

Árvore B

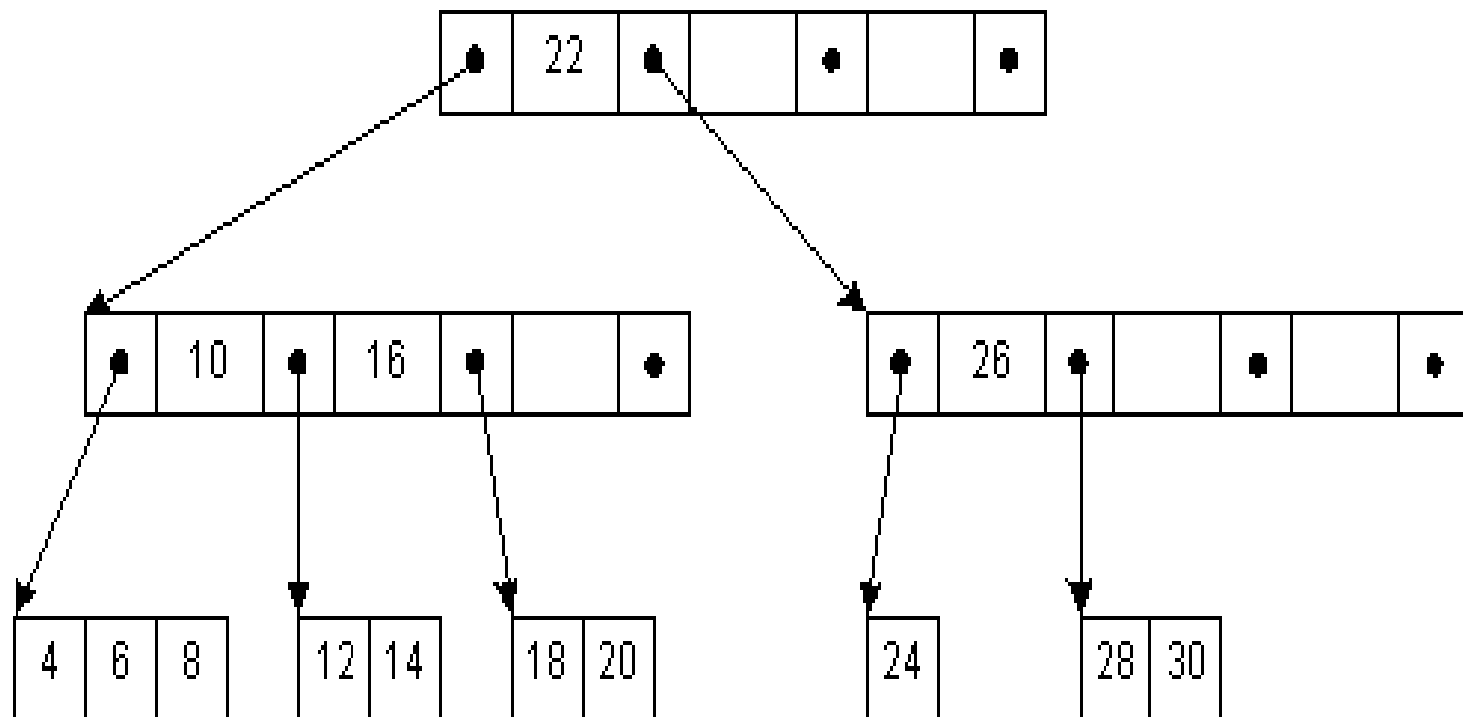
Motivação

- Quando os dados são grandes demais para caber na memória, o número de acessos a disco se torna importante
- O acesso a disco é muito caro comparado com acesso à memória
 - Um acesso a disco é caro comparado com acesso a memória
 - Maior parte do tempo gasto com acesso a disco

Definição de Árvore-B

- Uma árvore B de ordem m é uma árvore m -direcional tal que:
 - Todas as folhas estão no mesmo nível
 - Todos os nós internos com exceção da raiz estão restritos a terem no máximo m filhos não vazios e pelo menos $m/2$ filhos não vazios
 - A raiz deve ter pelo menos m filhos não vazios

