UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

# Sistemas Nebulosos

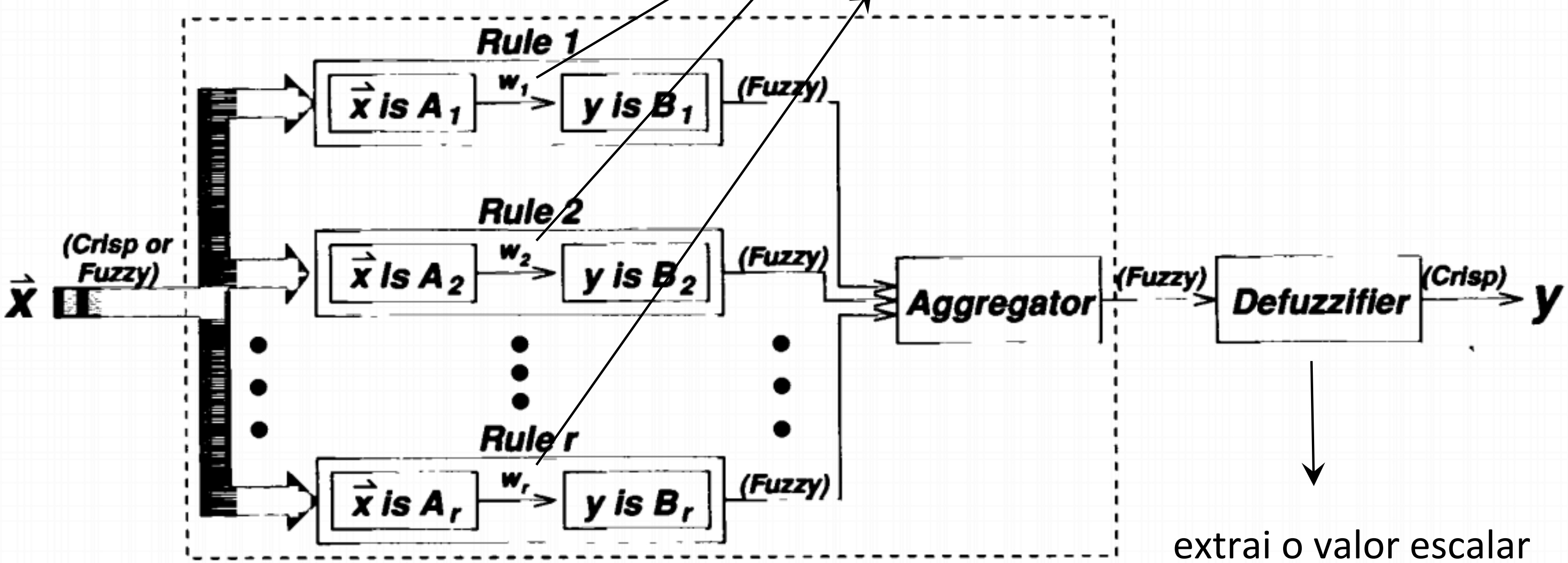
## Sistema de Inferência Nebulosa

Cristiano Leite de Castro

Adaptação de material didático do Prof.  André Paim Lemos (DELT)

# Sistema de Inferência Nebulosa

grau de compatibilidade da entrada com cada antecedente da regra




extrai o valor escalar que melhor representa o conjunto Fuzzy

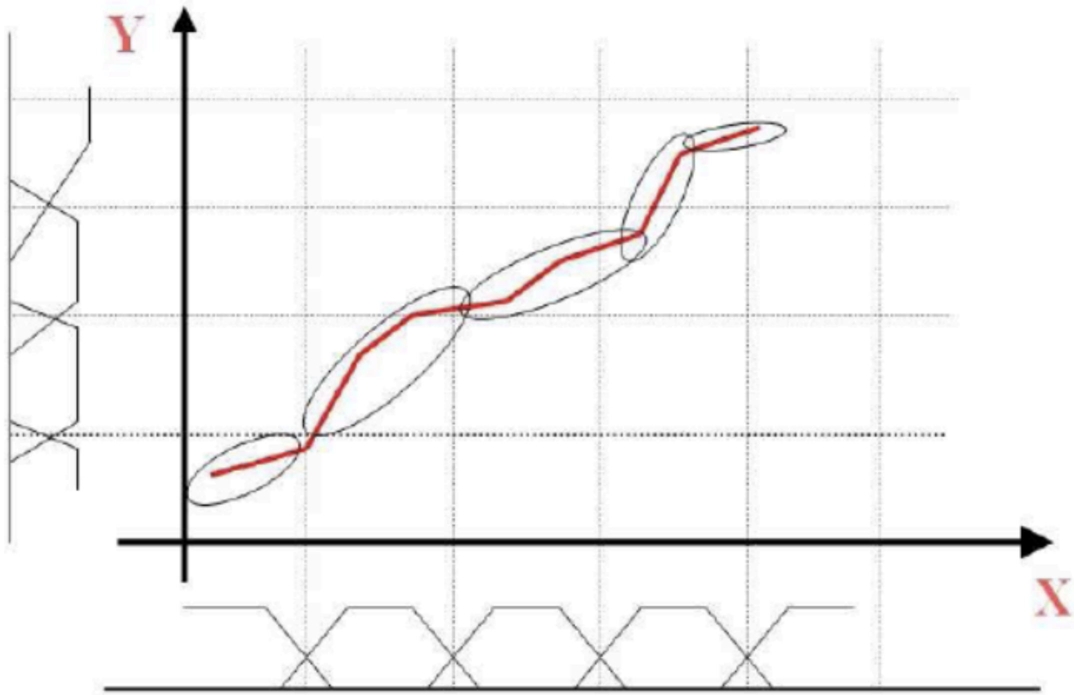
# Sistema de Inferência Nebulosa

- Ao se considerar **entradas e saídas escalares**, um sistema de inferência Fuzzy implementa um **mapeamento não-linear** do espaço de entrada para o espaço de saída;
- Este mapeamento é realizado pelo conjunto de regras, sendo que cada uma delas é responsável por descrever o comportamento local do mapeamento não-linear;
  - Ou seja, para cada regra:

    se (X é A1) e (Y é B1) Então Z é C1

    - o antecedente da regra define a região no espaço de entrada;
    - e o consequente especifica a saída correspondente para aquela região;

# Comportamento Local do Mapeamento Não-Linear




- *É sempre possível aproximar uma curva com um número finito de remendos.*

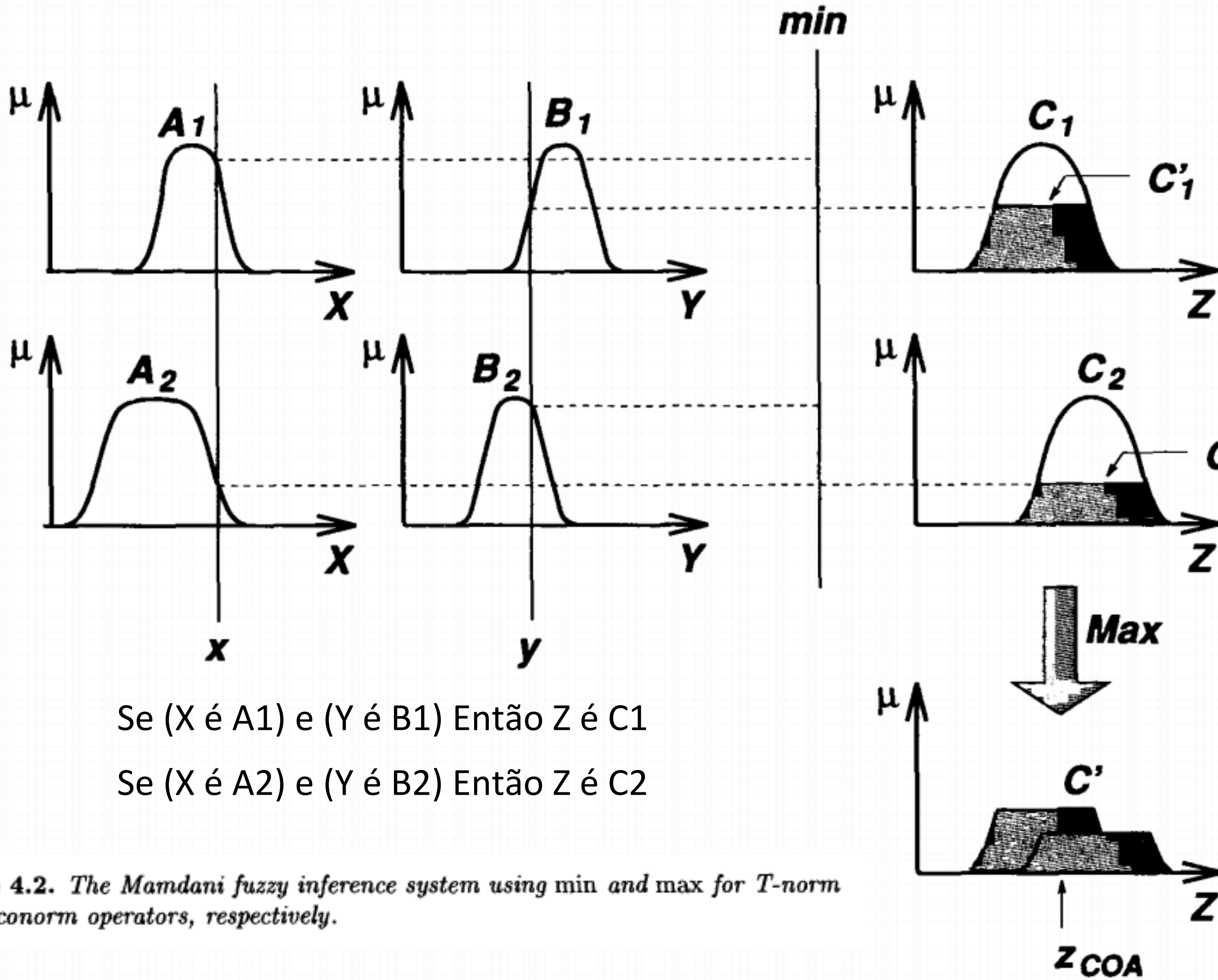
Bart Kosko

# Sistema de Inferência Nebulosa

- Principais Sistemas de Inferência:
  - MAMDANI
  - SUGENO

A diferença entre eles está na forma como definem os consequentes das regras.

# Modelo Nebuloso de Mamdani

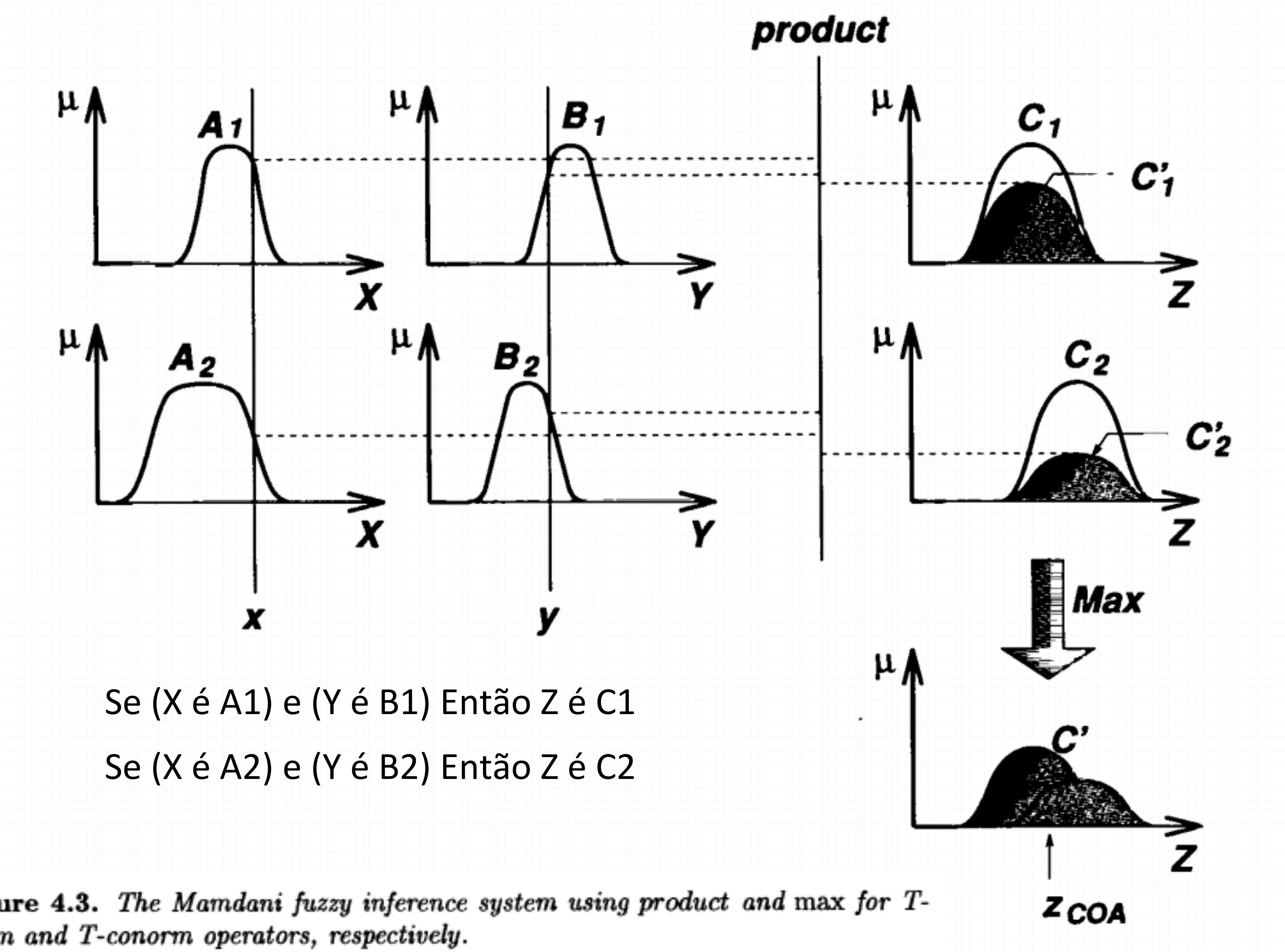



Se (X é A1) e (Y é B1) Então Z é C1

Se (X é A2) e (Y é B2) Então Z é C2

**Figure 4.2.** *The Mamdani fuzzy inference system using* min *and* max *for T-norm and T-conorm operators, respectively.*

