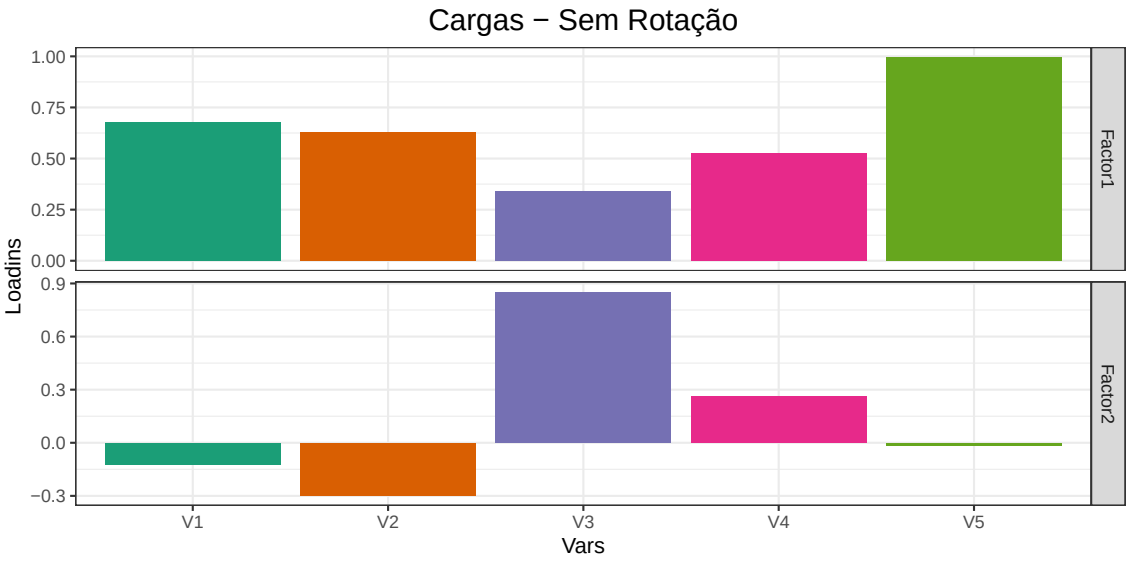
Cargas Fatoriais:

	Factor1	Factor2
V1	0.6763300	-0.1239107
V2	0.6271729	-0.2968888
V3	0.3401737	0.8520002
V4	0.5258317	0.2614647
V5	0.9948799	-0.0152961

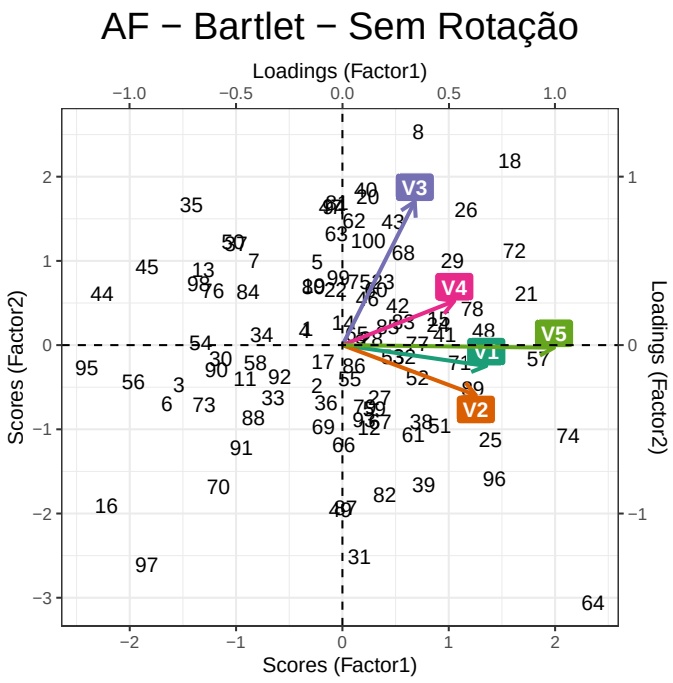
Variância Explicada:

	Factor1	Factor2
SS loadings	2.233	0.898
Proportion Var	0.447	0.180
Cumulative Var	0.447	0.626

Cargas ou coeficientes dos fatores comuns:



Biplot:



Especificidades:

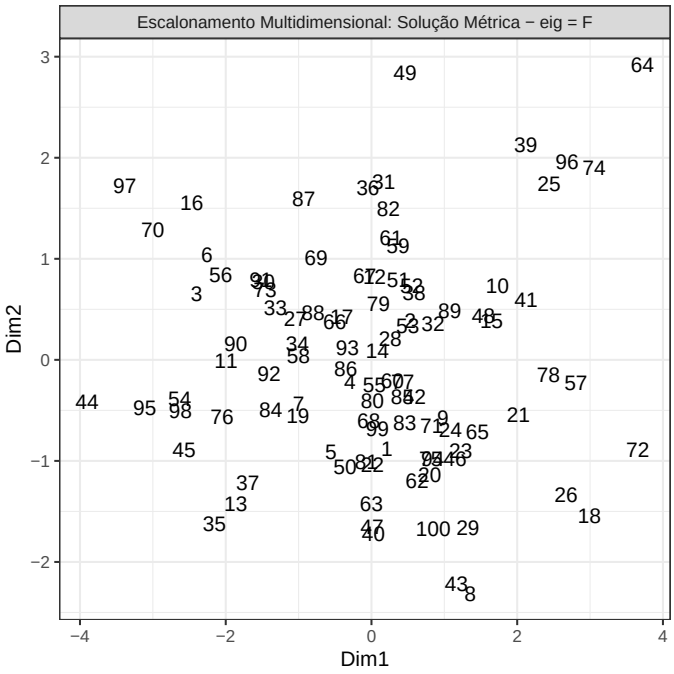
V1	V2	V3	V4	V5
0.527	0.518	0.158	0.655	0.01

Matrizes de correlação para a qual a aproximação é feita:

	V1	V2	V3	V4	V5
V1	1.0000	0.4255	0.1227	0.2989	0.6754
V2	0.4255	1.0000	-0.0403	0.2431	0.6290
V3	0.1227	-0.0403	1.0000	0.3997	0.3254
V4	0.2989	0.2431	0.3997	1.0000	0.5196
V5	0.6754	0.6290	0.3254	0.5196	1.0000

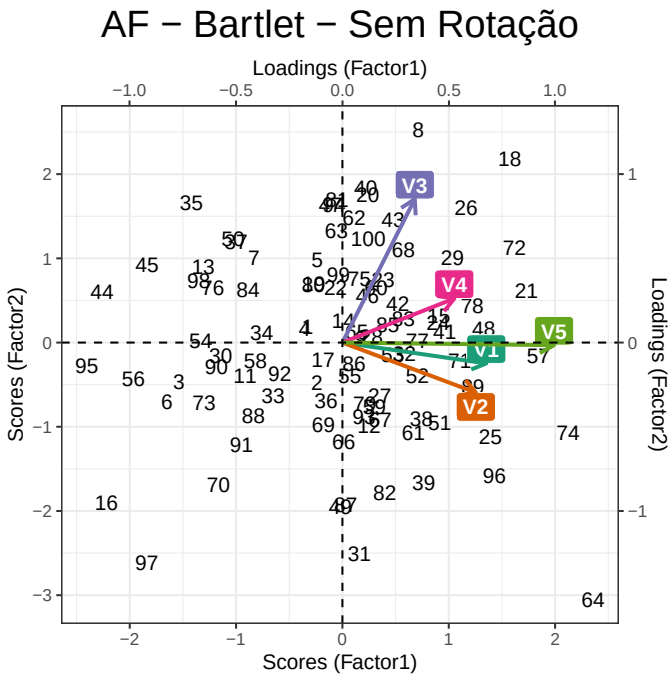
Pesquisador 3 - Escalonamento Multidimensional:

O pesquisador pesquisador 3 buscou mapear as distâncias entre os dados padronizados através da técnica de interdependência Escalonamento Multidimensional, técnica que facilitou a representação gráfica dos dados em duas dimensões.



1.3 - Para os dados simulados, obtenha uma representação Biplot. Como esse gráfico é construído?
R: O gráfico biplot representa cada observação dos dados, sendo construído pela dispersão de pares de escores gerados por alguma análise de redução de dimensionalidade e pelo sentido das cargas que geram tais escores.

