

# Gerenciador de Memória Weaver

Thiago Leucz Astrizi

thiago@bitbitbit.com.br

**Abstract:** *This article describes using literary programming a memory manager written for Weaver Game Engine. It aims to be a very simple and fast memory manager for programs where memory is allocated and freed in a stack-based order and we know the maximum ammount of memory that the program will need. It allows users creating markings during the program execution that after allows them to free at once all the memory allocated after the last marking. The article shows the results of running some benchmarks comparing its performance against malloc from standard library running at Linux, OpenBSD, Windows and in a web browser using Web Assembly.*

**Resumo:** *Este artigo descreve usando programação literária um gerenciador de memória escrito para o Motor de Jogos Weaver. Ele é voltado a programas onde a memória é alocada e liberada seguindo uma ordem baseada em pilha e a quantidade máxima de memória é conhecida. Ele fornece a possibilidade de criar marcações durante a execução do programa de modo que depois possa liberar toda a memória alocada desde a última marcação. Também é comparado o desempenho dele com o malloc da biblioteca C padrão rodando em Linux, OpenBSD, Windows e em um navegador de Internet usando Web Assembly.*

## 1. Introdução

### 1.1. Gerenciadores de Memória em Motores de Jogos

Muitos motores de jogos implementam seus próprios gerenciadores de memória ao invés de utilizar as funções da biblioteca de sistema para obter memória dinamicamente. Segundo [Gregory 2019], isso ocorre porque, a implementação de funções como *malloc* e *free* costumam ser relativamente lentas quando utilizadas em jogos quando comparados a gerenciadores feitos sob medida, além de poderem causar fragmentação de memória.

Gregory identifica cinco padrões de projeto comuns utilizados em gerenciadores de memória de jogos:

**Alocadores Baseados em Pilha:** Esses alocadores sempre alocam novas regiões de memória sequencialmente e toda desalocação deve ser feita em ordem inversa à alocação. A implementação é bastante simples e busca manter a localidade espacial das regiões de memória usadas. Toda a memória alocada à partir de qualquer ponto de execução pode ser desalocada muito rapidamente com uma única chamada de função.

**Alocadores de Reservatório:** Essa técnica pode ser usada quando sabemos que podemos precisar de até  $n$  tipos de elementos, todos eles com o mesmo tamanho. Pode-se então alocar com antecedência o espaço para todos os elementos e manter ele sempre à disposição usando variáveis para definir quando o elemento realmente existe e quando podemos considerar sua posição com livre.

**Alocações Alinhadas:** Diferentes tipos de dados e arquiteturas podem ter diferentes restrições de alinhamento de memória alocada. A plataforma de jogos

*Playstation 3*, por exemplo, requer que qualquer posição de memória a ser passada por meio de DMA (*Direct Memory Access*) tenha um alinhamento de 128 bits. Ou seja, o endereço precisa ser um múltiplo de 128 bits.

**Alocações de Quadro Único e Duplo:** Um motor de jogos divide sua computação em quadros, sendo que em cada quadro uma nova imagem é enviada para a tela. Podem existir então variáveis alocadas que devem ter um tempo de vida de um ou dois quadros somente, podendo ser desalocadas automaticamente depois disso.

**Desfragmentação de Memória:** Quando uma memória é alocada e liberada em ordem que não pode ser controladas, podem se formar lacunas entre espaços de memória alocados, as quais podem ser muitas e ao mesmo tempo com um tamanho pequeno demais para serem reaproveitadas. Para evitar isso é comum usar ao invés de ponteiros para objetos alocados, índices de referência para os ponteiros em si. Desta forma, regiões de memória alocadas podem ser movidas incremental e periodicamente de modo a evitar a fragmentação.

O objetivo deste artigo será definir um alocador com alinhamento de memória definido pelo usuário baseado em pilha, o qual consegue armazenar duas pilhas diferentes na região de memória gerenciada por ele. Gerenciar qual das pilhas a ser usada será responsabilidade do usuário. Essa técnica é descrita em [Ranck, 2000] que mostra que ela foi usada no jogo *Hydro Thunder* da empresa *Midway*.

Alocadores de reservatório não serão tratados aqui, mas podem ser construídos sobre o alocador presente aqui como uma segunda camada de gerenciamento. O problema da desfragmentação também não será tratado, pois alocadores baseados em pilha não sofrem com o problema da fragmentação.

## 1.2. Ambientes de Execução

Neste artigo vamos nos preocupar em garantir que as funções definidas rodem com sucesso em quatro ambientes diferentes: Windows 10, macOS Sierra, Linux e Web Assembly. Os três primeiros são os três sistemas operacionais para computadores pessoais. O último é uma especificação de máquina virtual especializada em interpretar um subconjunto otimizado de Javascript, criada para permitir a execução de programas de computador completos dentro de ambientes como navegadores de Internet. Seu desenvolvimento partiu do método apresentado por [Zakai, 2011] que ofereceu um modo de compilar código em C e C++ para Javascript de maneira otimizada.

Para desenvolver de maneira portátil nos quatro ambientes, serão usadas macros condicionais e as diferentes formas de obter memória nos diferentes sistemas será comparada.

## 1.3. Programação Literária e Notação Usada no Artigo

Este artigo utiliza a técnica de “Programação Literária” para desenvolver o seu gerenciador de memória. Esta técnica foi apresentada em [Knuth, 1984] e consiste em uma filosofia de desenvolvimento de *software* na qual um programador desenvolve um programa escrevendo e explicando didaticamente o código necessário, se preocupando em deixar o seu funcionamento claro para as pessoas que lerem a explicação. Ferramentas automáticas são então utilizadas para extrair o código existente na explicação, mudar a ordem do código conforme for mais adequado para o compilador e produzir à partir do código extraído um programa executável.

Por exemplo, neste artigo serão definidos dois arquivos diferentes: `memory.c` e `memory.h`, os quais podem ser inseridos estaticamente em qualquer projeto, ou compilados como uma biblioteca compartilhada. O que colocaremos em `memory.h` será:

---

Arquivo: src/memory.h:

---

```
#ifndef WEAVER_MEMORY_MANAGER
#define WEAVER_MEMORY_MANAGER
#ifdef __cplusplus
extern "C" {
#endif

    <Seção a ser Inserida: Declarações de Memória>

#ifdef __cplusplus
}
#endif
#endif
```

---

As duas primeiras linhas assim como a última são macros de segurança que impedem que as funções e variáveis declaradas ali sejam declaradas redundantemente se alguém incluir mais de uma vez o arquivo em um código-fonte. As demais linhas contêm macros que checam se estamos compilando usando C++ ao invés de C. Se for o caso, nós declaramos todas as funções que existem neste arquivo como funções do tipo C, para que o compilador C++ saiba que elas não serão modificadas por meio de sobrecarga de operadores e que por isso não é necessário armazenar informações adicionais além do nome da função para reconhecê-la.

No meio do código acima, deixamos indicado em letras vermelhas que iremos adicionar mais tarde ali um novo trecho de código chamado “Declarações de Memória”, com a declaração das funções que iremos usar. Folheando o artigo, você encontrará nas páginas seguintes um outro trecho de código cujo título não será `memory.h`, mas sim “Declarações de Memória”. Será ali que o código que vai nesta parte do arquivo será encontrado. Podem existir mais de um trecho de código com este título. Isso significa que para produzir o código funcional utilizado pelo compilador, devemos concatenar todos estes trechos com o mesmo título e colocar na parte indicada deste arquivo. Isso nos permite colocar a declaração de funções à medida que formos explicando elas no código, sem precisar declarar todas de uma vez só porque elas pertencem a um mesmo trecho de código.