# Modelo Nebuloso de Mamdani



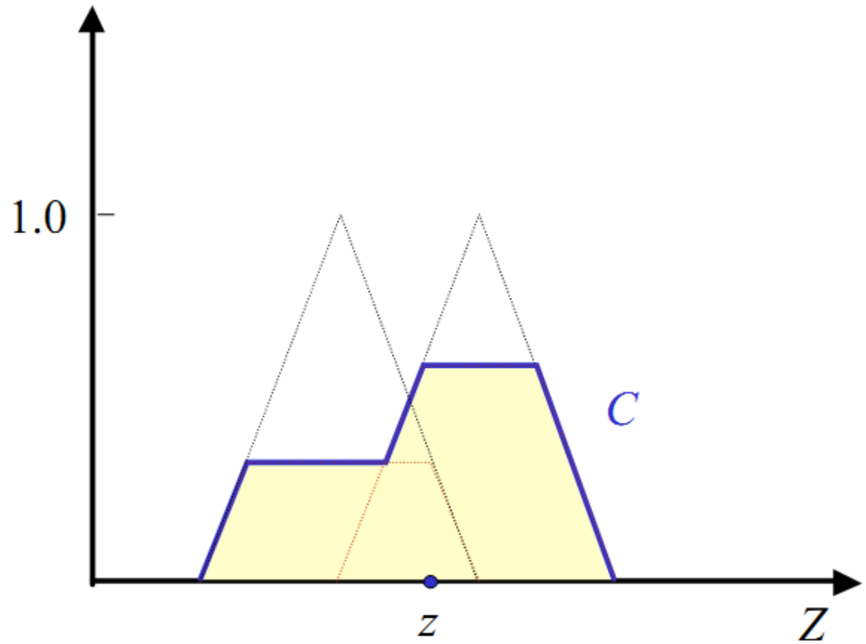

Se (X é A1) e (Y é B1) Então Z é C1

Se (X é A2) e (Y é B2) Então Z é C2

**Figure 4.3.** *The Mamdani fuzzy inference system using product and* max *for T-norm and T-conorm operators, respectively.*

# Defuzzificação

- Centro de Gravidade:




$$z = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i C(z_i)}{\sum_{i=1}^{n} C(z_i)}$$

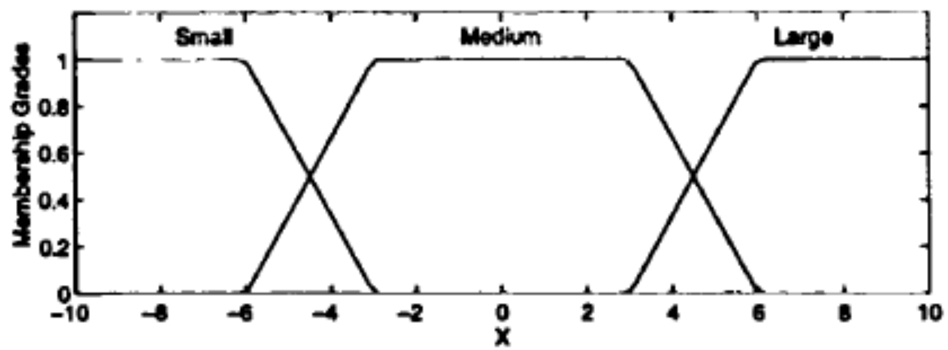
# Modelo Nebuloso de Mamdani

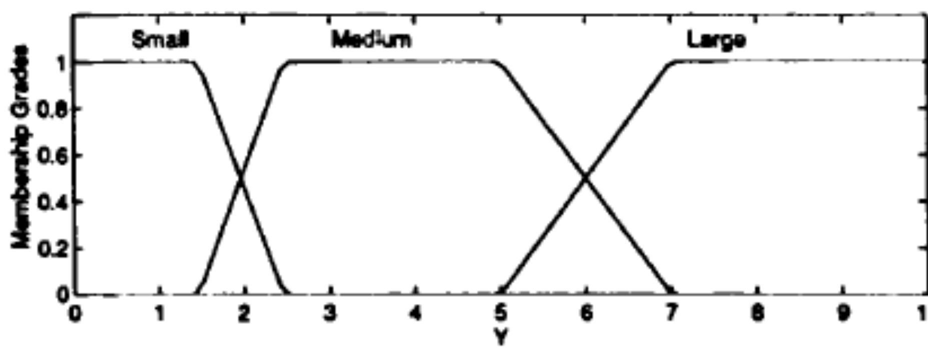
- **Exemplo**: sistema *Fuzzy* com uma única entrada e uma única saída

$$\begin{cases} \text{If } X \text{ is small then } Y \text{ is small.} \\ \text{If } X \text{ is medium then } Y \text{ is medium.} \\ \text{If } X \text{ is large then } Y \text{ is large.} \end{cases}$$

$X \in [-10,10]$

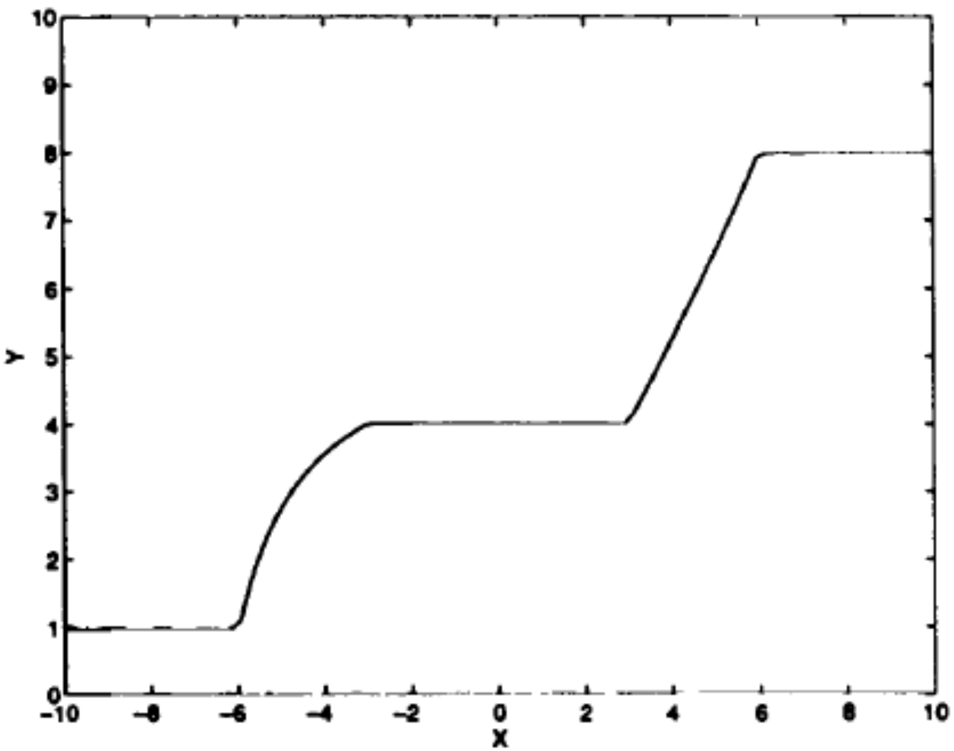
$Y \in [0, 10]$



# Modelo Nebuloso de Mamdani

- **Exemplo**: sistema *Fuzzy* com uma única entrada e uma única saída




Mapeamento Entrada-Saída Resultante

# Modelo Nebuloso de Sugeno

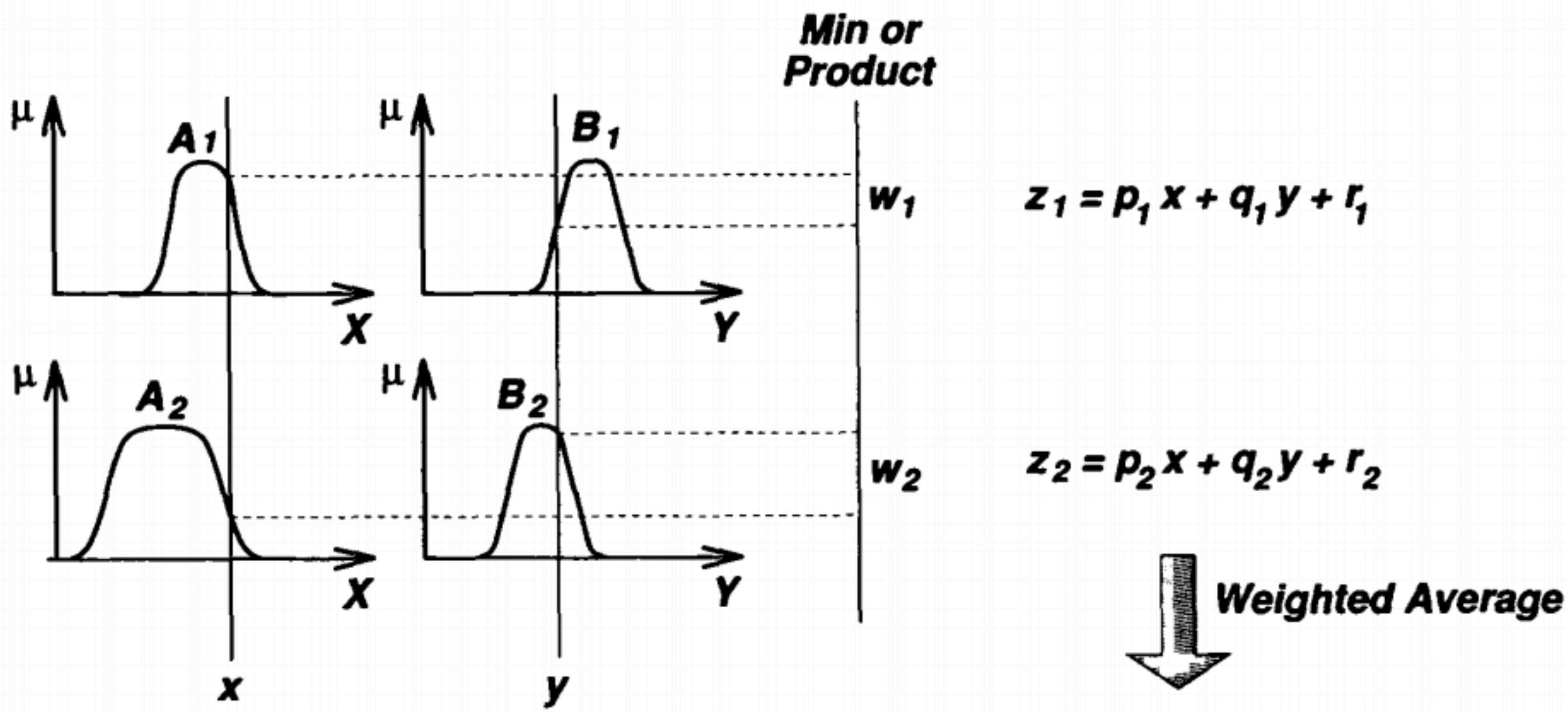
- **Uma típica regra fuzzy no Modelo de Sugeno assume a forma:**

$$se\ x \text{ é } A\ e\ y \text{ é } B\ então\ z = f(x, y)$$

onde *A* e *B* são conjuntos *Fuzzy* no antecedente e $z = f(x, y)$ é geralmente um polinômio que produz um valor escalar;

- na prática $z = f(x, y)$ pode ser qualquer função que descreva a saída do modelo dentro de uma região do espaço de entrada especificada pelo antecedente da regra;

# Modelo Nebuloso de Sugeno




Se (X é A1) e (Y é B1) Então $Z1=p_1X + q_1Y+r_1$

Se (X é A2) e (Y é B2) Então $Z2=p_2X + q_2Y+r_2$

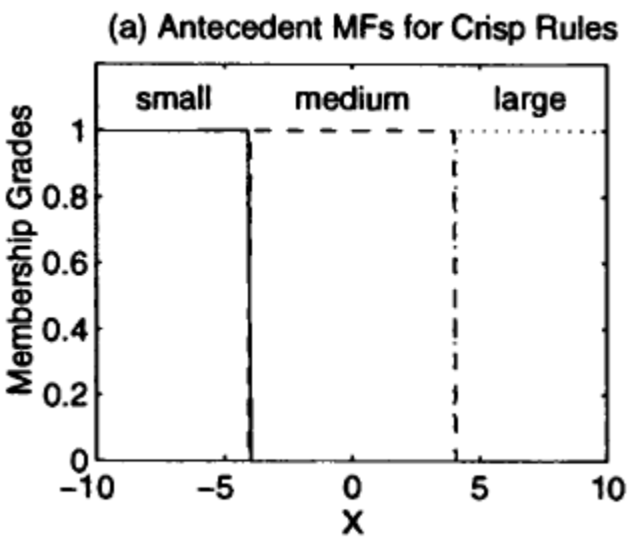
# Modelo Nebuloso de Sugeno

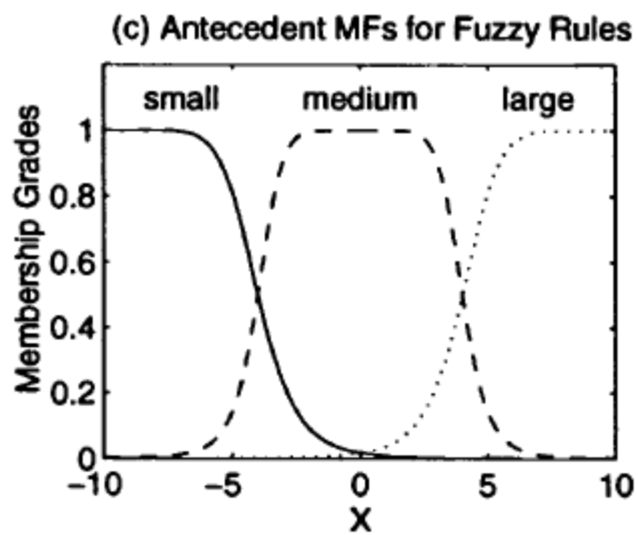
- **Exemplo**: sistema *Fuzzy* com uma única entrada e uma única saída

$$\begin{cases} \text{If } X \text{ is small then } Y = 0.1X + 6.4. \\ \text{If } X \text{ is medium then } Y = -0.5X + 4. \\ \text{If } X \text{ is large then } Y = X - 2. \end{cases}$$

