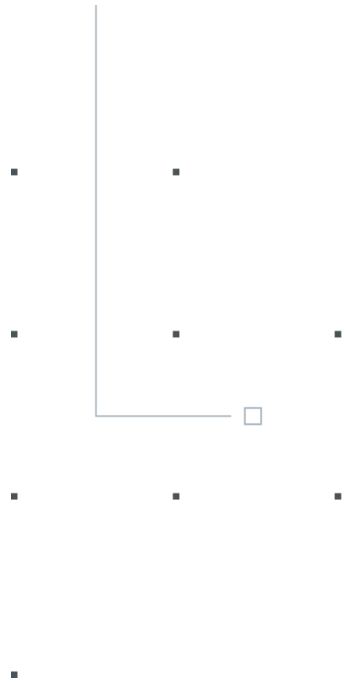


FIAP

NABA



Computação Quântica

Conceitos Gerais

*Nature isn't classical, dammit,
and if you want to make a simulation of nature,
you'd better make it quantum mechanical.*

Richard Feynman

*Anyone who is not shocked by
quantum theory has not understood it.*

Niels Bohr [1]

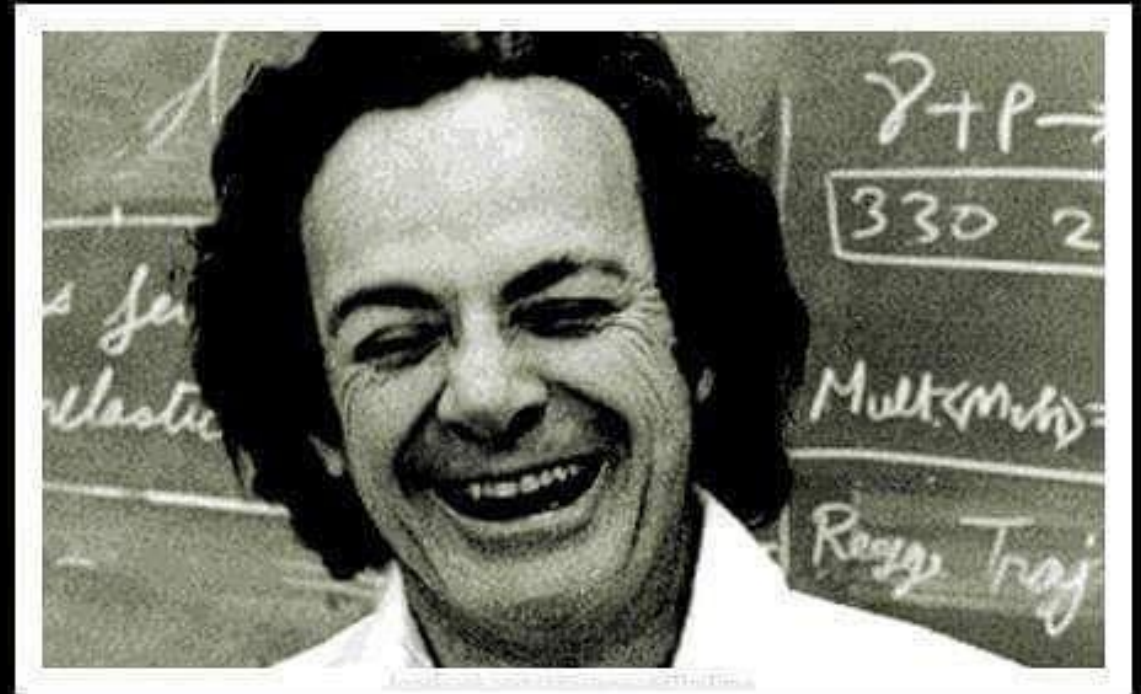
*"I don't like it, and I'm sorry I ever had anything to do with it."
— Erwin Schrödinger*

*Not only is the Universe stranger than we think,
it is stranger than we can think.*

Werner Heisenberg

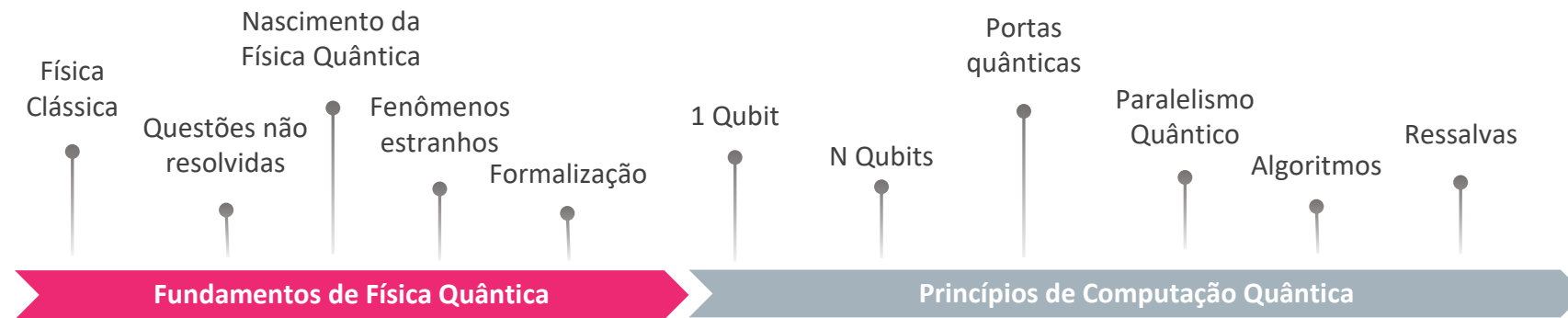
*[I can't accept quantum mechanics because] "I
like to think the moon is there even if I am not
looking at it."*

Albert Einstein



*"Anyone who claims to understand quantum
theory is either lying or crazy."
— Richard Feynman*

Agenda



Mecânica clássica

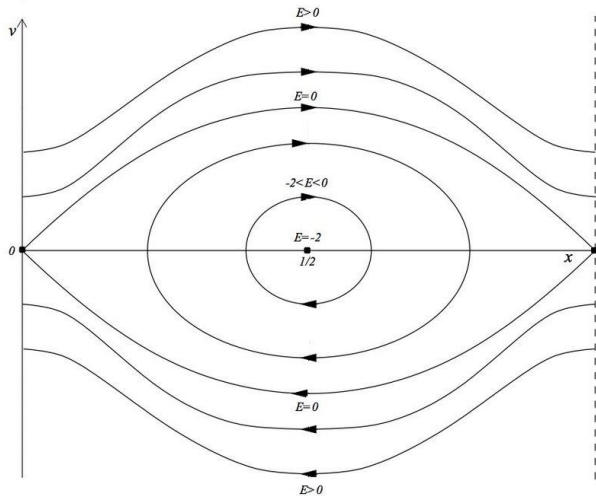
Busca explicar e prever fenômenos em escalas macroscópicas através dos seguintes conceitos:

