



# RooFit

Aula 04

# Parte 02

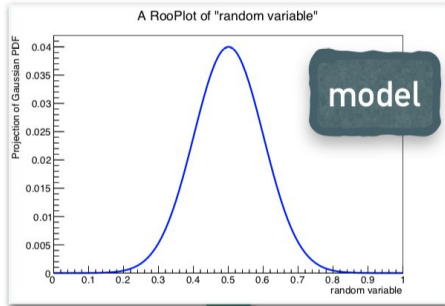
# Expressões genéricas de PDFs

Se a sua PDF favorita não estiver lá :

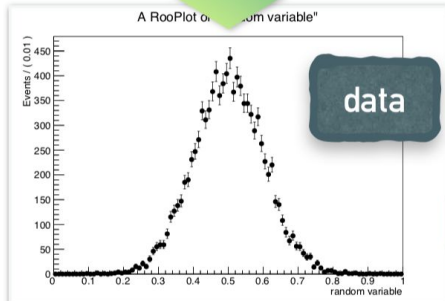
Use a classe **RooGenericPdf**.

```
// PDF variables
RooRealVar x("x","x",-10.,10.);
RooRealVar y("y","y",0,5);
RooRealVar a("a","a",3.0);
RooRealVar b("b","b",-2.0);
// Generic PDF
RooGenericPdf model("model","GenericPDF","exp(x*y+a)-b",RooArgSet(x,y,a,b));
```

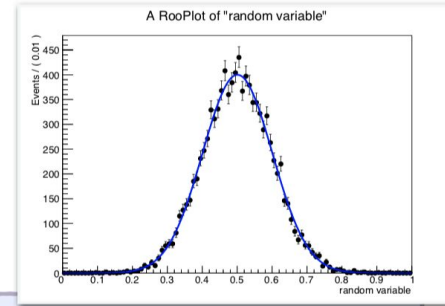
# Geração e Ajuste



```
model.generate(x, 10000);
```



```
RooPlot* fm = x.frame();
data->plotOn(fm);
model.plotOn(fm);
fm->Draw();
```



COVARIANCE MATRIX CALCULATED SUCCESSFULLY  
 FCN=-8863.01 FROM HESSE STATUS=OK 10 CALLS 34 TOTAL  
 EDM=1.57332e-06 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE  
 EXT PARAMETER

| NO. | NAME  | VALUE       | ERROR       |
|-----|-------|-------------|-------------|
| 1   | mu    | 5.00665e-01 | 9.97372e-04 |
| 2   | sigma | 9.97366e-02 | 7.05314e-04 |

```
RooFitResult *res = model.fitTo(*data, ...);
```

Essa classe armazena os resultados de um ajuste de modelo, incluindo os parâmetros ajustados, suas incertezas, a matriz de covariância, entre outros.

# Geração e Ajuste

Algumas opções úteis podem ser adicionadas para “gerar” e “ajustar” à parte “...”:

```
RooFitResult* res = model.fitTo(*data, ...);
```

|             |   |
|-------------|---|
| Save( )     | Se o RooFitResult é produzido . RooFit::Save().   |
| Extended( ) | Adiciona o termo de likelihood estendida. N_obs.  |
| Verbose( )  | Informações adicionais são impressas sobre como o cálculo de probabilidade é configurado. |
| NumCPU(N)   | Paralelizar o cálculo de probabilidade sobre N processos.                                 |

# Exemplo da saída do ajuste

progress  
information

```
[#1] INFO:Minization -- RooMinuit::optimizeConst: activating const optimization
*****
** 13 **MIGRAD          1000          1
*****
FIRST CALL TO USER FUNCTION AT NEW START POINT, WITH IFLAG=4.
START MIGRAD MINIMIZATION. STRATEGY 1. CONVERGENCE WHEN EDM .LT.1.00e-003
FCN=25019.2 FROM MIGRAD STATUS=INITIATE 10 CALLS 11 TOTAL
EDM= unknown STRATEGY= 1 NO ERROR MATRIX
EXT PARAMETER CURRENT GUESS STEP FIRST
NO. NAME VALUE ERROR SIZE DERIVATIVE
1 mean 1.00000e+000 2.00000e+000 2.02430e-001 -1.99022e+002
2 sigma 3.00000e+000 9.90000e-001 2.22742e-001 1.98823e+002
ERR DEF= 0.5
MIGRAD MINIMIZATION HAS CONVERGED.
MIGRAD WILL VERIFY CONVERGENCE AND ERROR MATRIX.
COVARIANCE MATRIX CALCULATED SUCCESSFULLY
FCN=25018.5 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 32 CALLS 33 TOTAL
EDM=5.79448e-007 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER CURRENT GUESS STEP FIRST
NO. NAME VALUE ERROR SIZE DERIVATIVE
1 mean 1.01746e+000 3.00149e-002 2.9345e-004 -8.34497e-002
2 sigma 2.97870e+000 2.19221e-002 5.32112e-004 1.48773e-001
ERR DEF= 0.5
EXTERNAL ERROR MATRIX. NDIM= 25 NPAR= 2 ERR DEF=0.5
9.009e-004 1.839e-005
1.839e-005 4.806e-004
PARAMETER CORRELATION COEFFICIENTS
NO. GLOBAL 1 2
1 0.02795 1.000 0.028
2 0.02795 0.028 1.000
*****
```

min NLL

error &  
correlation matrix

fit values and errors

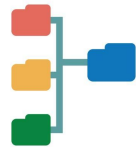
status, distance to  
minimum (EDM)

# RooFit Workspace



- A classe **RooWorkspace**: container para todos os objetos do RooFit que foram criados:
  - configuração completa do modelo
    - descrição dos parâmetros/observáveis e PDF
    - incertezas
  - (múltiplos) conjuntos de dados
- Mantém uma completa descrição de todo o modelo
  - possibilidade de salvar o modelo por completo em um ROOT file
  - toda informação estará disponível para uma análise aprofundada
- Combinação dos resultados juntando workspaces em um só
  - formato padrão para combinar e compartilhar resultados de física

```
RooWorkspace workspace("w");  
workspace.import(*data); workspace.import(*pdf);  
workspace.writeToFile("myWorkspace.root")
```



# Usando o workspace

- Workspace
  - Um classe de contêiner genérica para todos os objetos RooFit do seu projeto
  - Ajuda a organizar projetos de análise

- Criação de um workspace

```
RooWorkspace w("w");
```

- Colocando as variáveis e funções em um workspace
  - Ao importar uma função, todas as suas componentes(variáveis) também são importadas automaticamente

```
RooWorkspace w("w");//criando o workspace  
RooRealVar x("x","x",-10,10);  
RooRealVar mean("mean","mean",5);  
RooRealVar sigma("sigma","sigma",3);  
RooGaussian f("f","f",x,mean,sigma);  
w.import(f); // importando f,x,mean e sigma
```



