Cinemática Relativística em Física de Partículas

Introdução à análise de dados em FAE e tecnologias associadas

PROFESSORES:
Dilson de Jesus Damião - Eliza Costa - Mauricio Thiel

Sumário

- Motivações
- Transformações de Lorentz
- Sistemas de referência para processos de colisão em FAE
- Variáveis cinemáticas
- Variáveis de Mandelstam
- Seção de Choque
- Espaço de Fase
- Resultados da Seção de Choque Exp.

Motivações

- Introdução dos princípios básicos, aplicações práticas e métodos conhecidos dos aspectos da FAE que são baseados puramente na cinemática.
- Cinemática pode ser definida como “a geometria do movimento”
- Cinemática relativística é uma aplicação da relatividade especial para reações com partículas elementares.
- Do ponto de vista da puramente cinemático, partículas são completamente caracterizados por suas energias e momentum (ex. seus quadrimomentum p);
- As reações de partículas observáveis são por tanto os decaimentos ou colisões;
- Os números quânticos internos são irrelevantes para a cinemática das partículas elementares.

Postulados da Relatividade Restrita

- As Leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.
- A velocidade da luz no vácuo tem sempre o mesmo valor c, independente do movimento da fonte.

- Algumas consequências
  - Dilatação do tempo

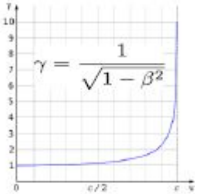
- [S = Terra] ; [S' = referencial da nave]

- experimento feito na nave na posição fixa z_0'.

$$\begin{cases} t_1 = \gamma\left(t_1' + \beta z_0'\right) \\ t_2 = \gamma\left(t_2' + \beta z_0'\right) \end{cases}$$

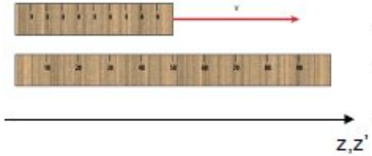
- duração do experimento

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \gamma \tau$$



τ = tempo próprio = tempo no referencial onde ocorre o experimento.

- Algumas consequências
  - Contração das distâncias



- régua em repouso em S'
- S' em movimento em relação a S
- comprimento = diferença entre as extremidades.

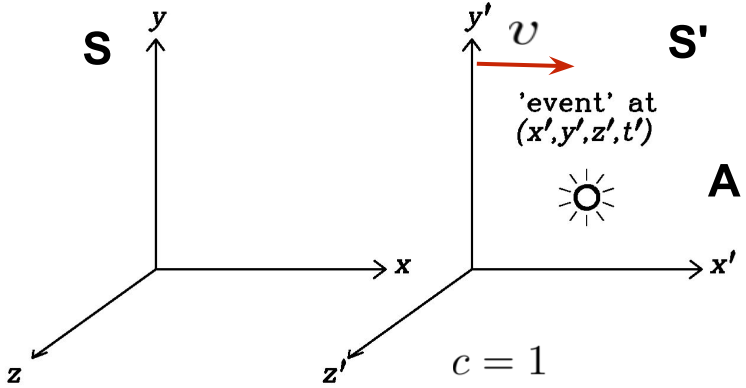
  - Como a régua está em movimento em S, as extremidades devem ser medidas ao mesmo tempo t_0.

$$\left.\begin{array}{l} z_1' = \gamma\left(z_1 - \beta t_0\right) \\ z_2' = \gamma\left(z_2 - \beta t_0\right) \end{array}\right\} \quad \Delta z = \frac{\Delta z'}{\gamma} = \frac{L_0}{\gamma}$$

L_0 é o comprimento próprio!

Transformações de Lorentz

$$v_x = |v| = v$$



$$c = 1$$

- Considerando um ponto A no espaço tempo onde:
  - S pode ser descrito (x, y, z, t)
  - S’ (em movimento) pode ser descrito (x’, y', z', t')
- Considerando que o sistema S’ se move com uma velocidade constante v ao longo do eixo x

Fator de Lorentz $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$

$S \Rightarrow S'$

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \gamma(t - vx)$$

$S' \Rightarrow S$

$$x = \gamma(x' + vt)$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = \gamma(t' + vt)$$

