Equação não-linear é toda equação que apresenta pelo menos uma variável com grau maior que 1 ou apresenta produto de variáveis.

Exemplo:

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 - 4y = -1 \end{cases}$$

Solução:

Podemos resolver o sistema por algum método já conhecido. Isolando x na 1ª equação e substituindo na 2ª, obtemos:

$x = 2y$

$(2y)^2 - 4y = -1$

$4y^2 - 4y + 1 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1$

$\Delta = 0$

$$y = \frac{4 \pm 0}{8}$$

$$y_1 = y_2 = \frac{1}{2}$$

Substituindo $y = \frac{1}{2}$ em $x = 2 \cdot \frac{1}{2}$, obtemos:

$x = 1$

Logo, a solução será $\left\{\left(1, \frac{1}{2}\right)\right\}$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Construa as seguintes matrizes:

a) $A = (a_{ij})_{2x3}$ com $a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ i - j, \text{ se } i \neq j \end{cases}$

b) $A = (a_{ij})_{3x2}$ com $a_{ij} = \begin{cases} i^j \text{ se } i \geq j \\ -3 \text{ se } i = j \end{cases}$

c) $B = (b_{ij})_{3x3}$ com $b_{ij} = -i^2 - j$

d) $C = (c_{ij})_{1x4}$ com $c_{ij} = i - 2ij + 3j$

2) Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{2x2}$, sendo $a_{ij} = i^2$ e $B = (b_{ij})_{2x2}$, sendo $b_{ij} = i + j$, determine:

a) $b_{12} - a_{11}$ b) $2a_{12} + b_{22}^2$

3) Dadas as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & b \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & a & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ c & 3 & 2 \end{pmatrix}$$, calcule a, b, e c, sabendo que $B = A^t$.

4) Determine os números reais x e y, tais que:

a) $\begin{pmatrix} x-1 & 3 \\ 4 & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 3^y & 4 \\ -1 & \log_x^8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} x-y & -5 \\ 3 & 2x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

5) Sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, determine $X = A + 3B^t$.

6)(CISESP-PE) Dadas as matrizes reais $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$, em que $i = 1, 2, 3$ e $j = 1, 2, 3$, tais que $a_{ij} = i + j$ e $b_{ij} = 2i - j + 1$, indique a alternativa correspondente ao elemento c_{22} da matriz $C = A \cdot B$.

a) 40 b) 36 c) 4 d) 120 e) 22

7) (FATEC-SP) Uma indústria automobilística produz carros X e Y nas versões standard, luxo e superluxo. Na montagem desses carros são utilizadas as peças A, B e C.

Para um certo plano de montagem, são dadas as seguintes informações:

	Carro X	Carro Y
Peça A	4	3
Peça B	3	5
Peça C	6	2

	Standard	Luxo	Superluxo
Carro X	2	4	3
Carro Y	3	2	5

Em termos matriciais, temos:

$$\text{matriz peça/carro} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 5 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{matriz carro/versão} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Então, a matriz peça/versão é:

a) $\begin{pmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 21 & 28 & 34 \\ 18 & 28 & 22 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 21 & 22 & 34 \\ 18 & 28 & 28 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 21 & 34 & 22 \\ 18 & 28 & 28 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 21 & 28 & 28 \\ 18 & 34 & 22 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 21 & 22 & 28 \\ 18 & 34 & 28 \end{pmatrix}$

8) Resolva a equação matricial $X \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

9) Efetue as multiplicações:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

10) Calcule a de modo que as matrizes

$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 4 & a \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ sejam comutativas.

11) Considere as matrizes:

$A = \begin{pmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 1 & x \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Determine x e y, sabendo que: $A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

12) (UCS-BA) A equação matricial $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

é verdadeira se x, y e z são tais que $x + y + z$ é igual a:

a) –3 b) –1 c) 0 d) 1 e) 3

13) Determine a matriz inversa das matrizes:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ c) $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

14) Dadas as matrizes $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ e $N = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, determine $(M \cdot N^{-1})^t$:

15) Calcule o valor dos determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} \log_2^4 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & -\sqrt{3} \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} \text{sen } a & \cos a \\ -\cos a & \text{sen } a \end{vmatrix}$

16) Sendo $A = (a_{ij})_{2x2}$, em que $a_{ij} = 3i + j$ e $B = (b_{ij})_{2x2}$, e $b_{ij} = \begin{cases} 0 \text{ se } i = j \\ -1 \text{ se } i \neq j \end{cases}$, calcule o valor dos determinantes:

a) A b) B c) $A^t + B^t$ d) $(A \,.\, B)^t$

17) Aplicando a regra de Sarrus, calcule os seguintes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

18) Aplicando o teorema de Laplace, calcule o valor dos determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & -1 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

19) Calcule o valor dos determinantes a seguir, sem desenvolvê-los. Justifique a resposta:

a) $\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 8 & -2 & 7 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 7 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 8 \end{vmatrix}$

20) Determine o conjunto-verdade das equações:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & x \\ 1 & x & -1 \end{vmatrix} = 1$ b) $\begin{vmatrix} x^2-1 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 0$ c) $\begin{vmatrix} x & 4 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -15 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$ (Mauá)

21) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, calcule os cofatores de A_{11}, A_{21} e A_{33}.

22) Seja a matriz $B = (b_{ij})$ de ordem 3, em que $b_{ij} = \begin{cases} i-j, \text{ se } i > j \\ -1, \text{ se } i < j \\ i+j, \text{ se } i = j \end{cases}$, calcule o valor do determinante de B.

23) (Unifor – CE) A inequação $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} < 0$ tem por conjunto solução:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ ou } x < 0\}$
c) $\mathbb{R}$
d) $\varnothing$

24) (PUC–SP) O determinante $\begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 3 \\ -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{vmatrix}$ representa o polinômio:

a) $-2x^3 + x^2 + 3$
b) $-2x^3 - x^2 + 3$
c) $3x^3 + x - 2$
d) $2x^3 - x^2 - 3$
e) $2x^3 - x^2 + 3$

25) Sejam $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcule det (A.B).

26) Sendo A e B matrizes quadradas de ordem 3, com det A $= 2$ e det B $= 3$, calcule:

a) det (3A)

b) det $(A \cdot B)$

27) Dado o sistema $\begin{cases} 4x + y = 0 \\ x + y = 6 \end{cases}$, verifique se é solução cada um dos pares:

a) $(-2, 8)$

b) $(-1, 2)$

28) Verifique quais dos sistemas são normais:

a) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 4x - y + z = 1 \\ x + 3y - 2z = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 5 \\ x - y + 2z = -4 \end{cases}$

29) Resolva, com o auxílio da regra de Cramer, os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y - z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ 4x + 2y - z = -11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - 4z = 2 \\ -x + y - z = 0 \end{cases}$

30) Classifique os sistemas:

a) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ x + 4y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -3x + 4y = 4 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + y + 4z = 0 \\ 5x + 2y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 2 \end{cases}$

31) (UF-PA) O valor de K para que os sistemas $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ e $\begin{cases} Kx + 3y = 5K \\ -x - Ky = -11 \end{cases}$

sejam equivalentes é um valor pertencente ao intervalo:

a) $]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$
b) $[0, \sqrt{3}]$
c) $[3, 3\sqrt{3}]$
d) $]3, 3\sqrt{3}]$
e) $]-\sqrt{3}, 0]$

32) (FUVEST-SP) Para quais valores de a o sistema linear

$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + 4z = a \\ \quad -y - 2z = a^2 \end{cases}$ admite solução?

33) (UC-MG) O valor de m para que o sistema $\begin{cases} mx + y = 0 \\ 4x + y = 0 \end{cases}$

seja indeterminado é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

34) Determine K, de modo que o sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ Kx + y = 4 \end{cases}$ seja impossível.

35) (MACK-SP) $\begin{cases} x + y = -z \\ 2x + z = 3y \\ 9y + z = -4x \end{cases}$ de variáveis x, y e z:

a) não é homogêneo;
b) apresenta três soluções distintas;
c) é impossível;
d) é possível e indeterminado;
e) é possível e determinado.

36) (UNESP-SP) Para quais valores reais de p e q o sistema

$\begin{cases} 3x + py + 4z = 0 \\ x + y + 3z = -5 \\ 2x - 3y + z = q \end{cases}$ não admite solução?

a) $p = -2$ e $q = 5$
b) $p > -2$ e $q \neq 4$
c) $p = q = 1$
d) $p = -2$ e $q \neq 5$
e) $p = 2$ e $q = 5$