#### 1.4. Funções a serem Definidas

Nosso gerenciador de memória irá definir um total de 6 novas funções. A primeira recebe um tamanho em bytes e retorna uma região contínua de memória a ser gerenciada (que chamamos de “arena”):

---

**Seção: Declarações de Memória:**

---

```
#include <stdlib.h> // Include 'size_t'
void *_Wcreate_arena(size_t size);
```

---

A segunda recebe uma arena criada pela primeira e libera toda a memória reservada nela. Se haviam elementos não-desalocados na arena, retornamos false, caso contrário retornamos verdadeiro:

---

**Seção: Declarações de Memória (continuação):**

---

```
#include <stdbool.h> // Include 'bool'
bool _Wdestroy_arena(void *);
```

---

A terceira equivale a um `malloc` e recebe uma arena, um número que será uma potência de dois ou zero que representa o alinhamento em bits que a memória alocada precisará respeitar, um número que indica se queremos alocar da pilha esquerda (0) ou direita (1) da arena e um tamanho em bytes. A função sempre retornará um endereço múltiplo do alinhamento, assumindo que ele é uma potência de dois. E retornará NULL se não houver espaço o bastante na arena:

---

**Seção: Declarações de Memória (continuação):**

---

```
void *_Walloc(void *arena, unsigned alignment, int right, size_t size);
```

A quarta função serve para colocar uma marcação, a qual chamamos de “ponto de memória” dentro de uma arena onde alocamos memória. Essa marcação pode ser usada para determinar que alocações ocorreram antes e quais ocorreram depois que ela foi feita. A região indica se essa marcação deve ser colocada na região de alocação esquerda (0) ou direita (1). Também especificamos um alinhamento como na função de alocação. A função retorna se foi bem-sucedida ou não.

---

#### Seção: Declarações de Memória (continuação):

---

```
bool _Wmempoint(void *arena, unsigned alignment, int regiao);
```

A última função usa a marcação criada pela função anterior e desaloca de uma só vez toda a memória alocada com `_Walloc` desde que a última marcação foi criada. Ela recebe uma flag para saber se isso deve ser feito na região esquerda (0) ou direita (1):

---

#### Seção: Declarações de Memória (continuação):

---

```
void _Wtrash(void *arena, int regiao);
```

## 2. Implementação

### 2.1. Obtendo uma Região de Memória Inicial

Em um gerenciador de memória de propósito geral nós não temos como saber qual a quantidade máxima de memória que iremos precisar. Mas em um gerenciador de memória usado em jogos, é essencial que estabeleçamos um limite máximo de uso de memória. Em tais casos, estamos menos interessados em obter resultados precisos de computação e mais interessados em garantir um desempenho contínuo, sem perda de performance súbita como quando esgotamos a memória principal e temos que usar memória *swap*. Nestes casos é interessante alocar de uma só vez a quantidade máxima de memória que nos comprometemos a usar e gerenciar esta mesma quantidade durante o tempo de execução do programa.

O modo que utilizaremos para obter essa quantidade de memória inicial varia dependendo do ambiente de execução. Pode-se usar até mesmo um `malloc` para fazer isso, embora aqui nós iremos preferir usar a alternativa que desperdice menos memória possível. Se possível uma que retorne exatamente o valor que queremos sem gastar qualquer valor adicional preenchendo informações e estruturas de dado adicionais.

Tanto em qualquer sistema Unix (Linux, OpenBSD, macOS) como quando compilamos para WebAssembly com o compilador Emscripten, a escolha mais econômica é usar o `mmap`. Ele é uma função bastante ampla que permite mapear para a memória qualquer coisa, de arquivos em disco até simplesmente alocar uma região nova de memória para um programa.

Para podermos usar `mmap`, só temos que inserir o cabeçalho adequado:

---

#### Seção: Incluir Cabeçalhos Necessários:

---

```
#if defined(__EMSCRIPTEN__) || defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
#include <sys/mman.h>
#endif
```

Tendo definido o cabeçalho, para usar a função para alocar uma região de tamanho  $M$  que não está associada a nenhum arquivo, somente à memória física e que pode tanto ser lida como escrita, invocamos ela da seguinte forma:

---

#### Seção: Alocar em ‘arena’ região de ‘M’ bytes:

---

```
#if defined(__EMSCRIPTEN__) || defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
arena = mmap(NULL, M, PROT_READ|PROT_WRITE, MAP_PRIVATE|MAP_ANON,
             -1, 0);
```

```
#endif
```

Os argumentos que foram setados para nulo, zero ou -1 são apenas argumentos que não são necessários no modo que estamos usando o `mmap`.

Assim como nós criamos uma nova região de memória para usarmos, depois vai ser necessário desfazer ela. Neste caso, usamos o `munmap`:

#### Seção: Desalocar ‘arena’ de tamanho ‘M’ bytes:

```
#if defined(__EMSCRIPTEN__) || defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
munmap(arena, M);
#endif
```

Em ambientes Windows, a função equivalente a isso é a `CreateFileMapping`, com a diferença de que ela retorna um controlador que precisa de uma função adicional para por fim obter um ponteiro para a região alocada. Felizmente, segundo a documentação da API do Windows, é permitido fechar tal controlador com o `CloseHandle` antes de desalocar e desfazer a região para a qual o ponteiro aponta. Graças à isso, conseguimos manter a simetria entre o código Windows e das demais plataformas, pois como o controlador será fechado aqui, não precisamos memorizá-lo com uma estrutura adicional a ser encerrada futuramente.

#### Seção: Alocar em ‘arena’ região de ‘M’ bytes (continuação):

```
#if defined(_WIN32)
{
    HANDLE handle;
    handle = CreateFileMappingA(INVALID_HANDLE_VALUE, NULL,
                              PAGE_READWRITE,
                              (DWORD) ((DWORDLONG) M) / ((DWORDLONG) 4294967296),
                              (DWORD) ((DWORDLONG) M) % ((DWORDLONG) 4294967296),
                              NULL);
    arena = MapViewOfFile(handle, FILE_MAP_READ | FILE_MAP_WRITE, 0, 0, 0);
    CloseHandle(handle);
}
#endif
```

Para desalocar a região alocada usaremos o `UnmapViewOfFile`:

#### Seção: Desalocar ‘arena’ de tamanho ‘M’ bytes (continuação):

```
#if defined(_WIN32)
UnmapViewOfFile(arena);
#endif
```

Usar as funções acima requer os seguintes cabeçalhos:

#### Seção: Incluir Cabeçalhos Necessários (continuação):

```
#if defined(_WIN32)
#include <windows.h> // Include 'CreateFileMapping', 'MapViewOfFile',
#include <memoryapi.h> // 'UnmapViewOfFile', 'CloseHandle'
#endif
```

## 2.2. Obtendo o Tamanho da Página

Em um computador real, em contraste com uma máquina virtual, quando um programa pede memória para o Sistema Operacional, ele sempre irá receber memória em múltiplos do tamanho da página usada internamente pela máquina. Tipicamente o tamanho de uma página é de 4 KiB. Sendo assim, não adianta pedirmos quantidade de memória que não seja múltiplo de 4 KiB. Se pedirmos apenas 2 KiB, continuaremos recebendo 4 KiB. Se pedirmos 5 KiB, receberemos 8 KiB.

É importante então que nestes ambientes, nosso gerenciador esteja ciente disso e

que mesmo que um usuário peça uma quantidade de memória que não seja múltipla do tamanho da página, ele sempre irá ajustar o pedido para um valor múltiplo para assim não desperdiçar memória.