- **Partícula:**
 - Massa puntual indivisível
 - Possui uma série de observáveis
 - Observáveis determinam o estado da partícula: posição e momento
- **Sistema:**
 - Coleção de partículas que interagem:
 - Entre si: forças internas
 - Mundo externo: forças externas
 - O estado do sistema é a coleção dos estados das partículas que o compõe
- Todas as propriedades das partículas podem ser conhecidas com uma **precisão infinita**
- Leis escritas em termos de **trajetórias** de partículas
 - **Trajectoria** → descritor de estado da física newtoniana
 - **Evolução do estado** → Segunda lei de Newton
- **Determinismo** → Dois sistemas idênticos, com as **mesmas condições** iniciais e sujeitos ao **mesmo conjunto de forças** apresentarão a **mesma evolução**

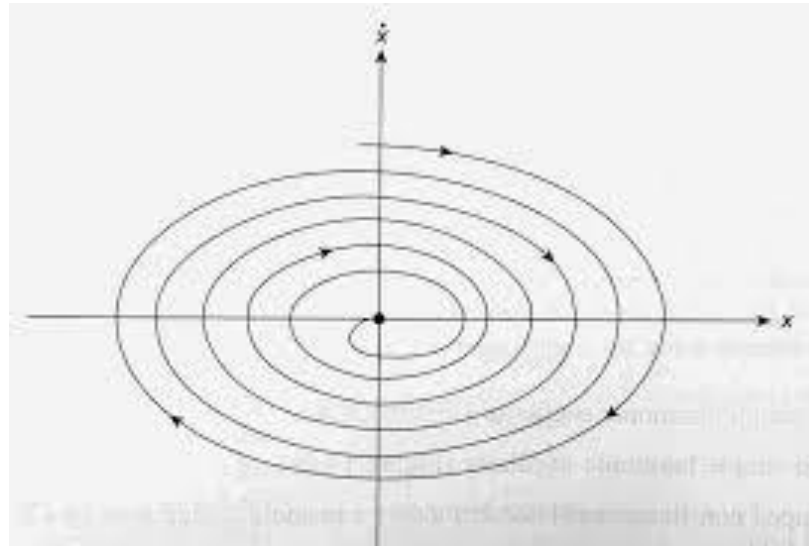
Mecânica clássica

Espaço de fases: Espaço de fase é a **representação das variáveis dinâmicas** relevantes de um sistema. Uma trajetória no espaço de fase representa a **evolução temporal do sistema**, através da evolução temporal de suas variáveis relevantes. O espaço de fase é uma ferramenta útil na **compreensão do comportamento dos sistemas**.

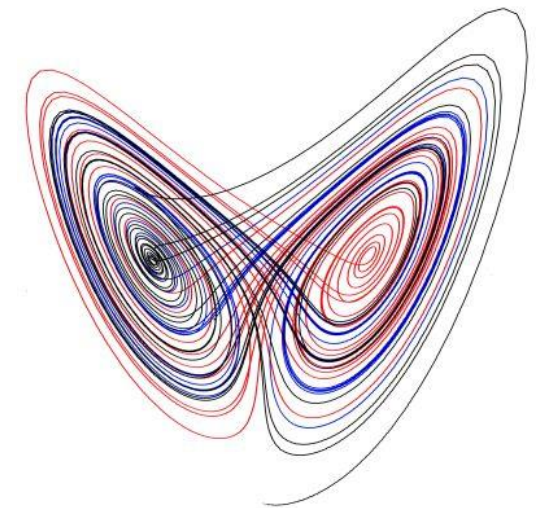
Pêndulo simples



Pêndulo amortecido



Sistema de Lorentz



Mecânica clássica

O clima de fim de festa da física no século XIX:

Demônio de Laplace:

“Um ser inteligente que conheça todas as forças que atuam na natureza em um determinado instante, bem como as posições momentâneas de todas as coisas no universo, seria capaz de compreender, em uma única fórmula, os movimentos dos maiores corpos e os átomos mais leves do universo. Desde que o seu intelecto fosse suficientemente poderoso para sujeitar todos os dados à análise; para ele nada seria incerto, o futuro e o passado estariam presentes aos seus olhos. A perfeição que a mente humana foi capaz de dar à astronomia oferece apenas um tênue esboço dessa inteligência”. (Laplace 1820)

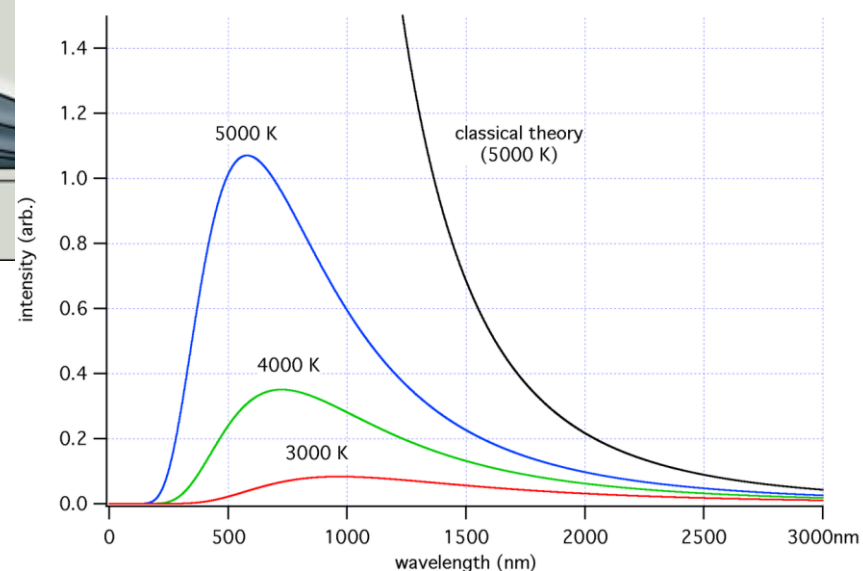
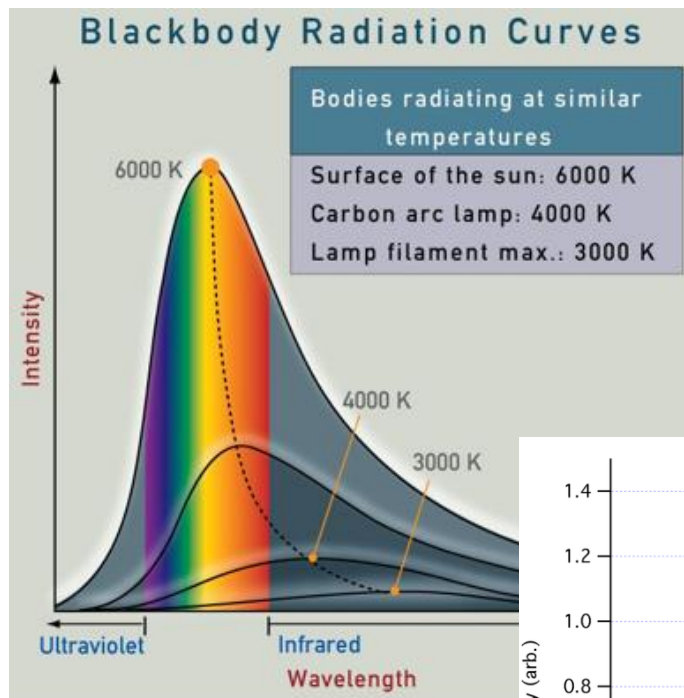
As duas nuvens de Kelvin:

Descreve a física no final do século XIX como “um céu azul com apenas duas pequenas nuvens no horizonte”

- Experimento de Michelson-Morley (mecânica) -> Teoria da Relatividade
 - Efeito fotoelétrico (eletromagnetismo)
 - Radiação do corpo negro (termodinâmica / mec. estatística)
- } Mecânica Quântica

Radiação de corpo negro

Catástrofe do ultravioleta



Características:

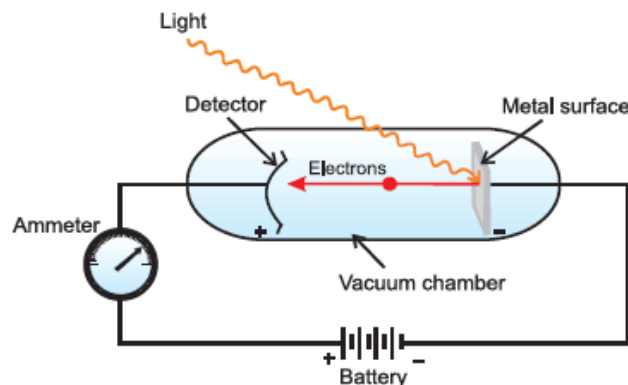
- Corpo negro é um objeto que absorve toda a radiação que incide nele.
- Em equilíbrio termodinâmico, toda a radiação emitida é igual a radiação absorvida.
- Possui uma curva típica de emissão, dependente apenas de sua temperatura.
- Predição clássica baseada no princípio da equipartição de energia:
 $\langle E \rangle = \frac{1}{2} kT$
por grau de liberdade.

- Lei de Rayleigh-Jeans:

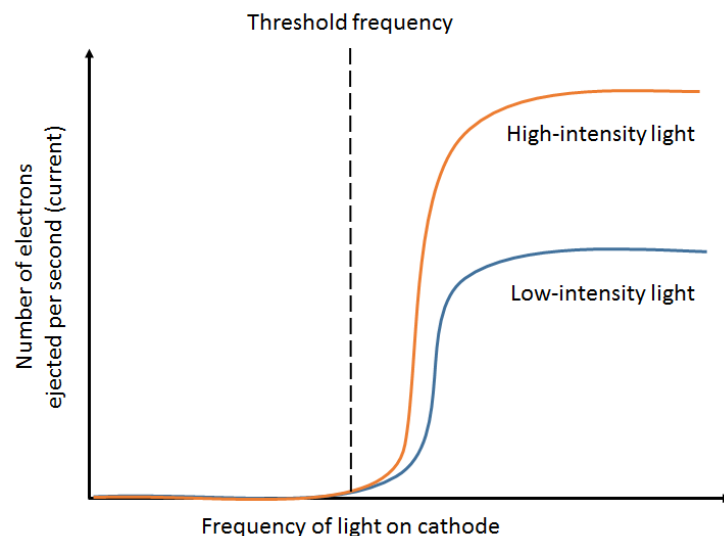
$$B_{\lambda}(T) = \frac{2ckT}{\lambda^4}$$

Efeito fotoelétrico

Experimento:



Resultado:



Características:

- Emissão de elétrons por um material quando exposto a uma radiação eletromagnética
- Na teoria clássica, esperava-se as seguintes características:
 - O efeito deveria ocorrer para qualquer frequência
 - A energia cinética dos elétrons arrancados deveriam depender da intensidade do feixe de luz
 - O elétron vai acumulando energia até ser ejetado. No caso de um feixe de baixa intensidade, deveria levar um tempo até o estabelecimento de uma corrente
- Os fatos:
 - Há uma frequência de corte, abaixo da qual não há emissão de elétrons
 - O aumento na intensidade da luz trás um aumento na corrente, mas não na energia cinética dos elétrons
 - Não se observa qualquer atraso no estabelecimento da corrente

Mecânica quântica

O nascimento da mecânica quântica:

$$E = h \cdot \nu$$

$h \rightarrow$ constante de Plank

$\nu \rightarrow$ frequência

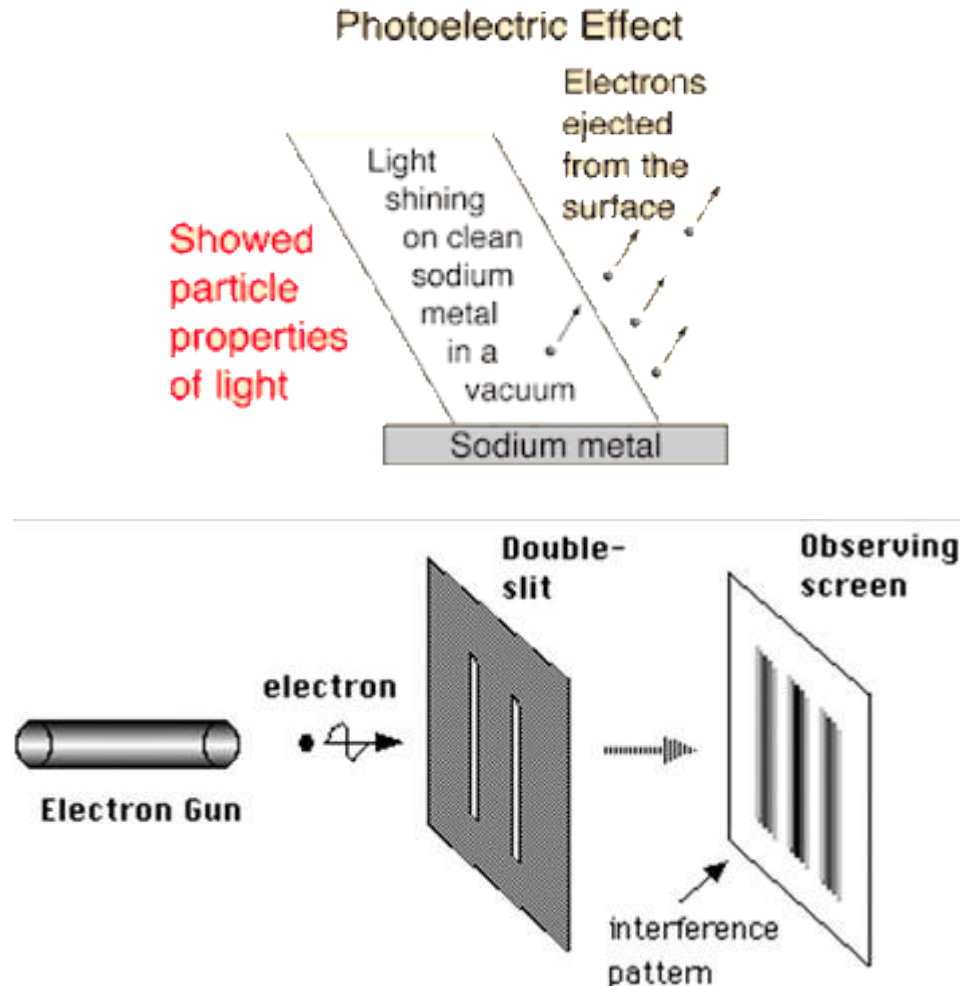
$$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg} / \text{s}$$