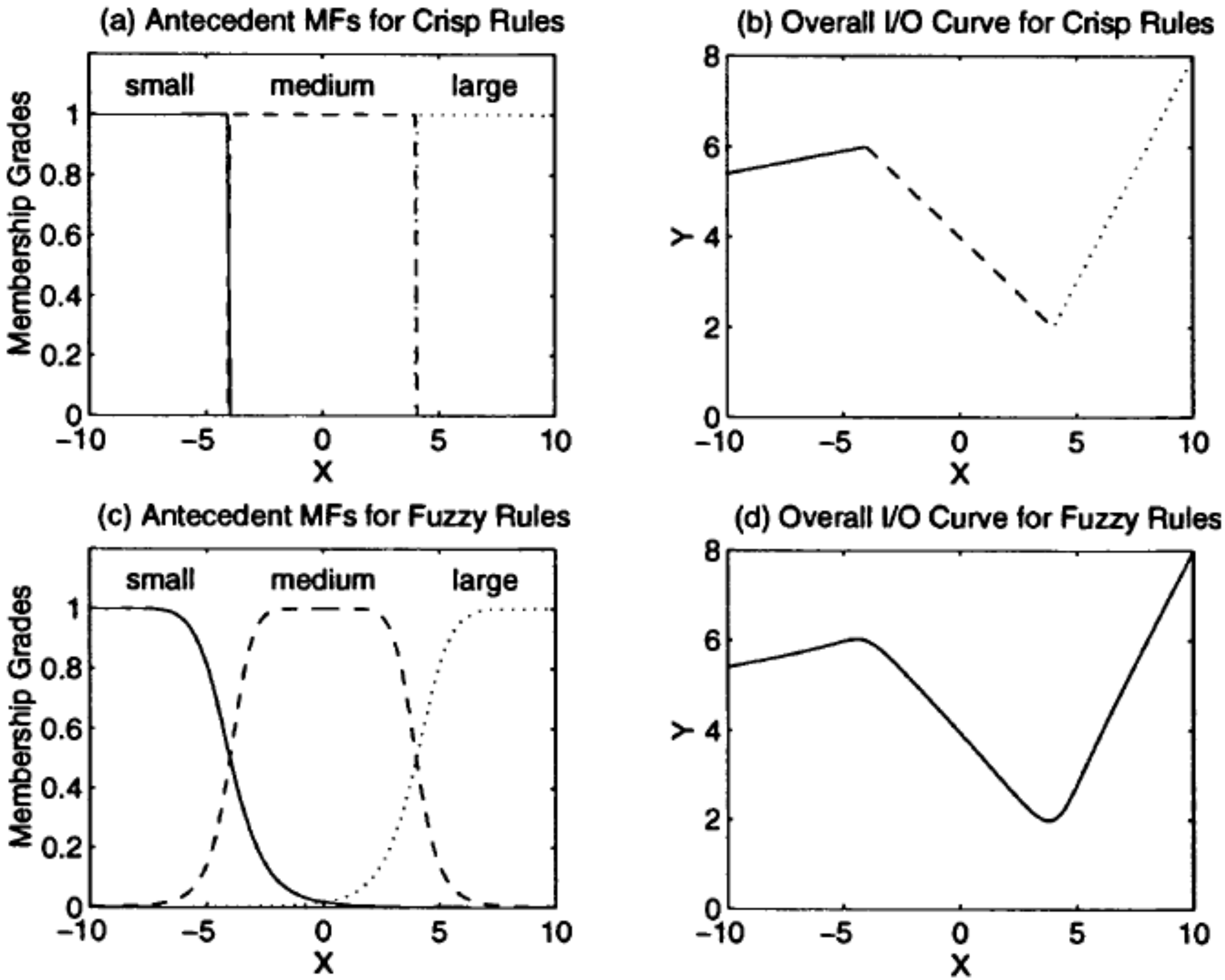
$X \in [-10,10]$

$Y \in [-10,10]$



# Modelo Nebuloso de Sugeno



# Exercícios:

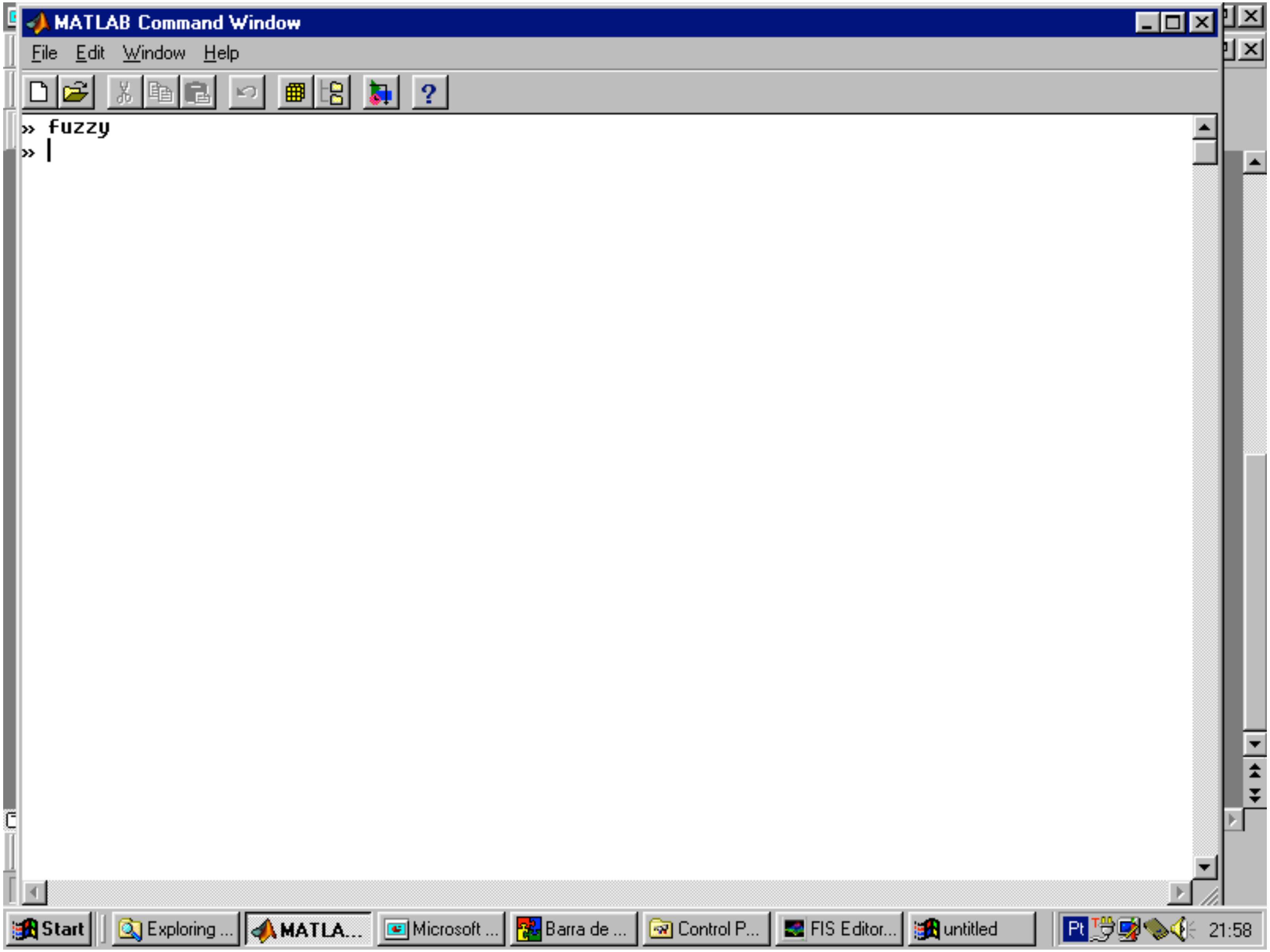
- Projetar um Sistema Nebuloso para Aproximação da Função:

$$y = x^2; x \in [-1,1]$$

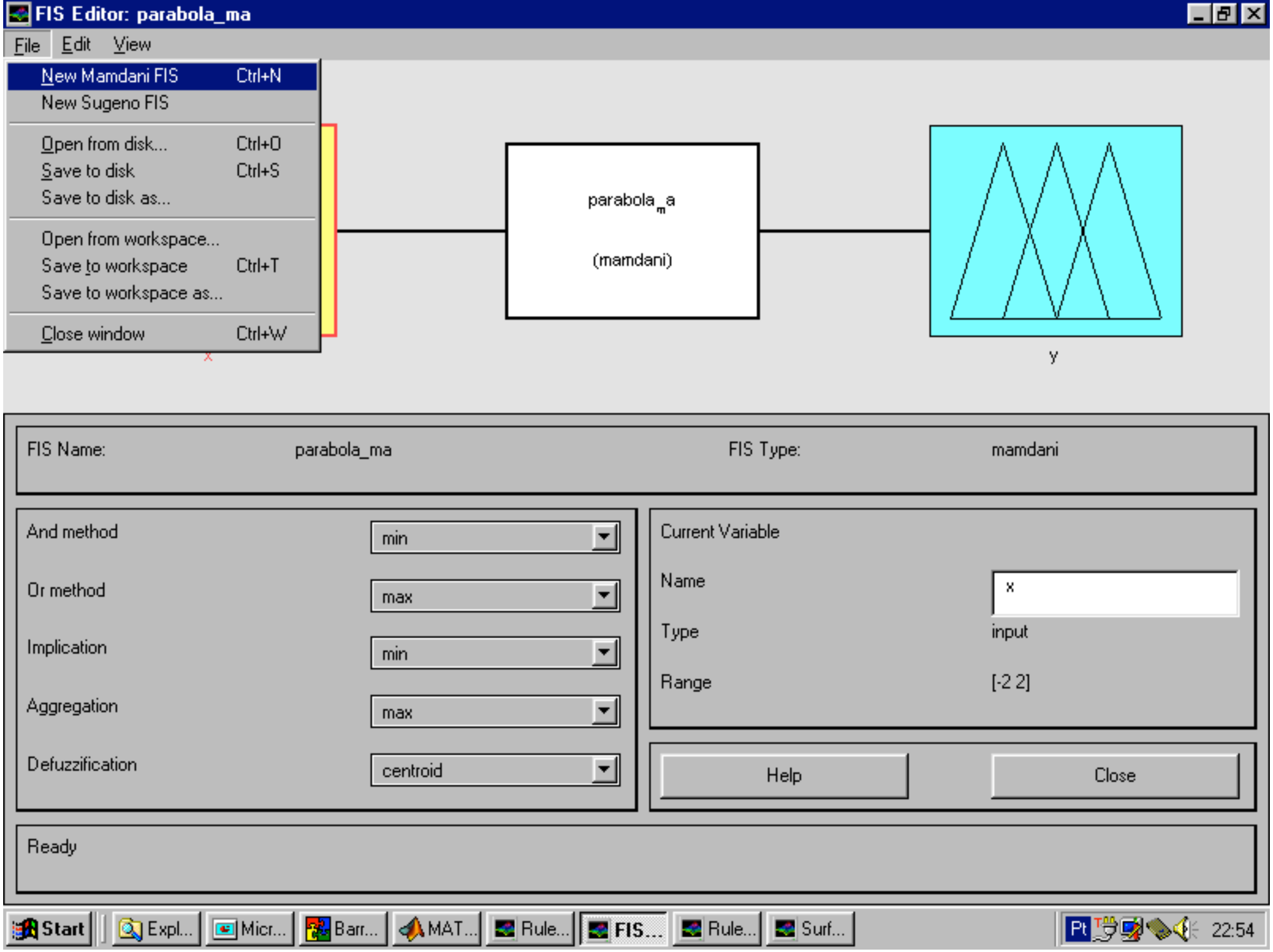
1. Analiticamente, através de uma aproximação linear por partes usando o método de Sugeno.
2. Usando o método de Mandani e o *toolbox* Fuzzy do MatLab.

