

# Trabalho Final de Sistemas Nebulosos

Thiago Malta Coutinho – 2014123335

## 1. Introdução

A teoria de conjuntos nebulosos parte do princípio de que um elemento possui um **grau de pertencimento** à um ou outro conjunto, diferente da teoria de conjuntos clássica em que o elemento **pertence** ou não à um conjunto. O conceito de pertencimento permite que conhecimento humano seja implementado em máquina de maneira simples através de regras linguísticas. As variáveis de processo são linguísticas, como *BAIXO*, *GRANDE*, *QUENTE*, *FRIO*, implementadas em forma de funções de pertinência.

O objetivo desse trabalho são duas implementações utilizando mecanismos de inferência nebulosa. O primeiro, um Sistema Fuzzy Adaptativo, é construído utilizando o mecanismo SUGENO e é aplicado à três problemas: aproximar uma função quadrática, modelagem de uma função não-linear de três entradas e predição de uma série temporal caótica. O segundo consiste em um controlador nebuloso, utilizado para controlar uma planta complexa.

## 2. Desenvolvimento

### 2.1 – SISTEMA FUZZY ADAPTATIVO

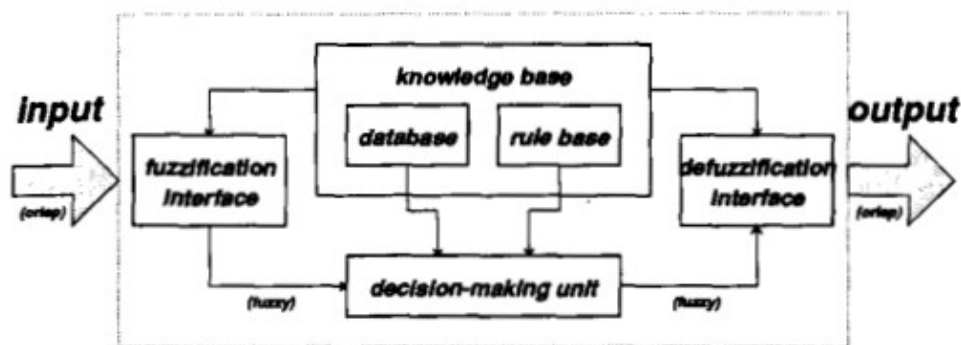


Fig. 1. Fuzzy inference system.

Um sistema fuzzy adaptativo(anfis) foi implementado pelos alunos em linguagem MATLAB. O sistema é baseado no método de inferência SUGENO, possui funções de pertinência gaussianas e utiliza o método do gradiente descendente para otimizar/atualizar seus parâmetros. O mecanismo de SUGENO de ordem 1 é basicamente  $n$  retas com  $m$  coeficientes, onde  $n$  é o número de entradas do problema e  $m$  é o número de regras fuzzy. A inferência feita será a soma ponderada das retas pelos seus

respectivos pesos, produto das  $m$  funções de pertinência pertencentes à  $i$ -ésima entrada, dividido pela soma dos pesos.

Assim temos a definição do sistema adaptativo com seus respectivos pesos e funções de atualização de erro:

$$y_m = \sum_{i=1}^n P_{im} \cdot x_i + q_m$$

$$w_j = \prod_{i=1}^n \mu_{Aij}(x_i)$$

$$\mu_{Aij}(x_i) = e^{\left[ \frac{-1}{2} \left( \frac{x_i - c_{ij}}{\sigma_{ij}} \right)^2 \right]}$$

$$y_s = \frac{\sum_{j=1}^m w_j \cdot y_j}{\sum_{j=1}^m w_j} = \frac{a}{b}$$

**Para atualizarmos o erro quadrático, utilizamos o método do gradiente descendente e derivamos os parâmetros em respeito ao erro (utilizando a regra da cadeia):**

$$\min \left( e = \frac{1}{2} \cdot (y_s - y_d)^2 \right)$$

$$c_{ij,k+1} = c_{ij,k} - \alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial c_{ij}} | k$$

$$P_{ij,k+1} = P_{ij,k} - \alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial P_{ij}} | k$$

$$q_{j,k+1} = q_{j,k} - \alpha \cdot \frac{\partial e}{\partial q_j} | k$$

$$\frac{\partial e}{\partial y_s} = (y_s - y_d)$$

$$\frac{\partial y_s}{\partial w_j} = \left( \frac{y_j - y_s}{b} \right)$$

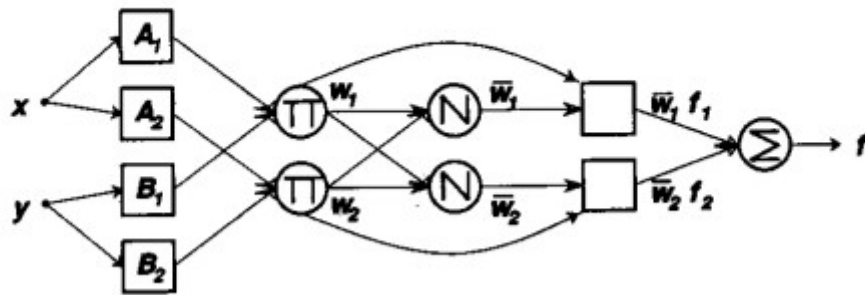
$$\frac{\partial w_j}{\partial c_{ij}} = \left[ w_j \left( \frac{x_i - c_{ij}}{\sigma_{ij}^2} \right) \right]$$

$$\frac{\partial w_j}{\partial \sigma_{ij}} = \left[ w_j \left[ \frac{(x_i - c_{ij})^2}{\sigma_{ij}^3} \right] \right]$$

$$\frac{\partial y_s}{\partial y_j} = \left( \frac{w_j}{b} \right)$$

$$\frac{\partial y_j}{\partial P_{ij}} = x_i$$

$$\frac{\partial y_j}{\partial q_j} = 1$$

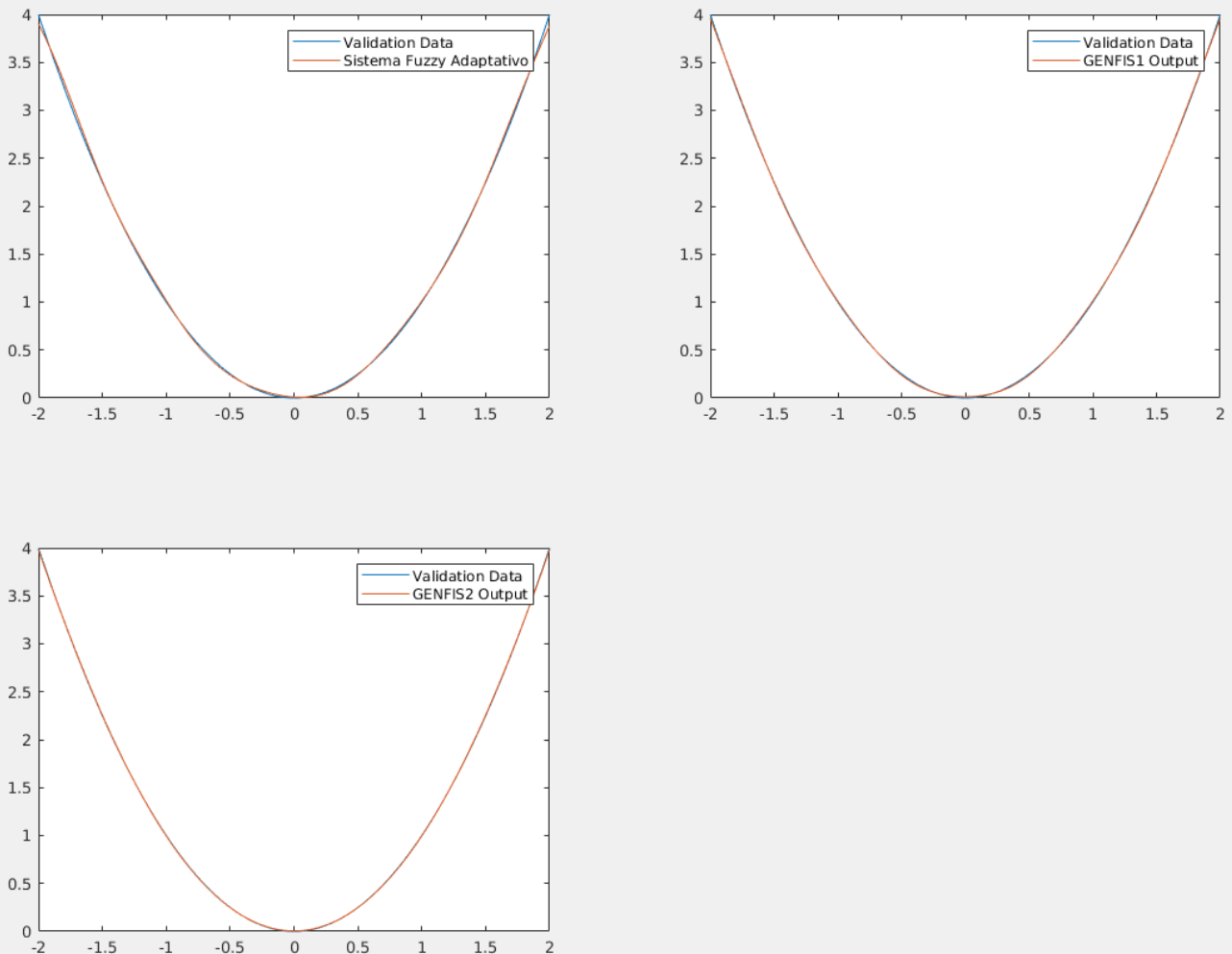


**Fig2 - Estrutura ANFIS**

Cada problema foi abordado utilizando a estrutura desenvolvida em sala e as funções `genfis1` e `genfis2` do matlab. A função `genfis1` gera as funções de pertinência a partir de grids feitos no espaço de variáveis de entrada e pode acabar sofrendo do “mal da dimensionalidade”, quando o número de parâmetros aumenta exponencialmente com a dimensão do problema. A função `genfis2` é mais otimizada e procura gerar funções de pertinência a partir de clusters de dados. Um parâmetro de raio deve ser passado a função para que os clusters possam ser gerados.

### 2.2.1 – Problema 1: aproximar a função $y = x^2$

O número de regras utilizadas por todos os métodos foi 5. Para o modelo adaptativo a taxa de aprendizado utilizada foi 0.05 com 20 épocas de treinamento. Para o modelo genfis2 o raio utilizado foi 0.8. Na figura abaixo podemos visualizar os resultados obtidos nos dados de validação dos modelos.



**Fig 3 – Aproximações da função  $y=x^2$  para os modelos Fuzzy Adaptativo, GENFIS1 e GENFIS2**

Os erros finais(erro quadrático médio) obtidos por cada modelo foram:

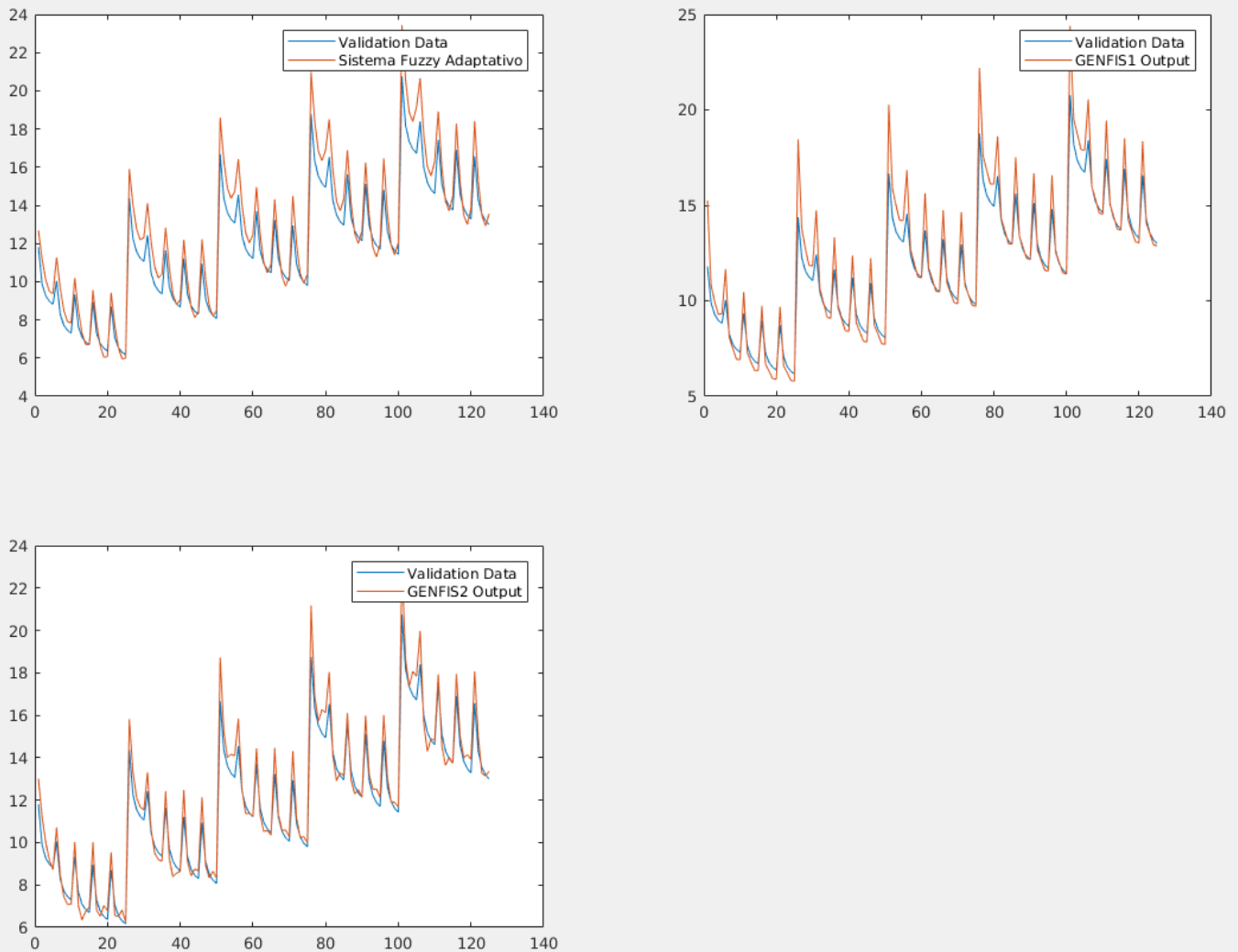
MSE(Sistema Fuzzy Adaptativo): **3.5729e-04**

MSE(GENFIS1): **9.6223e-05**

MSE(GENFIS2): **1.9619e-05**

### 2.2.2 – Problema 2: aproximação de uma função não-linear com três entradas

No problema atual os parâmetros anteriores foram mantidos, apenas a taxa de aprendizado que foi aumentada para 0.01(necessário para que o modelo encontre uma solução). Os resultados obtidos estão expressos abaixo:



**Fig 4 – Aproximações de função não-linear para os modelos Fuzzy Adaptativo, GENFIS1 e GENFIS2.**

Os erros finais(erro quadrático médio) obtidos por cada modelo foram:

MSE(Sistema Fuzzy Adaptativo): **1.1774**

MSE(GENFIS1): **1.2489**

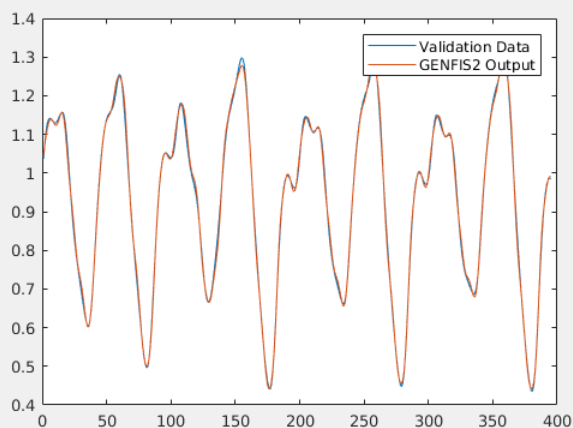
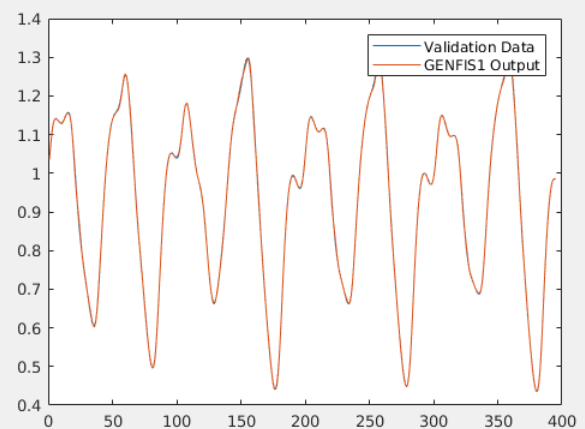
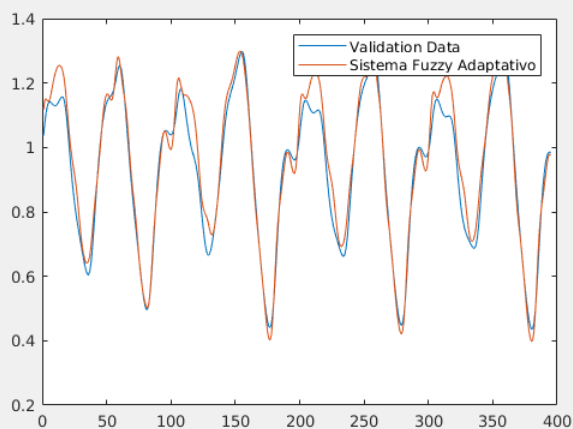
MSE(GENFIS2): **0.5335**

### 2.2.3 – Problema 3: Predição de uma série temporal caótica

A série a ser prevista é definida por:

$$\dot{x} = \frac{0.2x(t - \tau)}{1 + x^{10}(t - \tau)} - 0.1x(t)$$

Com entradas  $x(t)$ ,  $x(t-6)$ ,  $x(t-12)$  e  $x(t-18)$  para a predição de  $x(t+6)$ . Como os dados de entrada possuem dimensão maior, foram utilizadas 2 regras para a função  $\text{genfis1}$  de forma a evitar o “mal da dimensionalidade”. Os resultados obtidos para a predições estão expressos abaixo:



**Fig 5 – Aproximações de série temporal caótica para os modelos Fuzzy Adaptativo, GENFIS1 e GENFIS2.**

Os erros finais(erro quadrático médio) obtidos por cada modelo foram:

MSE(Sistema Fuzzy Adaptativo): **0.0024**

MSE(GENFIS1): **7.3181e-06**

MSE(GENFIS2): **9.2252e-05**

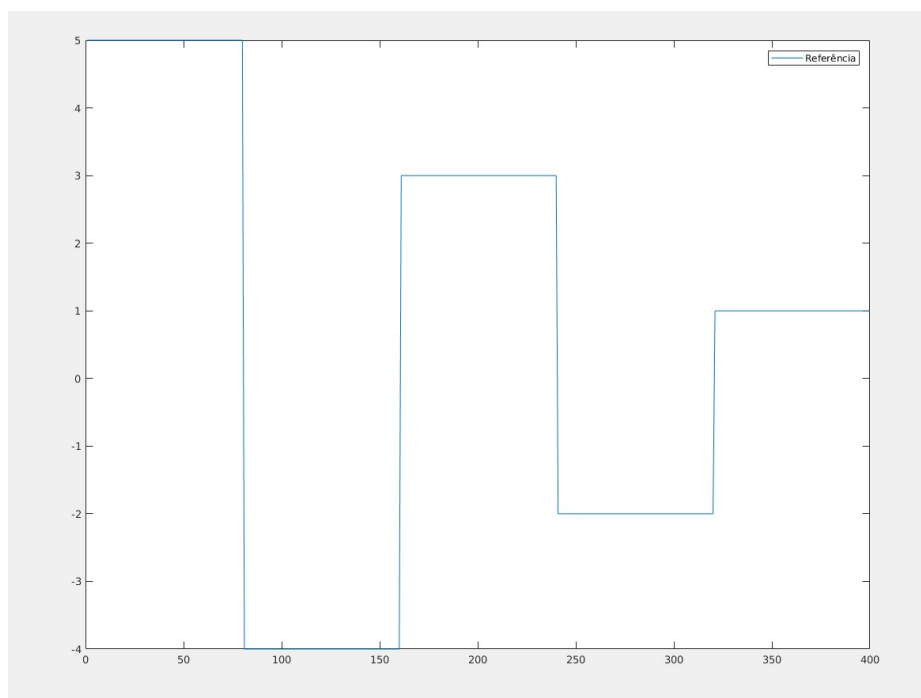
## 2.2 – CONTROLADOR NEBULOSO

Um controlador nebuloso permite a transmissão de conhecimento do operador para o controlador. O conhecimento do operador sobre a planta que ele opera é uma informação muito importante e que ao ser incorporada ao controlador pode gerar resultados mais estáveis, rápidos e de menor complexidade.

O sistema consituti da seguinte equação:

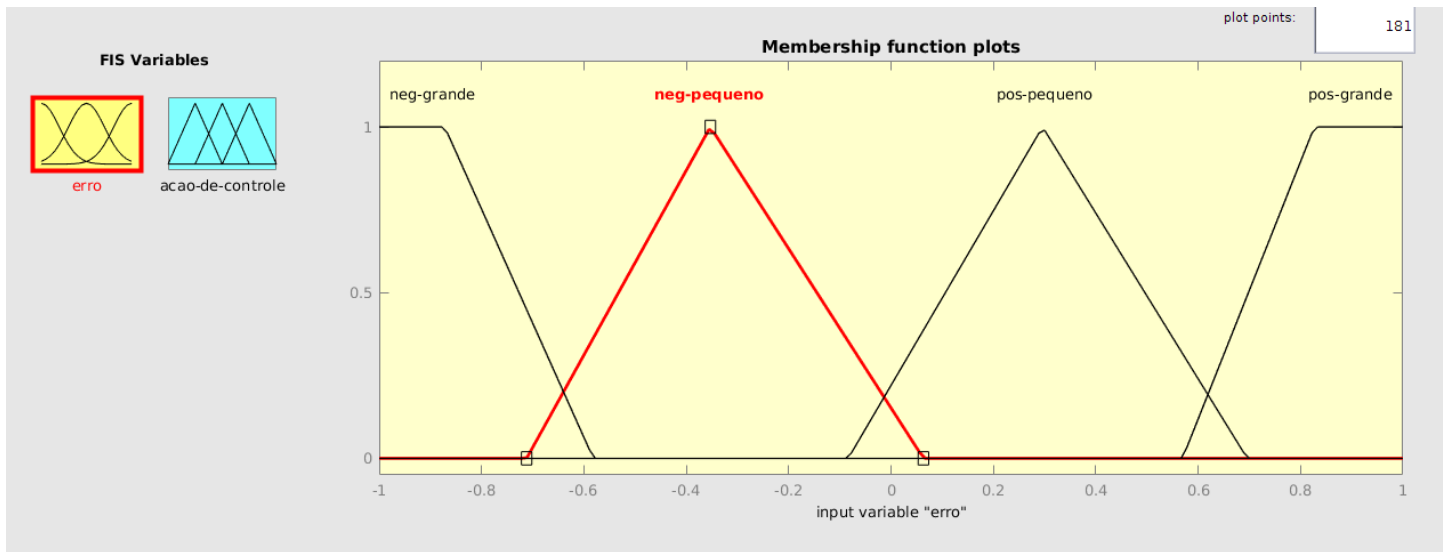
$$y(k)=1.4*y(k-1) - 0.6*y(k-2) - 3*u(k-1)^3 + 2*u(k-1) - u(k-2)^3 + 2*u(k-2);$$