Biplot entre os dois fatores da análise fatorial:



2 - Considere os dados “bodyfat” disponíveis na biblioteca TH.data do R. Neste caso, a matriz de trabalho contém 71 observações avaliadas em 10 variáveis. Gere 5 observações (para tanto, adote um critério) e considere seu novo conjunto de dados “bodyfat_new”. Com base na matriz de trabalho resultante realize as seguintes análises:

2.1 - Componentes Principais.

Para o conjunto de dados “bodyfat_new”, com 76 observações, foram realizadas duas análises de componentes principais, a primeira com os dados originais e a segunda com os dados padronizados.

A análise considerando dos dados originais conseguiu reunir em dois componentes cerca de 95% da variabilidade total dos dados, enquanto que a análise com os dados padronizados conseguiu explicar cerca de 80%.

Ao analisármos para os componentes gerados pela primeira análise, percebemos que apenas as variáveis age, DEXfat, hipcirc e waistcirc receberam cargas relevantes. Podemos observar também que o primeiro componente é formado por cargas negativas nessas variáveis (age, DEXfat, hipcirc e waistcirc). Enquanto que no segundo componente temos carga negativa apenas para a variável age, as variáveis DEXfat, hipcirc e waistcirc receberam sinal positivos.

Já quando analisamos os componentes formados com os dados padronizados, percebemos que todas as variáveis são levadas em consideração. O primeiro componente é formado por cargas positivas em todas as variáveis, onde as variáveis anthro3a, anthro3b, anthro3c, anthro4, Dexfat, hipcirc, kneebreadth e waistcirc tem as cargas mais elevadas. O segundo componente é composto, principalmente, pelas variáveis age, elbowbreadth e kneebreadth.

Centróides dos componentes:

PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
50.75	30.6439	87.2789	105.0844	6.5048	9.3218	3.8605	4.2793	3.8764	5.383

Centróides dos componentes com dados padronizados:

PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
50.75	30.6439	87.2789	105.0844	6.5048	9.3218	3.8605	4.2793	3.8764	5.383

Autovalores dos componentes:

PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
415.484	162.7966	19.4313	11.2885	0.3823	0.2692	0.1336	0.0345	0.0077	0.0018

Autovalores dos componentes com dados padronizados:

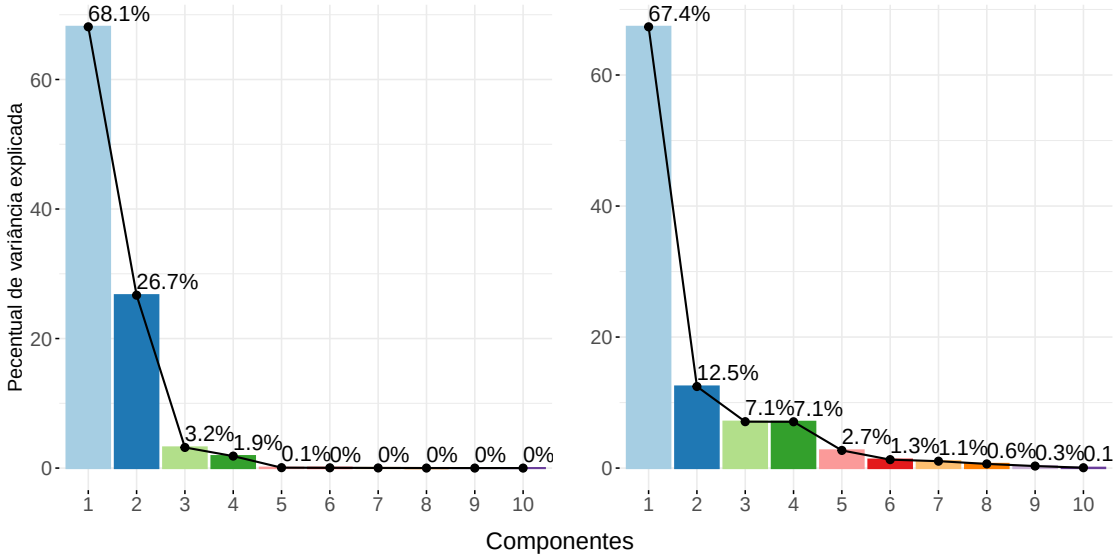
PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
6.7355	1.2452	0.7084	0.7067	0.2697	0.1289	0.1054	0.0638	0.0311	0.0054

Importância dos componentes:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
Standard deviation	20.3834	12.7592	4.4081	3.3598	0.6183	0.5189	0.3656	0.1859	0.088	0.0421
Proportion of Variance	0.6813	0.2670	0.0319	0.0185	0.0006	0.0004	0.0002	0.0001	0.000	0.0000
Cumulative Proportion	0.6813	0.9483	0.9801	0.9986	0.9993	0.9997	0.9999	1.0000	1.000	1.0000

Importância dos componentes com dados padronizados:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
Standard deviation	2.5953	1.1159	0.8416	0.8407	0.5193	0.3590	0.3247	0.2525	0.1763	0.0733
Proportion of Variance	0.6736	0.1245	0.0708	0.0707	0.0270	0.0129	0.0105	0.0064	0.0031	0.0005
Cumulative Proportion	0.6736	0.7981	0.8689	0.9396	0.9666	0.9794	0.9900	0.9964	0.9995	1.0000