Características:

- Para resolver o problema da radiação de corpo negro, Max Plank propõe, em 1900, que a energia só pode assumir valores quantizados (discretos). Nobel 1918
- Albert Einstein utiliza a quantização da radiação para explicar o efeito fotoelétrico, assumindo que a radiação é composta por pacotes, ou quanta de energia, propagando-se como partículas. Nobel 1921
- Cada uma destas partículas, agora chamadas de fótons, possuem energia conforme a equação de plank

Fenômenos estranhos

Dualidade onda-partícula:

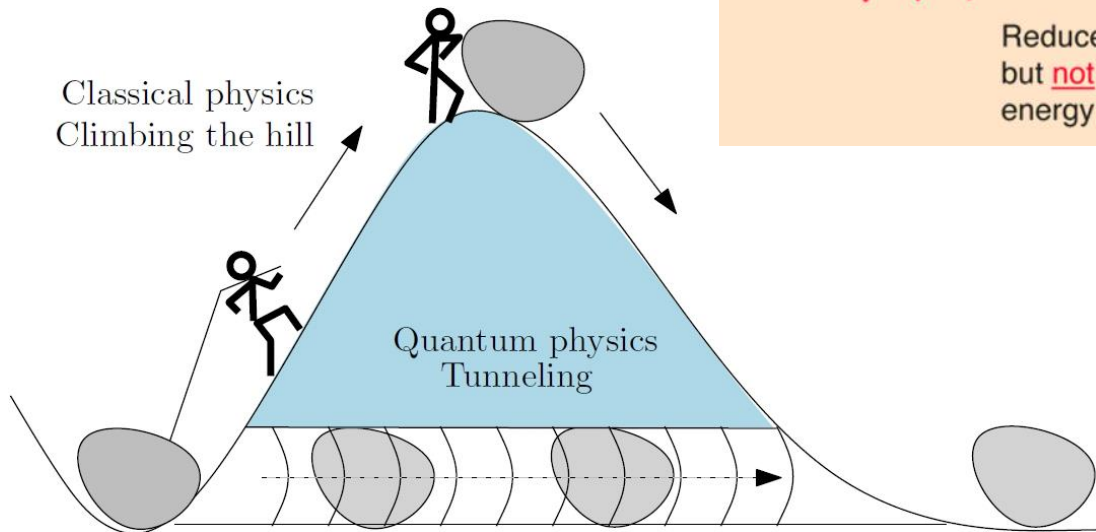
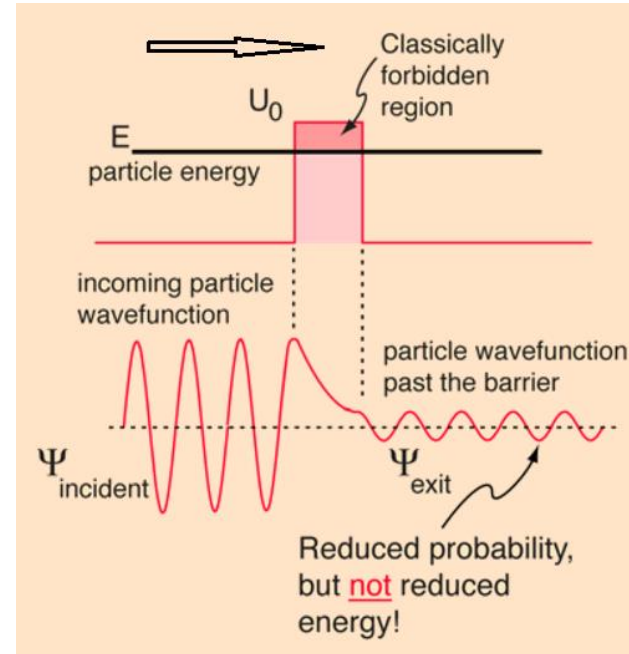


Características:

- O efeito fotoelétrico trouxe a proposição de que uma onda eletromagnética também possui comportamento de partícula.
- Posteriormente, diversos experimentos trouxeram à tona o comportamento ondulatório de partículas, como é o caso do experimento da fenda dupla
- Neste experimento, ao passar um feixe de elétrons por uma fenda dupla, é possível se notar um padrão de interferência característico de ondas.
- De maneira geral, pode se dizer que qualquer entidade física podem apresentar características tanto de onda como de partícula.
- A física quântica vai trazer uma nova forma de explicar ambos comportamentos através de uma única equação diferencial (Equação de Schrodinger)

Fenômenos estranhos

Tunelamento:



Características:

- Fenômeno da mecânica quântica no qual partículas podem transpor um estado de energia classicamente proibido. Isto é, uma partícula pode escapar de regiões cercadas por barreiras potenciais mesmo se sua energia cinética for menor que a energia potencial da barreira.
- Resultado da dualidade onda-partícula, pela qual a função de onda de uma partícula se estende para dentro e além de uma barreira
- A probabilidade de que o tunelamento ocorra é inferior a 100%, e diminui exponencialmente à medida que a altura e a largura da barreira aumentam
- NÃO TENHA EM CASA

Princípio da incerteza:

HEISENBERG'S UNCERTAINTY PRINCIPLE FOR MOMENTUM AND POSITION

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$$

UNCERTAINTY IN POSITION
MULTIPLIED BY UNCERTAINTY
IN MOMENTUM...

...MUST BE
GREATER THAN
OR EQUAL TO...