# Usando o workspace

- Dentro de um workspace

```
w.Print() ;  
variables  
-----  
(mean,sigma,x)  
p.d.f.s  
-----  
RooGaussian::f[ x=x mean=mean sigma=sigma ] = 0.249352
```

- Acessando variáveis e funções fora de um workspace

```
RooPlot* frame = w.var("x")->frame();  
w.pdf("f")->plotOn(frame);
```

```
#include "TH1.h"
#include "RooRealVar.h"
#include "RooDataSet.h"
#include "RooArgSet.h"
#include "RooPlot.h"
#include "RooFit.h"
#include "TCanvas.h"
#include <iostream>
using namespace RooFit ;

void exWorkspace()
{
    //pdf
    RooRealVar mass("mass","mass",5.20,5.30) ;
    RooRealVar mean("mean","mean",5.28,5.20,5.30) ;
    RooRealVar sigma("sigma","sigma",0.005,0.001,0.05) ;
    RooGaussian model("model","model",mass,mean,sigma) ;

    // Importar a pdf no workspace
    RooWorkspace w("w") ;
    w.import(model) ;

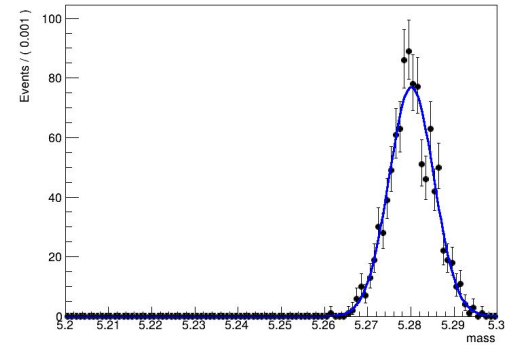
    // Gerar dados
    RooDataSet* dado = w.pdf("model")->generate(*w.var("mass"),1000) ;

    // Executar o ajuste aos dados
    w.pdf("model")->fitTo(*dado) ;

    RooPlot* frame = w.var("mass")->frame() ;

    TCanvas *c = new TCanvas("c", "c", 800, 600);
    dado->plotOn(frame) ;
    w.pdf("model")->plotOn(frame) ;
    frame->Draw() ;
    c->Draw();
    c->SaveAs("w.png");
    w.writeToFile("wspacecpp.root");
}
```

A RooPlot of "mass"



# Usando o workspace

- O Workspace pode ser gravado em um arquivo com todo o seu conteúdo  
–Escrever o workspace e o conteúdo no arquivo:

```
w.writeToFile("wspacecpp.root");
```

```
eliza@93f99f4d0fb7:~/Aula_IntroducaoAnaliseDados_2024_02/testes/RooFit$ root -l
root [0] TFile *f = TFile::Open("wspacecpp.root");
root [1] .ls
TFile**          wspacecpp.root
TFile*           wspacecpp.root
KEY: RooWorkspace      w;l      w
KEY: TProcessID        ProcessID0;1      7ba93ac6-818f-11ef-a482-050013acbeef
root [2] f->Get("w");
root [3] w->Print();

RooWorkspace(w) w contents

variables
-----
(mass,mean,sigma)

p.d.f.s
-----
RooGaussian::model[ x=mass mean=mean sigma=sigma ] = 4.83288e-08

root [4] □
```

# RooFit Factory - gerador de objetos

```
RooRealVar x("x","x",2,-10,10)
RooRealVar s("s","s",3) ;
RooRealVar m("m","m",0) ;
RooGaussian g("g","g",x,m,s)
```

4 linhas

Fornece uma “fábrica(*factory*)” para geração automática de objetos de uma linguagem semelhante à matemática.

```
RooWorkspace w;
w.factory("Gaussian::g(x[2,-10,10],m[0],s[3])")
```

1 linha

Agora, você pode usar o workspace factory para construir modelos.

# Factoring Sintaxe

- Regra #1 – Crie uma variável (`w.factory("x[0, 10]");`)

```
x[-10,10] // Create variable with given range  
x[5,-10,10] // Create variable with initial value and range  
x[5] // Created initially constant variable
```

- Regra #2 – Crie uma função ou o objeto pdf

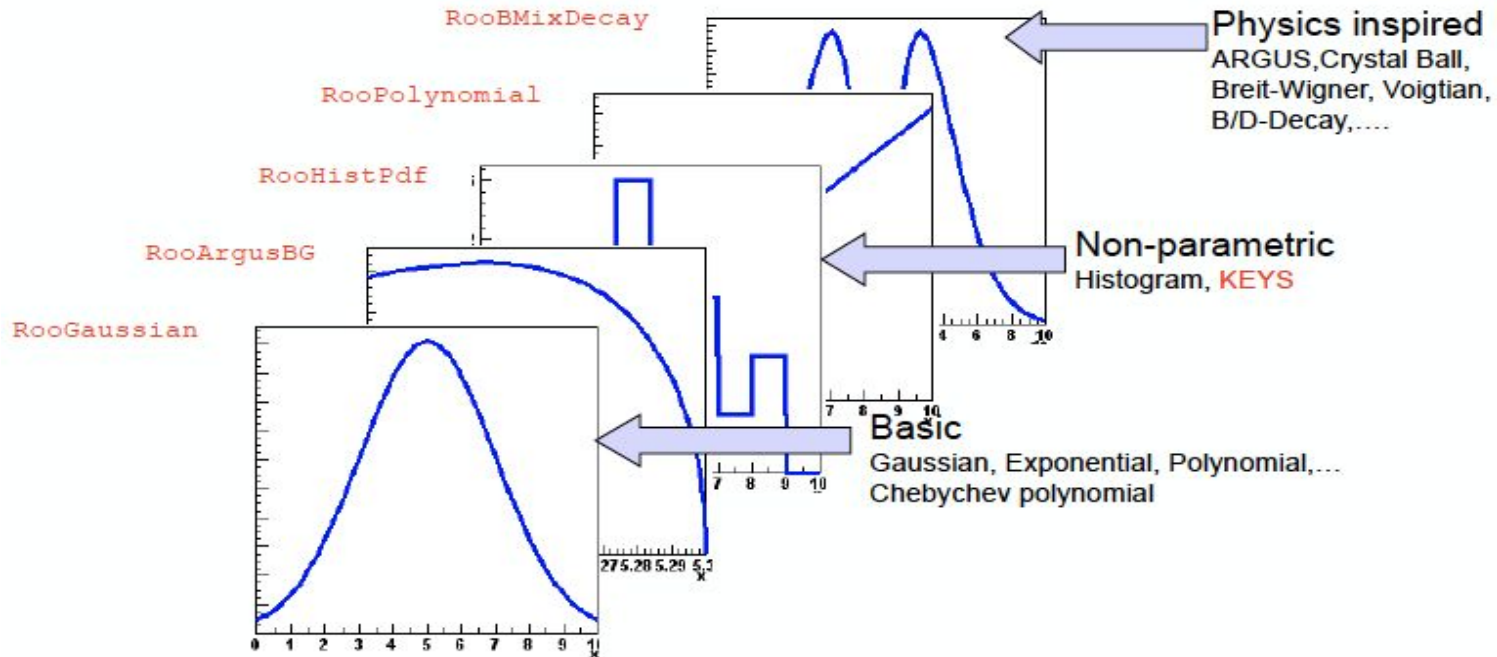
```
ClassName::Objectname(arg1,[arg2],...)
```