Exemplo de uma árvore B



Inserção em uma árvore B

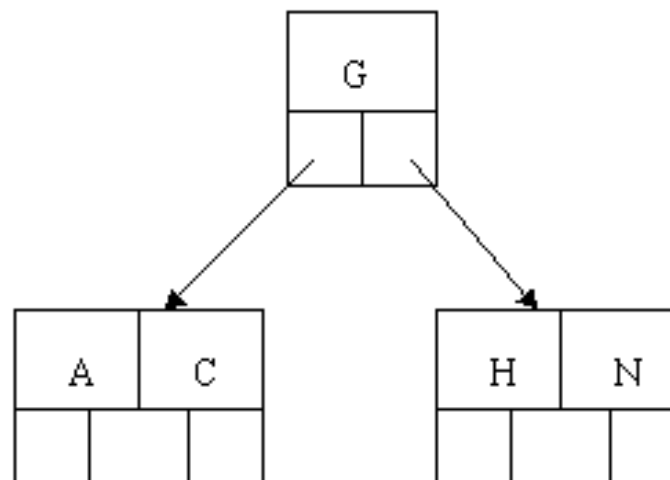
- Adicione a nova chave à folha apropriada
- Overflow?
 - Divida o nó em dois no mesmo nível
 - Promova a chave do meio

Inserção em uma árvore B

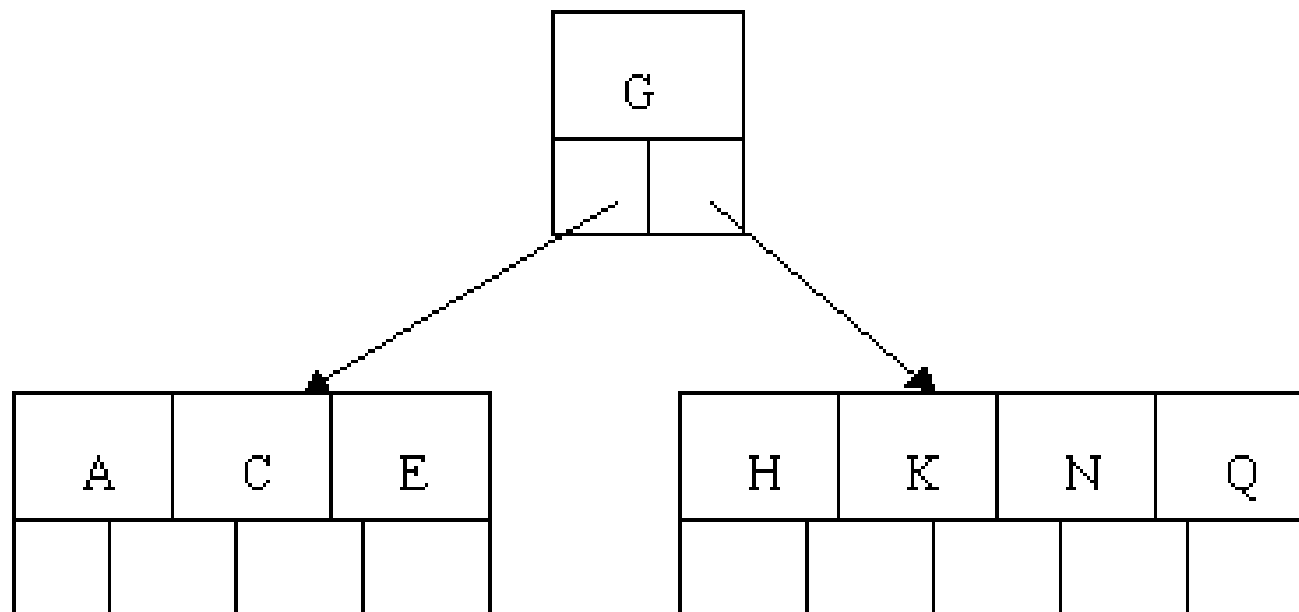
- Insira a nova entrada na folha apropriada;
- `nóCorrente = folha`;
- `while (overflow do nóCorrente)`
- Divida `nóCorrente` em dois nós no mesmo nível e promova a chave mediana para o pai do nó corrente
- `nóCorrente := parent of nóCorrente ;`