...THE REDUCED
PLANCK'S
CONSTANT DIVIDED
BY 2

Operador comutador:

$$[A, B] \equiv AB - BA$$

Características:

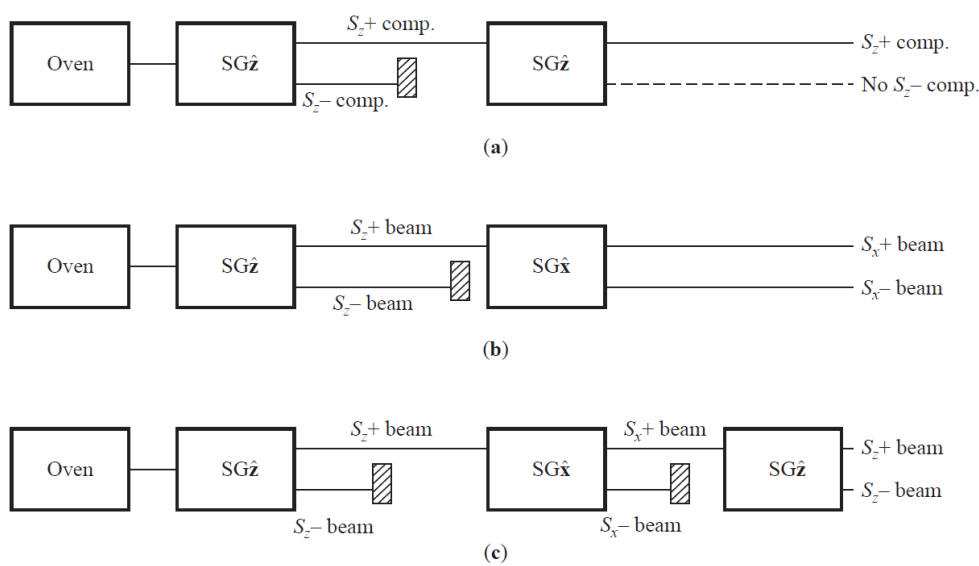
- Lembra daquela figura do espaço de fases? Acabou.
- O princípio da incerteza de Heisenberg estabelece um limite de precisão com que alguns pares de variáveis podem ser conhecidos, como posição e momento.
- Para estes casos, dizemos que as duas grandezas não comutam entre si.
- Podemos pensar que, para o mundo muito pequeno, o simples fato de fazer uma medida perturba a partícula e altera o seu movimento.
- Outro exemplo de grandezas que não comutam é energia e tempo

Fenômenos estranhos

Superposição de estados:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\text{cat}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{dog}\rangle$$

Experimento de Stern-Gerlach:

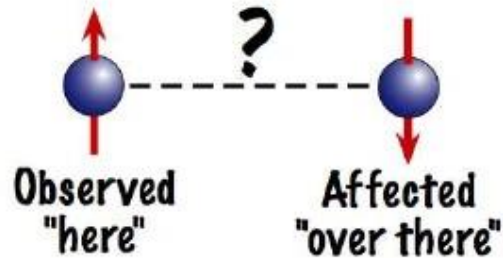


Características:

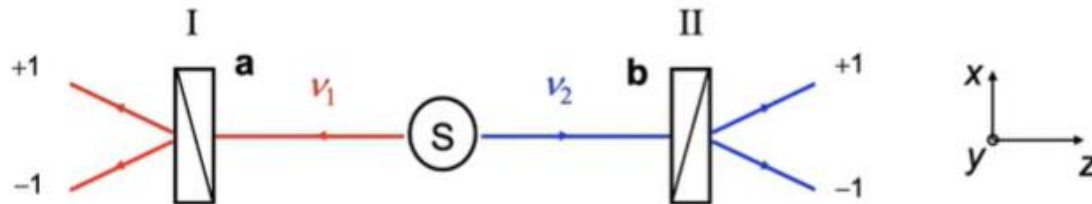
- Um sistema físico existe parcialmente em todos os estados teoricamente possíveis simultaneamente antes de ser medido. Porém quando medido ou observado, o sistema colapsa para um único estado.
- É a coexistência de estados considerados mutuamente exclusivos em nosso mundo macroscópico.
- Apresenta a física quântica como uma teoria inerentemente probabilística
- Rompe a identidade que a Física Clássica estabelece entre estado de um sistema e resultado de uma medição. Para a Física Quântica, o resultado de uma única medição não nos pode informar, em geral, de forma completa acerca do estado do sistema antes da medida
- "Deus não joga dados" Albert Einstein

Fenômenos estranhos

Emaranhamento:



The EPR GedankenExperiment with photons correlated in polarization



For the entangled EPR state... $|\Psi(v_1, v_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|x, x\rangle + |y, y\rangle\}$

Quantum mechanics predicts results separately random ...

$$P_+(a) = P_-(a) = \frac{1}{2} ; P_+(b) = P_-(b) = \frac{1}{2}$$

but strongly correlated:

$$P_{++}(a, b) = P_{--}(a, b) = \frac{1}{2} \cos^2(a, b)$$

$$P_{+-}(a, b) = P_{-+}(a, b) = \frac{1}{2} \sin^2(a, b)$$

$$P_{++}(0) = P_{--}(0) = \frac{1}{2}$$

$$P_{+-}(0) = P_{-+}(0) = 0$$

Características:

- “Efeito fantasmagórico à distância” Albert Einstein
- Fenômeno da mecânica quântica que permite que dois ou mais objetos estejam de alguma forma tão ligados que um objeto não possa ser analisado sem que a sua contraparte seja igualmente afetada - mesmo que os objetos possam estar espacialmente separados por milhões de anos-luz.
- Essas fortes correlações fazem com que as medidas realizadas numa delas pareçam estar a influenciar instantaneamente à outra com a qual ficou entrelaçada, e sugerem que alguma influência estaria a propagar-se instantaneamente, apesar da separação entre elas.
- Comunicação instantânea entre as partículas, independente da velocidade da luz -> teletransporte quântico

Estados quânticos:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & \overbrace{\hspace{1cm}}^{\delta x} & & \overbrace{\hspace{1cm}}^{\delta x} & & \dots & \overbrace{\hspace{1cm}}^{\delta x} \\
 x_1 & \text{---} & x_2 & \text{---} & \dots & \text{---} & x_n \\
 [1, 0, \dots, 0]^T & & [0, 1, \dots, 0]^T & & & &
 \end{array}$$

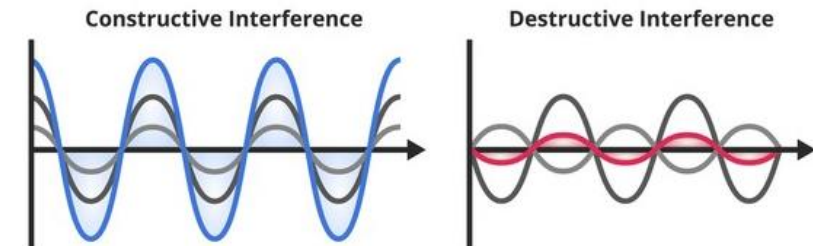
$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= c_1 |x_1\rangle + c_2 |x_2\rangle + \dots + c_n |x_n\rangle \\
 &= c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + c_n \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$|c_1|^2 + |c_2|^2 + \dots + |c_n|^2 = \sum_{i=1}^n |c_i|^2 = 1.$$

probabilidade de encontrar a partícula no estado $|c_1\rangle$

Características:

- $|x_i\rangle$ é o estado quântico correspondente à partícula ser detectada na posição x_i (ket)
- Antes da medida, a partícula está numa mistura dos estados $\{|x_1\rangle, |x_2\rangle, \dots, |x_n\rangle\}$.
- Estado quântico é representado como a combinação linear de todos os estados base, ponderados por amplitudes $\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ (complexas).
- O estado $|\Psi\rangle$ representa a função de onda (onda de probabilidades) correspondente às probabilidades de medida nas posições $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
- Não há sentido em perguntar a posição da partícula antes da medida.
- Uma medida resulta no colapso do estado para um estado da base $\{|x_1\rangle, |x_2\rangle, \dots, |x_n\rangle\}$.
- Coeficientes complexos permitem explicar a natureza ondulatória da partícula:
 - $|c_1 + c_2|^2$ pode tanto aumentar quanto diminuir as probabilidades



Estados quânticos:

Exemplo:

$$|\psi\rangle = c_1 |x_1\rangle + c_2 |x_2\rangle = \frac{i}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$|c_1|^2 = c_1^* c_1 = \frac{-i}{2} \frac{i}{2} = \frac{-i^2}{2^2} = \frac{1}{4}$$

Generalizando:

$|\langle\phi|\psi\rangle|^2$

 Probabilidade de se encontrar a partícula $|\Psi\rangle$ no estado $|\phi\rangle$

$$\begin{aligned} \langle x_1|\psi\rangle &= \langle x_1|c_1|x_1\rangle + \langle x_1|c_2|x_2\rangle = c_1 \langle x_1|x_1\rangle + c_2 \langle x_1|x_2\rangle \\ &= \frac{i}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{i}{2} \end{aligned}$$

$$|\langle\phi|\psi\rangle|^2 = \langle\phi|\psi\rangle^* \langle\phi|\psi\rangle = \frac{-i}{2} \frac{i}{2} = \frac{1}{4}$$

Características:

- Qual a probabilidade de se encontrar a partícula no estado $|x_1\rangle$?
- $\langle a |$ (bra) representa o vetor transposto conjugado de $|a\rangle$ (ket)
- A notação de brackets, apesar de causar certa estranheza no início, facilita muito no desenvolvimento de expressões, principalmente no caso de bases ortogonais

Observáveis:

Observável clássico: $F(S) = x$

Observável quântico: $O|\psi\rangle \rightarrow \lambda_i|a_i\rangle$

Exemplo:

Matrizes de Pauli:

$$\begin{aligned}\sigma_1 = \sigma_x &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_2 = \sigma_y &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_3 = \sigma_z &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Geram o espaço de observáveis de dimensão dois. As σ_k representam o observável correspondente à projeção do spin no eixo-k do espaço euclidiano tridimensional.

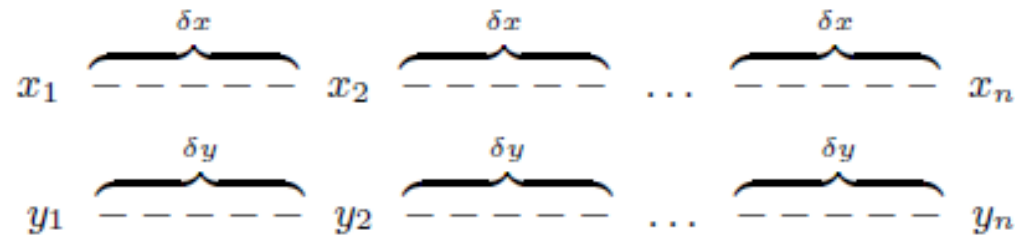
Características:

- Na física clássica, um observável S é uma função de recebe um estado S e devolve um número real x , que corresponde a quantidade medida. Por exemplo, podemos escrever a Energia como uma função da temperatura $F(T) = E$
- Na física quântica, um observável é uma matriz O que atua sobre o estado quântico $|\Psi\rangle$.
- A matriz O deve ser uma matriz hermiteana que, dentre outras propriedades, possui autovalores reais. Estes autovalores são os únicos valores possíveis para o observável.
- A realização de uma medida colapsa a função de onda para um estado representados pelos autovetores $|a_i\rangle$.
- Cada grandeza que queremos medir de um estado quântico é associada a um observável diferente. No caso de querermos medir a posição e momento de um estado $|\Psi\rangle$, cada um dos observáveis será representado por uma matriz diferente

Construindo estados quânticos:

$$|\Psi\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes \cdots \otimes |\psi_k\rangle = |\psi_1\psi_2\ldots\psi_k\rangle$$

Para um sistema de duas partículas e dois níveis (n=2):



$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= |\psi_x\rangle \otimes |\psi_y\rangle \\ &= (c_{1,x} |x_1\rangle + c_{2,x} |x_2\rangle) \otimes (c_{1,y} |y_1\rangle + c_{2,y} |y_2\rangle) \\ &= \overbrace{c_{1,x}c_{1,y}}^{c_1} |x_1y_1\rangle + \overbrace{c_{1,x}c_{2,y}}^{c_2} |x_1y_2\rangle + \overbrace{c_{2,x}c_{1,y}}^{c_3} |x_2y_1\rangle + \overbrace{c_{2,x}c_{2,y}}^{c_4} |x_2y_2\rangle \\ &= c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_4 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_4 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Características:

- Análise de estado multi-partículas ao invés de apenas uma partícula

Estados emaranhados:

Exemplo 1:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2} |aa\rangle + \frac{1}{2} |ba\rangle + \frac{1}{2} |ab\rangle + \frac{1}{2} |bb\rangle$$

TABLE I: Possible outcomes for state $|\psi\rangle$

	Particle 2: $ a\rangle$	Particle 2: $ b\rangle$
Particle 1: $ a\rangle$	$ \psi\rangle \rightarrow aa\rangle: \frac{1}{4}$	$ \psi\rangle \rightarrow ab\rangle: \frac{1}{4}$
Particle 1: $ b\rangle$	$ \psi\rangle \rightarrow ba\rangle: \frac{1}{4}$	$ \psi\rangle \rightarrow bb\rangle: \frac{1}{4}$

Exemplo 2:

$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |aa\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |bb\rangle$$

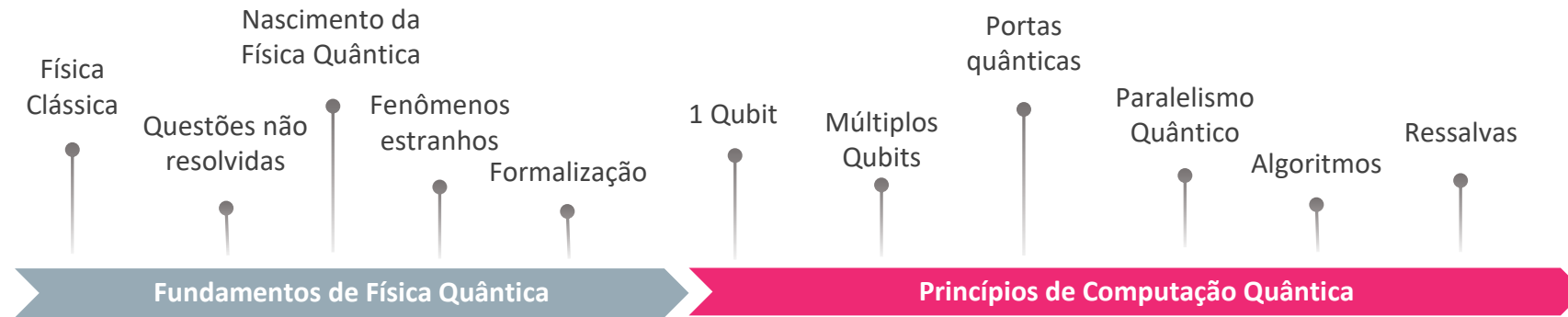
TABLE II: Possible outcomes for state $|\phi\rangle$