# PASSOS DO PROJETO

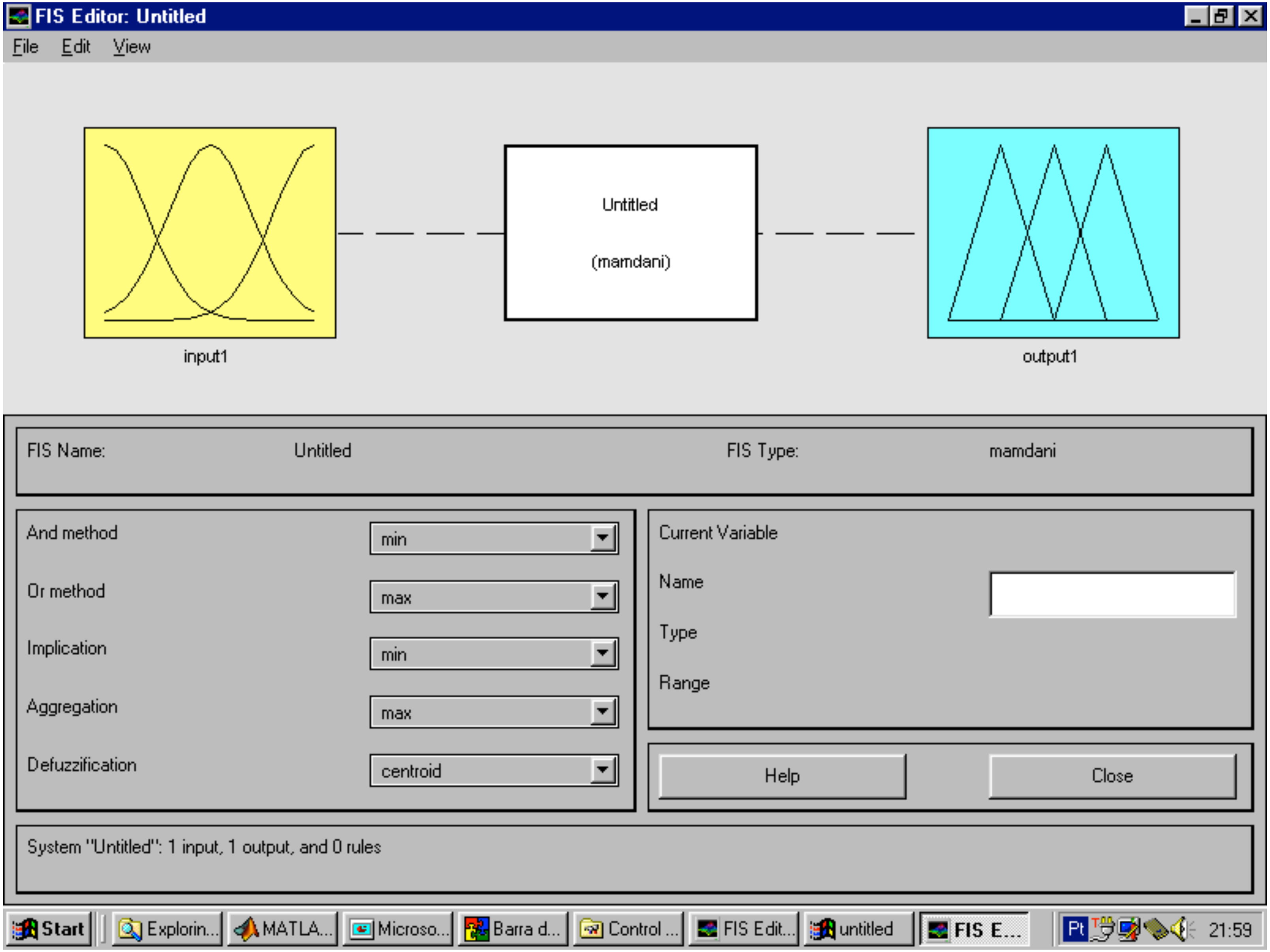
- Definição das variáveis de entrada (x) e saída (y);
- Definição dos universo de discurso das x e y;
- Definição do mecanismo de inferência;
- Definição das funções de pertinência (número e tipo) sobre x e y;
- Definição dos operadores: AND, OR, implicação, agregação de regras e defuzificação;
- Definição da base de regras;
- Ajustes necessários.