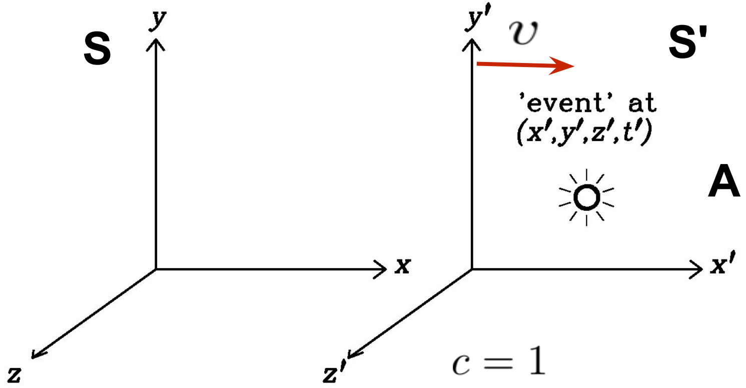
Invariante de Lorentz

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0$$

$$c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = 0$$

Transformações de Lorentz

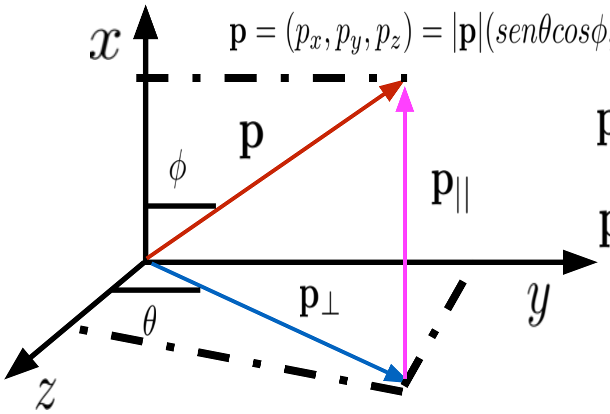
$v_x = |v| = v$



$c = 1$

- Considerando que o quadri-momentum
  - S $\rightarrow$ $\mathbf{p} \equiv (\mathbf{E}, p) = (\mathbf{E}, p_x, p_y, p_z)$
  - S' $\rightarrow$ $\mathbf{p}' \equiv (\mathbf{E}', p') = (\mathbf{E}, p'_x, p'_y, p'_z)$
- As transformações de Lorentz para o quadri-momentum, considerando $S \Rightarrow S'$

$\mathrm{p} = (p_x, p_y, p_z) = |\mathrm{p}|(sen\theta cos\phi, sen\theta sen\phi, cos\theta)$



$$\mathrm{p}_{||} = p_x = \mathrm{p}cos\vartheta$$

$$\mathrm{p}_{\perp} = \sqrt{p_y^2 + p_z^2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} p'_x &= \gamma(p_x - vE) \\ p'_y &= p_y \\ p'_z &= p_z \\ E' &= \gamma(E - vp_x) \end{aligned}}$$

fator de Lorentz $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$

Noções e Convenções

Unidades Naturais $c = \hbar = 1$

Coordenadas Espaço-Tempo
Vetor contravariante

$$x^\nu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, \vec{x}) = (t, x, y, z)$$

Momentum e Energia Relativística $p = \gamma\beta m$ $E = \gamma m$ m = massa de repouso

Vetor quadrimomentum

$$p^\mu = (p^0, p^1, p^2, p^3) = (E, \vec{p}) = (E, \vec{p}_T, p_z) = (E, p_x, p_y, p_z)$$

Momentum escalar de dois quadrivetores a e b

$$a.b = a^0 b^0 - \vec{a}.\vec{b}$$

Relação entre energia e momentum

$$E^2 = p^2 + m^2 \qquad p^2 = p^\mu p_\mu = E^2 - |\mathbf{p}^2| = m^2$$

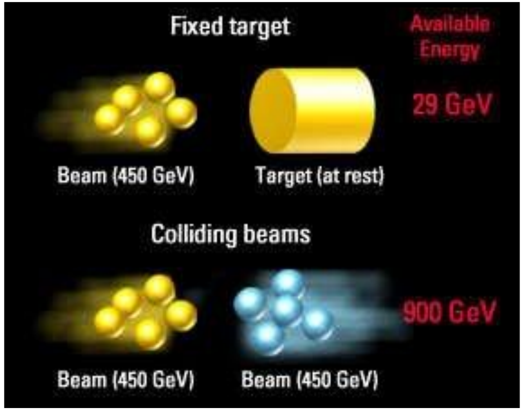
Velocidade da partícula:

$$\beta = \frac{\mathbf{p}}{E} \qquad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} = E/m$$

Sistemas de coordenadas

Consideremos a colisão de duas partículas de quadrimomentum

$$(E_a, \vec{p}_a) \qquad\qquad (E_b, \vec{p}_b)$$



Na descrição destas colisões, dois sistemas de referência são usualmente utilizados:

- Sistema de Centro de Massa (CM): é o sistema onde:

$$\vec{p}_a + \vec{p}_b = 0$$

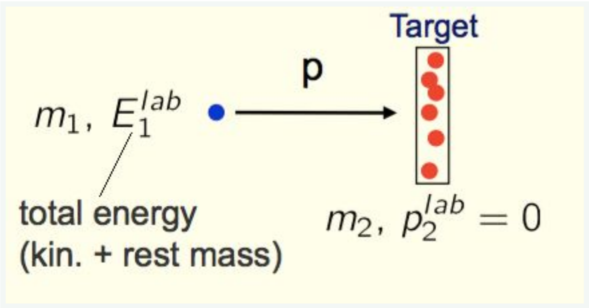
- Sistema de Laboratório (LAB): é o sistema no qual são feitas as medidas.
  - Em experimentos de alvo fixo este sistema coincide com o sistema do alvo, onde uma das partículas encontra-se em repouso (e.g. b):

$$\vec{p}_b = 0$$

  - Nos experimentos de anéis de colisão, onde feixes de partículas idênticas colidem em direções opostas, este sistema coincide com o CM.

Sistemas de coordenadas

Sistema de Laboratório (LAB)

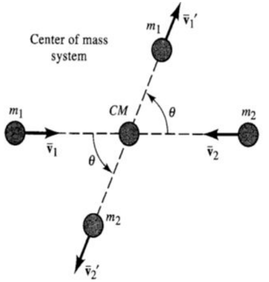


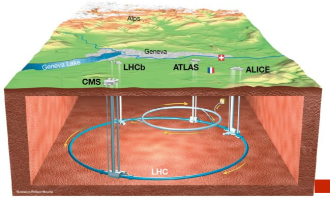
A energia total da colisão como sendo:

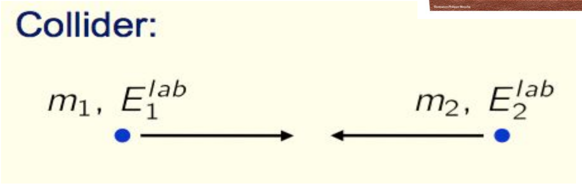
$$E_T = \sqrt{s} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2E_1^{lab} m_2}$$

$$E_1^{lab} \gg m_1, m_2 \longrightarrow E_T \approx \sqrt{s} \approx \sqrt{2E_1^{lab} m_2}$$

Sistema de Centro de Massa (CM)







A energia total da colisão como sendo:

$$E_T = \sqrt{s} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 E_2 (1 - \beta_1 \beta_2 cos\theta)}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p_1} &= -\mathbf{p_2} \\ m_1 &= m_2 \end{aligned} \longrightarrow E_T = \sqrt{s} = 2E_1$$

Sistemas de coordenadas

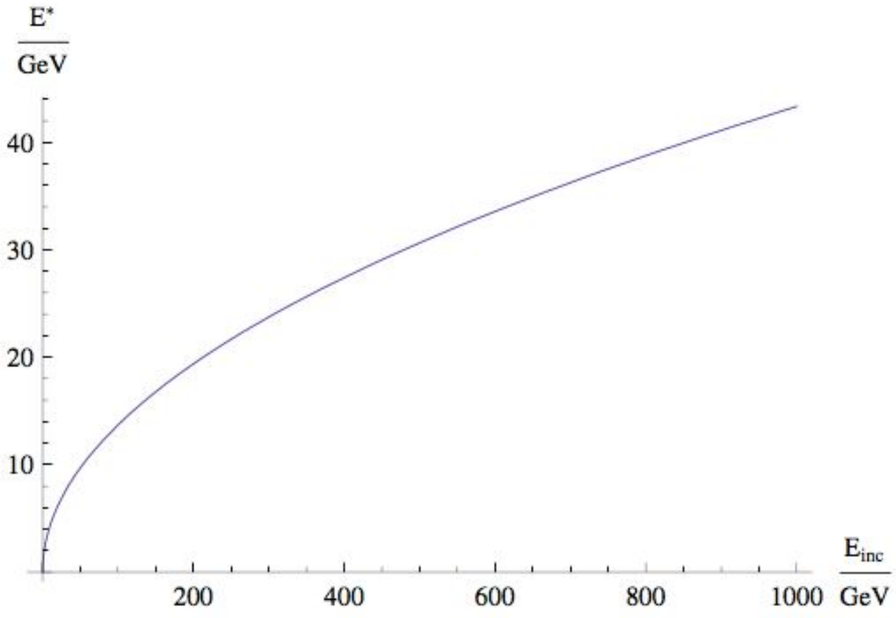
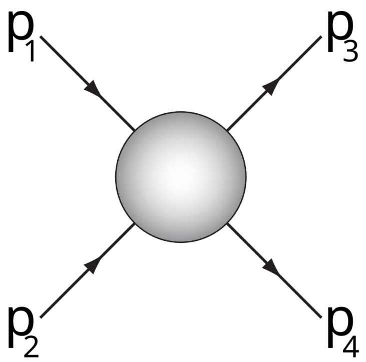


Figure 4.3: *Center of mass energy of the colliding beam for a fixed target experiment.* The energy increases with the square root of the beam energy.