- O 'Roo' no nome da classe pode ser omitido
- Argumentos são nomes de objetos que já existem em um workspace
- Os objetos nomeados devem ser do tipo correto, se não a factory imprime erro
- Os argumentos definidos e listados podem ser construídos entre chaves {}

```
Gaussian::g(x,mean,sigma)  
// equivalent to RooGaussian("g","g",x,mean,sigma)  
Polynomial::p(x,{a0,a1})  
// equivalent to RooPolynomial("p","p",x,RooArgList(a0,a1));
```

# Construindo Modelos

- RooFit fornece uma coleção de classes de PDF



É fácil estender a biblioteca: cada p.d.f. é uma classe C++ separada

# (Re)usando componentes padrões

Gaussian::g(x,mean,sigma)

BreitWigner::bw(x,mean,gamma)

Landau::l(x,mean,sigma)

Exponential::e(x,alpha)

Polynomial::p(x,{a0,a1,a2})

Chebyshev::p(x,{a0,a1,a2})

KeysPdf::k(x,dataSet)

Poisson::p(x,mu)

Voigtian::v(x,mean,gamma,sigma)

# Factory - usando expressões

- PDF customizada a partir de expressões interpretadas

```
w.factory("EXPR::mypdf('sqrt(a*x)+b',x,a,b)");
```

- re-parametrização de variáveis (fazendo funções)

```
w.factory("expr::w('(1-D)/2',D[0,1])");
```

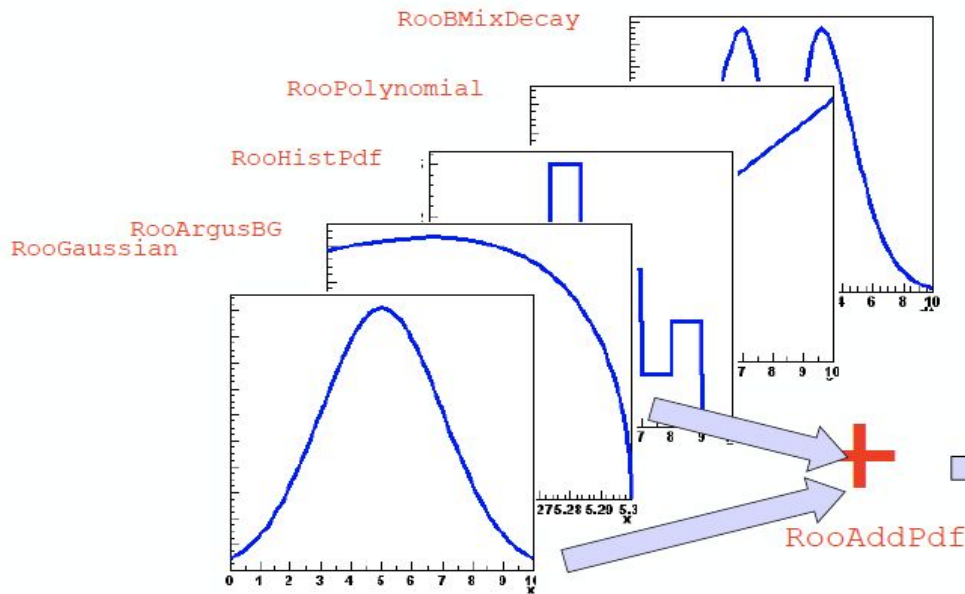
- nota: usando **expr** (cria-se uma função, uma RooAbsReal)  
usando **EXPR** (cria-se uma PDF, uma RooAbsPdf)

O uso de maiúscula e minúscula também se aplica a outros comandos da factory (SUM, PROD,.... )



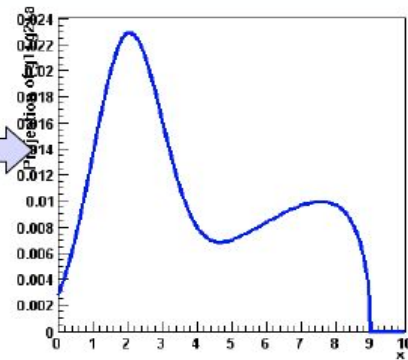
# Construindo Modelo - usando componentes padrões

- Os modelos mais realistas são construídos como a soma de uma ou mais p.d.f.s (ex.: sinal e fundo (*background*))
- Facilitado por meio de classes **operador p.d.f. RooAddPdf**

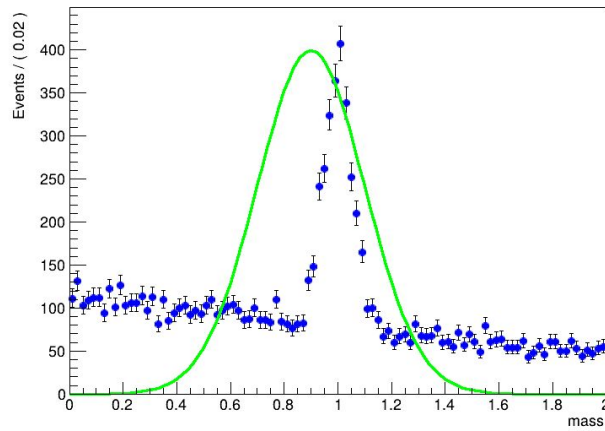


Constrói a soma de N PDFs com coeficientes N-1:

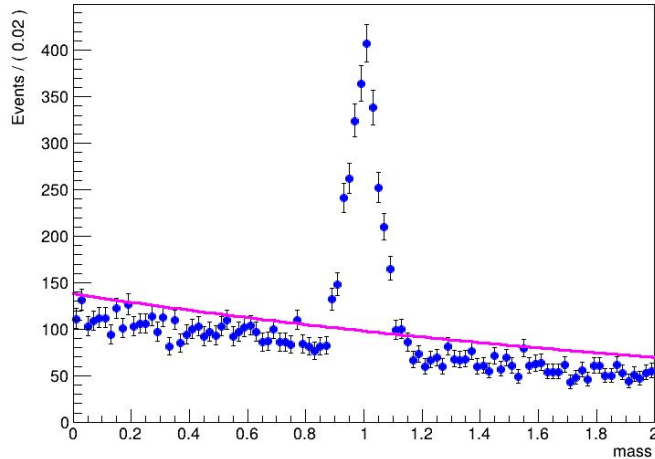
$$S = c_0 P_0 + c_1 P_1 + c_2 P_2 + \dots + c_{n-1} P_{n-1} + \left(1 - \sum_{i=0, n-1} c_i\right) P_n$$



