

COMPLEXIDADE

Os algoritmos são construídos de forma semelhante. Sempre ordenando as arestas, sendo 'a' o número de arestas e 'n' o número de nós. $O(a \log a)$ para ordenar as arestas, $O(n)$ para falar que cada $\text{pai}[i]=i$, no pior caso $O((2a + n - 1) \lg^* n)$, que no meu caso é esse trecho de código :

```
for(int i = 1; i <= m; i++){

    if( procurar(aresta[i].x) != procurar(aresta[i].y) ){

        join(aresta[i].x, aresta[i].y);

        mst[++tam] = aresta[i];

        contador+=mst[tam].dis;

        aresta[i].x = aresta[i].y;

    }

}
```

Sendo :

```
int procurar(int x){
    if(pai[x] == x) return x;
    return pai[x] = procurar(pai[x]);
}
```

CORRETUDE

Usei o algoritmo de Kruskal nas três questões. O algoritmo de Kruskal, determina uma árvore geradora A, de custo mínimo, conectando com custos reais as arestas.

Assim, vamos provar. Uma árvore geradora de custo mínimo pode não ser única.

Seja B uma árvore geradora de custo mínimo, próxima de A, mostrando-se que $A = B$.

- Seja e_1, e_2, \dots, e_{n-1} a sequência das arestas de A.
- Suponha que $A \neq B$. E 'i' é o menor índice tal que $\{e_1, e_2, \dots, e_i\}$ contido em $E(B)$ e e_{i+1} não pertence a $E(B)$.
- A inclusão de e_{i+1} em B forma um circuito que deve conter essa aresta 'x' que não pertence a $E(B)$, senão teríamos um circuito em B.
- Como x, e_1, e_2, \dots, e_i pertencem à B e o algoritmo consulta as arestas por ordem de custo, conclui-se que $\text{peso}(x) \geq \text{peso}(e_{i+1})$, senão x teria sido escolhido no lugar de e_{i+1} . Consideramos a árvore geradora $B' = (B - \{x\}) \cup \{e_{i+1}\}$.
- Portanto, se $\text{peso}(x) > \text{peso}(e_{i+1})$, B' é uma árvore geradora de custo menor do que B, o que é uma contradição.

- Se $\text{peso}(x) = \text{peso}(e_{i+1})$, M' é uma árvore geradora de custo mínimo, mas B' contém as arestas $e_1, e_2 \dots e_i, e_{i+1}$, contradizendo a escolha de B .
- Portanto $A=B$.

TIAGO LIMA MARINHO