



Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Elétrica

ELE075 – Sistemas Nebulosos

Lista de Exercícios

1. Utilizando a função característica, prove as seguintes propriedades dos conjuntos clássicos.

$$\overline{\overline{A}} = A \text{ (Involução)} \quad A \cup (A \cap B) = A \text{ (Absorção)} \quad A \cap \overline{A} = \emptyset \text{ (Contradição)}$$
$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \text{ (De Morgan)}$$

2. Usando os operadores clássicos de união, interseção e complemento, verifique se estas propriedades são também válidas para conjuntos nebulosos.

$$\overline{\overline{A}} = A \text{ (Involução)} \quad A \cup (A \cap B) = A \text{ (Absorção)} \quad A \cap \overline{A} = \emptyset \text{ (Contradição)}$$
$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \text{ (De Morgan)}$$

3. Prove que o complemento de Sugeno $N(a) = \frac{1-a}{1+sa}$ com $s \in (-1, \infty)$ atende aos axiomas n1, n2 e n4; a é um conjunto nebuloso.

$$(n1): N(0) = 1 \text{ e } N(1) = 0$$

$$(n2): N(a) \geq N(b) \text{ se } a \leq b$$

$$(n4): N(N(a)) = a$$

4. Prove que a soma probabilística $S(a, b) = a + b - ab$ atende aos axiomas s1, s2, s3 e s4; a e b são conjuntos nebulosos.

$$(s1): S(0, 0) = 0 \text{ e } S(a, 0) = S(0, a) = a$$

$$(s2): S(a, b) \leq S(c, d) \text{ se } a \leq c \text{ e } b \leq d$$

$$(s3): S(a, b) = S(b, a)$$

$$(s4): S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$$

5. Prove que o Produto $T(a, b) = ab$ atende aos axiomas t1, t2, t3 e t4; a e b são conjuntos nebulosos.

$$(t1): T(0, 0) = 0 \text{ e } T(a, 1) = T(1, a) = a$$

$$(t2): T(a, b) \leq T(c, d) \text{ se } a \leq c \text{ e } b \leq d$$

$$(t3): T(a, b) = T(b, a)$$

$$(t4): T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$$

6. Usando a Lei de De-Morgan Generalizada $T(a, b) = N(S(N(a), N(b)))$, mostre que os operadores Soma Probabilística $S(a, b) = a + b - ab$ e Produto $T(a, b) = ab$, são duais em relação ao complemento de Zadeh: $N(a) = 1 - a$.

7. Seja o universo $X = \{1, 2, 3, 4\}$ e o conjunto “small integers” definido como $A = \{(1, 1), (2, 0.5), (3, 0.4), (4, 0.2)\}$. Seja a relação fuzzy (R) “almost equal” definida como

	1	2	3	4
1	1	0.8	0	0
2	0.8	1	0.8	0
3	0	0.8	1	0.8
4	0	0	0.8	1

Forneça a função de pertinência do conjunto $B = \text{“rather small integers”}$, de forma que ele é resultado da composição $A \circ R$. Use a composição *max-min*;

8. Plote as funções de pertinência para os valores linguísticos a seguir:

$$\mu_{young}(x) = gaussian(x, 0, 20) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{20} \right)^2}$$

$$\mu_{old}(x) = gaussian(x, 100, 30) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-100}{30} \right)^2}$$

9. Usando as funções de pertinência do exercício anterior obtenha as seguintes funções de pertinência para os termos não-primários:

(a) *not very young and not very old*;

(b) *very young and very old*;

10. Considere as seguintes regras nebulosas:

Se x é A_1 então y é B_1

Se x é A_2 então y é B_2

onde A_1, A_2, B_1 e B_2 são conjuntos nebulosos definidos como:

$$A_1 = 0.2/x_1 + 0.4/x_2 + 0.5/x_3; \quad A_2 = 1/x_1 + 1/x_2 + 0.3/x_3$$

$$B_1 = 0.1/y_1 + 0.3/y_2; \quad B_2 = 0.6/y_1 + 0.2/y_2$$

Dado o fato: x é A'

$$\text{sendo } A' = 0/x_1 + 1/x_2 + 0/x_3:$$

Usando o processo de raciocínio nebuloso, obtenha o valor da conclusão B' . Utilize os operadores de Zadeh mínimo como T-norma e máximo como S-norma.

11. Considere um sistema nebuloso composto pelas as seguintes regras:

Se x é A_1 então y é C_1

Se x é A_2 então y é C_2

onde:

$$\text{com } \mu_{A_1}(x) = \text{trapmf}(x, [3 \ 4 \ 5 \ 6])$$

$$\mu_{A_2}(x) = \text{trapmf}(x, [6 \ 6.5 \ 7 \ 7.5])$$

$$\mu_{C_1}(y) = \text{trimf}(y, [3 \ 4 \ 5])$$

$$\mu_{C_2}(y) = \text{trimf}(y, [4 \ 5 \ 6])$$

Dado o fato x é A' , onde A' é dada por:

$$\mu_{A'}(x) = \text{trimf}(x, [5 \ 6 \ 7])$$

Esboce graficamente o processo de raciocínio nebuloso e obtenha a conclusão C' . Utilize os operadores produto como T-norma e máximo como S-norma. Reproduza o processo no MatLab;