Variáveis de Mandelstam



Em Física de Altas Energias seção de choque e razão de decaimentos são descritos por variáveis cinemáticas que são invariantes relativistísticos.

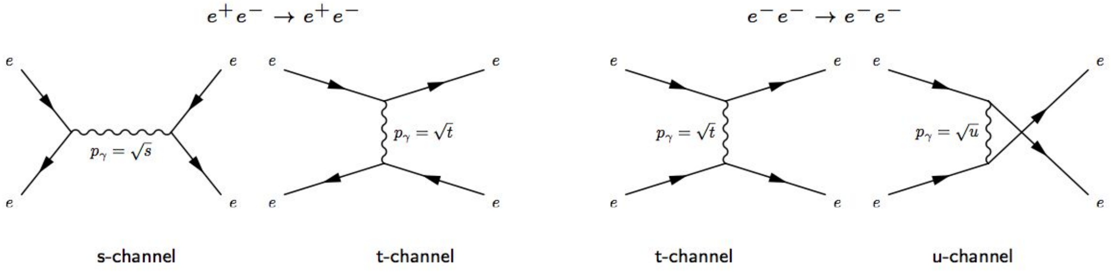
Nos decaimentos de dois corpos existem de fato quatro invariantes disponíveis desde que a energia e momentum seja conservada de somente dois deles para definir a cinemática do evento.

As variáveis de Mandelstam são invariantes de Lorentz

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2$$

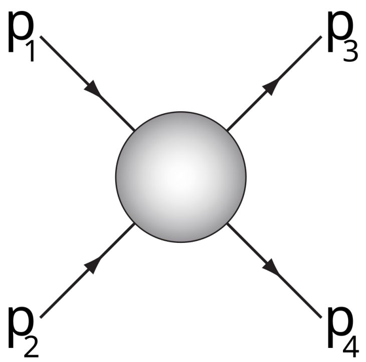
$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2$$



https://en.wikipedia.org/wiki/Mandelstam_variables

Variáveis de Mandelstam

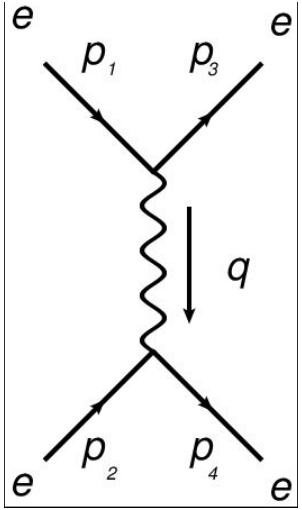


$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2$$

Espalhamento elétron - elétron (repulsão coulombiana



Momento transferido

$$q = p_1 - p_3 = p_4 - p_2 = \sqrt{t}$$

Energia do CM

$$p_1 = (E_1, \vec{p}) \; ; \; p_2 = (E_2, -\vec{p})$$

$$p_3 = (E_3, \vec{p}\,') \; ; \; p_4 = (E_4, -\vec{p}\,')$$

$$\boxed{\sqrt{s} = E_1 + E_2 = E_3 + E_4}$$

Massas iguais ou altíssimas energias (E >> m)

$$\sqrt{s} = 2E_{cm} = 2E'_{cm} \longrightarrow E_{cm} = E'_{cm} = \frac{\sqrt{s}}{2}$$

Rapidez

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_s & -\gamma_s\beta_s \\ -\gamma_s\beta_s & \gamma_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad p'_{\perp} = p_{\perp}$$

Para introduzirmos o conceito de rapidez vamos escrever a transformação de Lorentz como:

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh y & -\sinh y \\ -\sinh y & \cosh y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad p'_{\perp} = p_{\perp}$$

onde definimos o parâmetro y chamado de rapidez através de:

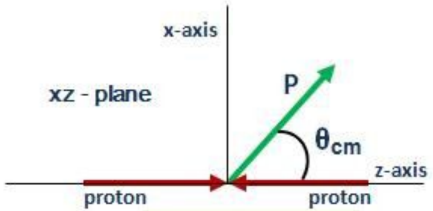
$$\beta_s = \tanh y\,, \quad \gamma_s = \cosh y\,, \quad \gamma_s\beta_s = \sinh y$$

Lembrando que:

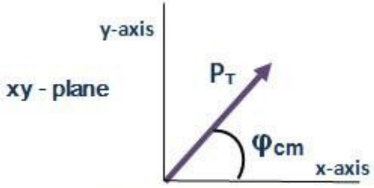
$$\sinh^{-1}(z) = \ln(z + \sqrt{z^2+1})\,, \quad \cosh^{-1}(z) = \ln(z + \sqrt{z^2-1})\,, \text{ e } \tanh^{-1}(z) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$$