Na maioria dos sistemas Unix, desde que compatíveis com o POSIX, podemos obter facilmente o tamanho de uma página por meio da função `sysconf`:

---

#### Seção: Obter tamanho de página ‘p’:

---

```
#if defined(__unix__)
p = sysconf(_SC_PAGESIZE);
#endif
```

A documentação do macOS afirma que ele possui tal função que é compatível com o POSIX. Contudo, a documentação não menciona a opção de obter o tamanho da página por ela. Ao invés disso, a documentação menciona usar a função BSD `getpagesize` para obter tal informação. Para nos mantermos seguindo a documentação, faremos isso então:

---

#### Seção: Obter tamanho de página ‘p’ (continuação):

---

```
#if defined(__APPLE__)
p = getpagesize();
#endif
```

Tanto a função BSD acima como a função POSIX estão definidas no mesmo cabeçalho:

---

#### Seção: Incluir Cabeçalhos Necessários (continuação):

---

```
#if defined(__APPLE__) || defined(__unix__)
#include <unistd.h>
#endif
```

No Windows, o modo de obter o tamanho da página é por meio da função mais complexa `GetSystemInfo` que retorna também uma série de informações adicionais sobre o sistema que não precisaremos usar no momento.

---

#### Seção: Obter tamanho de página ‘p’ (continuação):

---

```
#if defined(_WIN32)
{
    SYSTEM_INFO info;
    GetSystemInfo(&info);
    p = info.dwPageSize;
}
#endif
```

E para usar esta função, a documentação nos aconselha incluir diretamente o cabeçalho `windows.h`:

---

#### Seção: Incluir Cabeçalhos Necessários (continuação):

---

```
#if defined(_WIN32)
#include <windows.h> // Include 'GetSystemInfo'
#endif
```

Por fim, o caso do ambiente WebAssembly. Neste ambiente, a memória dinâmica é obtida por meio de uma seção de memória linear que começa com um tamanho padrão e pode crescer por meio de um operador `grow_memory`, o qual também é configurado com um tamanho máximo. De qualquer forma, aqui também a quantidade de memória alocada é múltipla de uma página. O tamanho da página na máquina virtual WebAssembly é documentado como sendo sempre o mesmo:

---

#### Seção: Obter tamanho de página ‘p’ (continuação):

---

```
#if defined(__EMSCRIPTEN__)
```

```
p = 64 * 1024; // 64 KiB
#endif
```

### 2.3. Sobre Execução em Diferentes Threads

É importante garantir que o código definido aqui não deixe de funcionar quando invocado simultaneamente por mais de um trecho de código. Para isso, iremos apenas garantir um *mutex* para que o nosso gerenciador de memória não tenha a mesma região de memória sendo acessada por mais de uma *thread*. Caso tenhamos um caso no qual várias threads precise alocar memória simultaneamente, pode ser mais vantajoso dar para cada uma delas a sua própria região de memória para evitar que cada uma delas bloqueie todas as outras durante sua alocação.

Nem todos os ambientes suportam threads. A máquina virtual Web Assembly, ao menos a versão implementada nos navegadores de Internet não oferece suporte à elas, exceto em versões experimentais. Sendo assim, definiremos código para nossos mutex somente para os demais ambientes. No caso do Windows, iremos preferir usar a API para “Seções Críticas” ao invés de usar diretamente um mutex. O principal motivo é evitar uma chamada de sistema para o Kernel caso ninguém esteja usando nosso Mutex. As seções críticas conseguem isso apenas trazendo a restrição de não poderem ser compartilhadas com outros programas. No mais, as seções críticas funcionam de maneira análoga a um mutex.

Em sistemas baseados em Unix, incluímos o cabeçalho da biblioteca POSIX “*pthread*”. No Windows, os cabeçalhos relevantes já foram incluídos no `windows.h`.

#### Seção: Incluir Cabeçalhos Necessários (continuação):

```
#if defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
#include <pthread.h>
#endif
```

Um mutex é declarado da seguinte forma:

#### Seção: Declaração de Mutex:

```
#if defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
pthread_mutex_t mutex;
#endif
#if defined(_WIN32)
CRITICAL_SECTION mutex;
#endif
```

Quando o mutex é inicializado, colocamos em uma variável booleana chamada `error` se ocorreu algum problema. No caso da biblioteca *pthread*, sua função de inicialização já retorna valor não-nulo se ocorreu um problema. No Windows, o sistema garante que a função de inicialização nunca falhe. Nos dois casos assumimos que temos um ponteiro genérico para o nosso mutex.

#### Seção: Inicialização de ‘\*mutex’:

```
#if defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
error = pthread_mutex_init((pthread_mutex_t *) mutex, NULL);
#endif
#if defined(_WIN32)
InitializeCriticalSection((CRITICAL_SECTION *) mutex);
#endif
```

O código para destruir um mutex é o exposto abaixo. Neste caso não iremos nos preocupar com casos de erro.

#### Seção: Finaliza ‘\*mutex’:

```
#if defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
pthread_mutex_destroy((pthread_mutex_t *) mutex);
```

```
#endif
#if defined(_WIN32)
DeleteCriticalSection((CRITICAL_SECTION *) mutex);
#endif
```

---

A operação clássica de *wait* para requerer o uso do mutex:

---

#### Seção: ‘\*mutex’:WAIT():

---

```
#if defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
pthread_mutex_lock((pthread_mutex_t *) mutex);
#endif
#if defined(_WIN32)
EnterCriticalSection((CRITICAL_SECTION *) mutex);
#endif
```

---

E a função de *signal* para liberar um mutex que foi pedido pela thread:

---

#### Seção: ‘\*mutex’:SIGNAL():

---

```
#if defined(__unix__) || defined(__APPLE__)
pthread_mutex_unlock((pthread_mutex_t *) mutex);
#endif
#if defined(_WIN32)
LeaveCriticalSection((CRITICAL_SECTION *) mutex);
#endif
```

### 2.3. Cabeçalho de Arenas de Memória

Logo após alocarmos uma região de memória (ou “arena”), a primeira coisa a fazer é reservar os seus bytes iniciais para armazenar informações gerais sobre ela. As informações que desejamos são: o tamanho total de espaço que temos (`remaining_space`), o tamanho total da arena (`total_size`) e ponteiros para o começo de uma região livre na pilha de memória esquerda e direita que iremos alocar (`left_free`, `right_free`). Na variável `right_allocations` armazenamos a quantidade total alocada na pilha de memória direita e em `left_allocations` a quantidade de memória alocada na pilha esquerda.

Precisaremos também de um mutex como o que definimos para proteger a arena de ser manipulada simultaneamente por duas threads.

Outra informação que podemos precisar só em momentos de depuração é a quantidade máxima de memória que chegamos a ter ao longo do tempo de vida da arena. Isso é útil de armazenar porque após encerrarmos a arena e descobrirmos que alocamos para a arena muita memória que não foi usada, podemos querer diminuir o tamanho que demos a ela. Usaremos a variável `smallest_remaining_space` para armazenar isso e ela só estará definida se a macro `W_DEBUG_MEMORY` estiver definida. Nós preferimos armazenar o menor espaço restante ao invés do maior espaço usado durante o tempo de vida da arena porque geralmente é mais fácil ler valores que devem ser pequenos e próximos de zero do que valores que devem ser grandes, próximos do tamanho total da arena.

Teremos também dois ponteiros: `left_point` e `right_point`. Estes serão ponteiros para pontos de memória, informações sobre o estado da arena de memória em um ponto específico do tempo para que ela possa ser restaurada àquele estado. Tais pontos de memória serão melhor definidos na seção 2.9.

O cabeçalho de nossa arena de memória terá então a seguinte forma:

---

#### Seção: Cabeçalho da Arena:

---

```
struct arena_header{
    <Seção a ser Inserida: Declaração de Mutex>
    void *left_free, *right_free;
    void *left_point, *right_point;
```



```

size_t remaining_space, total_size, right_allocations, left_allocations;
#if defined(W_DEBUG_MEMORY)
size_t smallest_remaining_space;
#endif
};

```

Assumimos que nós temos um ponteiro para a arena de memória recém-obtida, o qual chamamos de `arena` e que nós temos o tamanho total em bytes que está alocado nela na variável `M`, então conseguimos inicializar o cabeçalho ali com o código abaixo. Para calcular as próximas posições onde iremos inserir, convertemos o ponteiro para o começo da arena para um ponteiro de caractere para podermos fazer nossos cálculos com aritmética de ponteiro com múltiplos de 1 byte. O próximo espaço que temos livre para a pilha de memória esquerda é o byte imediatamente após o cabeçalho. Já a pilha direita fica com o último byte da arena.