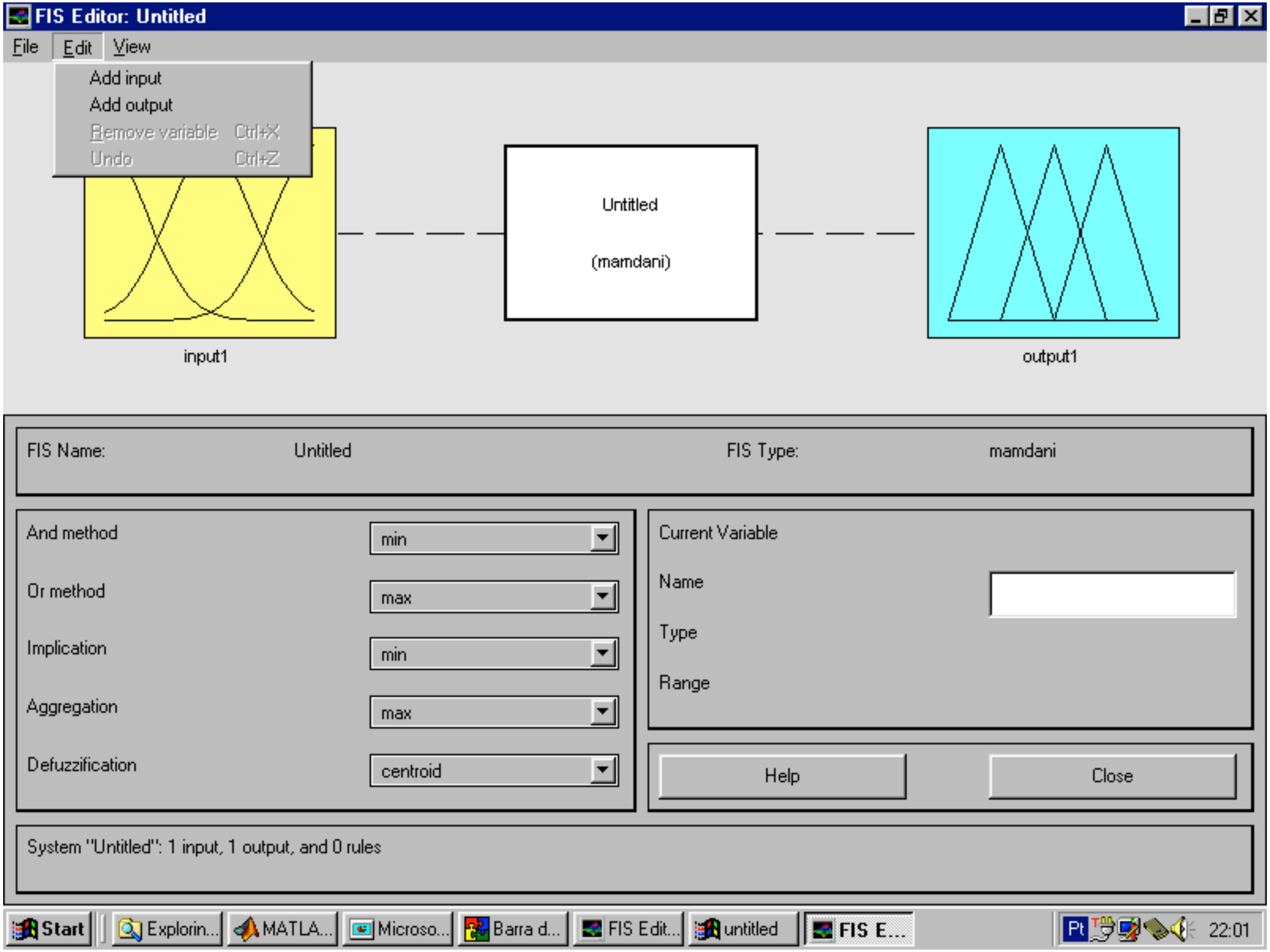

Chamando o Toolbox de Fuzzy Logic



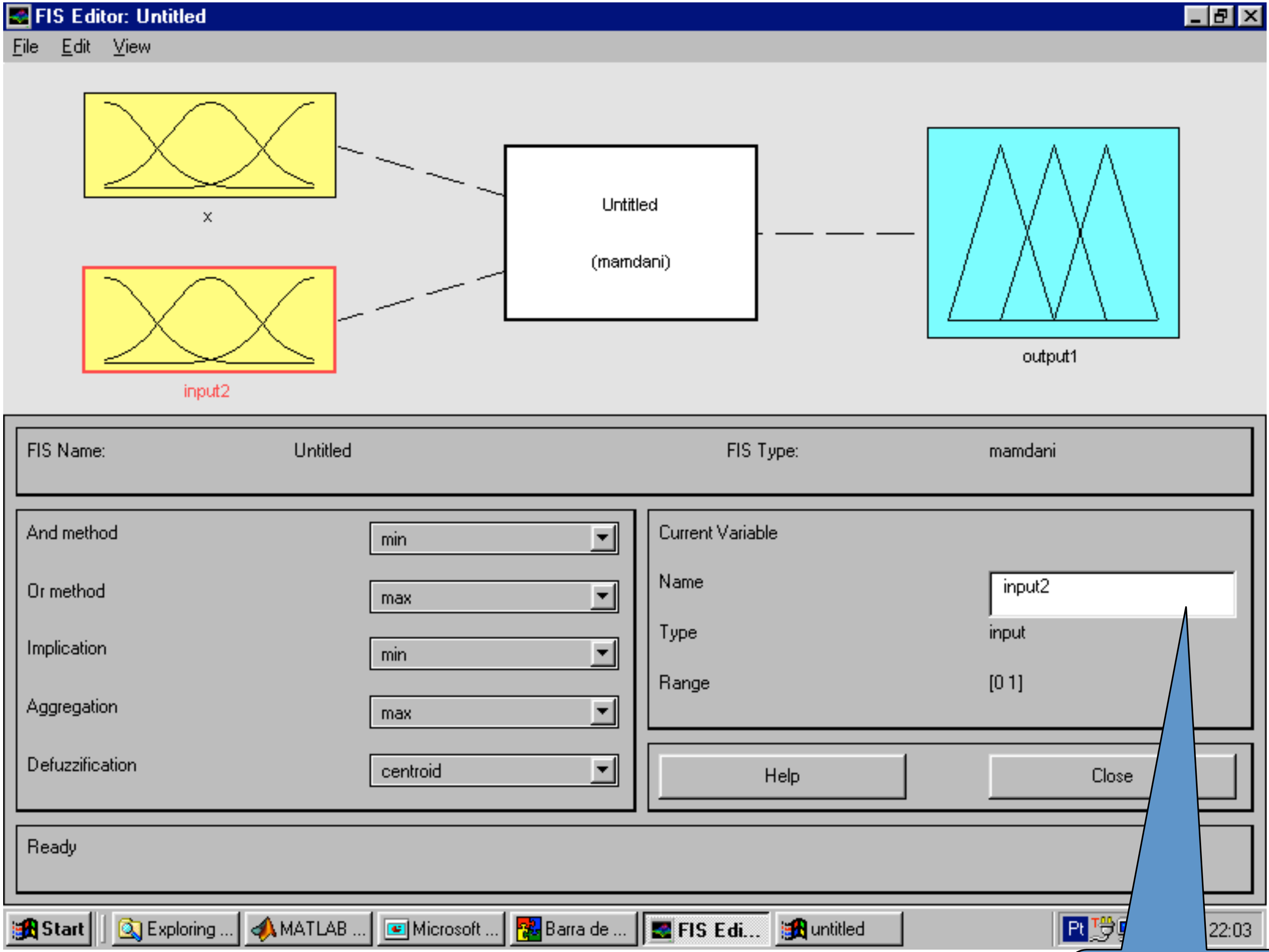

Escolhendo o sistema de inferência



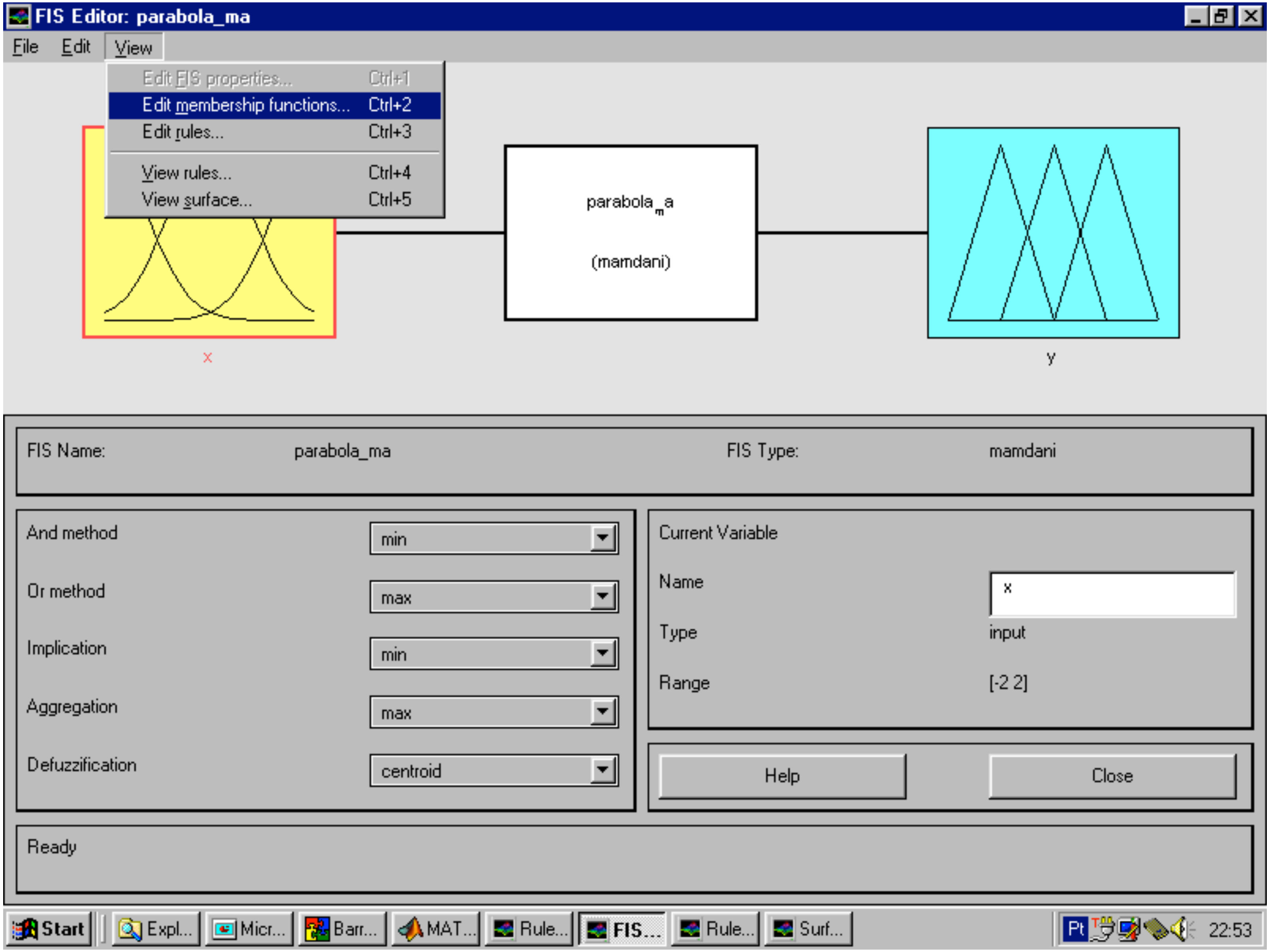

Tela principal



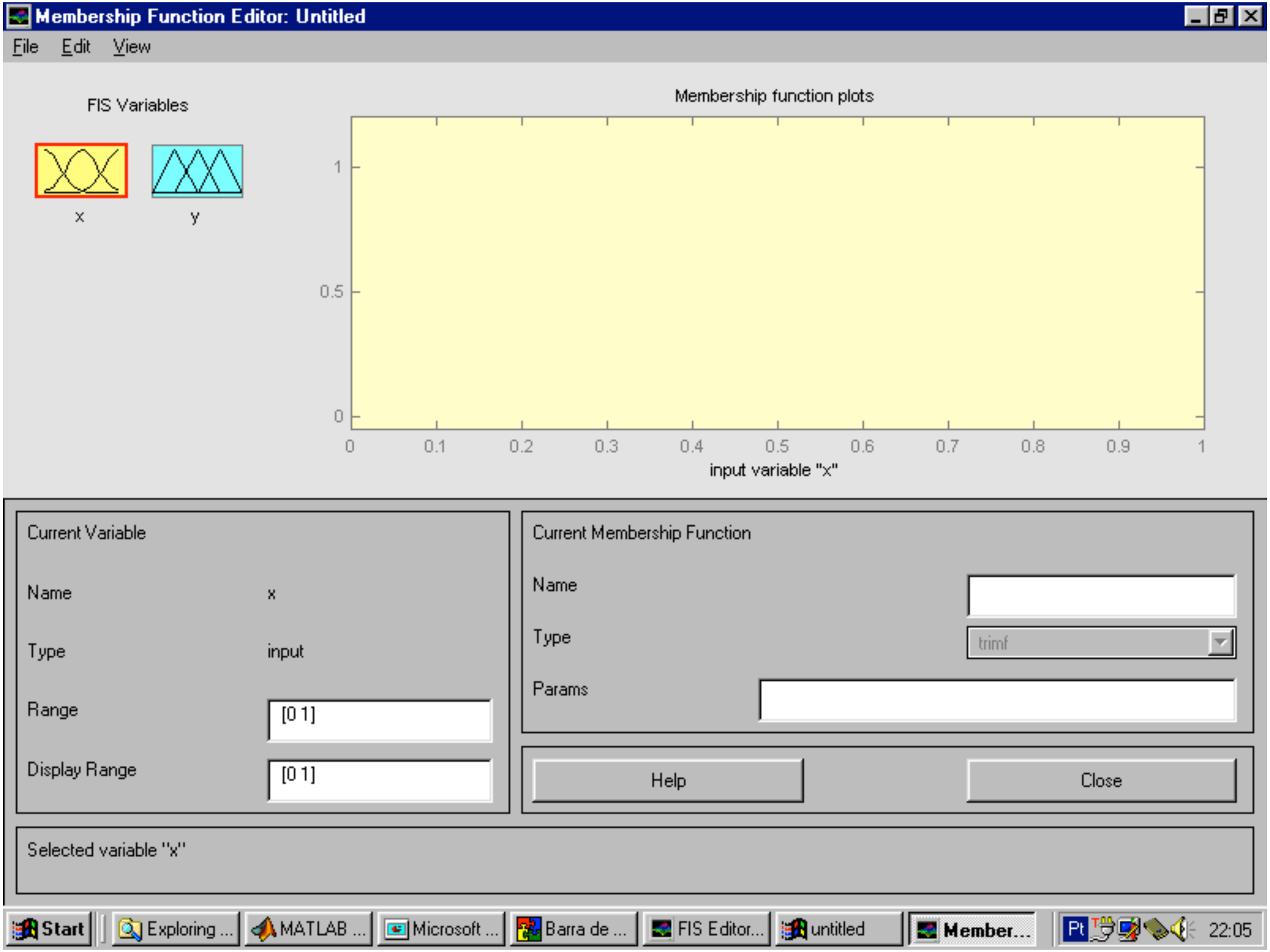

Alterando o número de entrada e saídas

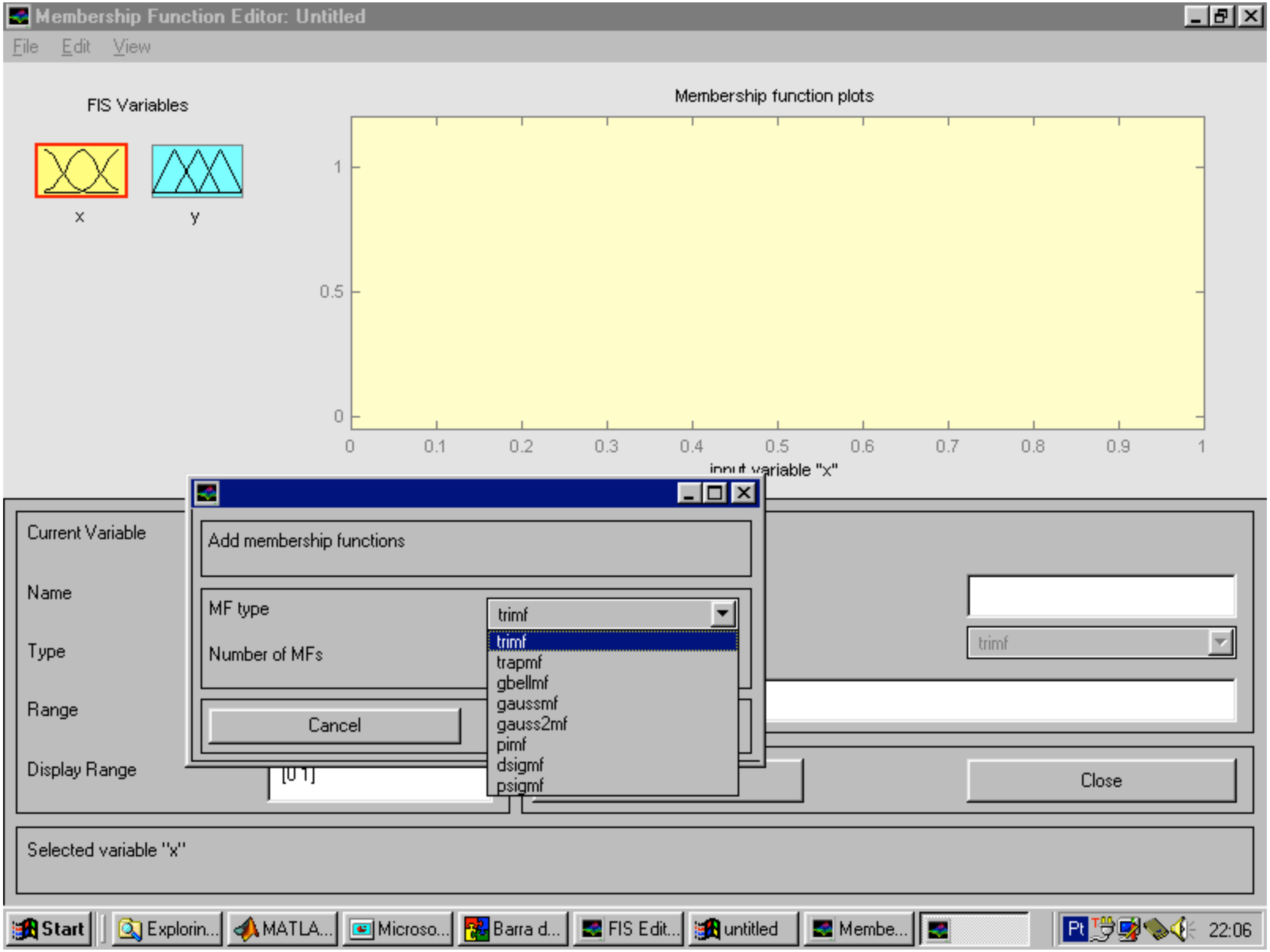



Alterando o nome da variável

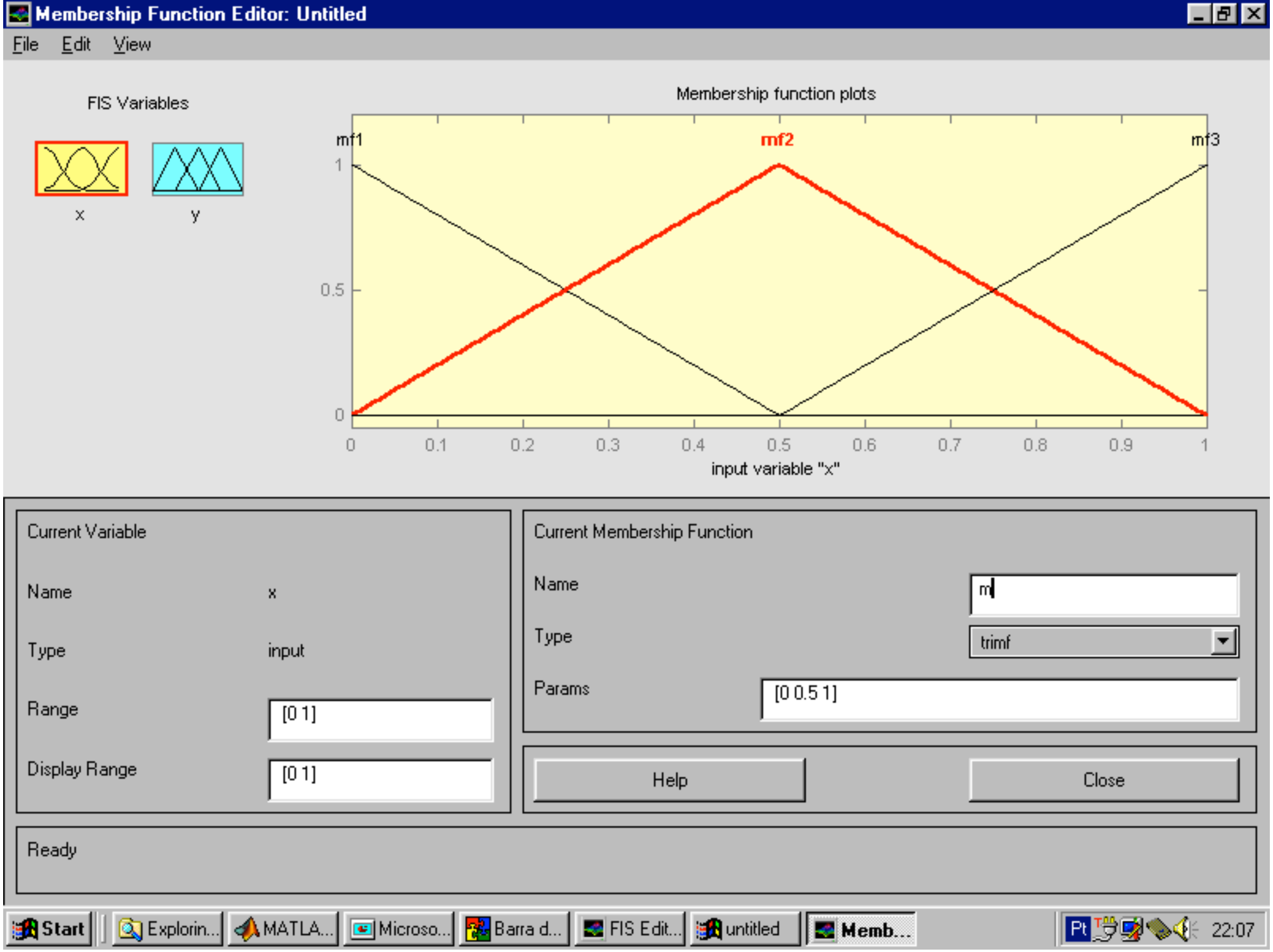



Editar as funções de pertinência

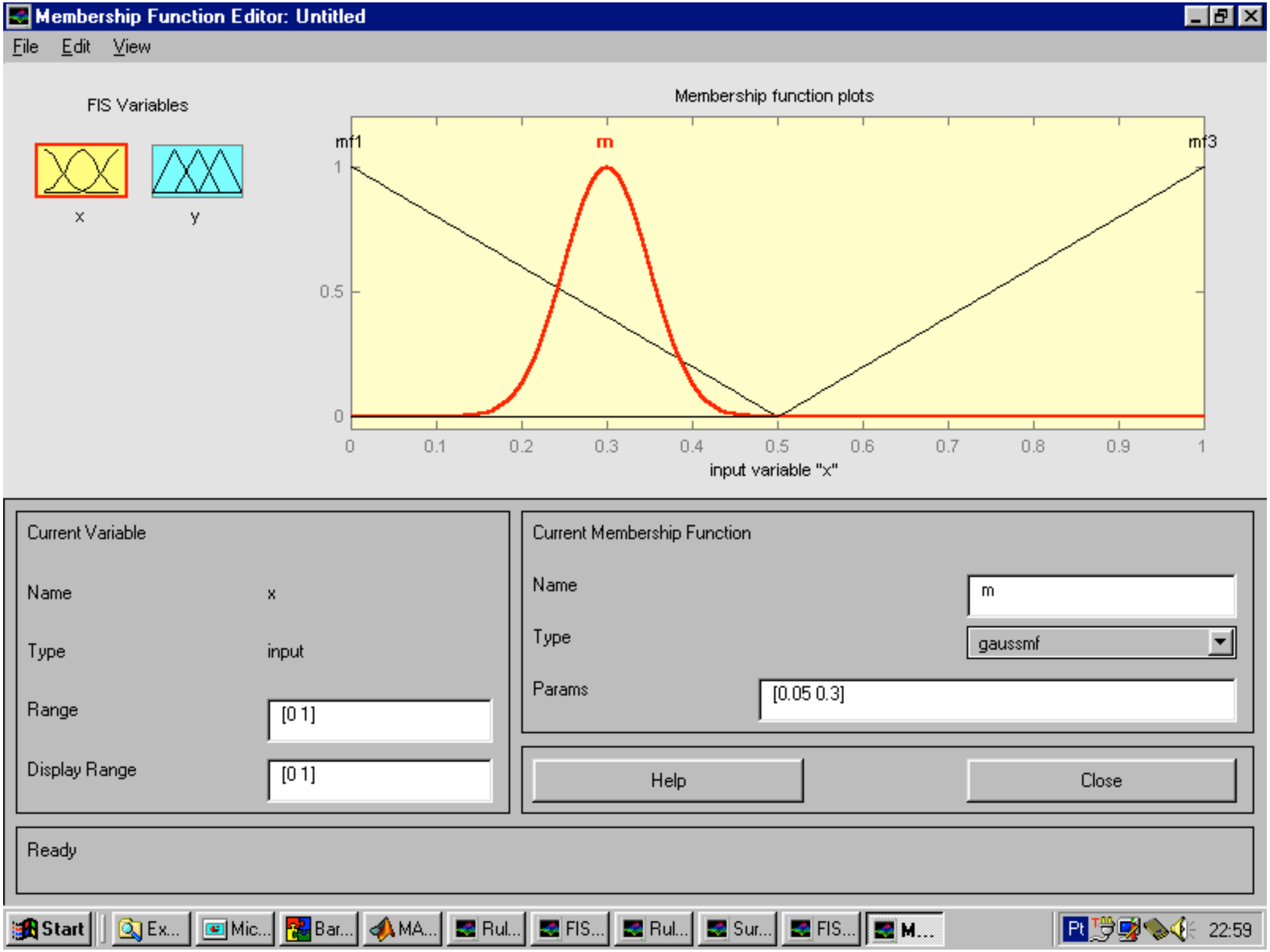

Membership Function Editor: Untitled
File
Edit
View
FIS Variables
x
y
Membership function plots
1
0.5
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
input variable "x"
Current Variable
Name
x
Type
input
Range
[0 1]
Display Range
[0 1]
Current Membership Function
Name
Type
trimf