	Particle 2: $ a\rangle$	Particle 2: $ b\rangle$
Particle 1: $ a\rangle$	$ \phi\rangle \rightarrow aa\rangle: \frac{1}{2}$	$ \phi\rangle \rightarrow ab\rangle: 0$
Particle 1: $ b\rangle$	$ \phi\rangle \rightarrow ba\rangle: 0$	$ \phi\rangle \rightarrow bb\rangle: \frac{1}{2}$

Características:

- No exemplo 1, as partículas não estão emaranhadas e a medida da primeira partícula não leva a qualquer conclusão sobre o estado da segunda
- No exemplo 2, as partículas estão emaranhadas e, ao se medir o estado da partícula 1, colapsamos imediatamente a partícula 2 para o mesmo estado medido para a partícula 1.

Agenda



Princípios de Computação Quântica

1 Qubit:

bit clássico: 0 ou 1

Superposição de estados:

qubit $| \psi \rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \leftarrow$ superposição.

$$|a|^2 + |b|^2 = 1 \quad a, b \in \mathbb{C}$$

Colapso da função de onda. \Leftarrow quando se observa o estado

$|a|^2 \Rightarrow$ probabilidade de, ao observarmos, o estado colapsar no $|0\rangle$

$|b|^2 \Rightarrow$ probabilidade de colapsar no $|1\rangle$

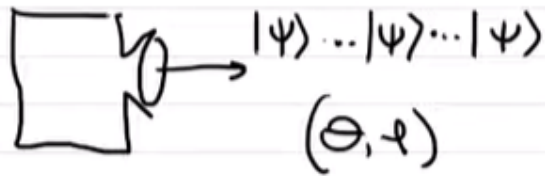
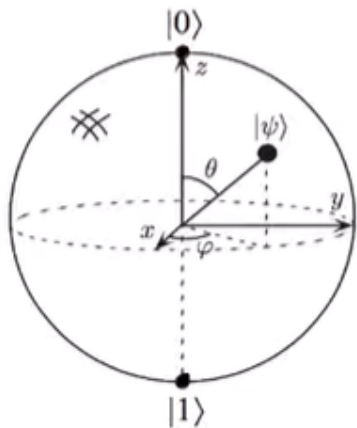
Princípios de Computação Quântica

1 Qubit:

Representação de Bloch

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle. \Rightarrow |\psi\rangle = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{fase global}}}{e^{i\chi}} \left[\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \right]$$

Esfere de Bloch



Princípios de Computação Quântica

1 Múltiplos Qubits:

$$|\psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle \quad \Leftarrow 2 \text{ qubits}$$

$$|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$$

Estado de Bell :

$$\left. \begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle) \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \end{aligned} \right\} \text{Maximamente emaranhados.}$$

Princípios de Computação Quântica

1 Múltiplos Qubits:

3 qubits

$$|\psi\rangle = a|000\rangle + b|001\rangle + c|010\rangle + d|011\rangle \\ + e|100\rangle + f|101\rangle + g|110\rangle + h|111\rangle$$

8 amplitudes

(2^n)

500 qubits $\rightarrow 2^{500}$ n° átomos no universo.

Portas ~~quânticas~~ clássicas:

Exemplo 1:

$$NOT = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} NOT|0\rangle &= |1\rangle & NOT|1\rangle &= \tilde{|0\rangle}. \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exemplo 2:

$$AND = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- $AND|00\rangle = |0\rangle$
- $AND|01\rangle = |0\rangle$
- $AND|10\rangle = |0\rangle$
- $AND|11\rangle = |1\rangle$

Características:

- Os bits são manipulados através de portas clássicas

Portas quânticas ~~clássicas~~:

Exemplos:

NOT

Matrizes de Pauli: $\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Porta de Hadarmard:

(provocam superposição)

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

Características:

- Portas quânticas são a maneira de se manipular qubits
- Portas quânticas devem preservar a norma da soma dos quadrados das amplitudes (probabilidade)
- Portas quânticas devem ser reversíveis (antes da medida)
- Estas condições são equivalentes a dizer que as portas quânticas precisam ser um matrizes unitárias
- Por exemplo, porta AND não é uma porta quântica
- Manipulação de qubits possui uma natureza muito distinta da manipulação de bits, portanto a computação quântica exige uma abordagem completamente nova, não sendo apenas um computador mais rápido

Portas quânticas ~~clássicas~~:











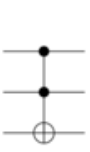
Porta SWAP: $SWAP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$

$$SWAP|01\rangle = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = |10\rangle$$

Características:

- Portas quânticas são a maneira de se manipular qubits
- Portas quânticas devem preservar a norma da soma dos quadrados das amplitudes (probabilidade)
- Portas quânticas devem ser reversíveis (antes da medida)
- Estas condições são equivalentes a dizer que as portas quânticas precisam ser um matrizes unitárias
- Por exemplo, porta AND não é uma porta quântica
- Manipulação de qubits possui uma natureza muito distinta da manipulação de bits, portanto a computação quântica exige uma abordagem completamente nova, não sendo apenas um computador mais rápido

Portas quânticas ~~clássicas~~:

Operator	Gate(s)	Matrix
Pauli-X (X)	 	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Pauli-Y (Y)		$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$
Pauli-Z (Z)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Hadamard (H)		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
Phase (S, P)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
$\pi/8$ (T)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{bmatrix}$
Controlled Not (CNOT, CX)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
Controlled Z (CZ)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
SWAP		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Toffoli (CCNOT, CCX, TOFF)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

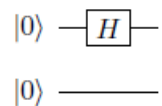
Características:

- Portas quânticas são a maneira de se manipular qubits
- Portas quânticas devem preservar a norma da soma dos quadrados das amplitudes (probabilidade)
- Portas quânticas devem ser reversíveis (antes da medida)
- Estas condições são equivalentes a dizer que as portas quânticas precisam ser um matrizes unitárias
- Por exemplo, porta AND não é uma porta quântica
- Manipulação de qubits possui uma natureza muito distinta da manipulação de bits, portanto a computação quântica exige uma abordagem completamente nova, não sendo apenas um computador mais rápido

Combinando portas quânticas:

Inicializar dois qubits no estado $|\Psi_0\rangle = |00\rangle$ e aplicar a porta Hadamard apenas no primeiro qubit, deixando o segundo alterado, resultando no estado $|\Psi_1\rangle$

$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle &= (H \otimes I) |00\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |10\rangle) = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \otimes |0\rangle . \end{aligned}$$



Operação $|\Psi_0\rangle \rightarrow |\Psi_1\rangle$ apresentada como um circuito quântico

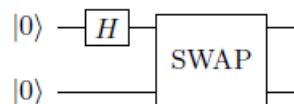
Características:

- Pode-se aplicar mais de uma porta quântica em mais de um qubit utilizando o produto tensorial
- Geralmente, podemos combinar qualquer número de portas quânticas e aplicar no estado de um qubit desde que as dimensões sejam compatíveis.