Exemplo inserindo H

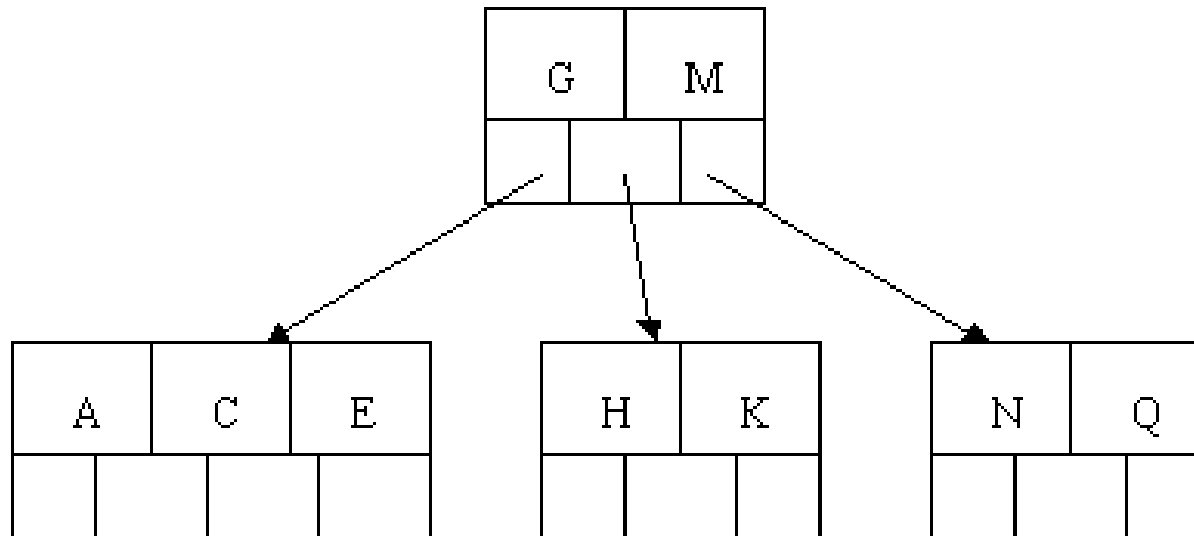
A	C	G	N



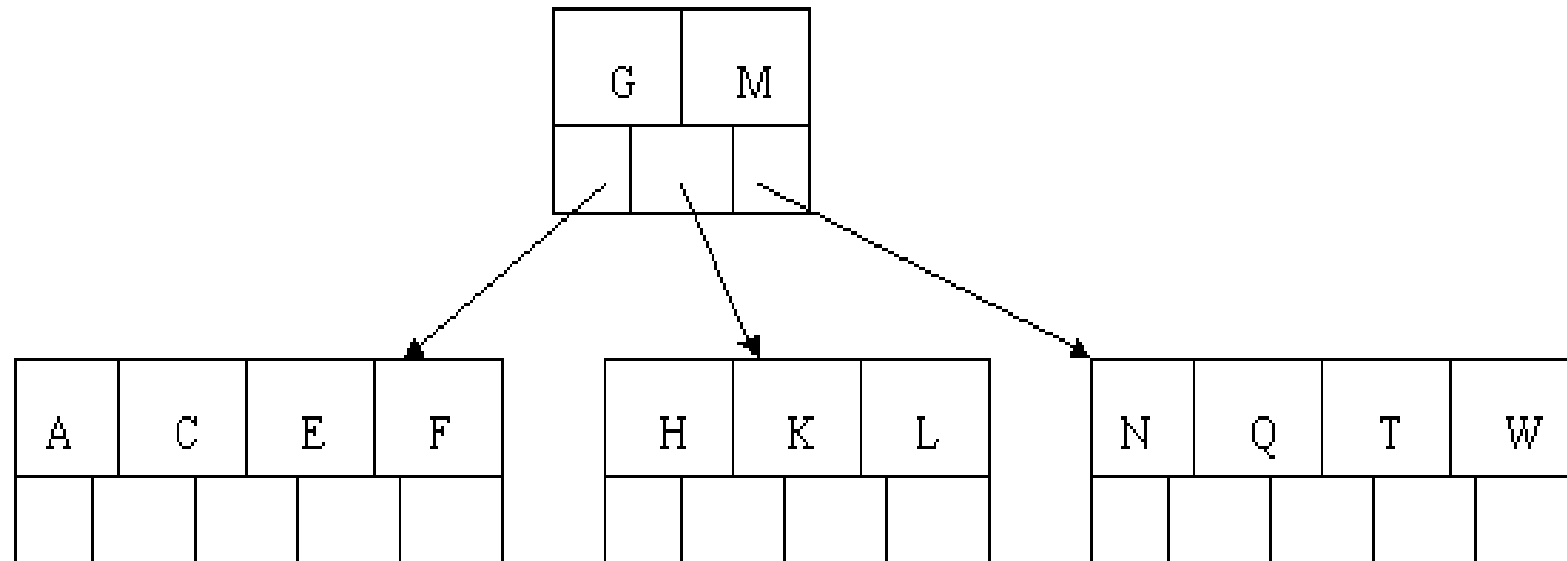