Params
Help
Close
Selected variable "x"
Start
Exploring ...
MATLAB ...
Microsoft ...
Barra de ...
FIS Editor...
untitled
Member...
Pt
22:05



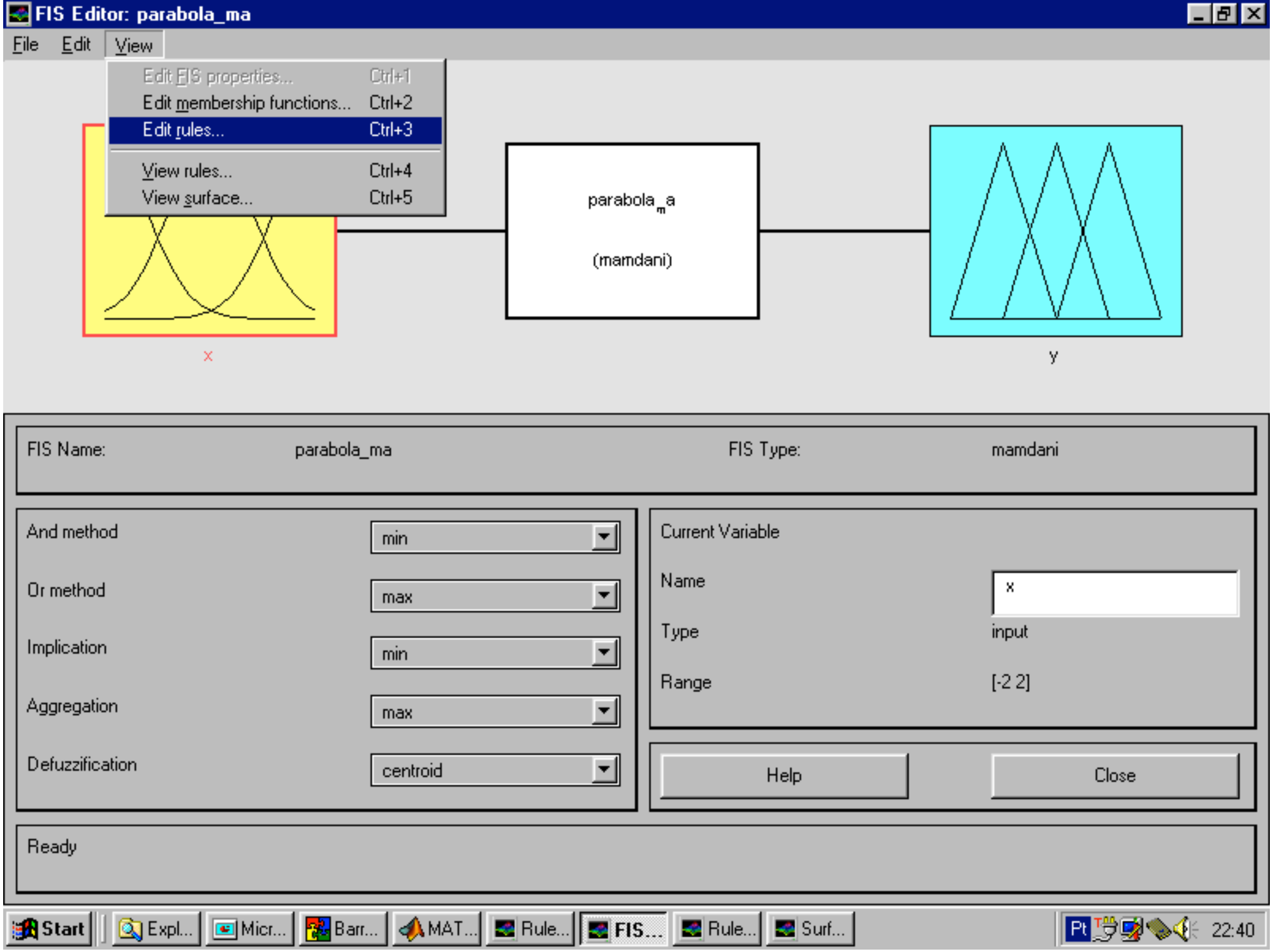

Escolhendo o tipo de função de pertinência



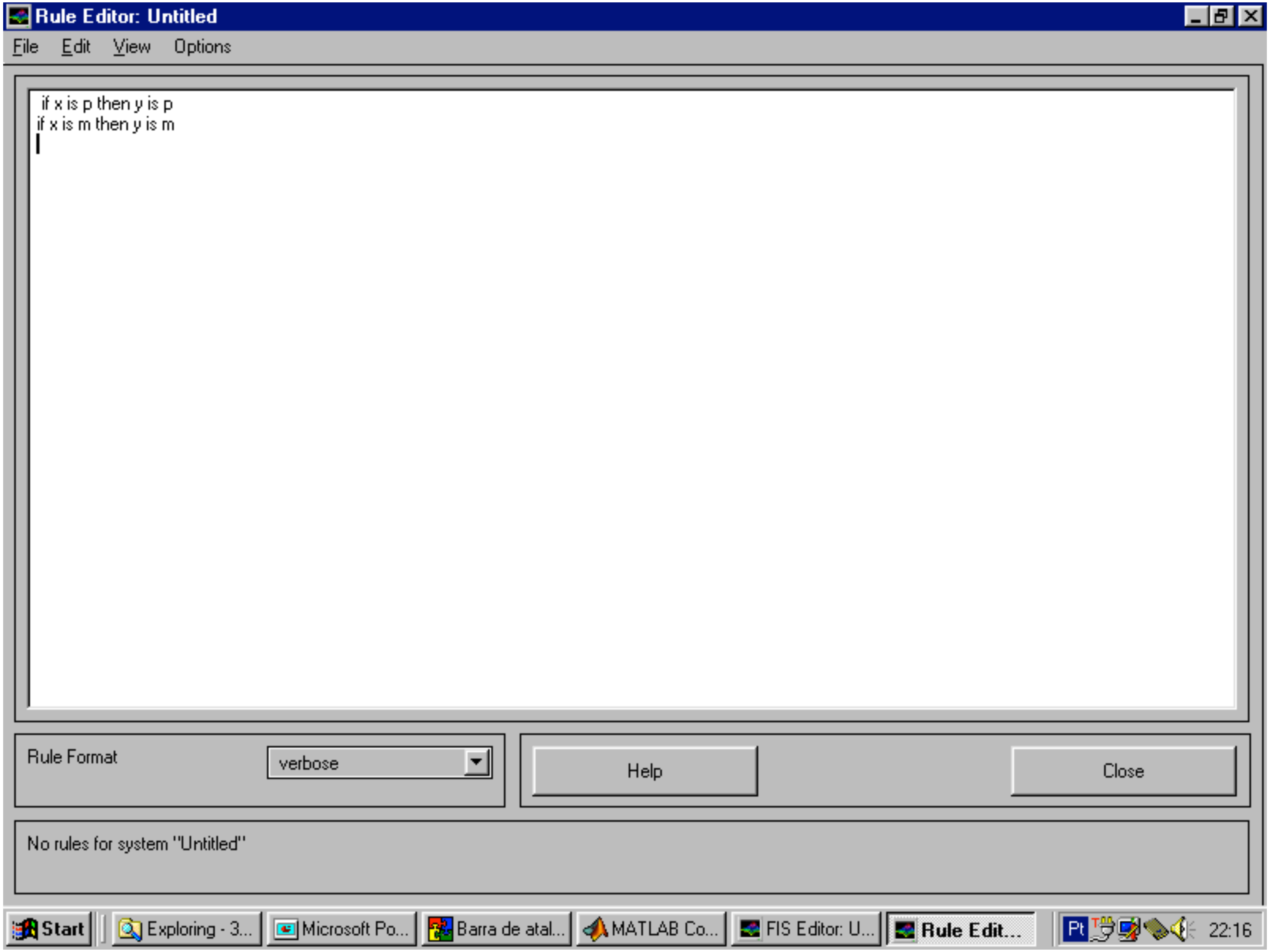

Alterando os parâmetros da função selecionada



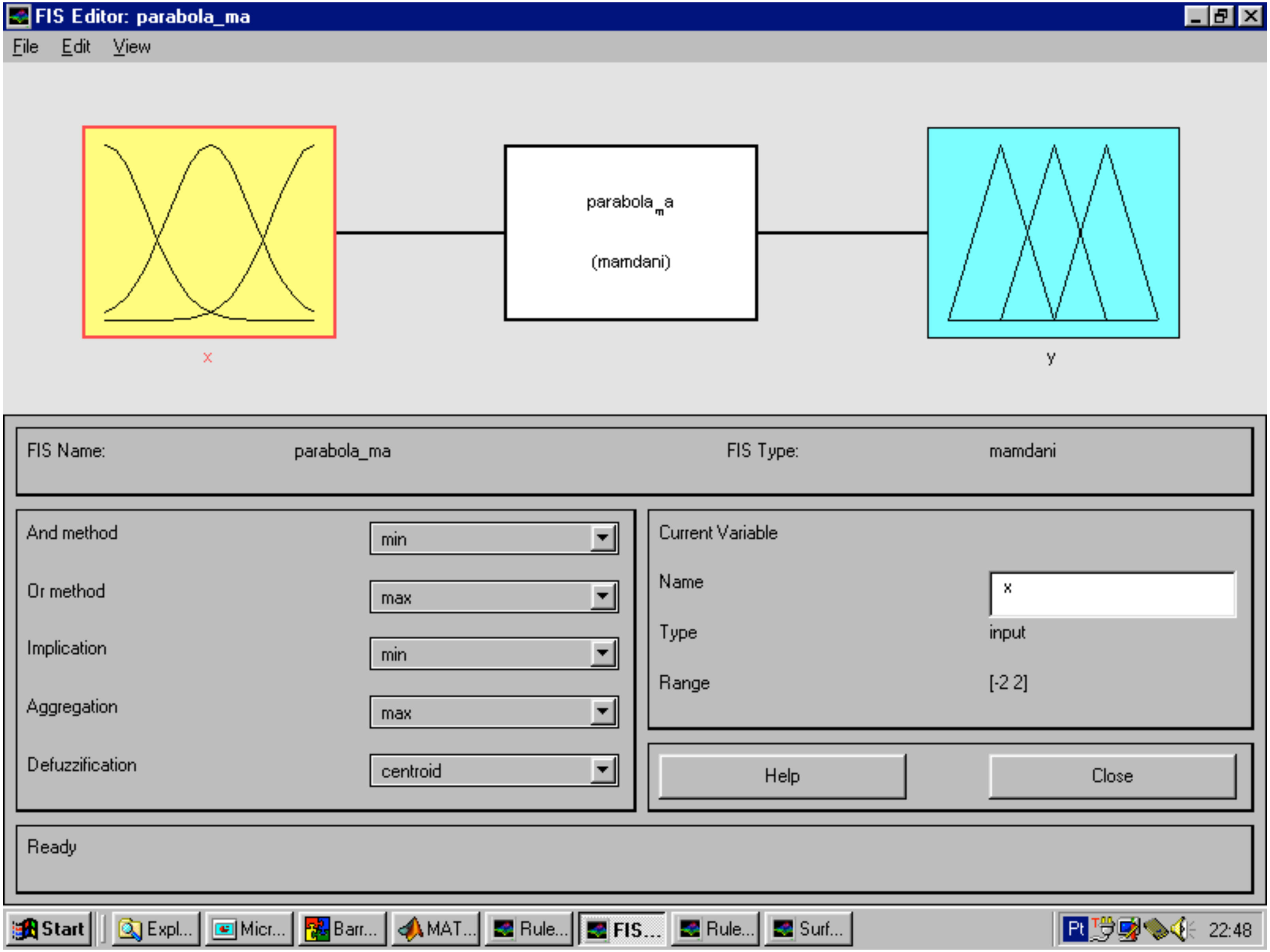
Membership Function Editor: Untitled
File
Edit
View
FIS Variables
x
y
Membership function plots
mf1
m
mf3
1
0.5
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
input variable "x"
Current Variable
Name
x
Type
input
Range
[0 1]
Display Range
[0 1]
Current Membership Function
Name
m
Type
gaussmf
Params
[0.05 0.3]
Help
Close
Ready
Start
Ex...
Mic...
Bar...
MA...
Rul...
FIS...
Rul...
Sur...
FIS...
M...
Pt
22:59