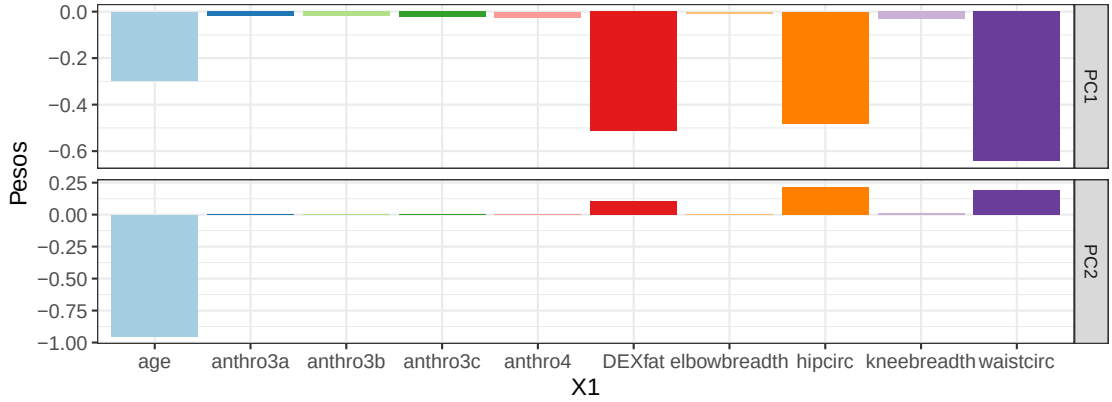


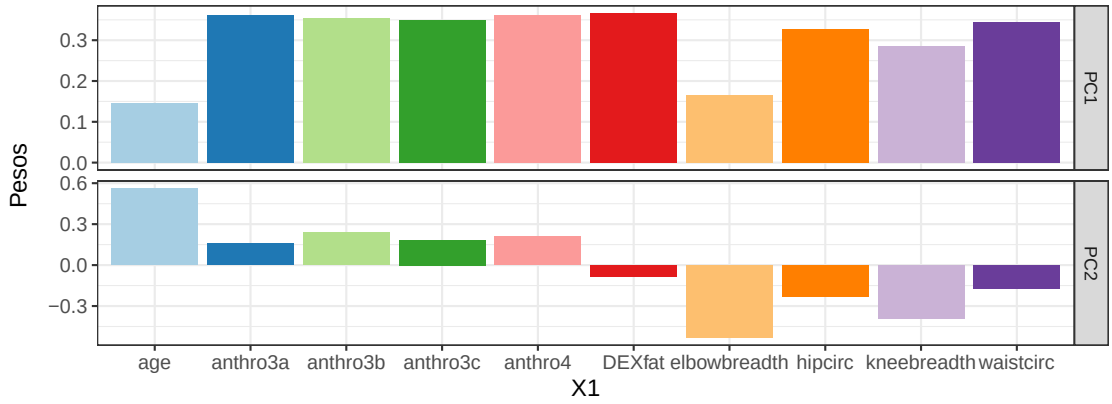
Autovetores:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
age	-0.2959	-0.9515	0.0355	-0.0753	0.0094	0.0023	0.0044	0.0023	-0.0003	0.0002
DEXfat	-0.5140	0.1068	0.2621	0.8026	0.0261	0.1014	0.0228	0.0014	-0.0014	-0.0024
waistcirc	-0.6428	0.1895	-0.7129	-0.2054	-0.0080	0.0151	-0.0094	-0.0039	0.0025	0.0016
hipcirc	-0.4817	0.2169	0.6491	-0.5460	-0.0312	-0.0203	0.0105	0.0016	0.0007	0.0001
elbowbreadth	-0.0078	0.0071	-0.0156	0.0082	0.2307	-0.3360	0.9058	0.1138	0.0083	0.0051
kneebreadth	-0.0327	0.0143	0.0146	0.0168	0.7956	-0.4714	-0.3769	-0.0086	0.0289	-0.0087
anthro3a	-0.0191	-0.0009	0.0016	0.0406	-0.1997	-0.3557	-0.0229	-0.4422	-0.6344	0.4827
anthro3b	-0.0187	-0.0020	0.0026	0.0479	-0.2752	-0.3689	-0.0712	-0.0442	0.7192	0.5111
anthro3c	-0.0220	0.0005	-0.0017	0.0473	-0.2914	-0.3843	-0.1690	0.8156	-0.2657	-0.0187
anthro4	-0.0254	-0.0024	0.0003	0.0573	-0.3340	-0.4936	-0.0513	-0.3525	0.0930	-0.7109

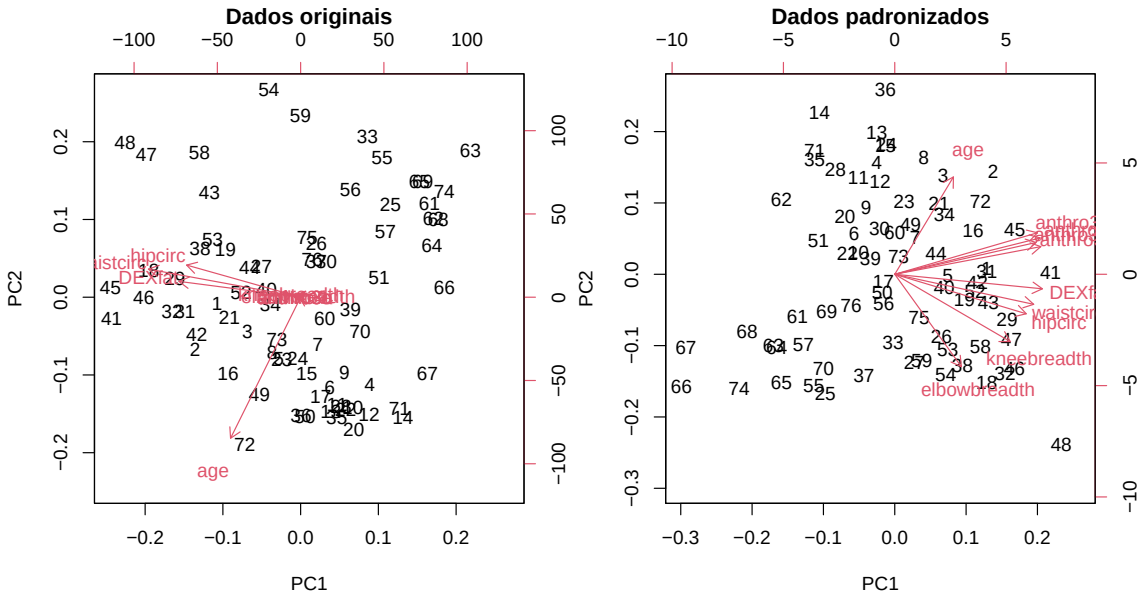
Autovetores com dados padronizados:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
age	0.1456	0.5618	0.7324	0.3430	0.0407	-0.0149	0.0778	-0.0334	0.0094	-0.0046
DEXfat	0.3663	-0.0838	-0.0746	0.2012	0.1138	-0.0947	0.0292	0.8841	0.0780	0.0471
waistcirc	0.3447	-0.1733	-0.0219	0.2481	0.4187	0.6043	-0.4527	-0.1811	-0.0962	-0.0397
hipcirc	0.3263	-0.2279	-0.1581	0.3918	0.3615	-0.5205	0.3510	-0.3711	-0.0228	-0.0021
elbowbreadth	0.1653	-0.5331	0.5998	-0.5266	0.1871	-0.0455	0.1178	0.0189	-0.0016	-0.0044
kneebreadth	0.2866	-0.3884	0.1281	0.3342	-0.7856	0.0795	-0.0228	-0.1060	-0.0589	0.0140
anthro3a	0.3624	0.1596	-0.0591	-0.2252	-0.1031	-0.2918	-0.4290	-0.1220	0.5764	-0.4026
anthro3b	0.3541	0.2394	-0.1185	-0.2759	-0.0899	-0.0663	0.0453	0.0187	-0.7239	-0.4338
anthro3c	0.3505	0.1835	-0.1789	-0.2029	-0.0611	0.4818	0.6445	-0.0886	0.3333	0.0117
anthro4	0.3608	0.2094	-0.0829	-0.2641	-0.0695	-0.1567	-0.2215	-0.1097	-0.1152	0.8035



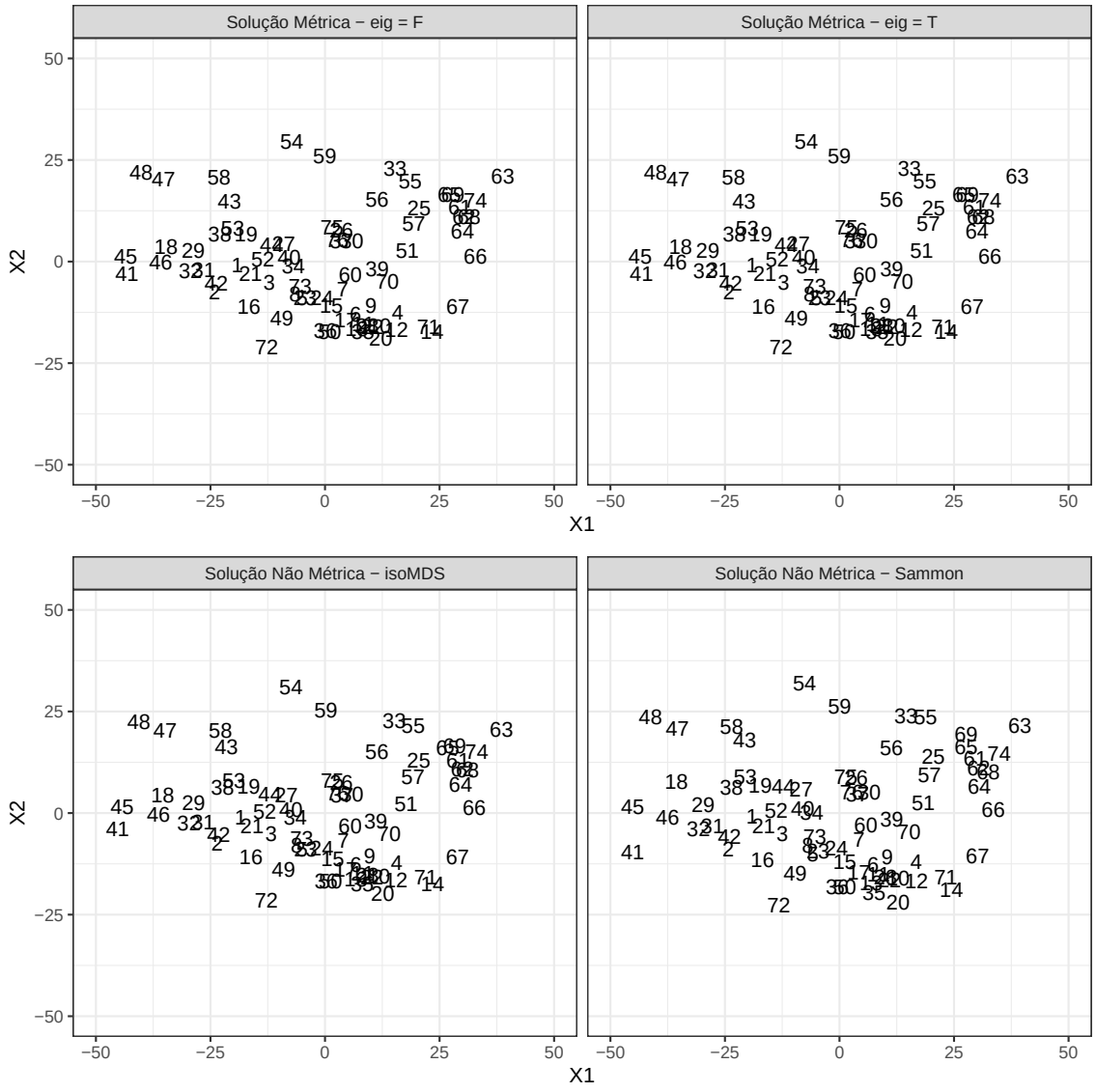


Biplots:


Dados originais
PC1
PC2
age
hipcirc
Dados padronizados
PC1
PC2
age
DEXf
waistcir
hipcirc
kneebreadth
elbowbreadth

2.2 - Escalonamento Multidimensional (ou Coordenadas Principais) – Compare as soluções métricas e não-métricas.

R:



2.3 - Análise Fatorial Exploratória – Solução de MVS (rotacionar, se for de interesse). Em cada caso, que proporção da variância total dos dados pode ser explicada por 2 componentes? Quais variáveis mais influenciaram na redução de dimensionalidade? Represente os dados em eixos bidimensionais, identifique as observações e compare os resultados das três análises.

R: Foram feitas 3 análises fatoriais, a primeira sendo via Componentes Principais, a segunda e a terceira via Máxima Verossimilhança, sendo que na terceira rotacionamos via Varimax. Em dois componentes, análise fatorial via CP explicou $78,8$ da variação total dos dados e a análise fatorial via MVS sem rotação e com rotação Varimax explicou $74,5$.

Análise Fatorial Exploratória via CP:

Autovalores e Variância explicada:

	CP01	CP02	CP03	CP04	CP05	CP06	CP07	CP08	CP09	CP10
Eigenvalues	6.736	1.245	0.708	0.707	0.270	0.129	0.105	0.064	0.031	0.005
Cumulative Proportion	0.674	0.798	0.869	0.940	0.967	0.979	0.990	0.996	0.999	1.000

Matriz de cargas:

vecn1	vecn2
-0.3778	0.6269
-0.9508	-0.0935
-0.8947	-0.1934
-0.8469	-0.2543
-0.4290	-0.5949
-0.7439	-0.4334
-0.9405	0.1781
-0.9190	0.2672
-0.9098	0.2047
-0.9365	0.2337

Análise Fatorial Exploratória via Máxima Verossimilhança - Sem Rotação:

Cargas Fatoriais:

	Factor1	Factor2
age	0.3863035	-0.0938985
DEXfat	0.8605744	0.4561501
waistcirc	0.7728966	0.5158784
hipcirc	0.7079938	0.6112358
elbowbreadth	0.3318770	0.2222714
kneebreadth	0.5775541	0.5619146
anthro3a	0.9831915	-0.0050008
anthro3b	0.9819688	-0.0831253
anthro3c	0.9307952	0.0218796
anthro4	0.9959090	-0.0610975

Variância Explicada:

	Factor1	Factor2
SS loadings	6.221	1.233
Proportion Var	0.622	0.123
Cumulative Var	0.622	0.745

Análise Fatorial Exploratória via Máxima Verossimilhança - Rotação Varimax:

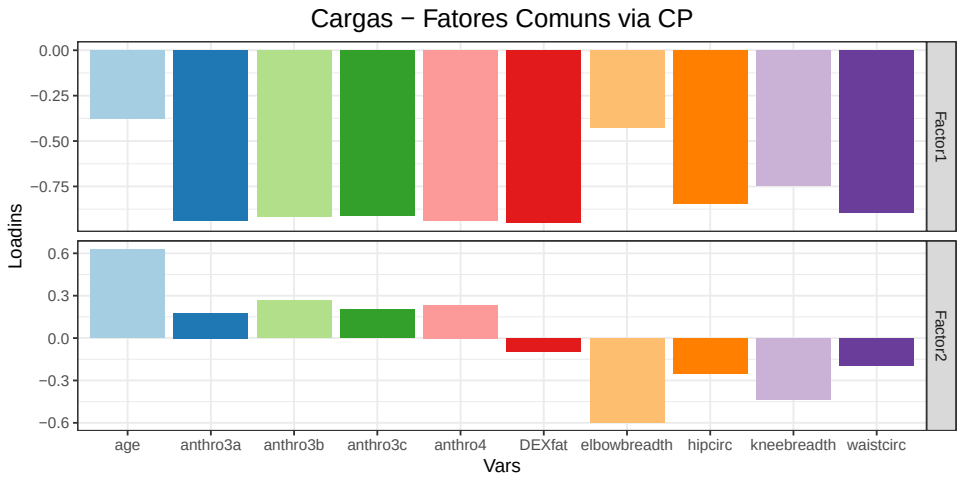
Cargas Fatoriais:

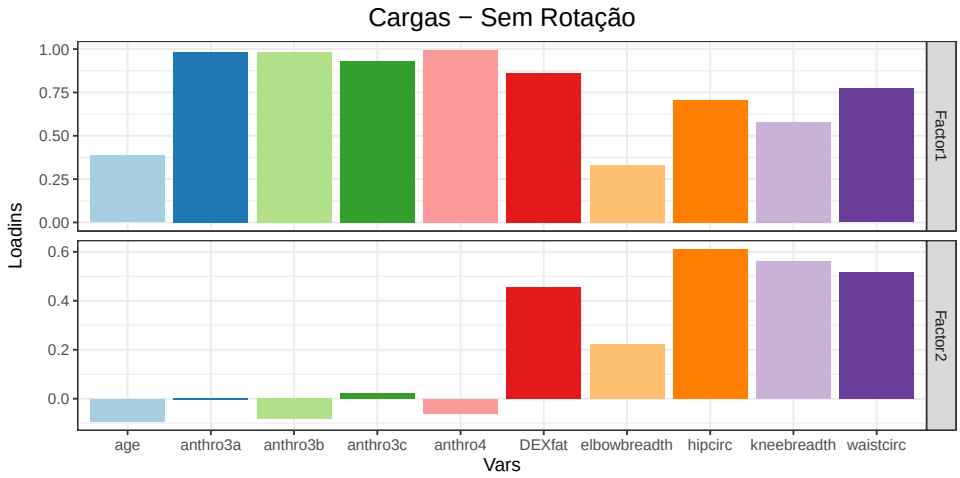
	Factor1	Factor2
age	0.3831653	0.1059796
DEXfat	0.5297791	0.8173098
waistcirc	0.4241169	0.8268159
hipcirc	0.3210104	0.8785310
elbowbreadth	0.1817450	0.3556904
kneebreadth	0.2310648	0.7719623
anthro3a	0.8613290	0.4741338
anthro3b	0.8982827	0.4052908
anthro3c	0.8024745	0.4721156
anthro4	0.8997401	0.4313183

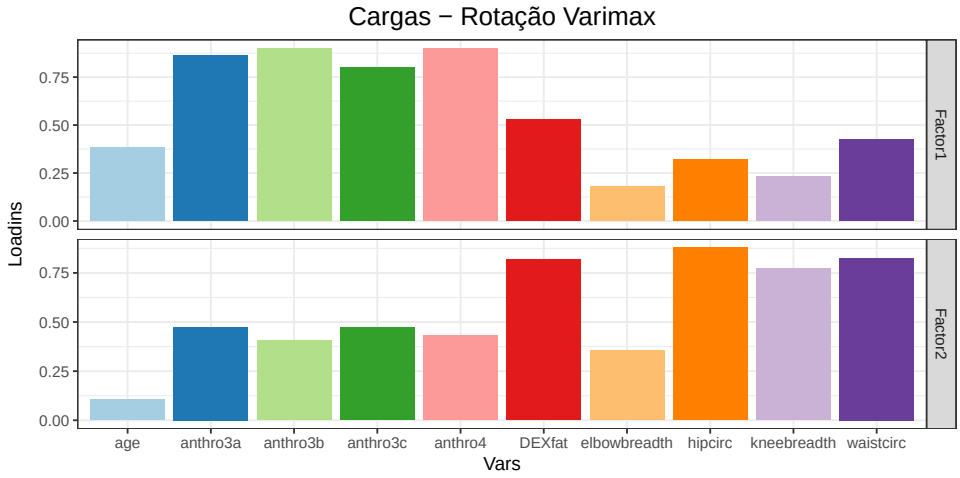
Variância Explicada:

	Factor1	Factor2
SS loadings	3.799	3.655
Proportion Var	0.380	0.366
Cumulative Var	0.622	0.745

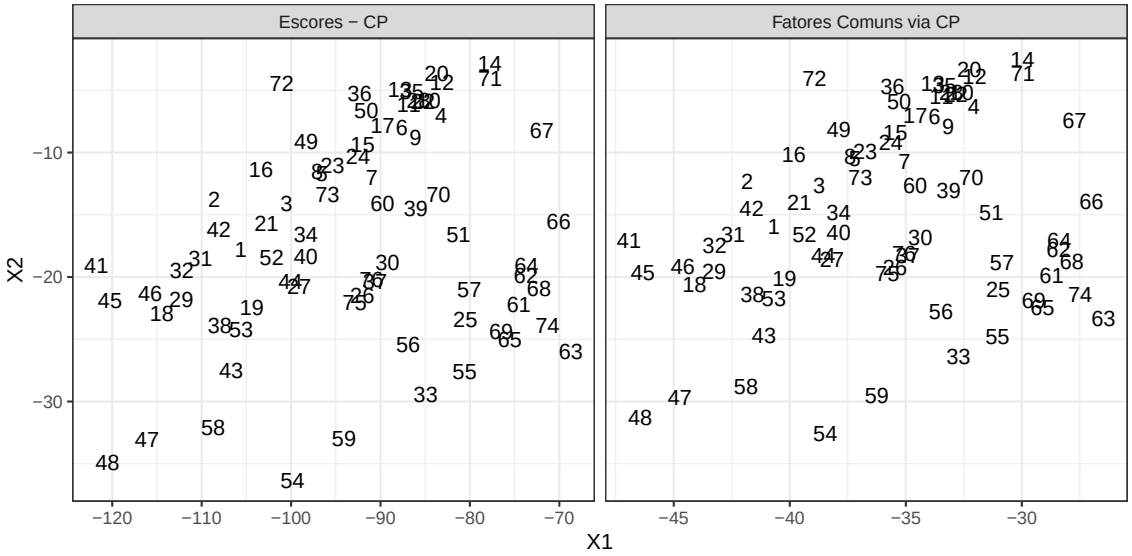
Cargas ou coeficientes dos fatores comuns:


Cargas − Fatores Comuns via CP
Loadins
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
Factor1
0.6
0.3
0.0
−0.3
−0.6
Factor2
age
anthro3a
anthro3b
anthro3c
anthro4
DEXfat
elbowbreadth
hipcirc
kneebreadth
waistcirc
Vars

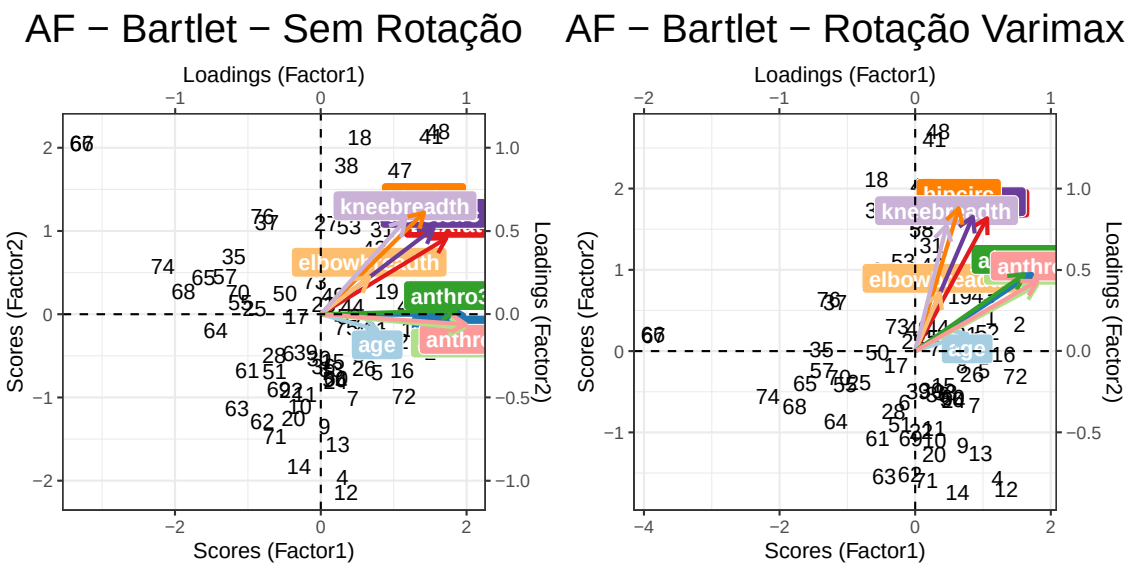

Cargas − Sem Rotação
Loadins
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
Factor1
0.6
0.4
0.2
0.0
Factor2
age
anthro3a
anthro3b
anthro3c
anthro4
DEXfat
elbowbreadth
hipcirc
kneebreadth
waistcirc
Vars


Cargas − Rotação Varimax
Loadins
0.75
0.50
0.25
0.00
Factor1
0.75
0.50
0.25
0.00
Factor2
age
anthro3a
anthro3b
anthro3c
anthro4
DEXfat
elbowbreadth
hipcirc
kneebreadth
waistcirc
Vars

Plot de escore dos componentes:



Biplot entre os fatores:



Especificidades:

age	DEXfat	waistcirc	hipcirc	elbowbreadth	kneebreadth	anthro3a	anthro3b	anthro3c	anthro4
0.842	0.051	0.136	0.125	0.84	0.351	0.033	0.029	0.133	0.005

Matrizes de correlação para a qual a aproximação é feita:

	age	DEXfat	waistcirc	hipcirc	elbowbreadth	kneebreadth	anthro3a	anthro3b	anthro3c	anthro4
age	1.0000	0.3105	0.2656	0.1820	-0.0243	0.1481	0.3780	0.3856	0.3340	0.3911
DEXfat	0.3105	1.0000	0.8987	0.8906	0.3647	0.7573	0.8422	0.8132	0.8165	0.8281
waistcirc	0.2656	0.8987	1.0000	0.8659	0.4090	0.7260	0.7543	0.7086	0.7414	0.7396
hipcirc	0.1820	0.8906	0.8659	1.0000	0.3268	0.7382	0.6916	0.6447	0.6697	0.6680
elbowbreadth	-0.0243	0.3647	0.4090	0.3268	1.0000	0.4665	0.3473	0.2841	0.2700	0.3203
kneebreadth	0.1481	0.7573	0.7260	0.7382	0.4665	1.0000	0.5836	0.5114	0.5402	0.5401
anthro3a	0.3780	0.8422	0.7543	0.6916	0.3473	0.5836	1.0000	0.9516	0.8930	0.9828
anthro3b	0.3856	0.8132	0.7086	0.6447	0.2841	0.5114	0.9516	1.0000	0.9382	0.9841
anthro3c	0.3340	0.8165	0.7414	0.6697	0.2700	0.5402	0.8930	0.9382	1.0000	0.9240
anthro4	0.3911	0.8281	0.7396	0.6680	0.3203	0.5401	0.9828	0.9841	0.9240	1.0000