Temos:

$$\begin{aligned} y &= \cosh^{-1}(\gamma) = \ln(\gamma + \gamma\beta_s) \\ &= \tanh^{-1}(\beta_s) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\beta_s}{1-\beta_s}\right) \end{aligned}$$



$\eta = -\ln[(\tan(\theta/2))]$



$P_T = P \cdot \sin\varphi_{cm}$

$$y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E+p_z}{E-p_z}\right)$$

Rapidez

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_s & -\gamma_s\beta_s \\ -\gamma_s\beta_s & \gamma_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_{\parallel} \end{pmatrix} , \quad p'_{\perp} = p_{\perp}$$

Para introduzirmos o conceito de rapidez vamos escrever a transformação de Lorentz como:

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh y & -\sinh y \\ -\sinh y & \cosh y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_{\parallel} \end{pmatrix} , \quad p'_{\perp} = p_{\perp}$$

onde definimos o parâmetro y chamado de rapidez através de:

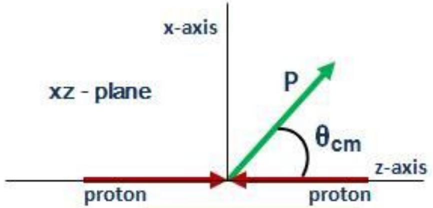
$$\beta_s = \tanh y \ , \quad \gamma_s = \cosh y \ , \quad \gamma_s\beta_s = \sinh y$$

Lembrando que:

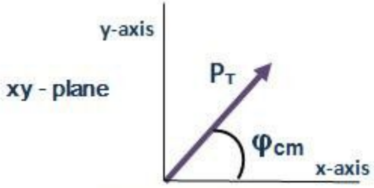
$$\sinh^{-1}(z) = \ln(z+\sqrt{z^2+1}) \ , \quad \cosh^{-1}(z) = \ln(z+\sqrt{z^2-1}) \ , \text{ e } \tanh^{-1}(z) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$$

Temos:

$$\begin{aligned} y &= \cosh^{-1}(\gamma) = \ln(\gamma+\gamma\beta_s) \\ &= \tanh^{-1}(\beta_s) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\beta_s}{1-\beta_s}\right) \end{aligned}$$



η=−ln [(tan(θ/2)]



$P_T = P \cdot \sin \varphi_{cm}$

$$y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E+p_z}{E-p_z}\right)$$

Pseudo-Rapidez

Para a medida da rapidez, precisamos do conhecimento de duas variáveis: E e p_z.

- Pseudo-rapidez (uma variável)

$$\eta = -\ln\left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

- Depende apenas do ângulo de espalhamento (ou de produção)
- Definição alternativa

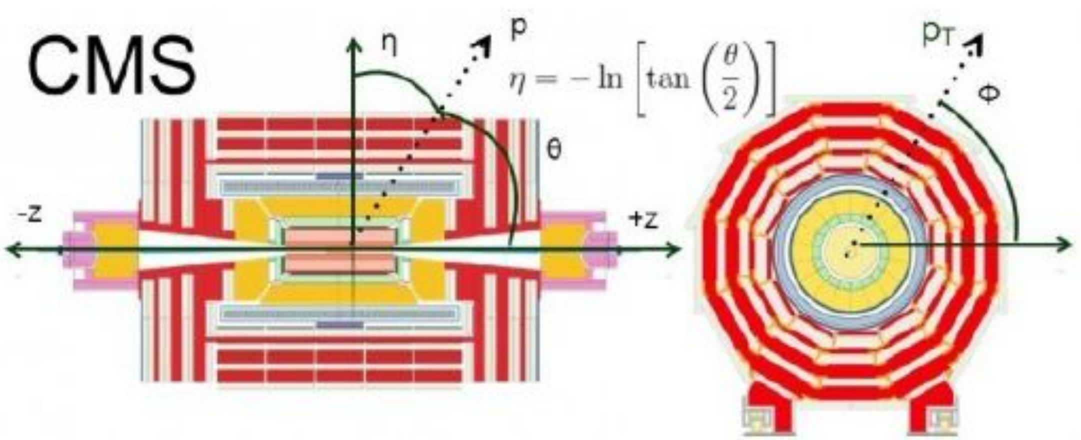
$$\eta = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z}\right) \xrightarrow{\text{comparação}} y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E + p_z}{E - p_z}\right)$$