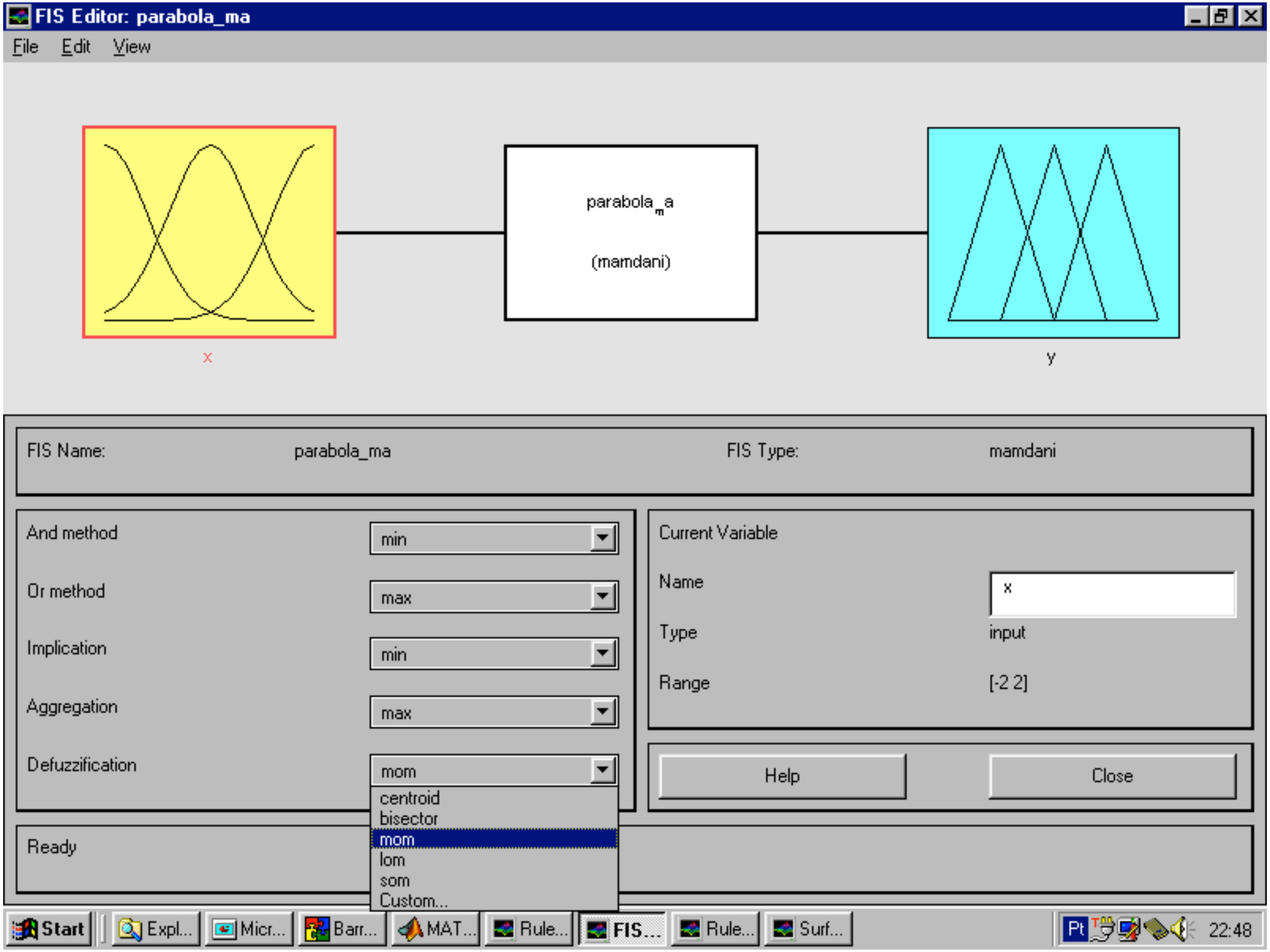

Chamando o editor de regras



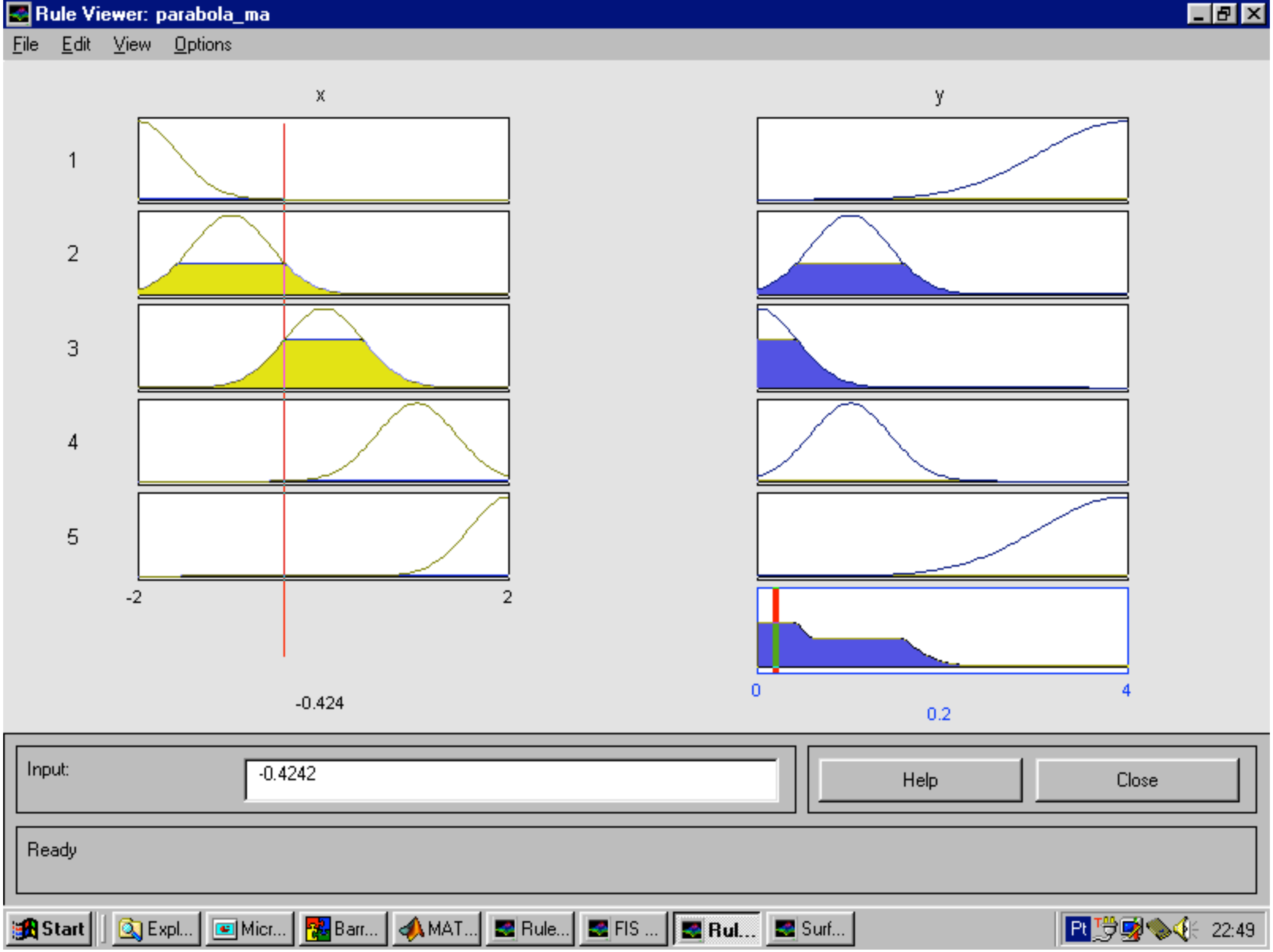

Escrevendo regras



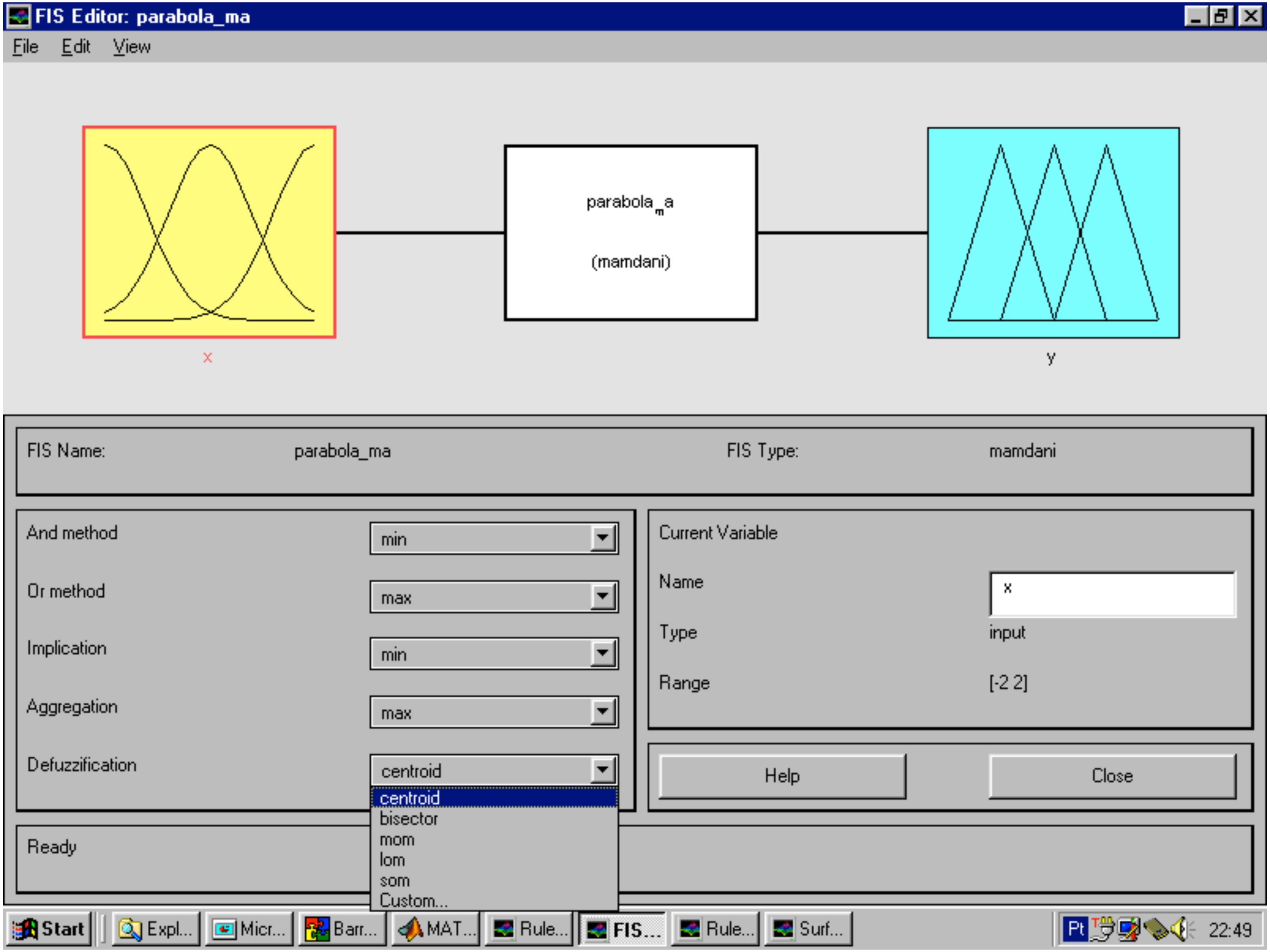

Definindo os parâmetros de inferência



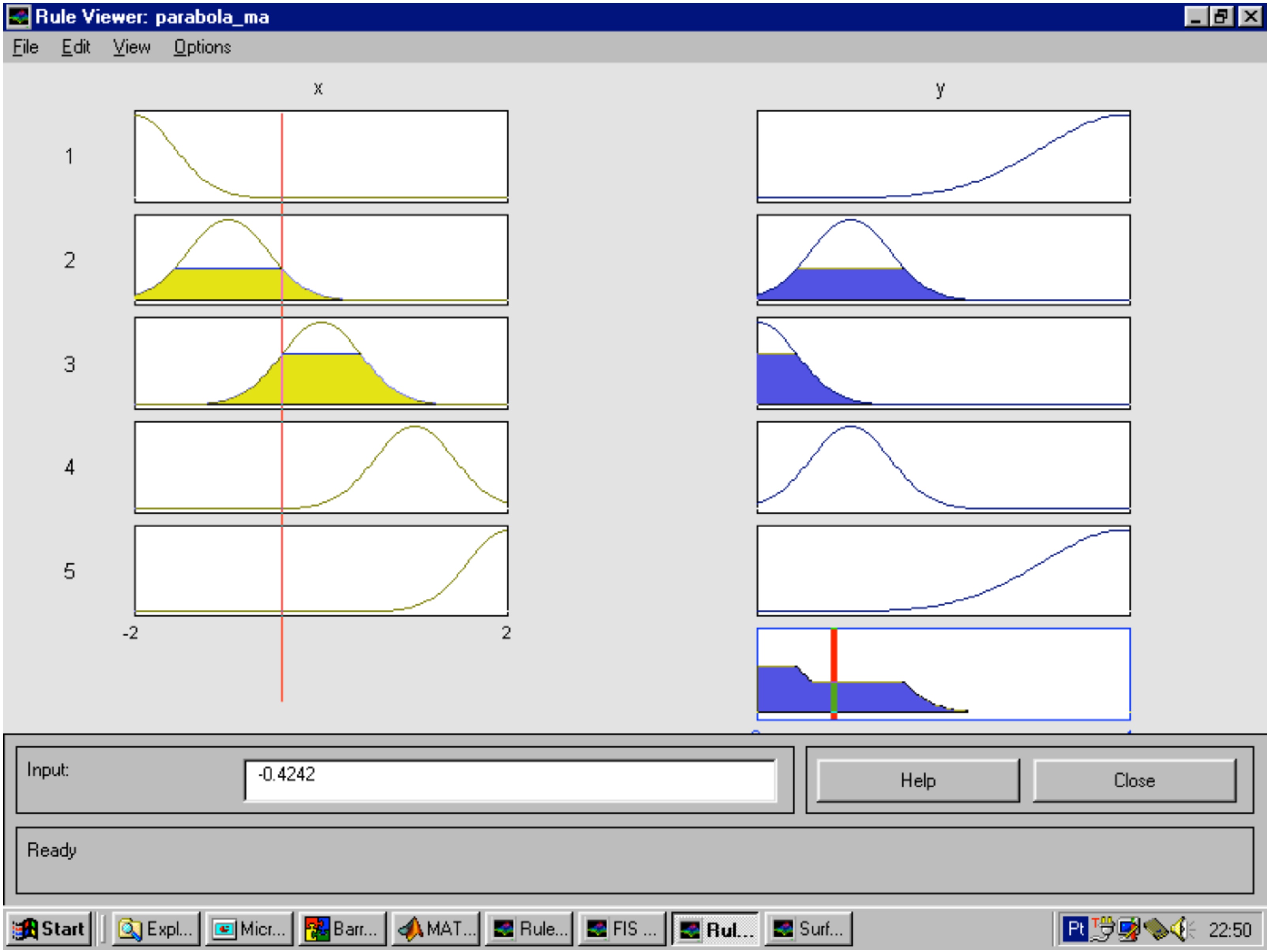

Escolhendo o método de *defuzzicação* (média dos máximos)