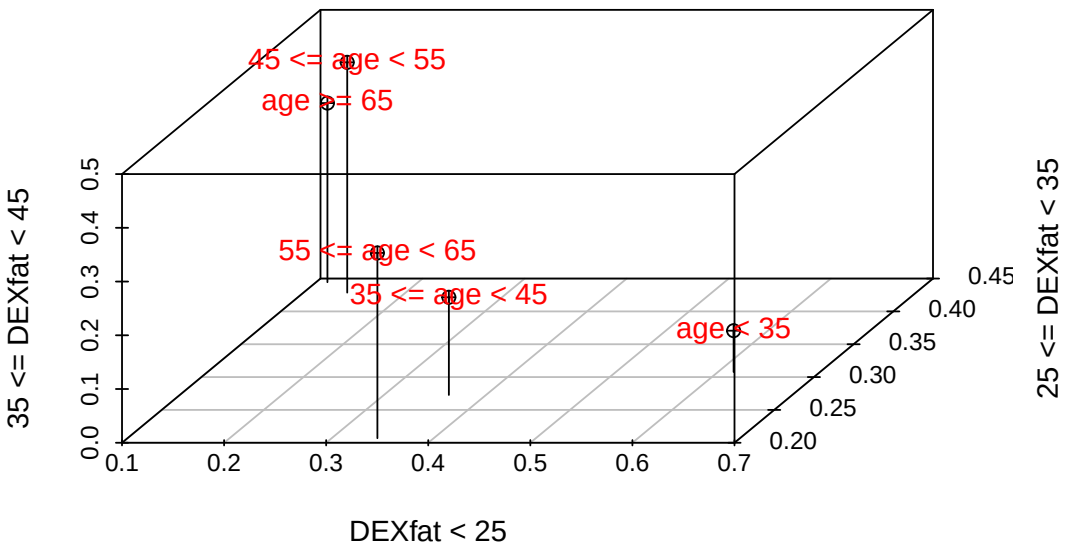
2.4 - Escolha uma das variáveis do banco de dados e obtenha uma tabela de contingência categorizando esta variável de acordo com faixas etárias das observações. Realize uma Análise de Correspondência e comente sobre o padrão de associação presente nesses dados.

	DEXfat...25	X25....DEXfat...35	X35....DEXfat...45	DEXfat....45
age < 35	8	4	1	0
35 <= age < 45	4	3	2	2
45 <= age < 55	2	6	6	0
55 <= age < 65	10	6	10	3
age >= 65	1	4	3	1

	DEXfat...25	X25....DEXfat...35	X35....DEXfat...45	DEXfat....45
age < 35	0.62	0.31	0.08	0.00
35 <= age < 45	0.36	0.27	0.18	0.18
45 <= age < 55	0.14	0.43	0.43	0.00
55 <= age < 65	0.34	0.21	0.34	0.10
age >= 65	0.11	0.44	0.33	0.11

	DEXfat...25	X25....DEXfat...35	X35....DEXfat...45	DEXfat....45
age < 35	0.32	0.17	0.05	0.00
35 <= age < 45	0.16	0.13	0.09	0.33
45 <= age < 55	0.08	0.26	0.27	0.00
55 <= age < 65	0.40	0.26	0.45	0.50
age >= 65	0.04	0.17	0.14	0.17

```
>
>    Pearson's Chi-squared test
>
> data:  tab2.4
> X-squared = 16.037, df = 12, p-value = 0.1895
```




```
>
>  Principal inertias (eigenvalues):
>             1        2        3
> Value       0.127399 0.060829 0.022787
> Percentage 60.37%    28.83%    10.8%
>
>
>  Rows:
>                [,1]      [,2]     [,3]     [,4]      [,5]
> Mass       0.171053  0.144737 0.184211  0.381579  0.118421
> ChiDist    0.696076  0.425081 0.550881  0.221901  0.480061
> Inertia    0.082879  0.026153 0.055902  0.018789  0.027291
> Dim. 1    -1.734949 -0.464387 1.267163 -0.016350  1.155162
> Dim. 2     1.273328 -1.373762 1.269898 -0.629188 -0.108222
>
>
>  Columns:
>                [,1]      [,2]     [,3]     [,4]
> Mass       0.328947  0.302632 0.289474 0.078947
> ChiDist    0.493035  0.312332 0.414061 0.810813
> Inertia    0.079962  0.029522 0.049629 0.051901
> Dim. 1    -1.368467  0.461980 1.049513 0.082807
```

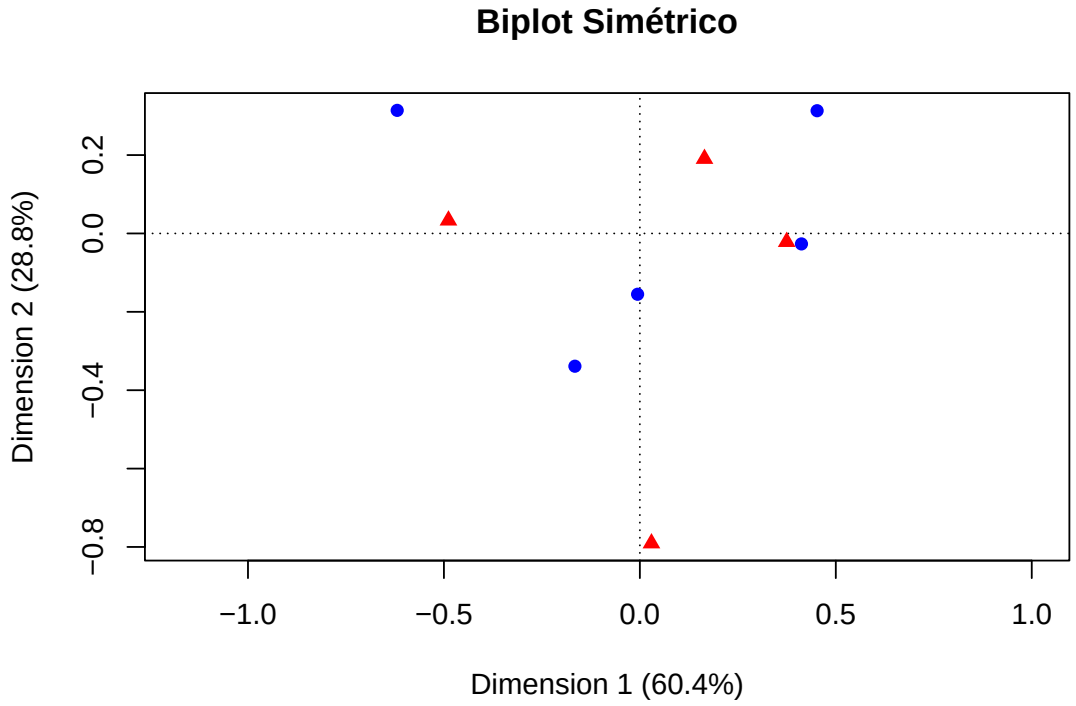
> Dim. 2 0.134818 0.772732 −0.086871 −3.205358

coordenadas padrão das linhas (autovetores_linha)

Dim1	Dim2	Dim3
-1.7349	1.2733	-0.3259
-0.4644	-1.3738	-1.2985
1.2672	1.2699	0.1887
-0.0163	-0.6292	1.0501
1.1552	-0.1082	-1.6192