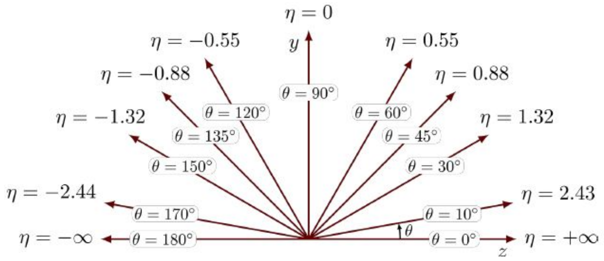
Para altas energias ou massa nula, as variáveis tendem ao mesmo valor e usando

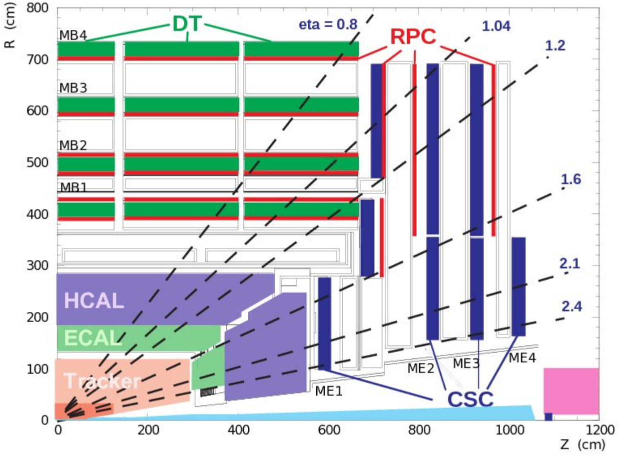
$$E^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2 \approx \vec{p}^{\,2} \qquad p_z = |\vec{p}|\cos\theta$$

Interpretação geométrica

$$y|_{m=0} = \eta = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}\right) = -\ln\left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$



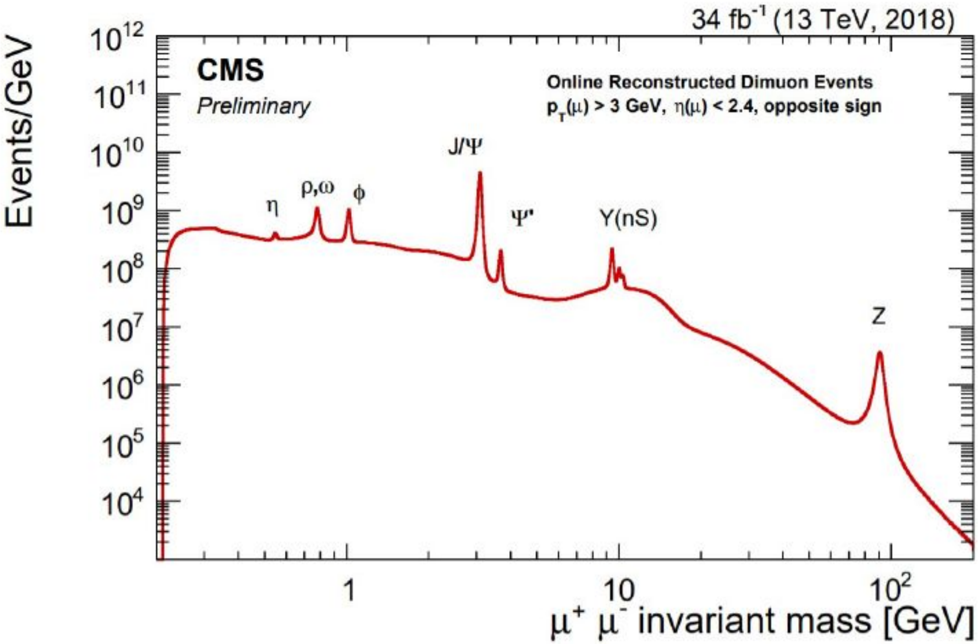




Massa Invariante

- Detecção de partículas instáveis
  - Distribuição da massa invariante para pares de dimúons

$$M = \sqrt{\left(\sum E_i\right)^2 - \left(\sum \vec{p}_i\right)^2}$$



- Observa-se nessa figura várias ressonâncias de partículas que decaíram em pares de múons
- Ela foi feita com dados públicos do CMS, conforme os exemplos a seguir