Inserindo E, K, e Q



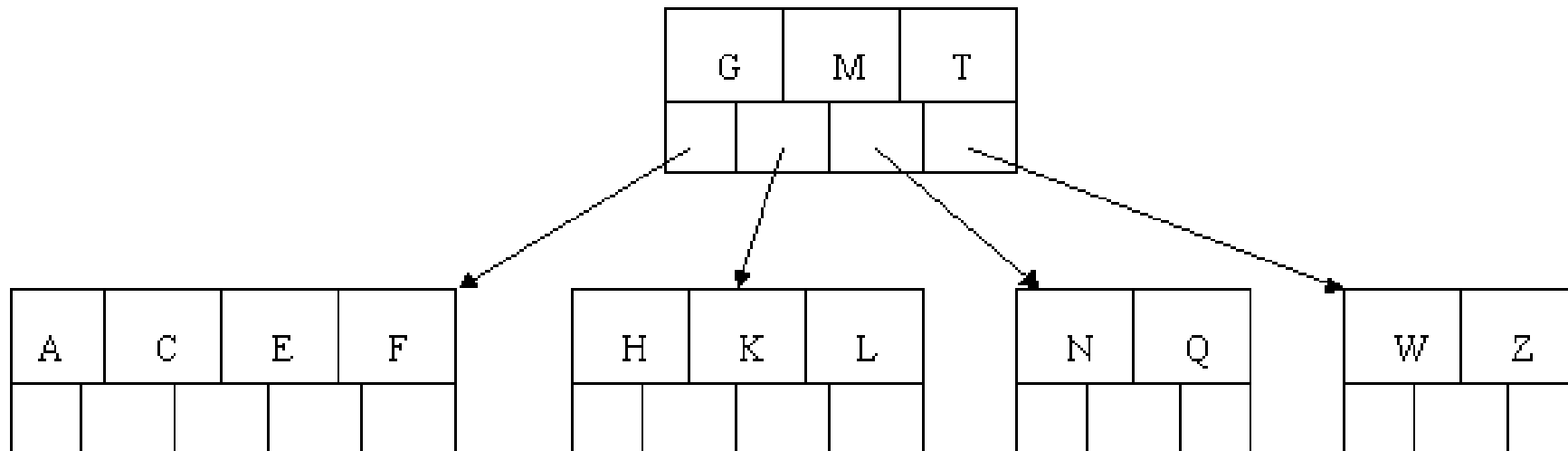
Inserção de M requer split
(M chave do meio)