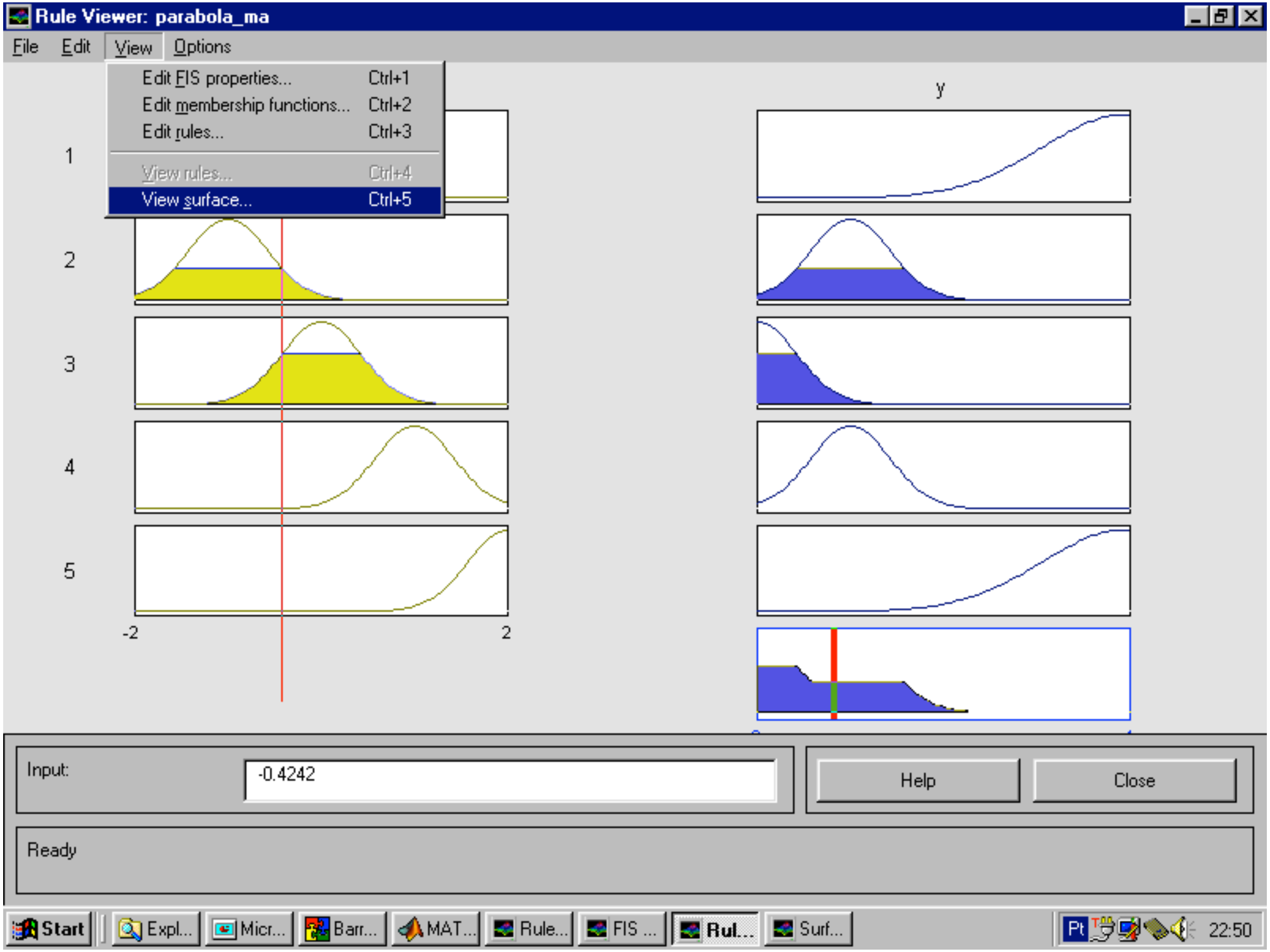

Visualizando o processamento das regras



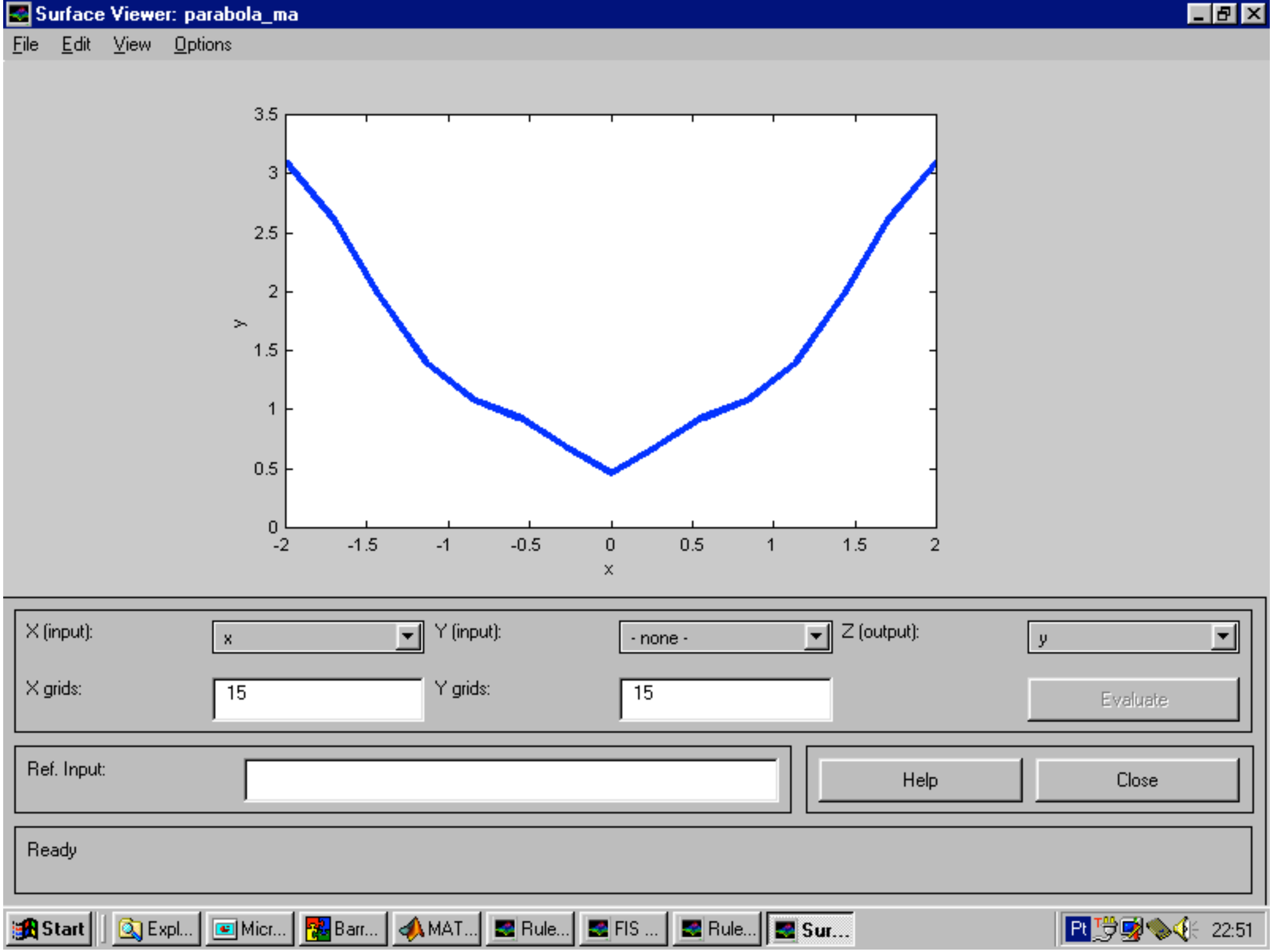

Escolhendo o método de *defuzzicação* (centroide)




Visualizando o processamento das regras




Visualização da superfície de mapeamento




Visualização da superfície de mapeamento

# Outros Métodos de Defuzzificação

- Bisector of area $z_{\mathrm{BOA}}$: $z_{\mathrm{BOA}}$ satisfies

$$\int_{\alpha}^{z_{\mathrm{BOA}}} \mu_A(z)\, dz = \int_{z_{\mathrm{BOA}}}^{\beta} \mu_A(z)\, dz, \tag{4.2}$$

where $\alpha = \min\{z|z \in Z\}$ and $\beta = \max\{z|z \in Z\}$. That is, the vertical line $z = z_{\mathrm{BOA}}$ partitions the region between $z = \alpha$, $z = \beta$, $y = 0$ and $y = \mu_A(z)$ into two regions with the same area.

- Mean of maximum $z_{\mathrm{MOM}}$: $z_{\mathrm{MOM}}$ is the average of the maximizing $z$ at which the MF reach a maximum $\mu^*$. In symbols,

$$z_{\mathrm{MOM}} = \frac{\int_{Z'} z\, dz}{\int_{Z'} dz}, \tag{4.3}$$

where $Z' = \{z \mid \mu_A(z) = \mu^*\}$. In particular, if $\mu_A(z)$ has a single maximum at $z = z^*$, then $z_{\mathrm{MOM}} = z^*$. Moreover, if $\mu_A(z)$ reaches its maximum whenever $z \in [z_{\mathrm{left}}, z_{\mathrm{right}}]$ (this is the case in Figure 4.4), then $z_{\mathrm{MOM}} = (z_{\mathrm{left}} + z_{\mathrm{right}})/2$.

# Métodos de Defuzzificação

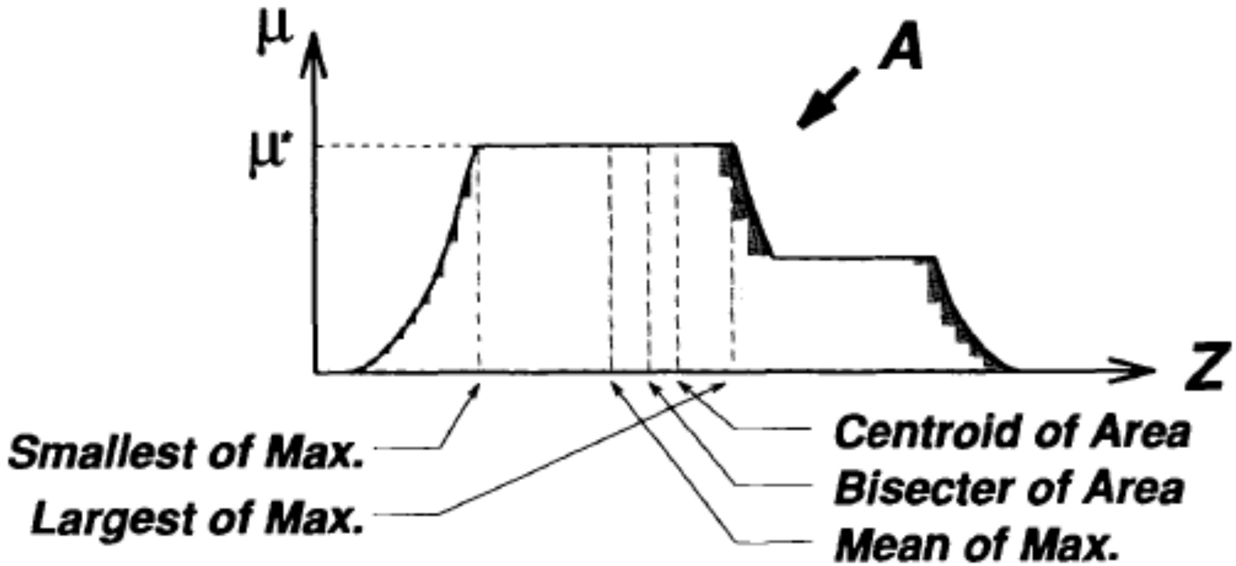



**Figure 4.4.** *Various defuzzification schemes for obtaining a crisp output.*

# Leitura Recomendada

- Capítulo 4 do Livro
  - Jyh-Shing Roger Jang and Chuen-Tsai Sun. 1996. *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA.