

Especificación de las Máquinas de Turing

Teoría de la Computación
Universidad ORT Uruguay

Otoño 2024

Componentes.

Memoria:

Es una cinta infinita, dividida en casilleros, cada uno de los cuales está ocupado por un símbolo. Los símbolos conforman un alfabeto finito Σ que incluye al menos dos símbolos, uno de los cuales es distinguido, será representado $\#$, y denominado blanco. En cada momento de la ejecución de una máquina la cinta contendrá un número finito de símbolos distintos de $\#$.

Para saber en que posición de la cinta nos encontramos, contamos con un *cabezal lector*. El símbolo que se encuentra bajo el cabezal lector se le puede llamar símbolo *corriente*.

Control:

El control de ejecución está dado por una **tabla** cuyas *claves* son parejas formadas por un *estado* y un símbolo del alfabeto, y cuyos datos asociados también son parejas, formadas por una acción y un estado.

Los estados constituyen un conjunto finito de Q que contiene dos elementos distinguidos i (**init**) y h (**halt**), llamados respectivamente el estado *inicial* y el estado *terminal* de la máquina. El estado terminal no forma parte de ninguna clave de la tabla.

Las acciones son las siguientes: (σ, l) , (σ, r) y (σ, d) donde σ es cualquier símbolo, con los siguientes significados respectivos:

- Sobrecribir el símbolo corriente por σ y mover el cabezal lector a la izquierda.
- Sobrecribir el símbolo corriente por σ y mover el cabezal lector a la derecha.
- Sobrecribir el símbolo corriente por σ y dejar el cabezal lector sobre el símbolo escrito.

Operación.

Configuraciones:

Llamamos *configuración* de una máquina de Turing a una pareja formada por un estado y una cinta (con cierto contenido). La idea es que, dada una *configuración* y la tabla de control queda determinada la operación a realizar y el nuevo estado al que pasa la máquina. Cada máquina comenzará en el estado **init** y un cierto contenido (inicial) de la cinta y cambiará sucesivamente de configuración, de acuerdo a la función *step* que presentamos aquí debajo.

Notación:

En la función *step*, la notación a usar para denotar el contenido de la cinta es de las letras x, y, s, σ para símbolos y la notación de vector usual para las secuencias de símbolos (Por ej: \overline{xs}). El símbolo corriente (donde se encuentra el cabezal lector) aparecerá subrayado (Por ej: \underline{s}). Los estados serán denotados por q, q' . Una transición (paso) entre una configuración γ y otra δ será notada $\gamma \triangleright \delta$. Por otro lado, la tabla de control (programa) de la máquina será llamada T y la operación de *lookup* sobre ella será notada como \xrightarrow{T} .

Step:

$$left \frac{(q, s) \xrightarrow{T} ((\sigma, l), q')}{(q, \overline{ys} \ y \ \underline{s} \ \overline{xs}) \triangleright (q', \overline{ys} \ \underline{y} \ \sigma \ \overline{xs})}$$

$$right \frac{(q, s) \xrightarrow{T} ((\sigma, r), q')}{(q, \overline{ys} \ \underline{s} \ x \ \overline{xs}) \triangleright (q', \overline{ys} \ \sigma \ \underline{x} \ \overline{xs})}$$

$$defer \frac{(q, s) \xrightarrow{T} ((\sigma, d), q')}{(q, \overline{ys} \ \underline{s} \ \overline{xs}) \triangleright (q', \overline{ys} \ \underline{\sigma} \ \overline{xs})}$$

Por último nos falta mencionar como sería la *ejecución* de una máquina de Turing. La *ejecución* completa es una secuencia de transiciones o pasos (*steps*) que comienza con una configuración donde el estado es **init**. Esta *ejecución*, si es finita y exitosa, es una que finaliza con una configuración cuyo estado es **halt**. Si un *lookup* falla durante la *ejecución* la misma se detendrá.