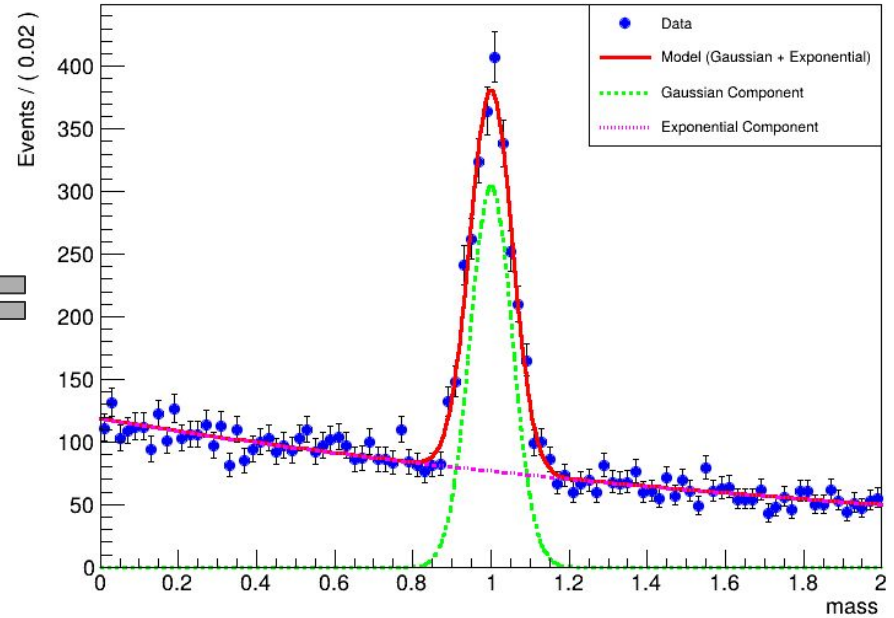
A RooPlot of "mass"



A RooPlot of "mass"



A RooPlot of "mass"



```
// Definir a função gaussiana (sinal)
RooRealVar mean("mean", "Mean of Gaussian", 1.0, 0.9, 1.1);
RooRealVar sigma("sigma", "Width of Gaussian", 0.1, 0.01, 0.2);
RooGaussian gauss("gauss", "Gaussian PDF", x, mean, sigma);
// Definir os parâmetros da exponencial (fundo)
RooRealVar expParam("expParam", "Exponential decay", -1.0, -5.0, 0.0);
RooExponential expo("expo", "Exponential PDF", x, expParam);

// Ajustar a função aos dados
//gauss.fitTo(dataUnbinned);
//expo.fitTo(dataUnbinned);

// Combinar os dois modelos
RooRealVar frac("frac", "Fraction of Gaussian", 0.5, 0.0, 1.0);
RooAddPdf model("model", "gauss+expo", RooArgList(gauss, expo), RooArgList(frac));
model.fitTo(dataUnbinned);

TCanvas *c = new TCanvas("c", "Imported Data", 800, 600);

RooPlot* frame = x.frame();

dataUnbinned.plotOn(frame, RooFit::MarkerColor(kBlue), RooFit::Name("Unbinned"));
//Plotar a Gaussiana+expo ajustada no mesmo frame
//gauss.plotOn(frame, RooFit::LineColor(kGreen), RooFit::Name("Gaussian Fit"));
//expo.plotOn(frame, RooFit::LineColor(kMagenta), RooFit::Name("Expo Fit"));
model.plotOn(frame, RooFit::LineColor(kRed), RooFit::Name("Model Fit"));
model.plotOn(frame, RooFit::Components("gauss"), RooFit::LineStyle(kDashed),
RooFit::LineColor(kGreen), RooFit::Name("Gaussian"));
model.plotOn(frame, RooFit::Components("expo"), RooFit::LineStyle(kDotted),
RooFit::LineColor(kMagenta), RooFit::Name("Exponential"));
frame->Print();
frame->Draw();
// Adicionar legenda
TLegend *legend = new TLegend(0.6, 0.7, 0.9, 0.9); // Posição da legenda
legend->AddEntry(frame->findObject("Unbinned"), "Data", "p");
legend->AddEntry(frame->findObject("Model Fit"), "Model (Gaussian + Exponential)", "l");
legend->AddEntry(frame->findObject("Gaussian"), "Gaussian Component", "l");
```

```
// Garantir que a legenda é desenhada
legend->SetBorderSize(1); // Borda visível para verificar a presença da legenda
legend->Draw();

// Atualizar o canvas para garantir que a legenda seja mostrada
c->Update();

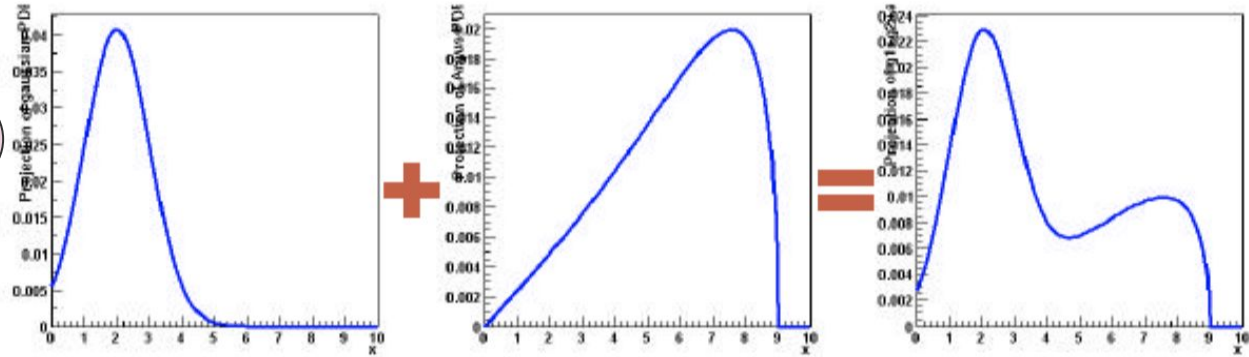
//c->Draw();

c->SaveAs("ImportarDadosFitModel.png");

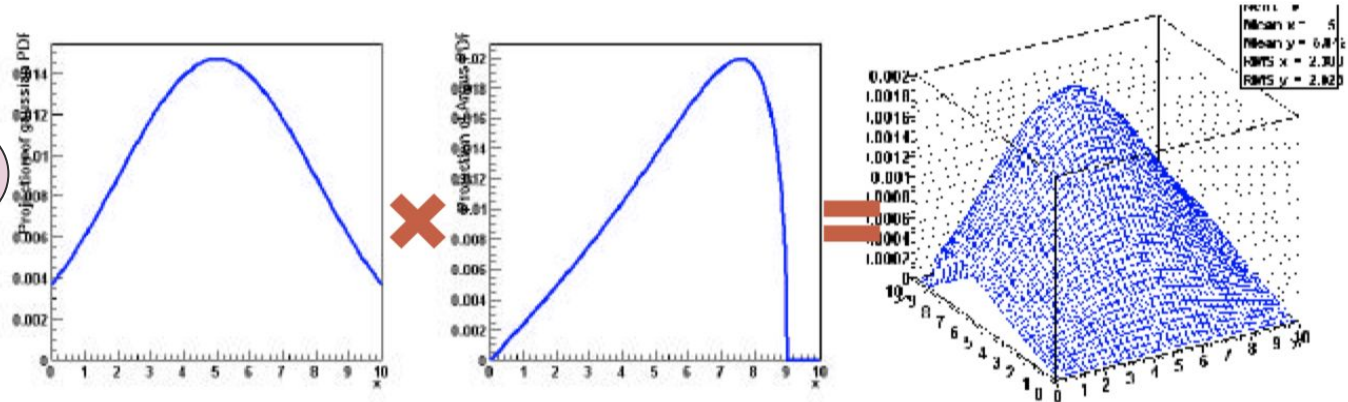
file->Close();
}
```