---

#### Seção: Inicializa cabeçalho em 'arena' de tamanho 'M':

---

```

{
    struct arena_header *header = (struct arena_header *) arena;
    header -> right_free = ((char *) header) + M - 1;
    header -> left_free = ((char *) header) + sizeof(struct arena_header);
    header -> remaining_space = M - sizeof(struct arena_header);
    header -> right_allocations = 0;
    header -> left_allocations = 0;
    header -> total_size = M;
    header -> left_point = NULL;
    header -> right_point = NULL;
#if defined(W_DEBUG_MEMORY)
    header -> smallest_remaining_space = header -> remaining_space;
#endif
    { // Mutex initialization
        void *mutex = &(header -> mutex);
        <Seção a ser Inserida: Inicialização de '*mutex'>
    }
}

```

## 2.4. O Código de Alocação de Nova Arena

Com o código que definirmos já temos como definir a função `_Wcreate_arena`. O que a função terá que fazer são as 6 operações abaixo:

1. Receber do usuário um tamanho `t` para alocar.
2. Descobrir qual o tamanho da página `p` no sistema atual.
3. Obter `M`, sendo igual ao menor múltiplo de `p` maior que `t`. Se `M` for menor que o espaço necessário para o cabeçalho da arena, ele se torna igual ao menor múltiplo de `p` que é maior que o tamanho do cabeçalho.
4. Alocamos uma nova arena de tamanho `M`.
5. Inicializamos o seu cabeçalho.
6. Retornamos o ponteiro para o começo da arena, onde está seu cabeçalho, ou `NULL` em caso de problemas.

O código para fazer isso será então:

---

#### Seção: Definição de '\_Wcreate\_arena':

---

```

void *_Wcreate_arena(size_t t){
    bool error = false;
    void *arena;
    size_t p, M, header_size = sizeof(struct arena_header);
    // Operation 2:
    <Seção a ser Inserida: Obter tamanho de página 'p'>
}

```

```

// Operation 3:
M = (((t - 1) / p) + 1) * p;
if(M < header_size)
    M = ((header_size - 1) / p) + 1) * p;
// Operation 4:
    <Seção a ser Inserida: Alocar em 'arena' região de 'M' bytes>
// Operation 5:
    <Seção a ser Inserida: Inicializa cabeçalho em 'arena' de tamanho 'M'>
// Operation 6:
if(error) return NULL;
return arena;
}

```

## 2.5. A Função “\_Wdestroy\_arena”

Uma vez que fornecemos uma forma de criar novas arenas, vamos definir também a função que irá finalizá-las. Esta é uma função mais simples que fará quatro coisas:

1. Destruirá o mutex associado à arena.
2. Imprimirá um aviso na tela se existe alguma coisa ainda alocada na arena.
3. Se estamos em modo de depuração, imprimirá a quantidade de memória que nunca chegou a ser usada pela arena.
4. Devolverá para o Sistema Operacional a memória que ele pediu para a arena.

### Seção: Definição de ‘\_Wdestroy\_arena’:

```

bool _Wdestroy_arena(void *arena){
    struct arena_header *header = (struct arena_header *) arena;
    void *mutex = (void *) &(header -> mutex);
    size_t M = header -> total_size;
    bool ret = true;

    <Seção a ser Inserida: Finaliza '*mutex'>

    if(header -> total_size != header -> remaining_space +
        sizeof(struct arena_header))
        ret = false;
#ifdef W_DEBUG_MEMORY
    printf("Unused memory: %zu/%zu (%f%%)\n",
        header -> smallest_remaining_space, header -> total_size,
        100.0 *
        ((float) header -> smallest_remaining_space) / header -> total_size);
#endif
    <Seção a ser Inserida: Desalocar 'arena' de tamanho 'M' bytes>
    return ret;
}

```

Embora isso nos faça ter que incluir o cabeçalho das funções de entrada e saída padrão se estivermos em modo de depuração:

### Seção: Incluir Cabeçalhos Necessários (continuação):

```

#ifdef W_DEBUG_MEMORY
#include <stdio.h>
#endif

```

## 2.6. Mantendo o Alinhamento em Memória Alocada

Quando vamos alocar uma nova memória começamos com um endereço  $p$  que está disponível no qual iremos colocar nossa memória alocada. Mas devemos respeitar o alinhamento  $a$ , o qual é uma potência de 2 ou o número zero (que significa “qualquer alinhamento”). O modo de fazer isso depende se estamos na pilha esquer-

da (posição inicial da memória na arena) ou direita (posição final da memória na arena). Pois uma das pilhas de memória cresce para posições maiores e outra para menores.

No caso da memória da pilha esquerda, vamos querer colocar nossa alocação em um endereço  $p$ , mas podemos ter que deslocar  $p$  um pouco mais para os próximos endereços para poder alinhar a memória. Fazemos isso considerando que  $a - 1$  representa tanto o pior caso de quantidade de posições que vamos deslocar  $p$  como uma máscara de bits que devem ser nulos para que o endereço seja válido, pelo fato de  $a$  ser uma potência de dois. Sendo assim, nosso código de alinhamento é:

---

**Seção: Alinha ‘p’ e marca ‘offset’ de acordo com ‘a’ (esquerda):**

---

```
offset = 0;
if (a > 1){
    void *new_p = ((char *) p) + (a - 1);
    new_p = (void *) (((uintptr_t) new_p) & ~(uintptr_t) a - 1));
    offset = ((char *) new_p) - ((char *) p);
    p = new_p;
}
```

Para podermos usar o tipo `uintptr_t` usamos a biblioteca abaixo. Esse tipo é a maneira portátil de podermos usar operações bit-a-bit em ponteiros.

---

**Seção: Incluir Cabeçalhos Necessários (continuação):**

---

```
#include <stdint.h>
```

Já na pilha direita, vamos querer alocar em um endereço  $p$ , mas possivelmente teremos que diminuir o endereço inicial para mantê-lo alinhado ao invés de aumentá-lo. Com isso não é necessário somar o endereço inicial com o valor de pior caso  $a - 1$ , basta remover diretamente os bits finais que forem necessários para o alinhamento:

---

**Seção: Alinha ‘p’ e marca ‘offset’ de acordo com ‘a’ (direita):**

---

```
offset = 0;
if (a > 1){
    void *new_p = (void *) (((uintptr_t) p) & ~(uintptr_t) a - 1));
    offset = ((char *) p) - ((char *) new_p);
    p = new_p;
}
```

## 2.7. Alocando Memória

Antes de alocar memória, temos que verificar se existe espaço disponível. Fazemos isso checando os valores do cabeçalho da arena e comparando com o valor que temos que alocar, considerando o pior caso de alinhamento, onde precisaremos de um espaço adicional de  $a - 1$ . Se não houver espaço, o valor  $p$  a ser retornado terá que ser `NULL`.

Se vamos alocar na pilha esquerda, o nosso endereço alocado será a próxima posição depois desse cabeçalho e das coisas alocadas antes após passar por uma correção de alinhamento. Também vamos atualizar o quanto está sendo alocado na variável `left_allocations`.