Massa invariante

Plotando um histograma

Exercício

- Utilizando as amostras do seu grupo, façam um código que:
  - plote as distribuições de p_T, η e φ dos objetos de estado final (léptons e jatos)
  - calcule a massa invariante dos dois léptons com maior p_T e plote-a

$$M^2 = 2p_{T1}p_{T2}(\cosh(\eta_1 - \eta_2) - \cos(\phi_1 - \phi_2))$$

  - salve as figuras no formato png
  - adicione, tanto o código quanto os plots, no github

https://en.wikipedia.org/wiki/Invariant_mass

Divisão dos grupos

Processos de estudo:	Amostras	Link	Dados/MC
ZZ -> 2mu2e			
	Simulated dataset ZZ_TuneCP5_13TeV-pythia8 in NANOAODSIM format for 2016 collision data	https://opendata.cern.ch/record/75593	MC
	Simulated dataset ZZTo4L_TuneCP5_13TeV_powheg_pythia8 in NANOAODSIM format for 2016 collision data	https://opendata.cern.ch/record/75589	MC
Grupo 1	DoubleMuon primary dataset in NANOAOD format from RunG of 2016	https://opendata.cern.ch/record/30522	Dados
	MuonEG primary dataset in NANOAOD format from RunG of 2016	https://opendata.cern.ch/record/30528	Dados
ZZ->4mu			
Grupo 2	Simulated dataset ZZTo4L_TuneCP5_13TeV_powheg_pythia8 in NANOAODSIM format for 2016 collision data	https://opendata.cern.ch/record/75589	MC
	DoubleMuon primary dataset in NANOAOD format from RunG of 2016	https://opendata.cern.ch/record/30522	Dados
ZZ->4e			
Grupo 3	Simulated dataset ZZTo4L_TuneCP5_13TeV_powheg_pythia8 in NANOAODSIM format for 2016 collision data	https://opendata.cern.ch/record/75589	MC
	DoubleEG primary dataset in NANOAOD format from RunG of 2016	https://opendata.cern.ch/record/30521	Dados
ZZ->2q2l			
Grupo 4	Simulated dataset ZZTo2Q2L_mllmin4p0_TuneCP5_13TeV-amcatnloFXFX-pythia8 in NANOAODSIM format for 2016 co	https://opendata.cern.ch/record/75573	MC
	Simulated dataset ZZ_TuneCP5_13TeV-pythia8 in NANOAODSIM format for 2016 collision data	https://opendata.cern.ch/record/75593	MC
	DoubleMuon primary dataset in NANOAOD format from RunG of 2016	https://opendata.cern.ch/record/30522	Dados
Z->mumu			
Grupo 5	DYJetsToLL_M-50_TuneCP5_13TeV-amcatnloFXFX-pythia8	https://opendata.cern.ch/record/35669	MC
	DoubleMuon primary dataset in NANOAOD format from RunG of 2016	https://opendata.cern.ch/record/30522	Dados
Z->ee			
Grupo 6	DYJetsToLL_M-50_TuneCP5_13TeV-amcatnloFXFX-pythia8	https://opendata.cern.ch/record/35669	MC
	DoubleEG primary dataset in NANOAOD format from RunG of 2016	https://opendata.cern.ch/record/30521	Dados

Link para a planilha

Exemplo

File Edit View Run Kernel Tabs Settings Help

Terminal 1

```
dilson@1dc01f9eb1e3:~$ root -l /opendata/eos/opendata/cms/Run2016G/DoubleMuon/NANOAOD/UL2016_MiniAODv2_NanoAODv9-v2/2430000/ED3359B9-BF1E-044C-8418-ACDDE2B11FF0.root
root [0]
Attaching file /opendata/eos/opendata/cms/Run2016G/DoubleMuon/NANOAOD/UL2016_MiniAODv2_NanoAODv9-v2/2430000/ED3359B9-BF1E-044C-8418-ACDDE2B11FF0.root as _file0...
Warning in <TClass::Init>: no dictionary for class edm::Hash<1> is available
Warning in <TClass::Init>: no dictionary for class edm::ParameterSetBlob is available
Warning in <TClass::Init>: no dictionary for class edm::ProcessHistory is available
Warning in <TClass::Init>: no dictionary for class edm::ProcessConfiguration is available
Warning in <TClass::Init>: no dictionary for class pair<edm::Hash<1>,edm::ParameterSetBlob> is available
(TFile *) 0x5577c1aa2700
root [1]  TTree *t = (TTree*)_file0->Get("Events")
(TTree *) 0x5577c2110ac0
root [2] t->Draw("Muon_pt>>hnew")
Info in <TCanvas::MakeDefCanvas>:  created default TCanvas with na
^[[Aroot hnew->SetXTitle("muon pt (GeV)")
root [4] hnew->SetYTitle("numero de muons")
root [5] c1->SaveAs("histo_pt.png")
Info in <TCanvas::Print>: png file histo_pt.png has been created
root [6] c1->SetLogy()
root [7] c1->SaveAs("histo_pt_logY.png")
Info in <TCanvas::Print>: png file histo_pt_logY.png has been created
```

- root -l arquivo.root
- TTree *t = (TTree*)_file0->Get("Events")
- t->Draw("Muon_pt>>hnew")
- c1->SaveAs("histo_pt.png")
- c1->SetLogy()
- c1->SaveAs("histo_pt_logY.png")

Energia Faltante Transversa

- Se partículas invisíveis são criadas, apenas o seu momentum transversal pode ser limitado: falta de energia transversa.