# Construindo Modelo - usando componentes padrões

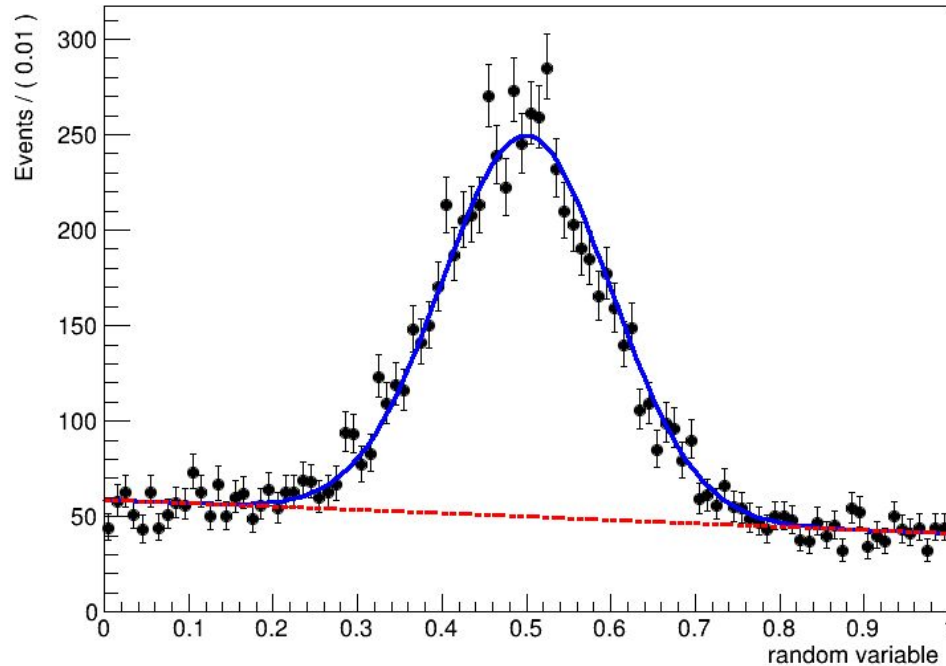
RooAddPdf



RooProdPdf



A RooPlot of "random variable"



um modelo composto por uma distribuição Gaussiana e uma função linear, gera dados aleatórios com base nesse modelo e, em seguida, plota os dados e o modelo no mesmo gráfico.

```
#include "TCanvas.h"
```

```
#include <iostream>
```

```
using namespace RooFit;
```

```
void exemploAddPdf(){
```

```
    // observable
```

```
    RooRealVar x("x", "random variable", 0.0, 1.0);
```

```
    // Gaussian model
```

```
    RooRealVar mu("mu", "mean parameter", 0.5, 0.0, 1.0);
```

```
    RooRealVar sigma("sigma", "width parameter", 0.1, 0.0, 0.3);
```

```
    RooGaussian gaus("gaus", "Gaussian PDF", x, mu, sigma);
```

```
    // Linear function: 1 + slope*x
```

```
    RooRealVar slope("slope", "slope parameter", -0.3, -10., 10.);
```

```
    RooPolynomial linear("linear", "Linear function", x, RooArgSet(slope));
```

```
    // add up: Gaussian + linear
```

```
    RooRealVar fraction("fraction", "fraction of Gaussian", 0.5, 0., 1.);
```

```
    RooAddPdf model("model", "PDF model", RooArgList(gaus, linear), RooArgList(fraction));
```

```
    // generate random data, plot
```

```
    RooDataSet *dataset = model.generate(x, 10000);
```

```
    RooFitResult* fit_result = model.fitTo(*dataset, RooFit::Save());
```

```
    fit_result->Print("v");
```

```
    TCanvas *c1 = new TCanvas("c1", "c1", 800, 600);
```

```
    RooPlot* frame = x.frame();
```

```
    dataset->plotOn(frame);
```

```
    model.plotOn(frame);
```

```
    model.plotOn(frame, Components(linear), LineStyle(7), LineColor(kRed));
```

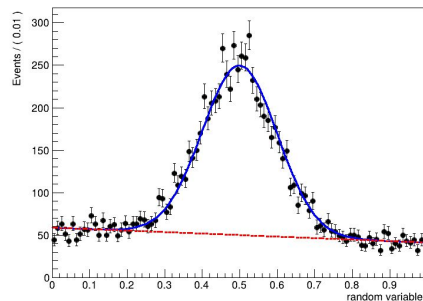
```
    frame->Draw() ;
```

```
    c1->Draw() ;
```

```
    c1->SaveAs("exemploSomaPDF.png");
```

```
}
```

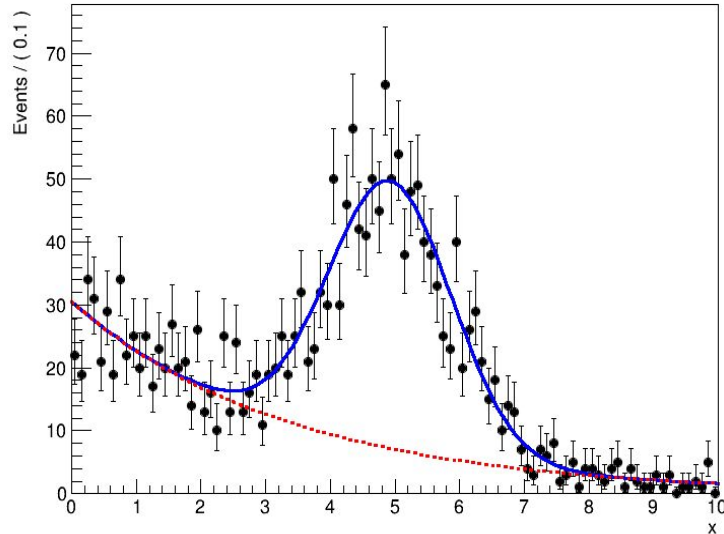
A RooPlot of "random variable"





# Ajuste não estendido vs Ajuste estendido:

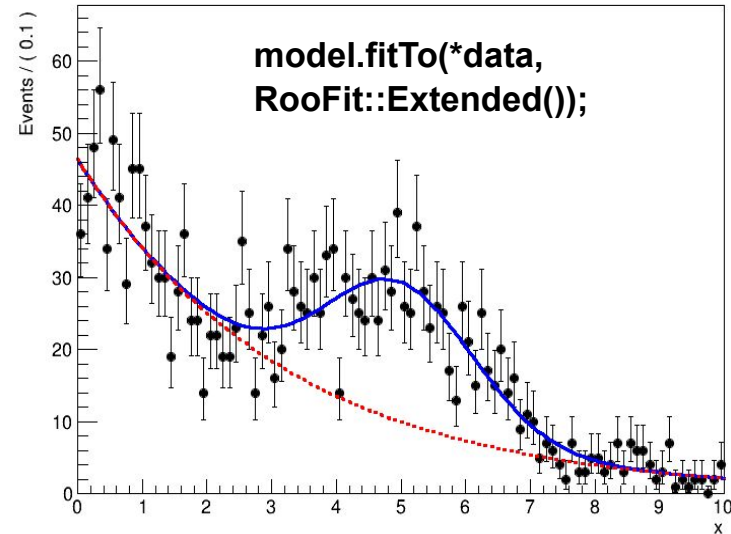
A RooPlot of "x"



$$L_i = f_s \cdot P_s(x_i; \mu, \sigma) + (1 - f_s) \cdot P_b(x_i; c_1)$$

| Floating Parameter | FinalValue +/-  | Error    |
|--------------------|-----------------|----------|
| bkgc               | -2.9312e-01 +/- | 1.81e-02 |
| fraction           | 5.0838e-01 +/-  | 2.01e-02 |
| sigmean            | 4.9237e+00 +/-  | 4.07e-02 |
| sigwidth           | 9.5401e-01 +/-  | 4.02e-02 |

A RooPlot of "x"



$$L_i = n_s \cdot P_s(x_i; \mu, \sigma) + n_b \cdot P_b(x_i; c_1)$$

| Floating Parameter | FinalValue +/-  | Error    |
|--------------------|-----------------|----------|
| bkgc               | -3.0682e-01 +/- | 1.68e-02 |
| nbkg               | 1.4397e+03 +/-  | 6.05e+01 |
| nsig               | 5.6009e+02 +/-  | 5.27e+01 |
| sigmean            | 4.9749e+00 +/-  | 8.75e-02 |
| sigwidth           | 1.1567e+00 +/-  | 8.77e-02 |

```

6 #include "RooPlot.h"
7 #include "TCanvas.h"
8
9 void extended_likelihood() {
10
11     RooRealVar x("x", "x", -10, 10);
12
13     // Definir o PDF do sinal (Gaussiana)
14     RooRealVar mean("mean", "mean of gaussian", 0, -10, 10);
15     RooRealVar sigma("sigma", "width of gaussian", 2, 0.1, 5);
16     RooGaussian gauss("gauss", "Gaussian Signal PDF", x, mean, sigma);
17
18     // Definir o PDF do fundo (Exponencial)
19     RooRealVar tau("tau", "slope of exponential", -0.5, -5.0, 0.0);
20     RooExponential expo("expo", "Exponential Background PDF", x, tau);
21
22     // Número esperado de eventos de sinal e fundo
23     RooRealVar nsig("nsig", "number of signal events", 500, 0, 1000);
24     RooRealVar nbkg("nbkg", "number of background events", 500, 0, 1000);
25
26     // Modelo estendido combinando sinal e fundo
27     RooAddPdf model("model", "Signal + Background", RooArgList(gauss, expo), RooArgList(nsig, nbkg));
28
29     // Gerar um conjunto de dados simulados
30     RooDataSet* data = model.generate(x, 1000);
31
32     // Ajustar o modelo aos dados (verossimilhança estendida)
33     //model.fitTo(*data, RooFit::Extended());
34     RooFitResult* fit_result = model.fitTo(*data, RooFit::Save(), RooFit::Extended());
35     // Acessar os parâmetros ajustados e seus erros
36     fit_result->Print("v"); // Imprime os detalhes do ajuste
37
38     // Acessar os valores ajustados e incertezas
39     double nsig_val = nsig.getVal();
40     double nsig_err = nsig.getError();
41     double nbkg_val = nbkg.getVal();
42     double nbkg_err = nbkg.getError();
43
44     std::cout << "Número ajustado de eventos de sinal: " << nsig_val << " ± " << nsig_err << std::endl;
45     std::cout << "Número ajustado de eventos de fundo: " << nbkg_val << " ± " << nbkg_err << std::endl;
46
47     // Criar um gráfico para a variável x e plotar os dados
48     RooPlot* frame = x.frame();
49     data->plotOn(frame);

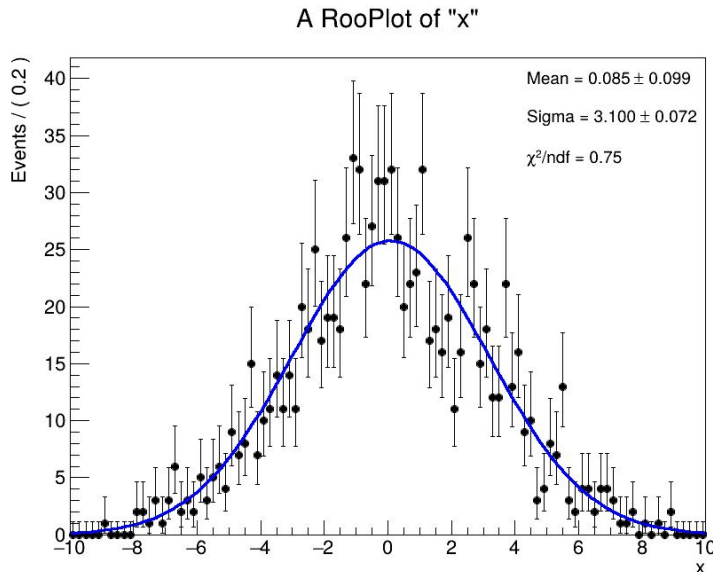
```



# Como você sabe se o seu fit está “bom”?

- Para 1-D fit,  $\chi^2$  é usualmente a melhor coisa a fazer
- Algumas ferramentas implementadas no RooPlot é capaz de calcular o

```
double chi2 = frame->chisquare(nFloatParam);
```



```
pdf.paramOn(frame, RooFit::Layout(0.6, 0.9, 0.9));
```

// Adicionar um TLegend para exibir informações dos parâmetros e  $\chi^2$

```
TLegend *leg = new TLegend(0.6, 0.7, 0.9, 0.9);
leg->SetTextColor(0.03);
leg->SetBorderSize(0);
leg->SetFillStyle(0);
leg->AddEntry((TObject*)0, Form("Mean = %.3f #pm %.3f",
mean.getVal(), mean.getError()), "");
leg->AddEntry((TObject*)0, Form("Sigma = %.3f #pm %.3f",
sigma.getVal(), sigma.getError()), "");
leg->AddEntry((TObject*)0, Form("#chi^2/ndf = %.2f", chi2), "");
leg->Draw();
```

# Estudo de Validação do Ajuste - A distribuição pull

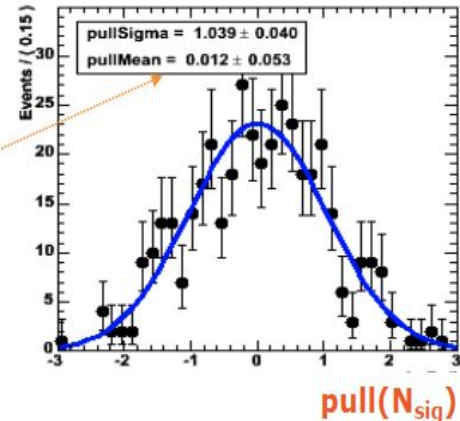
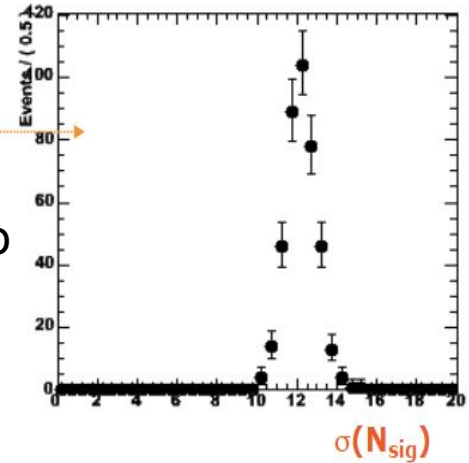
E quanto à validade do erro?

- Distribuição de erro de experimentos simulados é difícil de interpretar
- Não temos o equivalente de  $N_{sig}$  (gerado) para o erro

- Solução: verificar a **pull distribution**

Definição:

$$pull(N_{sig}) = \frac{N_{sig}^{fit} - N_{sig}^{true}}{\sigma_N^{fit}}$$

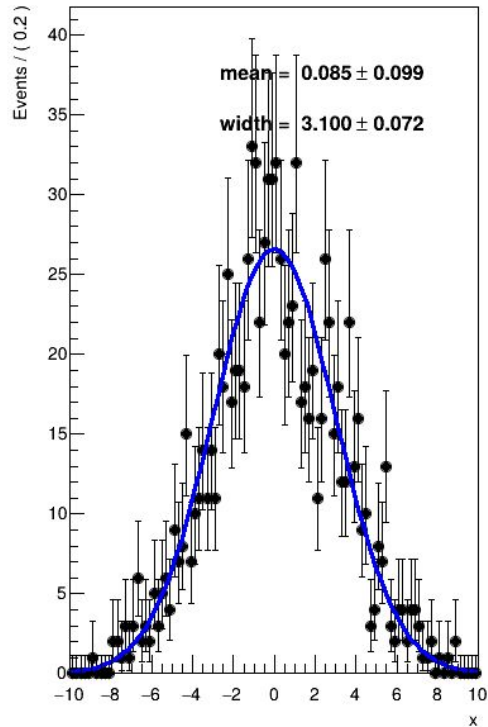


– Propriedades da pull:

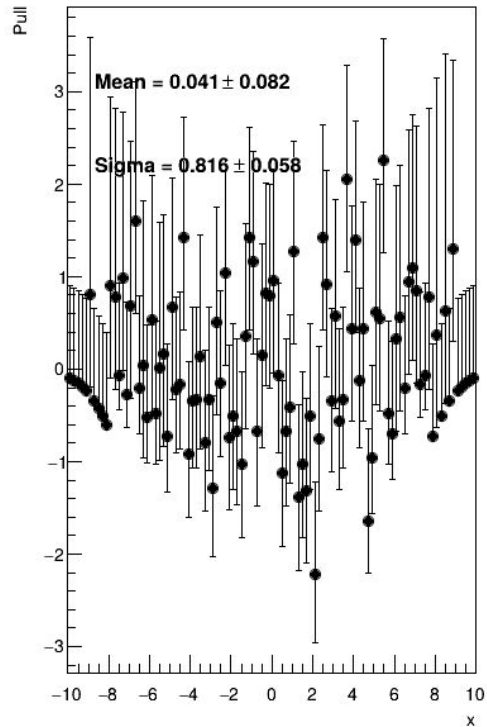
```
frame->pullHist();
```

- Mean é 0 se não há bias
- Width é 1 se o erro está correto
  - Nesse exemplo: sem bias, erro correto dentro da precisão estatística de estudo

A RooPlot of "x"



Pull Distribution



- Pull : [http://physics.rockefeller.edu/luc/technical\\_reports/cdf5776\\_pulls.pdf](http://physics.rockefeller.edu/luc/technical_reports/cdf5776_pulls.pdf)

# Trabalhando com o RooFit

## Exercício 1

- Crie uma p.d.f Crystall Ball, gere uma amostra de dados a partir dessa pdf e ajuste aos dados, adicione a caixa de informação estatística dos dados e do modelo. Quais foram os valores ajustados para os parâmetros dessa pdf?
- Você pode encontrar diversas pdfs no RooFit no link abaixo:
  - [https://root.cern/download/doc/RooFit\\_Users\\_Manual\\_2.91-33.pdf](https://root.cern/download/doc/RooFit_Users_Manual_2.91-33.pdf)
  - (todas os nomes das classes em RooFit começam com “Roo”)

## Exercício 2

Defina uma variável contínua  $x$  no intervalo de 0 a 10.

Defina uma função exponencial decrescente ( $\exp(-\lambda * x)$ ), onde  $\lambda$  é um parâmetro inicial com valor de 1 e limites de ajuste entre 0.1 e 2.

Gere 1500 eventos simulados a partir dessa distribuição exponencial.

Realize um ajuste **estendido** da função exponencial, ajustando tanto o parâmetro  $\lambda$  quanto o número total de eventos observados.

Visualize o ajuste e exiba os resultados ajustados para  $\lambda$  e o rendimento total (número de eventos).

Responda:

Qual é o valor ajustado para o parâmetro  $\lambda$ ?

Qual é o número total de eventos de eventos ajustados?

Compare os valores ajustados com os valores gerados. Eles estão dentro das expectativas?

## Exercício 3

Construa um modelo (sinal + background) e ajuste aos dados para a distribuição de massa da ressonância  $J/\psi$ . Utilize o arquivo que se encontra no link: <https://cernbox.cern.ch/index.php/s/DInqlmV9W52WPvY>

Faça o teste estatístico do seu ajuste, calculando o  $\chi^2 / \text{ndf}$ .  
Use o método `paramOn()` para adicionar os parâmetros ajustados ao gráfico.

Informação: pico da massa do  $J/\psi$   $\sim 3,096916 \text{ GeV}/c^2$

- a PDF do sinal no pico do  $J/\psi$  com uma função Crystal Ball
- a PDF do Background com uma polinomial

# Sumário sobre o RooFit

- **Overview das funcionalidades do RooFit**
  - nem tudo foi coberto
  - não foi discutido como isso funciona internamente (otimização, dedução analítica, etc..)
- **Capaz de lidar com modelos complexos**
  - modelos com grande número de parâmetros
  - sendo usado em muitas análises do LHC
- **Workspace:**
  - fácil de criar modelos usando a sintaxe factory
  - ferramenta para armazenar e compartilhar modelos (combinação de análise)

# Backup



# Teste do $\chi^2$

## Os dados observados são consistentes com o modelo proposto?

- O teste do  $\chi^2$  é uma ferramenta estatística usada para avaliar a adequação de um modelo aos dados observados.
- Ele mede a discrepância entre os dados observados e os valores esperados de um modelo, ajudando a verificar a qualidade do ajuste.
- É calculado por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

- onde  $O_i$  são os valores observados e  $E_i$  são os valores esperados.

# Teste do $\chi^2$

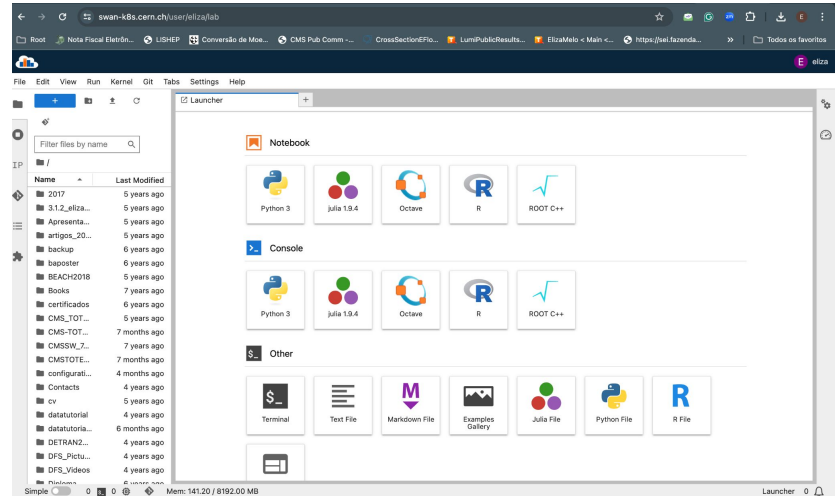
- O melhor ajuste é obtido quando o valor de  $\chi^2$  dividido pelo número de graus de liberdade (ndf) se aproxima de 1.
- Graus de liberdade referem-se ao número de valores independentes que podem variar em uma análise.
- Em um ajuste de curva, os graus de liberdade são geralmente dados pelo número de pontos de dados menos o número de parâmetros ajustados.

## Terminologias

Here we give pragmatic definitions for a few basic concepts that we will use.

- **observable** - something you measure in an experiment, for example a particle's momentum. Often, a function of measured quantities, for example an invariant mass of several particles
- **global observable** or **auxiliary observable** - an observable from another measurement, for example, the integrated luminosity
- **model** - a set of probability density functions (PDFs), which describe distributions of the observables or functions of observables
- **model parameter** - any variable in your PDF expression, which is not an observable
- **parameter of interest (POI)** - a model parameter that you study, for example a cross section of your signal process
- **nuisance parameter** - every other model parameter, which is not your parameter of interest
- **data** or **dataset** - a set of values of observables, either measured in an experiment, or simulated
- **likelihood** - a model computed for a particular dataset
- **hypothesis** - a particular model, with specified observables, POI, nuisance parameters, and prior PDFs (in case of Bayesian inference)
- **prior PDF** - a probability density for an observable or a model parameter, which is known *a priori*, i.e. before a measurement is considered. This is a Bayesian concept exclusively. Prior has no meaning or place in a frequentist type of inference
- **Bayesian** - a type of statistical inference that usually produces probability of the hypothesis given the data. Requires a prior.
- **frequentist** - a type of statistical inference that usually produces probability of the data given the hypothesis.

O **Jupyter Notebook** é uma aplicação web de código aberto que permite criar e compartilhar documentos que contêm código executável, visualizações, texto explicativo e outros elementos multimídia. Ele é amplamente utilizado em ciência de dados, análise estatística, aprendizado de máquina, simulações numéricas e em muitos outros campos onde a exploração interativa e a comunicação de resultados são importantes.



## Exemplo 02 em C++

```
#include "RooRealVar.h"
#include "RooGaussian.h"
#include "RooDataSet.h"
#include "RooPlot.h"
#include "TCanvas.h"

void generate_events() {
    // Definir variável e PDF
    RooRealVar x("x", "x", -10, 10);
    RooRealVar mean("mean", "mean", 0, -10, 10);
    RooRealVar sigma("sigma", "sigma", 1, 0.1, 10);
    RooGaussian gauss("gauss", "Gaussian PDF", x, mean, sigma);

    // Gerar dataset
    RooDataSet* data = gauss.generate(RooArgSet(x), 10000);

    // Criar frame para plotagem
    RooPlot* xframe2 = x.frame(ROOT.RooFit.Title("Gaussian p.d.f. with data"));

    // Plotar dados e PDF no frame
    data->plotOn(xframe2);
    gauss.plotOn(xframe2);

    // Criar canvas e desenhar frame
    TCanvas* canvas = new TCanvas("canvas", "Gaussian PDF with Data", 800, 600);
    xframe2->Draw();
    canvas->Draw();
}

generate_events();
```

## Gerando um Conjunto de Dados Unbinned:

```
#include "RooRealVar.h"
#include "RooGaussian.h"
#include "RooDataSet.h"

void generate_unbinned_data() {
    RooRealVar x("x", "x", -10, 10);
    RooRealVar mean("mean", "mean", 0, -10, 10);
    RooRealVar sigma("sigma", "sigma", 1, 0.1,
10);
    RooGaussian gauss("gauss", "Gaussian PDF",
x, mean, sigma);

    // Gerar dados unbinned
    RooDataSet* unbinned_data =
gauss.generate(RooArgSet(x), 10000);

    // Usar o conjunto de dados para análise ou
ajuste
}
```

## Gerando um Conjunto de Dados binned:

```
#include "RooRealVar.h"
#include "RooGaussian.h"
#include "RooDataSet.h"
#include "RooDataHist.h"

void generate_binned_data() {
    RooRealVar x("x", "x", -10, 10);
    RooRealVar mean("mean", "mean", 0, -10, 10);
    RooRealVar sigma("sigma", "sigma", 1, 0.1, 10);
    RooGaussian gauss("gauss", "Gaussian PDF", x, mean,
sigma);

    // Gerar dados unbinned
    RooDataSet* unbinned_data =
gauss.generate(RooArgSet(x), 10000);

    // Criar histograma a partir dos dados unbinned
    RooDataHist* binned_data =
unbinned_data->binnedClone();

    // Usar o conjunto de dados binned para análise ou ajuste
}
```