Combinando portas quânticas:

Continuando o exemplo, podemos aplicar a porta SWAP em $|\Psi_1\rangle$ de forma a evoluí-lo para o estado $|\Psi_2\rangle$:

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle &= SWAP \left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \otimes |0\rangle \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle) = |0\rangle \otimes \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



Operação $|\Psi_0\rangle \rightarrow |\Psi_2\rangle$ apresentada como um circuito quântico

Características:

- Pode-se aplicar mais de uma porta quântica em mais de um qubit utilizando o produto tensorial
- Geralmente, podemos combinar qualquer número de portas quânticas e aplicar no estado de um qubit desde que as dimensões sejam compatíveis.

Combinando portas quânticas:

O último passo é a medida dos dois qubits. Medida é uma operação irreversível e portanto não é uma porta quântica. :

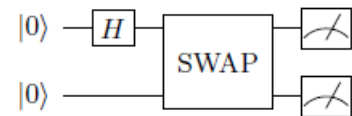
Primeiro qubit:

$$|0\rangle \rightarrow 100\%$$

Segundo qubit

$$|0\rangle \rightarrow 50\%$$

$$|1\rangle \rightarrow 50\%$$



Operação $|\Psi_0\rangle \rightarrow |\Psi_2\rangle$ e medida apresentada como um circuito quântico

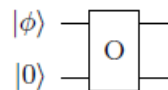
Características:

- Pode-se aplicar mais de uma porta quântica em mais de um qubit utilizando o produto tensorial
- Geralmente, podemos combinar qualquer número de portas quânticas e aplicar no estado de um qubit desde que as dimensões sejam compatíveis.

Paralelismo quântico:

$$|\phi\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\psi_0\rangle = |\phi, 0\rangle = \frac{1}{2} (|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle) \otimes |0\rangle$$



$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle &= O |\phi, 0\rangle = \frac{1}{2} (O |00, 0\rangle + O |01, 0\rangle + O |10, 0\rangle + O |11, 0\rangle) \\ &= \frac{1}{2} (|00, f(00)\rangle + |01, f(01)\rangle + |10, f(10)\rangle + |11, f(11)\rangle) . \end{aligned}$$

Características:

- O aceleração dos algoritmos quânticos vem do paralelismo quântico, alcançado através do fenômeno de superposição de qubits.
- O paralelismo quântico é uma característica de muitos algoritmos quânticos e permite fazer cálculos de inúmeros inputs simultaneamente
- No exemplo ao lado, podemos ver que com apenas uma operação conseguimos calcular a função f para 4 valores simultaneamente.
- Este exemplo pode ser expandido para valores maiores de n , tornando o algoritmo mais efetivo.
- A medida do segundo qubit somente irá avaliar 1 valor
- Emaranhamento quântico pode melhorar este cenário pois a alteração de um qubit irá alterar o estado de outros imediatamente, aumentando a velocidade de processamento de computadores quânticos.
- Dobrar o número de qubits não necessariamente dobra a necessidade de poder de processamento.

Algoritmos quânticos:

Algoritmos gerais:

1. Transformada de Fourier
2. Algoritmo de Grover para buscas
3. Algoritmo de Shor para fatoração de números inteiros
4. Minimização quântica
5. Estimativa de fases
6. Álgebra linear (qBLAS)
7. HHL para inversão de sistemas de equações
8. Otimizações

Machine learning:

	<i>GroverOptim</i>	<i>PhaseEstim</i>	<i>SwapTest</i>	<i>DistCalc</i>	<i>MedianCalc</i>
q <i>k</i> -means	U		U	U	
q <i>k</i> -medians	U		U	U	U
qSVM	U				
qPCA		U	O		

Princípios de Computação Quântica

Algoritmos quânticos – comparativo ML:

Method	Speedup	AA	HHL	Adiabatic	QRAM
Bayesian Inference [107, 108]	$O(\sqrt{N})$	Y	Y	N	N
Online Perceptron [109]	$O(\sqrt{N})$	Y	N	N	optional
Least squares fitting [9]	$O(\log N^{(*)})$	Y	Y	N	Y
Classical BM [20]	$O(\sqrt{N})$	Y/N	optional/N	N/Y	optional
Quantum BM [22, 62]	$O(\log N^{(*)})$	optional/N	N	N/Y	N
Quantum PCA [11]	$O(\log N^{(*)})$	N	Y	N	optional
Quantum SVM [13]	$O(\log N^{(*)})$	N	Y	N	Y
Quantum reinforcement learning [30]	$O(\sqrt{N})$	Y	N	N	N

Ressalvas:

- **Problema de Input:**
O custo de leitura de dados pode dominar o custo do algoritmo em alguns casos, comprometendo todo o ganho alcançado
- **Problema de Output:**
Aprender a solução completa de alguns algoritmos quânticos como uma sequência de bits requer um aprendizado exponencial do número de bits. Isto torna algumas aplicações de QML impraticáveis
- **Problema de Benchmark:**
Frequentemente é difícil validar na prática se um algoritmo quântico é sempre melhor do que seus paralelos clássicos pois isto requer um benchmark extensivo contra algoritmos heurísticos modernos

- |1> Sakurai, J., & Napolitano, J. (2017). *Modern Quantum Mechanics* (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/9781108499996
- |2> Pessoa Jr., O., *As Interpretações da Física Quântica*, in Aguilera-Navarro, M.C.K., Aguilera-Navarro, V.C. & Goto, M. (orgs.), *Anais III Semana da Física*, Londrina: Editora da Universidade Estadual de Londrina, 1998
- |3> PINTO NETO, N. *Teorias e interpretações da mecânica quântica*. São Paulo, Editora Livraria da Física; Rio de Janeiro, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 2010.
- |4> Biamonte, Jacob D., Peter Wittek, Nicola Pancotti, Patrick Rebentrost, Nathan Wiebe and Seth Lloyd. “Quantum machine learning.” *Nature* 549 (2017): 195-202.
- |5> Kopczyk, D. (2018). Quantum machine learning for data scientists. *arXiv: Quantum Physics*.
- |6> PEREZ, S. . *Mecânica Quântica: um curso para professores da educação básica*. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016. v. 1. 135p .
- |7> Fanchini, F, *Física com Precisão* (2016), *Bits Quânticos* [VIDEO]. Youtube. <https://youtu.be/n1wQxA68Cws>

Obrigado

an NTT DATA Company