Se vamos alocar na pilha direita, obtemos o valor do endereço alocado indo para a próxima região livre marcada no cabeçalho da arena e subtraímos do endereço o tamanho que queremos alocar sem o cabeçalho, somando 1 ao resultado. Assim teremos à nossa direita a quantidade certa de memória que precisamos retornar ao usuário. Mas antes disso, novamente fazemos a correção necessária de alinhamento. E como é a pilha direita, armazenamos quanto foi alocado no cabeçalho da arena na variável `right_allocations`.

Uma vez que isso foi feito, basta atualizarmos o cabeçalho da arena com as

próximas posições livres, já que a anterior acabamos de ocupar, e também calculando um novo valor para o espaço livre que ainda temos. Feito isso, p está pronto para ser retornado.

---

#### Seção: Alocação de ‘p’, tamanho ‘t’ em ‘arena’, alinhamento ‘a’:

---

```
{
    int offset;
    struct arena_header *head = (struct arena_header *) arena;
    if(head -> remaining_space >= t + ((a == 0)?(0):(a - 1))){
        if(right){
            p = ((char *) head -> right_free) - t + 1;
            <Seção a ser Inserida: Alinha ‘p’ e marca ‘offset’ de acordo com ‘a’
(direita)>
            head -> right_free = (char *) p - 1;
            head -> right_allocations += (t + offset);
        }
        else{
            p = head -> left_free;
            <Seção a ser Inserida: Alinha ‘p’ e marca ‘offset’ de acordo com ‘a’
(esquerda)>
            head -> left_free = (char *) p + t;
            head -> left_allocations += (t + offset);
        }
        head -> remaining_space -= (t + offset);
#ifdef W_DEBUG_MEMORY
        if(head -> remaining_space < head -> smallest_remaining_space)
            head -> smallest_remaining_space = head -> remaining_space;
#endif
    }
}
```

## 2.8. A Função \_Walloc

Podemos agora juntar as peças para definir a função de alocação. Ela irá receber arena (arena onde o usuário deseja alocar), a (o alinhamento), right (1 se desejamos alocar na pilha direita e 0 na esquerda) e t (tamanho que o usuário deseja alocar).

A primeira coisa a fazer é dar um “wait” no mutex da arena. Depois fazemos a alocação e então damos um “signal” no mutex. Será preciso termos também uma variável p que é o que iremos retornar e apontará para a região de memória requisitada pelo usuário.

---

#### Seção: Definição de ‘\_Walloc’:

---

```
void *_Walloc(void *arena, unsigned a, int right, size_t t){
    struct arena_header *header = (struct arena_header *) arena;
    void *mutex = (void *) &(header -> mutex);
    void *p = NULL;
    <Seção a ser Inserida: “*mutex”:WAIT()>
    <Seção a ser Inserida: Alocação de ‘p’, tamanho ‘t’ em ‘arena’, alinhamento
‘a’>
    <Seção a ser Inserida: “*mutex”:SIGNAL()>
    return p;
}
```

## 2.9. Definição dos Pontos de Memória

Caso tenhamos uma arena que já foi usada e tem armazenada regiões alocadas, mas queiramos nos livrar de todas as alocações e começar de novo, para isso basta

reiniciarmos os valores armazenados no cabeçalho da arena. Os ponteiros para a próxima posição livre e o espaço livre disponível precisa ser atualizado para ficar igual ao valor inicial.

Mas estamos mais interessados não em reiniciar uma arena inteira, mas somente as suas alocações na pilha esquerda ou na direita. Na pilha direita ou esquerda nós sabemos exatamente quanto foi alocado graças à variável `right_allocations` ou `left_allocations` que armazenamos no cabeçalho da arena. Então reiniciamos os valores facilmente para esvaziar somente a pilha na qual estamos interessados:

---

#### Seção: Reinicia memória de pilha em 'arena':

---

```
{
    struct arena_header *header = arena;
    if(right){
        header -> right_free = ((char *) arena) + header -> total_size - 1;
        header -> remaining_space += header -> right_allocations;
        header -> right_allocations = 0;
    }
    else{
        header -> left_free = ((char *) arena) + sizeof(struct arena_header);
        header -> remaining_space += header -> left_allocations;
        header -> left_allocations = 0;
    }
}
```

Mas e se quisermos salvar na arena de memória as informações de alocação atuais para restaurar mais tarde (chamamos tais informações de “ponto de memória”)? A única informação que precisamos armazenar é o conteúdo de `left_allocations` no caso da pilha esquerda e `right_allocations` na pilha direita.

O ponteiro para a próxima região livre `left_free` ou `right_free` pode ser atualizado movendo ele um número de posições igual à diferença entre a quantidade de alocações atuais e a alocação armazenada. O novo valor para a quantidade de espaço livre pode ser obtida somando o valor atual à esta mesma diferença entre valores de alocações.

Entretanto, queremos poder armazenar não um único ponto de memória, mas uma lista de qualquer tamanho deles. Queremos que eles formem uma lista encadeada simples. Sendo assim, um ponto de memória é definido pelo seguinte cabeçalho:

---

#### Seção: Cabeçalho de Ponto de Memória:

---

```
struct memory_point{
    size_t allocations; // Left or right
    struct memory_point *last_memory_point;
};
```

### 2.10. Criação de Ponto de Memória

Criar um novo ponto de memória significa enviar um sinal de *wait* para o mutex, alocar memória para o ponto de memória, inicializá-lo e atualizar informações na arena sobre qual o último ponto de memória, levando em conta se colocamos ele na memória esquerda ou direita. Em seguida podemos liberar o mutex com um *signal*:

---

#### Seção: Definição de '\_Wmempoint':

---

```
bool _Wmempoint(void *arena, unsigned a, int right){
    struct arena_header *header = (struct arena_header *) arena;
    void *mutex = (void *) &(header -> mutex);
    char *p = NULL;
    struct memory_point *point;
    size_t allocations, t = sizeof(struct memory_point);
    <Seção a ser Inserida: “*mutex”:WAIT()>
```

```

if(right)
    allocations = header -> right_allocations;
else
    allocations = header -> left_allocations;
<Seção a ser Inserida: Alocação de 'p', tamanho 't' em 'arena', alinhamento
'a'>
point = (struct memory_point *) p;
if(point != NULL){
    point -> allocations = allocations;
    if(right){
        point -> last_memory_point = header -> right_point;
        header -> right_point = point;
    }
    else{
        point -> last_memory_point = header -> left_point;
        header -> left_point = point;
    }
}
<Seção a ser Inserida: '*mutex':SIGNAL(>
if(point == NULL)
    return false;
return true;
}

```

## 2.10. Restauração de Ponto de Memória

Restaurar o ponto de memória anterior significa mudar o estado da pilha de memória (esquerda ou direita) exatamente como era antes do ponto de memória ser salvo pela última vez. Se ele nunca foi salvo, esvaziamos toda a pilha de memória. A função que fará isso será a `_Wtrash`:

**Seção: Definição de `_Wtrash` (continuação):**

```

void _Wtrash(void *arena, int right){
    struct arena_header *head = (struct arena_header *) arena;
    void *mutex = (void *) &(head -> mutex);
    struct memory_point *point;
    <Seção a ser Inserida: '*mutex':WAIT(>

    if(right){
        point = head -> right_point;
    }
    else{
        point = head -> left_point;
    }
    if(point == NULL){
        <Seção a ser Inserida: Reinicia memória de pilha em 'arena'>
    }
    else{
        if(right){
            head -> remaining_space += (head -> right_allocations -
                                      point -> allocations);
            head -> right_point = point -> last_memory_point;
            head -> right_allocations = point -> allocations;
        }
        else{
            head -> remaining_space += (head -> left_allocations -

```

```

                                point -> allocations);
    head -> left_point = point -> last_memory_point;
    head -> left_allocations = point -> allocations;
}
}
    <Seção a ser Inserida: *mutex':SIGNAL()>
}

```

### 2.11. Organização Final do Arquivo-Fonte

Salvaremos todo o código de definição de funções que fizemos no arquivo abaixo que poderá então ser compilado:

Arquivo: src/memory.c:

```

    <Seção a ser Inserida: Incluir Cabeçalhos Necessários>
#include "memory.h"
    <Seção a ser Inserida: Cabeçalho da Arena>
    <Seção a ser Inserida: Cabeçalho de Ponto de Memória>
    <Seção a ser Inserida: Definição de Wcreate arena>
    <Seção a ser Inserida: Definição de Wdestroy arena>
    <Seção a ser Inserida: Definição de Walloc>
    <Seção a ser Inserida: Definição de Wmempoint>
    <Seção a ser Inserida: Definição de Wtrash>

```

## 3. Desempenho

Para medir o desempenho deste código, foi escrito um programa que executa cada uma das funções definidas aqui cem mil vezes e obtém a média e o desvio padrão, comparando tais medidas com as funções `malloc` e `free` do sistema. Execuções do programa com desvio padrão mais altos foram descartados por assumir que o Sistema Operacional estava realizando tarefas não-relacionadas à execução da função e que isso prejudicou a medida.