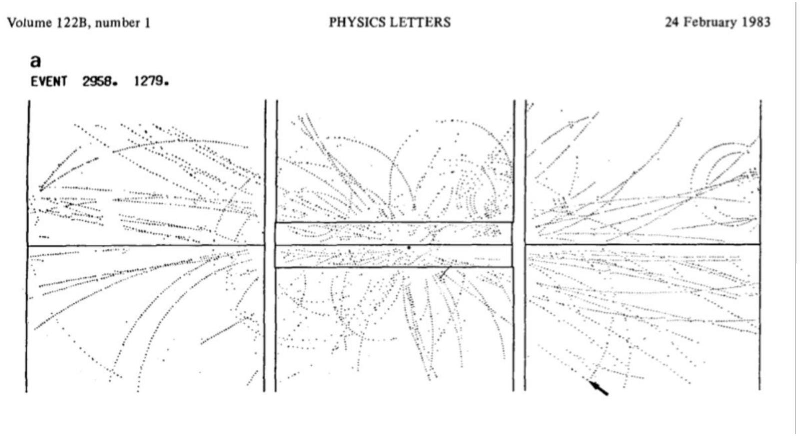
$$\boxed{E_T^{\text{miss}} = \sum p_T(i)}$$

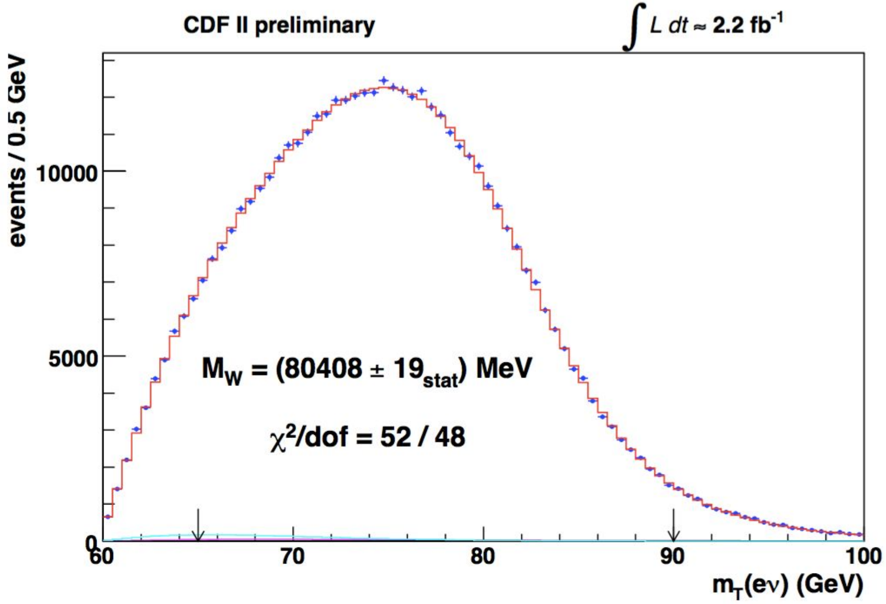
- Se uma partícula pesada é produzido e decai em duas partículas um dos quais é invisível, a massa da partícula principal pode ser restringida com a quantidade de massa transversa.

$$\boxed{\begin{aligned} M_T^2 &\equiv [E_T(1) + E_T(2)]^2 - [\boldsymbol{p}_T(1) + \boldsymbol{p}_T(2)]^2 \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2[E_T(1)E_T(2) - \boldsymbol{p}_T(1)\cdot\boldsymbol{p}_T(2)] \end{aligned}}$$

$$m_1 = m_2 = 0 \qquad M_T^2 = 2|\boldsymbol{p}_T(1)||\boldsymbol{p}_T(2)|(1 - \cos\phi_{12})$$

Descoberta do $W \rightarrow e^{+} \nu_{e+}$





Bibliografia Sugerida

- E. Byckling and K. Kajantie - Particle Kinematics, March 1971, Finland.
- R. Hagedorn - Relativistic Kinematics: A guide to the Kinematic problems of High Energy Physics
- https://pdg.lbl.gov/2015/reviews/rpp2015-rev-kinematics.pdf
- https://root.cern.ch/root/html534/guides/users-guide/Trees.html#using-ttreemakeclass
- https://github.com/cms-opendata-analyses/NanoAODRun1Examples
- https://opendata.cern.ch/docs/cms-getting-started-nanoaod