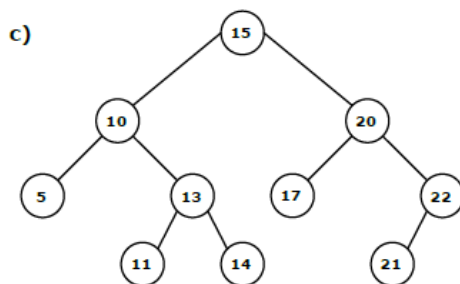
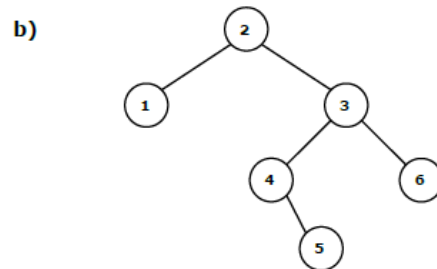
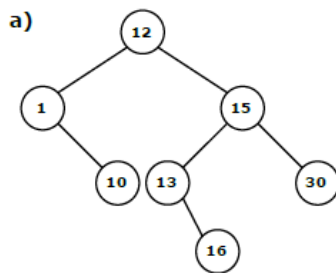
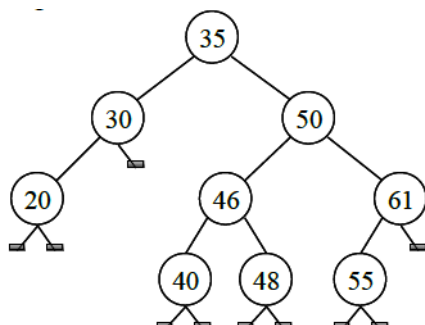


## Exercícios de Árvores

1. Quais é o número mínimo e máximo de nós para uma árvore binária de altura  $h$ ?
2. Qual o resultado do percorrimento pré-ordem, em-ordem, pós-ordem após a inserção dos elementos 17,11,15,5, 10, 8, 11 e remoção do 15 em uma árvore binária. Desenhe a representação da árvore.
3. Quantas árvores binárias de busca diferentes podem armazenar as chaves  $\{1,2, 3, 4\}$ ?
4. Represente a sequência abaixo na forma de árvores binárias de alturas mínima e máxima.  
 $S = \{ 3, 5, 9, 12, 14, 6, 7, 15 \}$ .
5. Dados os percursos abaixo, reconstruir a árvore original:  
pré-ordem: 1, 2, 3, 6, 8, 4, 9, 10, 12, 11, 5, 7,  
simétrica (em-ordem) : 6, 3, 8, 2, 4, 9, 12, 10, 11, 1, 7, 5
6. Verificar se as árvores abaixo são binárias de busca:



7. Qual o resultado do percorrimento pré-ordem, em-ordem, pós-ordem após a inserção dos elementos 17,11,15,5, 10, 8, 11 e remoção do 15 em uma árvore AVL. Desenhe a representação da árvore.
8. Considere a árvore AVL a seguir:



Realize, na árvore dada, a inserção das chaves 65, 70, 38, 44, 49 e 42, atualizando o fator de balanceamento dos nós a cada inserção. Quando necessário, indique o nó desregulado e a rotação utilizada para regulá-lo. Redesenhe a árvore a cada passo.

9. Partindo de uma árvore AVL vazia, realize a inserção da seguinte sequência de chaves:

99, 44, 71, 80, 74, 63, 59, 120, 98, 150. Redesenhe a árvore a cada inserção. Indique para cada rotação feita, o nome da rotação e o nó desregulado. Indique as árvores resultantes da exclusão dos nós 59 e 63.

10. Analise uma árvore T que armazena 100.000 itens. Quais são o pior e o melhor casos em relação à altura de T das seguintes árvores:

- T é uma árvore binária de busca (ABB);
- T é uma árvore AVL

11. Suponha que uma árvore-B tenha ordem  $b = 2m$ . Responda:

a) Quando um nó precisa ser dividido?

b) Qual o número mínimo de nós no nível  $l \geq 2$ .

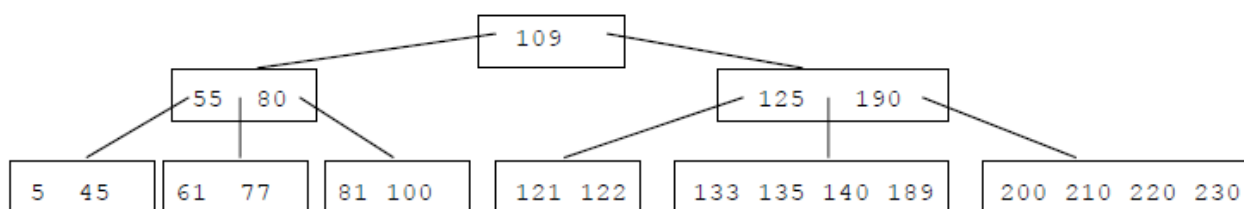
c) Suponha que uma inserção tenha acabado de aumentar a altura da árvore-B. A raiz antiga foi dividida em duas. Quais opções são corretas:

- A nova raiz tem um filho com só um nó.
- O número de folhas da subárvore esquerda é igual ao da direita.
- Se o número de elementos da subárvore esquerda é E e o da direita é D, então  $D/m \leq E \leq m \cdot D$ .

12. Desenhe a representação de uma árvore-B de ordem três inserindo a sequência de números a seguir: 91, 8, 43, 94, 78, 74, 74, 92, 98, 59.

13. Seja uma árvore B de ordem  $d = 3$  e altura  $h = 3$ . Qual o número máximo de chaves na árvore? E o número mínimo? Justifique.

14. Considere a árvore B de ordem 2 abaixo:



Realize as seguintes operações, utilizando sempre a árvore resultante da operação anterior. Redesenhe a árvore a cada passo, indicando os nós que sofrem modificações, bem como a ocorrência de CISÃO (*split*), REDISTRIBUIÇÃO ou CONCATENAÇÃO:

- inserção de 150;
- remoção de 189;
- remoção de 80;
- inserção de 65;
- inserção de 66;
- remoção de 109.

Use o mesmo critério para remoção dos nós.

15. Responda:

a) A que condições deve satisfazer uma árvore B de ordem  $d$  para que a inserção de qualquer chave ocasione o aumento da altura da árvore ?

b) A que condições deve satisfazer uma árvore B de ordem  $d$  para que a remoção de qualquer chave

ocasiona a redução da altura da árvore ?

c) Por que a redistribuição deve ser tentada antes da concatenação durante a remoção de uma chave situada em um nó com ocupação mínima de uma árvore B ?

d) Se uma chave não está situada em uma folha de uma árvore B, o que garante que sua sucessora imediata, se existir, estará obrigatoriamente localizada em uma folha ?