

Jose Quaresma

# *TEORIA ELEMENTAR DOS NÚMEROS*

**Edgard de Alencar Filho**

**Ex-professor de GEOMETRIA ANALÍTICA e CÁLCULO da  
Escola Militar do Realengo e de MATEMÁTICA da Escola  
Preparatória de São Paulo**

*Guarules*

CIP-Brasil. Catalogação-na-Fonte  
Câmara Brasileira do Livro, SP

A353t Alencar Filho, Edgard de, 1913-  
Teoria elementar dos números/Edgard  
de Alencar Filho. -- São Paulo :  
Nobel, 1981.

Bibliografia.  
ISBN 85-213-0040-9

1. Números - Teoria I. Título.

17. CDD-512.31  
18. -512.7

81-0333

Índices para catálogo sistemático:

1. Teoria dos números 512.31 (17.)  
512.7 (13.)

## ÍNDICE

### CAPÍTULO 1 - NÚMEROS INTEIROS: NOÇÕES FUNDAMENTAIS

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Números inteiros .....                 | 13 |
| 1.2 | Propriedades dos inteiros .....        | 14 |
| 1.3 | Valor absoluto de um inteiro .....     | 16 |
| 1.4 | Fatorial .....                         | 18 |
| 1.5 | Número binomial .....                  | 20 |
| 1.6 | Números binomiais complementares ..... | 21 |
| 1.7 | Números binomiais consecutivos .....   | 21 |
|     | Exercícios .....                       | 25 |

### CAPÍTULO 2 - INDUÇÃO MATEMÁTICA

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Elemento mínimo de um conjunto de inteiros ..         | 31 |
| 2.2 | Princípio da boa ordenação .....                      | 32 |
| 2.3 | Princípio de indução finita .....                     | 34 |
| 2.4 | Indução matemática .....                              | 35 |
| 2.5 | Exemplos de demonstração por indução matemática ..... | 37 |
| 2.6 | Outras formas de indução matemática .....             | 40 |
|     | Exercícios .....                                      | 45 |

### CAPÍTULO 3 - SOMATÓRIOS E PRODUTÓRIOS

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 3.1 | Somatórios .....                          | 47 |
| 3.2 | Propriedades dos somatórios .....         | 49 |
| 3.3 | Somatórios duplos .....                   | 50 |
| 3.4 | Produtórios .....                         | 52 |
| 3.5 | Propriedades dos produtórios .....        | 53 |
| 3.6 | Teorema do binômio .....                  | 55 |
| 3.7 | Triângulo de PASCAL .....                 | 57 |
| 3.8 | Propriedades do triângulo de PASCAL ..... | 59 |
| 3.9 | Números triangulares .....                | 61 |
|     | Exercícios .....                          | 65 |

## CAPÍTULO 4 - DIVISIBILIDADE

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.1 | Relação de divisibilidade em $\mathbb{Z}$ ..... | 68 |
| 4.2 | Conjunto dos divisores de um inteiro .....      | 71 |
| 4.3 | Divisores comuns de dois inteiros .....         | 72 |
| 4.4 | Algoritmo da divisão .....                      | 74 |
| 4.5 | Paridade de um inteiro .....                    | 78 |
|     | Exercícios .....                                | 80 |

## CAPÍTULO 5 - MÁXIMO DIVISOR COMUM

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 5.1 | Máximo divisor comum de dois inteiros .....  | 84 |
| 5.2 | Existência e unicidade do mdc .....          | 85 |
| 5.3 | Inteiros primos entre si .....               | 89 |
| 5.4 | Caracterização do mdc de dois inteiros ..... | 93 |
| 5.5 | Mdc de vários inteiros .....                 | 94 |
|     | Exercícios .....                             | 96 |

## CAPÍTULO 6 - ALGORITMO DE EUCLIDES. MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 6.1 | Algoritmo de EUCLIDES .....                  | 101 |
| 6.2 | Múltiplos comuns de dois inteiros .....      | 108 |
| 6.3 | Mínimo múltiplo comum de dois inteiros ..... | 110 |
| 6.4 | Relação entre o mdc e o mmc .....            | 111 |
| 6.5 | Mmc de vários inteiros .....                 | 112 |
|     | Exercícios .....                             | 113 |

## CAPÍTULO 7 - NÚMEROS PRIMOS

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 7.1 | Números primos e compostos .....                    | 116 |
| 7.2 | Teorema fundamental da Aritmética .....             | 119 |
| 7.3 | Fórmulas que dao primos .....                       | 125 |
| 7.4 | Crivo de ERATÓSTENES .....                          | 126 |
| 7.5 | Primos gêmeos .....                                 | 127 |
| 7.6 | Sequências de inteiros consecutivos compostos ..... | 128 |
| 7.7 | Conjectura de GOLDBACH .....                        | 129 |
| 7.8 | Método de fatoração de FERMAT .....                 | 131 |
|     | Exercícios .....                                    | 132 |

## CAPÍTULO 8 - EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 8.1 | Generalidades .....                     | 137 |
| 8.2 | Condição de existência de solução ..... | 138 |
| 8.3 | Soluções da equação $ax + by = c$ ..... | 139 |
|     | Exercícios .....                        | 146 |