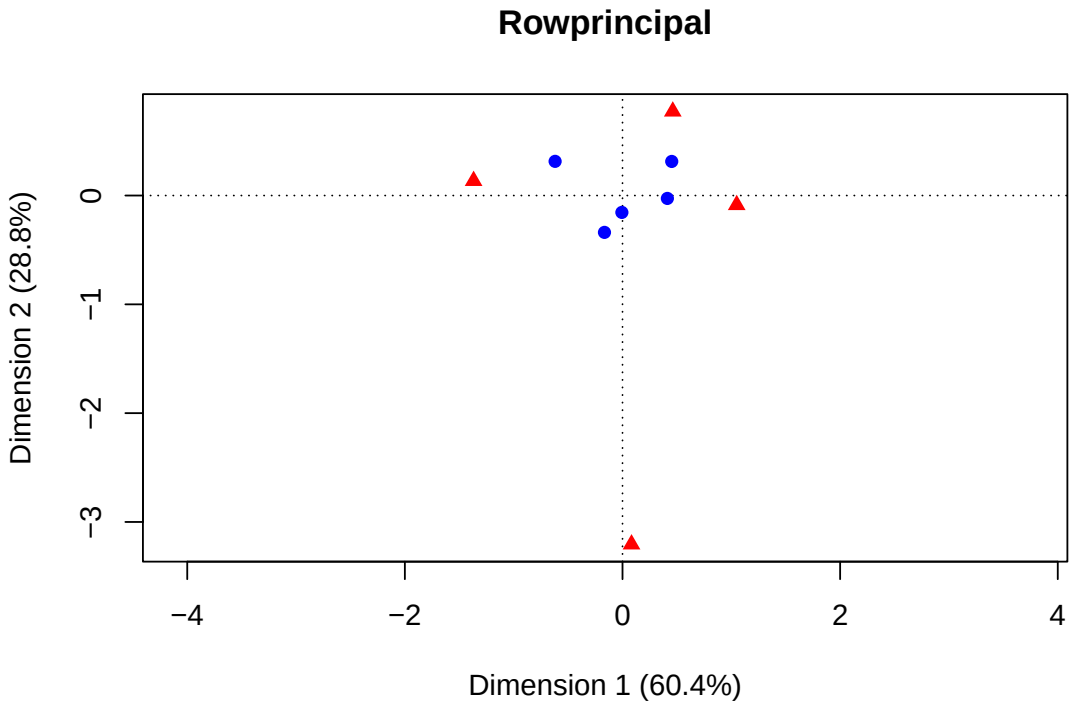
coord padrão das colunas (autovetores_col)

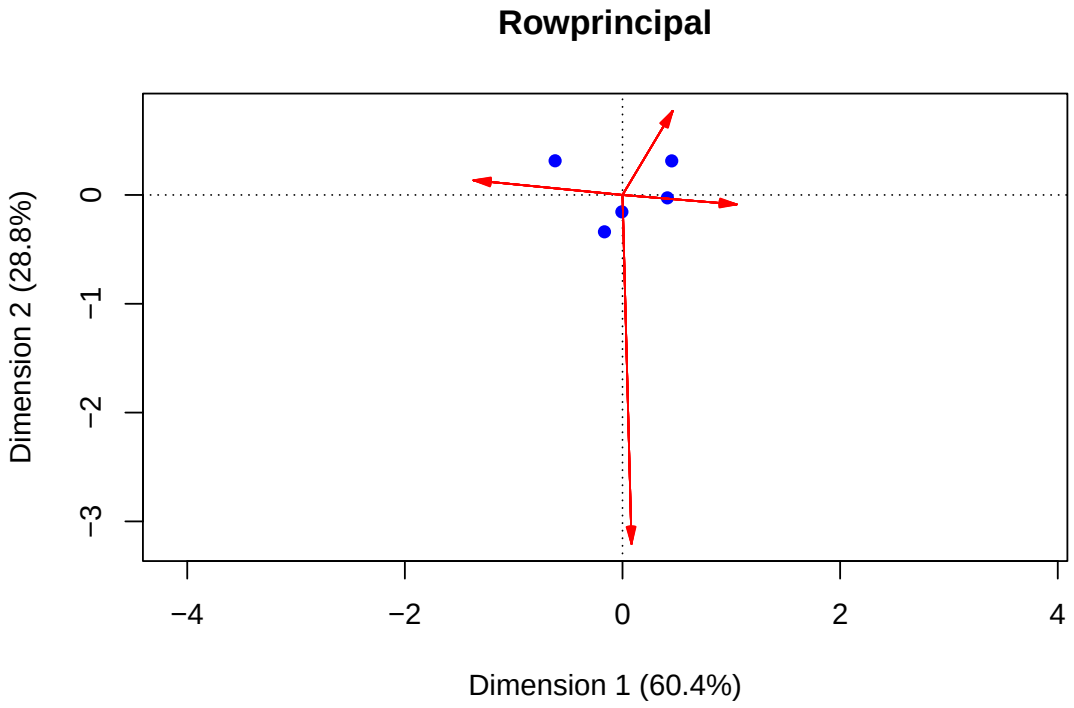
Dim1	Dim2	Dim3
-1.7349	1.2733	-0.3259
-0.4644	-1.3738	-1.2985
1.2672	1.2699	0.1887
-0.0163	-0.6292	1.0501
1.1552	-0.1082	-1.6192



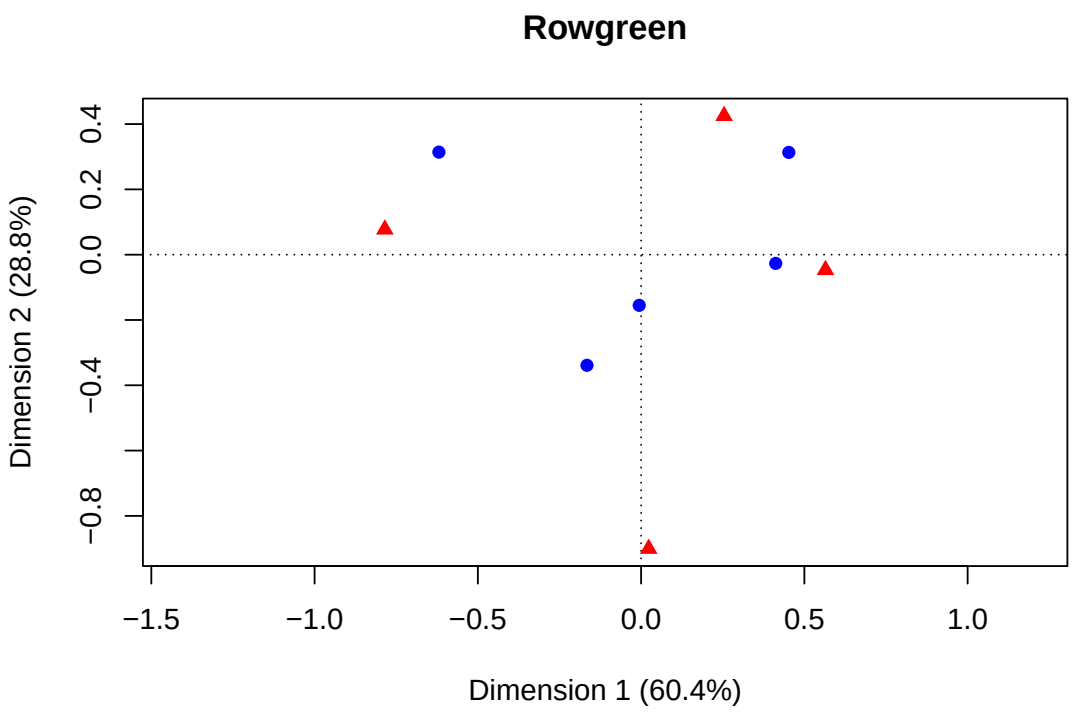
> Dim1 Dim2
> [1 ,] −0.62 0.31

```
> [2,]  −0.17  −0.34
> [3,]   0.45   0.31
> [4,]  −0.01  −0.16
> [5,]   0.41  −0.03

>        Dim1   Dim2
> [1,]  −0.49   0.03
> [2,]   0.16   0.19
> [3,]   0.37  −0.02
> [4,]   0.03  −0.79
```

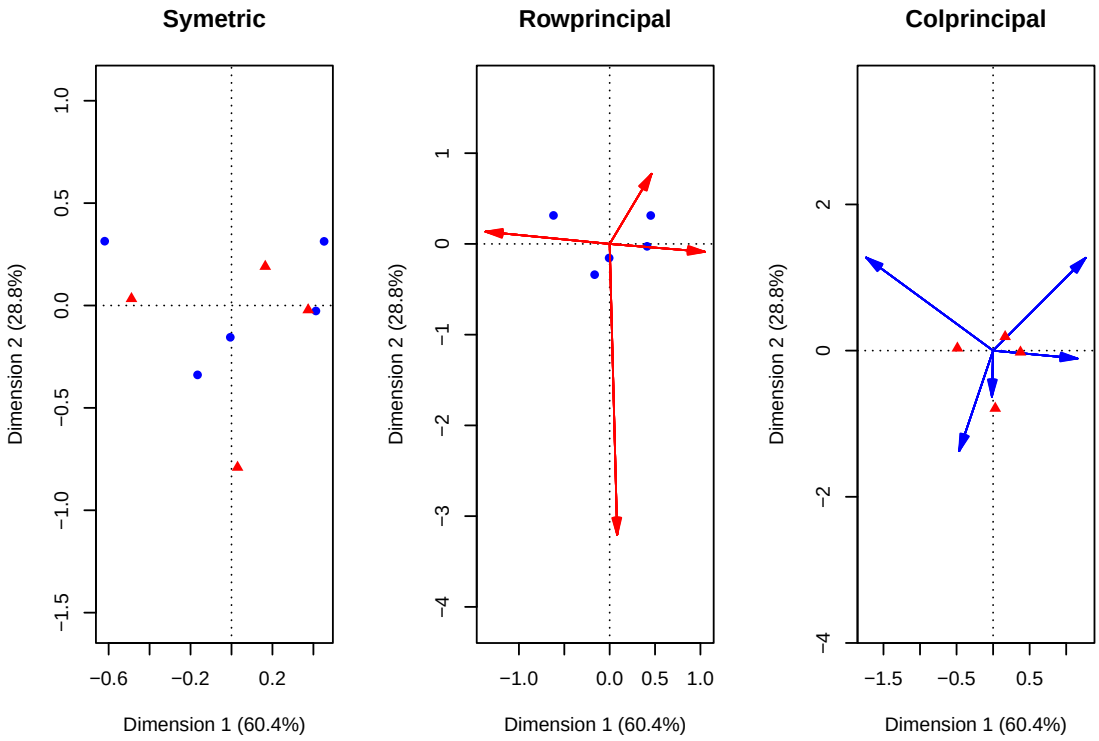


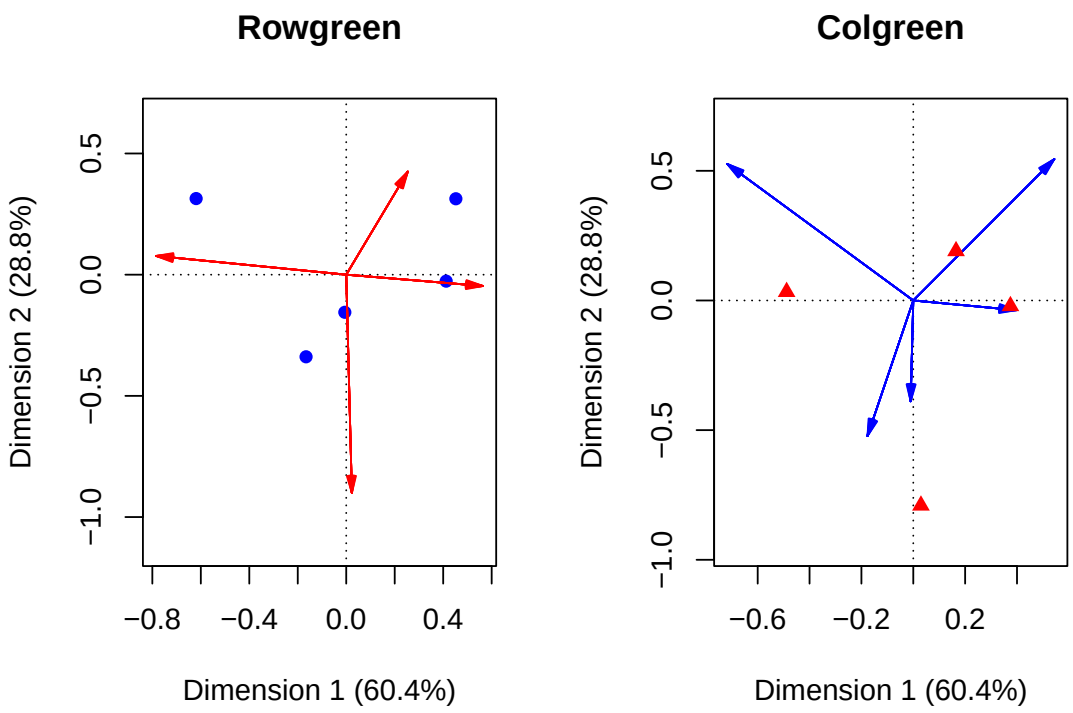


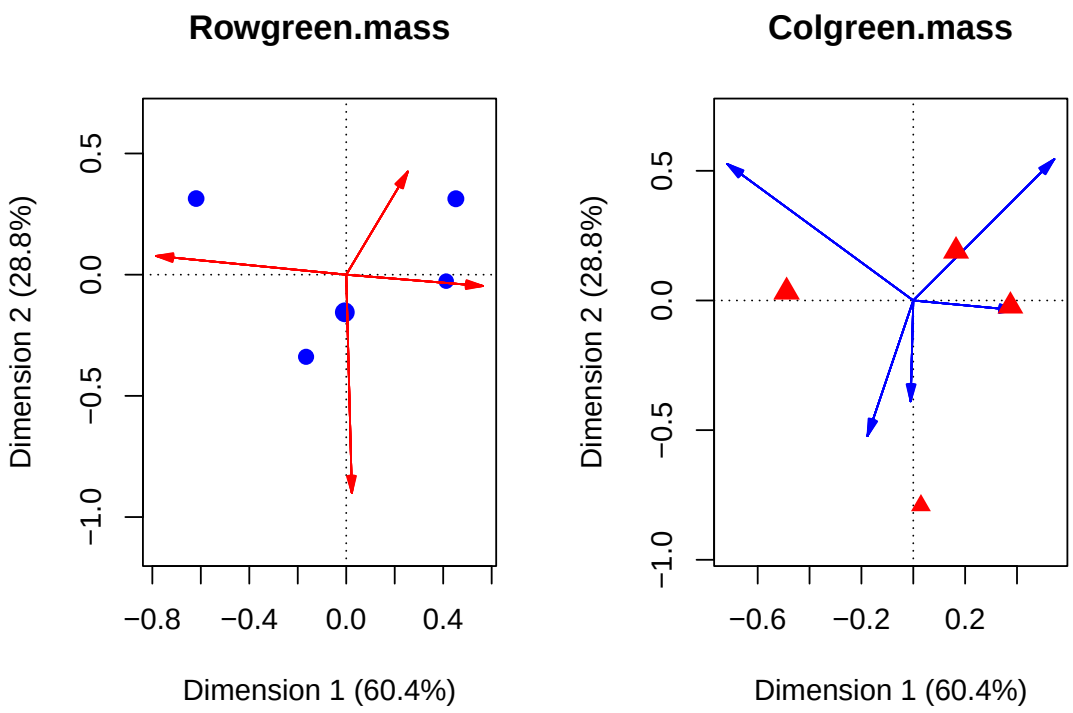

```
>          Dim1   Dim2
> [1 ,]  −0.62   0.31
> [2 ,]  −0.17  −0.34
> [3 ,]   0.45   0.31
> [4 ,]  −0.01  −0.16
> [5 ,]   0.41  −0.03

>          Dim1   Dim2
> [1 ,]  −1.37   0.13
> [2 ,]   0.46   0.77
> [3 ,]   1.05  −0.09
> [4 ,]   0.08  −3.21
```




```
>          Dim1   Dim2
> [1 ,]  −0.62   0.31
> [2 ,]  −0.17  −0.34
> [3 ,]   0.45   0.31
> [4 ,]  −0.01  −0.16
> [5 ,]   0.41  −0.03

>          Dim1   Dim2
> [1 ,]  −0.78   0.08
> [2 ,]   0.25   0.43
> [3 ,]   0.56  −0.05
> [4 ,]   0.02  −0.90
```


Symetric
Rowprincipal
Colprincipal
Dimension 2 (28.8%)
Dimension 1 (60.4%)
−0.6
−0.2
0.2
−1.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
−1.0
0.0
0.5
1.0
−4
−3
−2
−1
0
1
−1.5
−0.5
0.5
−4
−2
0
2


Rowgreen
Dimension 2 (28.8%)
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−0.8
−0.4
0.0
0.4
Dimension 1 (60.4%)
Colgreen
Dimension 2 (28.8%)
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−0.6
−0.2
0.2
Dimension 1 (60.4%)


Rowgreen.mass
Dimension 2 (28.8%)
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−0.8
−0.4
0.0
0.4
Dimension 1 (60.4%)
Colgreen.mass
Dimension 2 (28.8%)
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−0.6
−0.2
0.2
Dimension 1 (60.4%)