Em todas as alocações, escolhemos o valor de 5 KiB para que assim evitar que as implementações de `malloc` tenham que lidar com problemas de alinhamento de memória e assim serem penalizadas. Mas o valor também permite que observemos o custo que estas funções tem de pedirem mais memória para o Sistema Operacional, pois é um valor relativamente alto, maior que o tamanho de uma página na máquina usada. Na função `Walloc`, optamos por pedir qualquer alinhamento e por sempre usar a pilha esquerda para as alocações, pois é a pilha que teria o melhor desempenho devido à localidade espacial das alocações.

É importante notar que embora as funções aqui definidas tenham sido projetadas para executar sempre em tempo constante, independente do tamanho do espaço de memória alocado, as funções `malloc` e `free` de cada um dos sistemas nem sempre segue esta mesma filosofia. Durante as medições, a quantidade de memória alocada e foi mudada para verificar se isso alterava os tempos de execução. Quando detectamos que uma função não executa em tempo constante, nossa maior preocupação foi checar para quais valores a função tem um desempenho equivalente e para quais tem um desempenho pior no computador usado nos testes. Não serão feitas previsões muito quanto ao comportamento exato da função sem uma análise de sua implementação.

### 3.1. OpenBSD

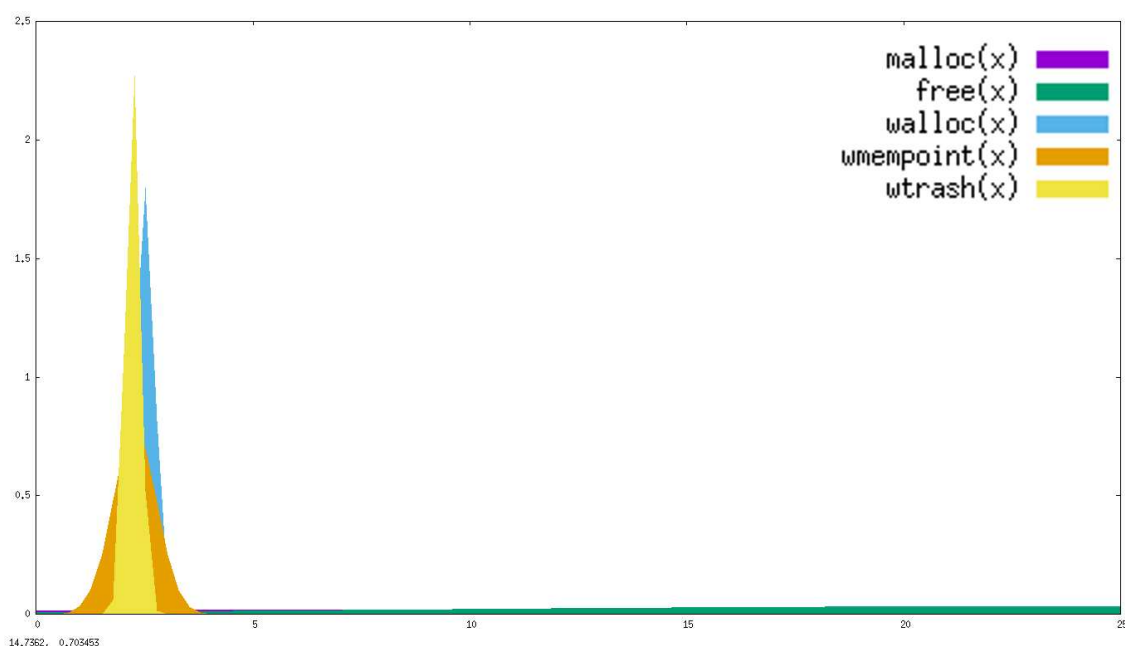
No OpenBSD 6.4 a função `free` não parece executar em tempo constante para diferentes tamanhos de memórias liberadas. O tempo de execução dela parece crescer linearmente à medida que a quantidade a ser liberada cresce exponencialmente, o que parece indicar uma complexidade logarítmica. Na máquina usada nos testes, o desempenho dela ficou próximo ao do `Wfree` somente quando o espaço a ser de-

salocado tinha cerca de 100 bytes. O desempenho mostrado abaixo é para o teste particular de alocações de 5 KiB repetidas por cem mil vezes.

Para valores pequenos, a função `malloc` demonstra um desempenho equivalente à `_Walloc`, indicando que o desempenho menor mostrado na tabela abaixo se deve ao custo de pedir mais memória por meio de uma chamada de sistema ao Sistema Operacional. Contudo, ao contrário da função `free`, não foi observado um aumento contínuo no tempo de execução à medida que a quantidade de memória pedida aumenta.

| Função OpenBSD          | Média ( $\mu s$ ) | Desvio Padrão ( $\mu s$ ) |
|-------------------------|-------------------|---------------------------|
| <code>malloc</code>     | 6,30530874        | 25,124535168              |
| <code>free</code>       | 22,00978538       | 12,809965439              |
| <code>_Walloc</code>    | 2,50560902        | 0,228082461               |
| <code>_Wmempoint</code> | 2,26598656        | 0,505975457               |
| <code>_Wtrash</code>    | 2,22814472        | 0,166606876               |

Podemos observar a diferença entre as funções no gráfico abaixo que mostra a densidade de probabilidade de cada uma das funções acima executar em um dado intervalo de tempo em microssegundos de acordo com os dados acima:



Nota-se que nossas funções implementadas quase sempre executam em menos de 3 microssegundos enquanto as funções nativas do OpenBSD levam um tempo que é bastante próximo de uma distribuição linear entre 0 e um valor máximo. O desvio padrão neste caso é relevante, pois interfere no pior caso observado e por isso deve ser levado em conta ao avaliar o desempenho de uma função de biblioteca.