Com referência igual à:

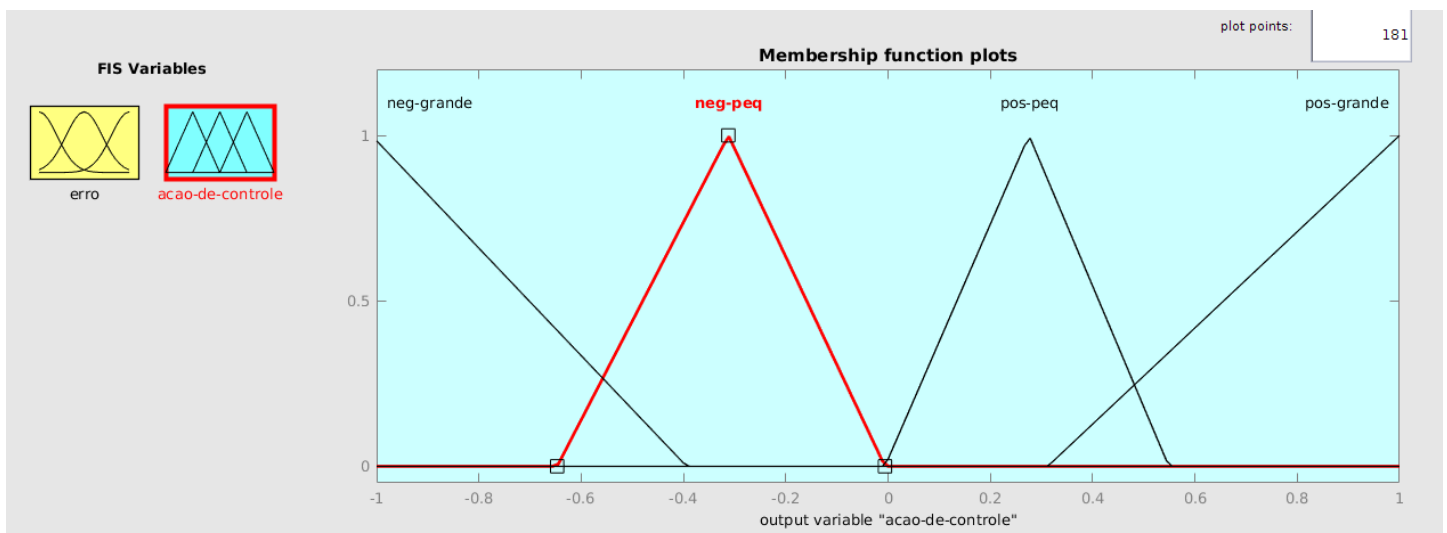


**Fig 6 –Referência de resposta ao sistema**

O controlador foi implementado utilizando o mecanismo de inferência Mamdani com as seguintes funções de pertinência para entra e ação de controle:



**Fig 7 – Funções de pertinência da entrada “erro” do controlador nebuloso**



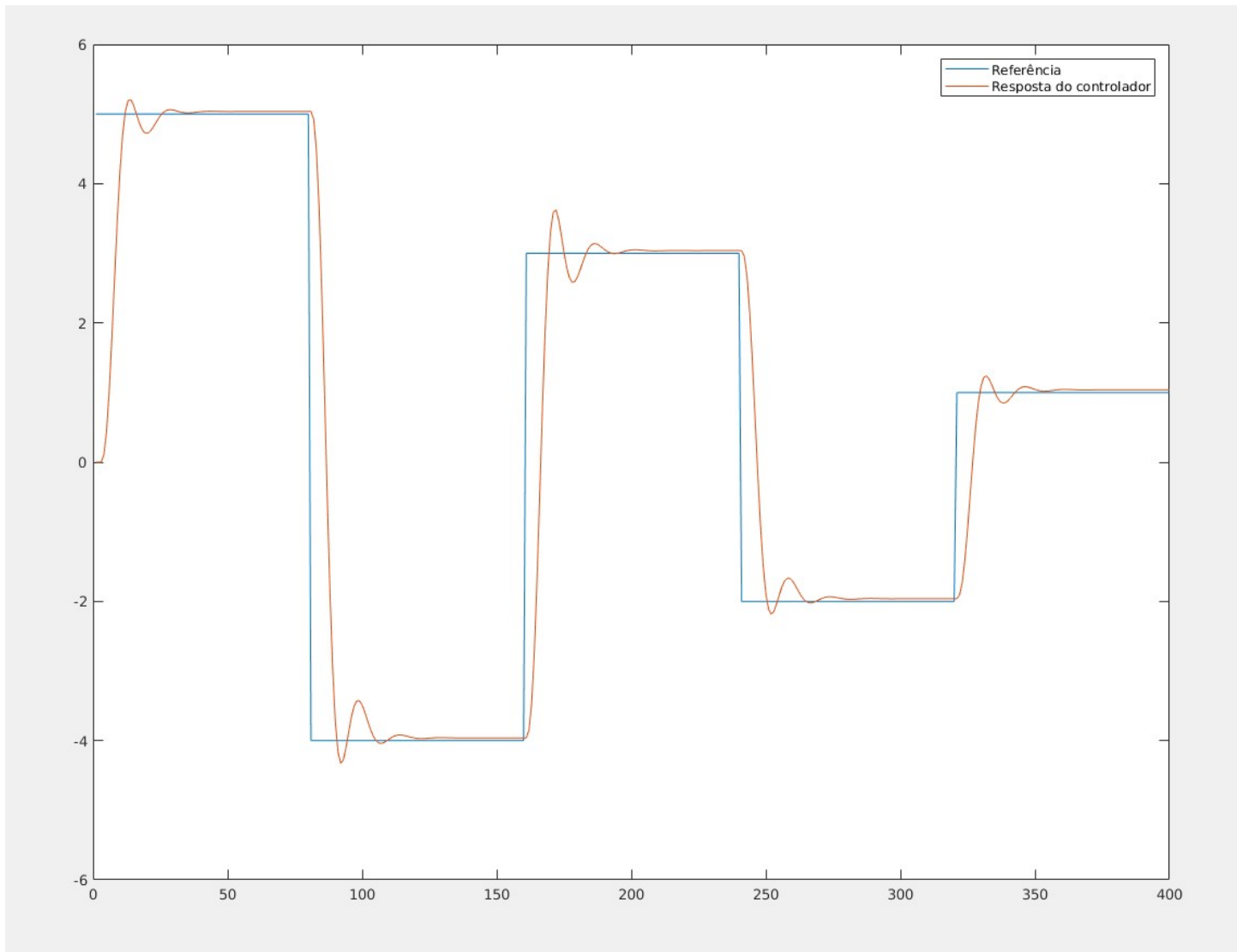
**Fig 8 – Funções de pertinência da saída “acao-de-controle” do controlador**

1. If (erro is neg-pequeno) then (acao-de-controle is neg-peq) (1)
2. If (erro is neg-grande) then (acao-de-controle is neg-grande) (1)
3. If (erro is pos-grande) then (acao-de-controle is pos-grande) (1)
4. If (erro is pos-pequeno) then (acao-de-controle is pos-peq) (1)

**Fig 9 – Regras utilizadas no controlador nebuloso**



A resposta obtida pelo controlador foi a seguinte:



**Fig 10 – Resposta de referência e resposta obtida pelo controlador nebuloso**

### 3. Conclusões

No presente trabalho foi possível aplicar a inferência nebulosa para resolver problemas complexos de engenharia. Os mecanismos se mostraram de grande poder e aplicáveis a diversos problemas e áreas.

Ao utilizar o toolbox *Fuzzy* do matlab, foi possível a implementação de funções de pertinência de maneira rápida e eficiente. As funções *genfis1* e *genfis2* também se mostraram de fácil aprendizado e utilização. O sistema adaptativo implementado foi de grande ajuda para a compreensão do aluno sobre os mecanismos de inferência nebulosa e também se mostrou eficiente para um modelo simples e de fácil implementação.