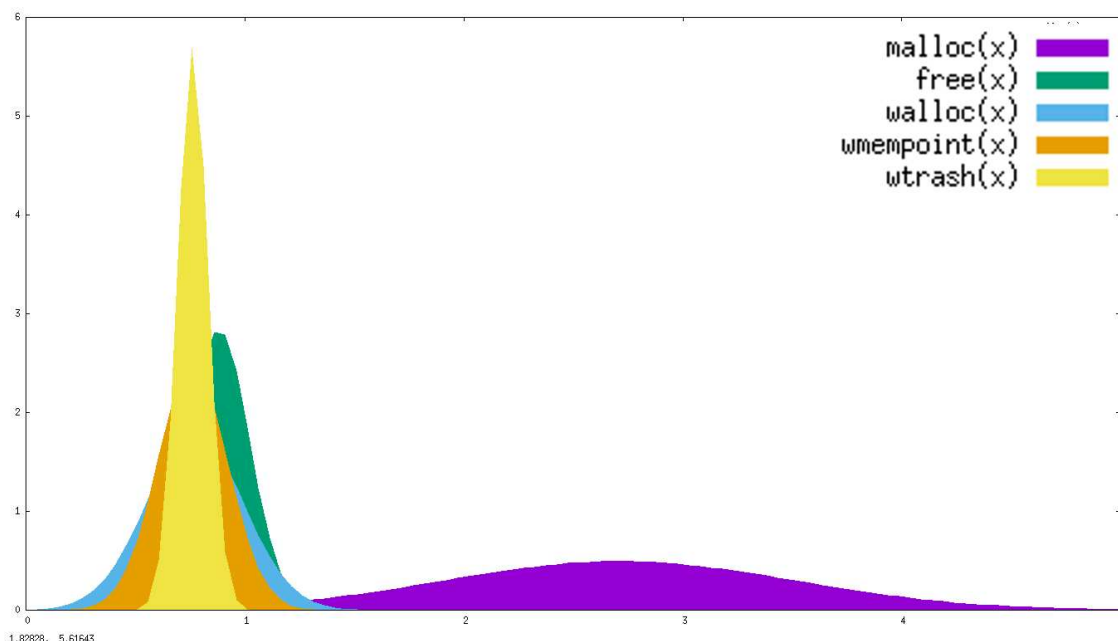
### 3.2. Linux (Ubuntu 19.04)

Ao contrário do OpenBSD que implementa medidas adicionais no alocador de memória para randomizar os endereços obtidos e que sempre retorna imediatamente a memória liberada para o kernel, o Linux tem suas funções mais orientadas a ter um desempenho maior, mesmo que com menos medidas de segurança. Todas as funções estadas demonstram executar em tempo constante no Linux. Os dados obtidos são:



| Função Linux            | Média ( $\mu s$ ) | Desvio Padrão ( $\mu s$ ) |
|-------------------------|-------------------|---------------------------|
| <code>malloc</code>     | 2,71246735        | 0,801445880               |
| <code>free</code>       | 0,87757830        | 0,141186377               |
| <code>_Walloc</code>    | 0,76750440        | 0,218803555               |
| <code>_Wmempoint</code> | 0,75614315        | 0,155982817               |
| <code>_Wtrash</code>    | 0,75579410        | 0,066124620               |

Todas as funções então apresentam um desempenho bastante semelhante, próximo de 1 microssegundo de tempo. Só a função `malloc` da biblioteca padrão que apresenta um desempenho pior e com maior variação. Comparando os piores casos, a nossa função `_Walloc` executa cerca de quatro vezes mais rápido.

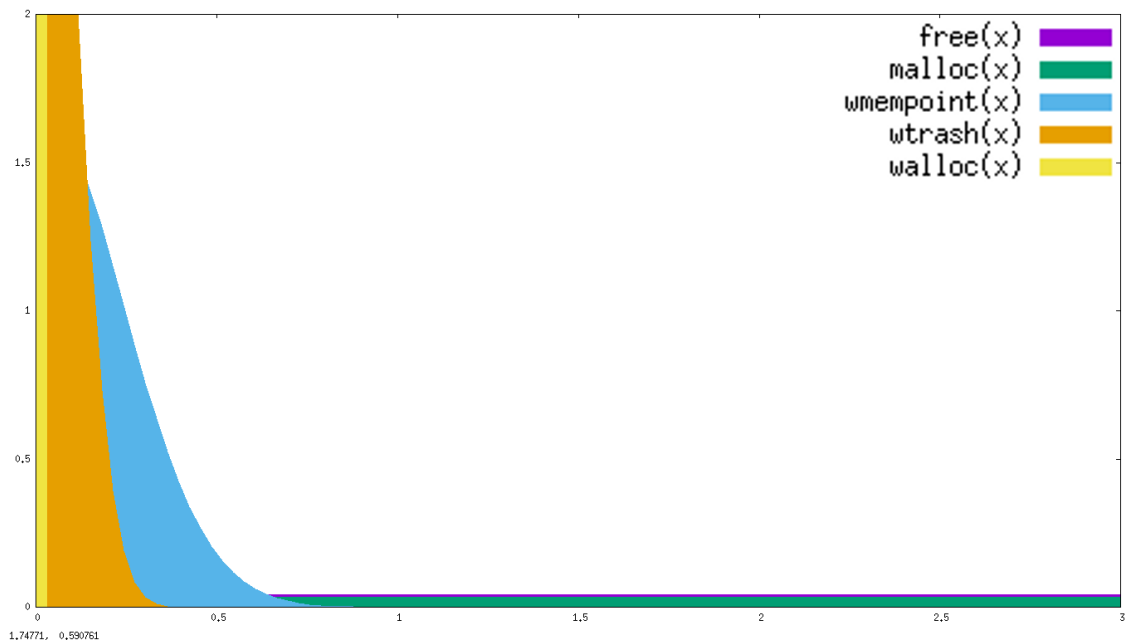


### 3.3. Windows 10

O Windows 10 se destaca por ter tempos médios relativamente baixos em suas funções, mas desvios padrão altos, o que indica que embora o desempenho seja alto, ocasionalmente pode-se ter azar e ter que passar por uma espera maior para que a chamada de sistema termine devolvendo a memória pedida. Apesar dos tempos baixos de execução das funções de gerenciamento de memória, nossa implementação conseguiu tempos ainda menores e sem o problema do desvio padrão alto.

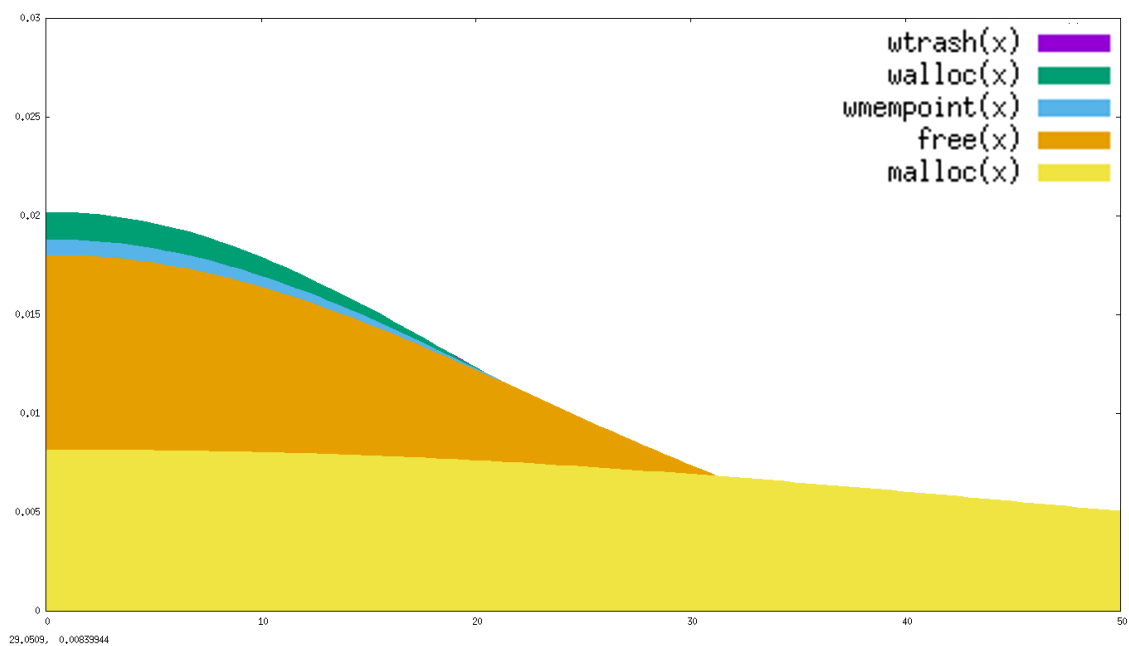
| Função Windows          | Média ( $\mu s$ ) | Desvio Padrão ( $\mu s$ ) |
|-------------------------|-------------------|---------------------------|
| <code>malloc</code>     | 1,59881           | 11,466939064              |
| <code>free</code>       | 0,57427           | 9,402517112               |
| <code>_Walloc</code>    | 0,00003           | 0,005477171               |
| <code>_Wmempoint</code> | 0,00515           | 0,233332428               |
| <code>_Wtrash</code>    | 0,00045           | 0,097825831               |

O comportamento das funções no Windows parece indicar uma diferença de filosofia na implementação comparada à implementação Linux. No Windows a prioridade parece ser deixar o tempo médio das funções menor, mesmo que para isso tenha-se que lidar com um pior caso muito ruim, mas que dificilmente acontece. No Linux a prioridade era evitar surpresas ruins com o pior caso, mesmo que para isso o tempo médio de execução fique um pouco maior.



### 3.4. Web Assembly (Firefox Quantum 67.04)

| Web Assembly (Firefox) | Média ( $\mu s$ ) | Desvio Padrão ( $\mu s$ ) |
|------------------------|-------------------|---------------------------|
| malloc                 | 2,399475651       | 48.931141529              |
| free                   | 0,489213791       | 22,130980751              |
| _Walloc                | 0,394548569       | 19,744325980              |
| _Wmempoint             | 0,451152325       | 21,208728454              |
| _Wtrash                | 0,398001614       | 19,744481718              |



Executando em um ambiente Web Assembly em um navegador de Internet, compreensivelmente todas as funções passaram a ter desvio padrão maior. A surpresa é que o tempo médio muitas vezes foi menor comparado ao do Sistema Operacio-

nal (os testes de Web Assembly foram feitos no Linux) e as nossas funções, ainda demonstraram desvio menor que as funções da biblioteca do sistema.

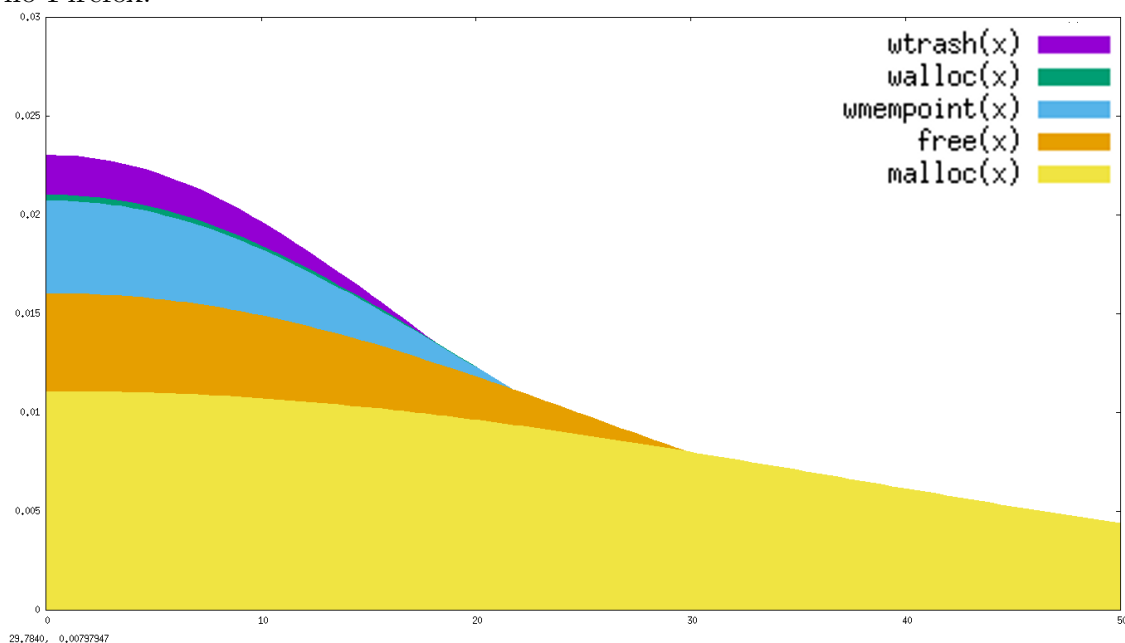
No gráfico não é possível distinguir as funções `_Walloc` e `_Wtrash`, já que ambas tiveram comportamento praticamente idêntico nos testes.

### 3.5. Web Assembly (Microsoft Edge 40.15254.369)

Executando o código em Web Assembly no Microsoft Edge do Windows 10 tivemos um desempenho semelhante ao Web Assembly do Firefox. A diferença é que as funções tendem a gastar um tempo um pouco mais previsível, com um desvio padrão menor. O tempo médio ficou apenas ligeiramente menor. Aqui o `malloc` sendo executado no navegador de Internet teve um desempenho médio melhor que o `malloc` executando nativamente.

| Web Assembly (Edge)     | Média ( $\mu s$ ) | Desvio Padrão ( $\mu s$ ) |
|-------------------------|-------------------|---------------------------|
| <code>malloc</code>     | 1,075476093       | 36,039479231              |
| <code>free</code>       | 0,620922375       | 24,892216258              |
| <code>_Walloc</code>    | 0,366360054       | 18,970295969              |
| <code>_Wmempoint</code> | 0,346548996       | 19,232215457              |
| <code>_Wtrash</code>    | 0,302235565       | 17,317682053              |

O gráfico abaixo está exatamente na mesma escala que o anterior do desempenho no Firefox.



## 4. Conclusão

Em todos os casos de teste, as funções que desenvolvemos apresentaram um desempenho de tempo melhor e mais previsível em comparação às funções de gerenciamento de memória nativas. O desempenho ocorre principalmente devido a não precisarmos realizar chamadas de sistema para alocar mais memória, uma chamada de sistema ocorre na inicialização e depois disso apenas gerenciamos esta mesma memória alocada.

Isso traz a desvantagem de termos que especificar logo no começo da execução de um programa qual a quantidade máxima de memória que ele poderá usar. Outra desvantagem existente é não termos mais acesso à uma função `free`. Toda a desalocação deve ocorrer em blocos. Em aplicações que podem se adaptar à este esquema, elas podem obter melhoras de desempenho ainda maiores, pois sucessivas chamadas

de uma função `free` podem ser substituídas por uma só chamada de função `_Wtrash`.

Em alguns casos, pode-se usar em sequência `_Wmempoint`, `_Walloc` e `_Wtrash` para simular um uso de `malloc` seguido de `free` para quando quer se alocar algo temporariamente para ser desalocado em seguida. Para este caso, em todos os sistemas testados chamar as três primeiras funções é mais rápido que chamar as duas últimas e o desempenho continua melhor.

Todas as desvantagens expostas não são um problema em algumas aplicações como o desenvolvimento de jogos. Neles de qualquer forma não se deve usar mais recursos do que o que é especificado de antemão e a estrutura de um jogo se adapta à um gerenciador de memória baseado em pilhas de alocação. O uso das funções definidas aqui pode então trazer vantagens como diminuição de tempo de carregamento de recursos graças à alocações mais rápidas, que em um jogo tipicamente ocorrem na inicialização de um novo cenário ou fase do jogo.

## Referências

Gregory, J. (2019) “Game Engine Architecture”, CRC Press, terceira edição.

Zakai, A. (2011) “Emscripten: an LLVM-to-JavaScript compiler”, Proceedings of the ACM international conference companion on Object oriented programming systems languages and applications companion, p. 301–312.

Knuth, D. E. (1984) “Literate Programming”, The Computer Journal, volume 27, edição 2, p. 97–111

Ranck, S. (2000) “Game Programming Gems”, Charles River Media, volume 1, edição 1, p. 92–100