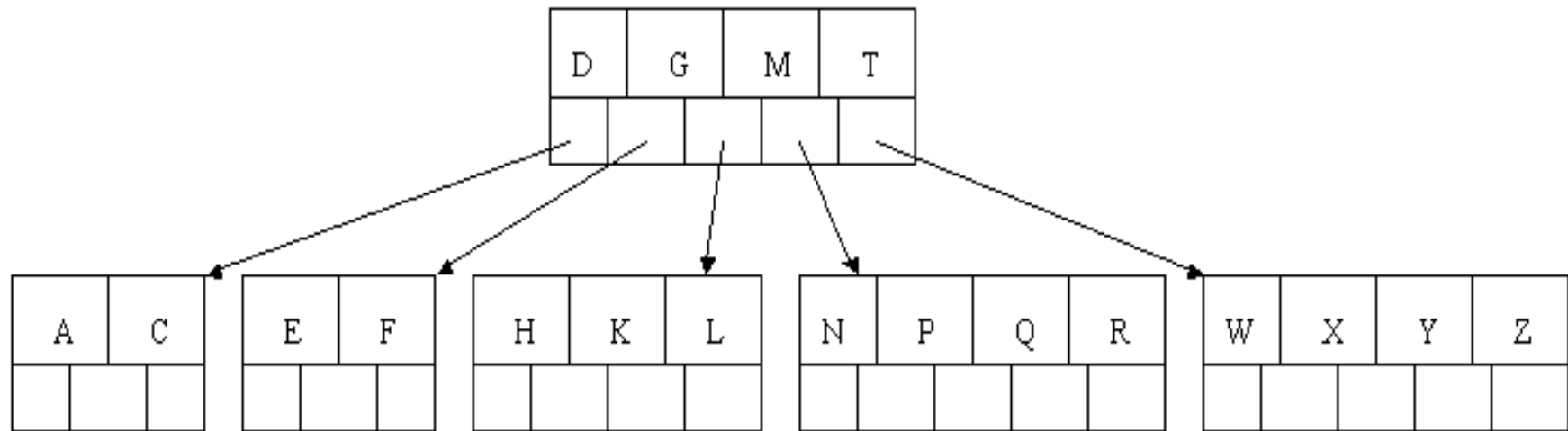
F, W, L, e T



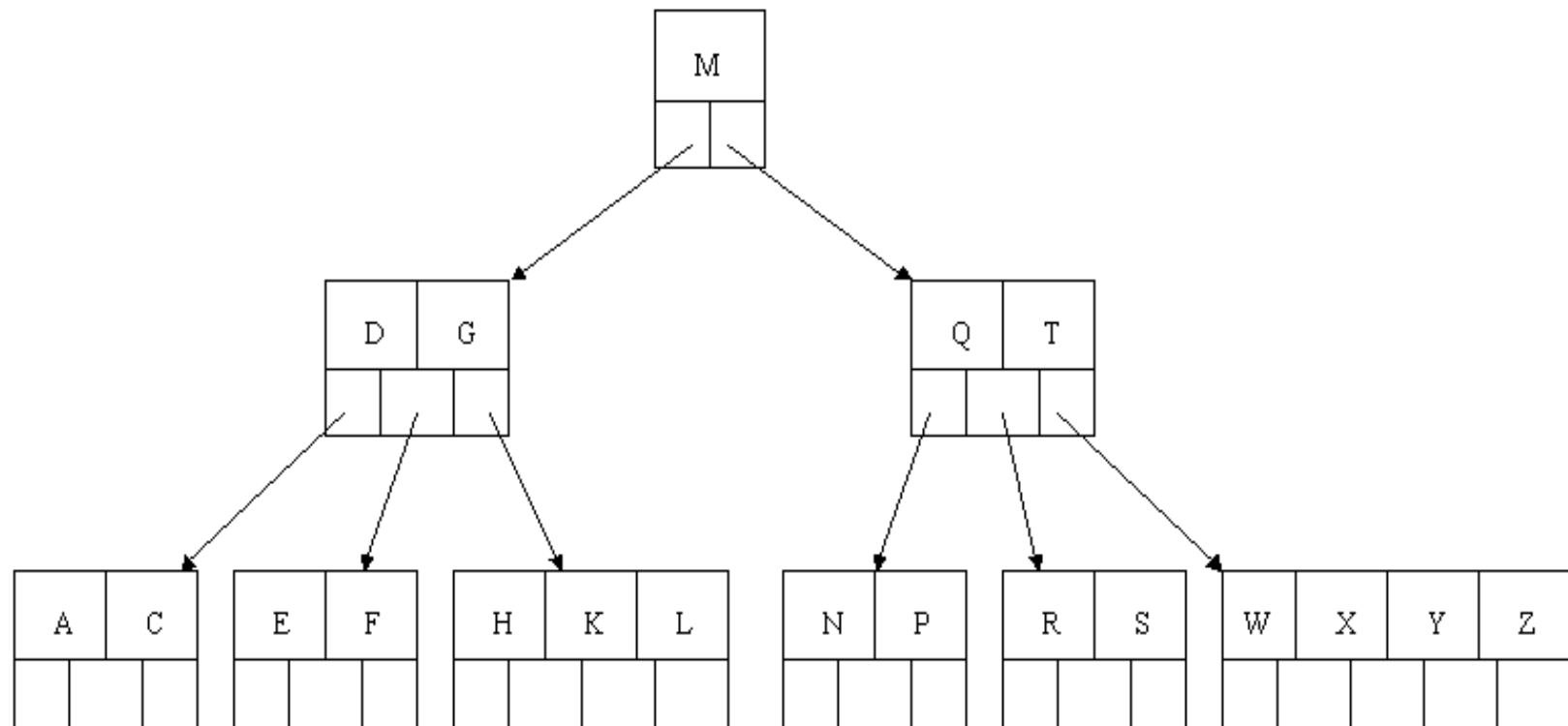
Z requier split



D



Z



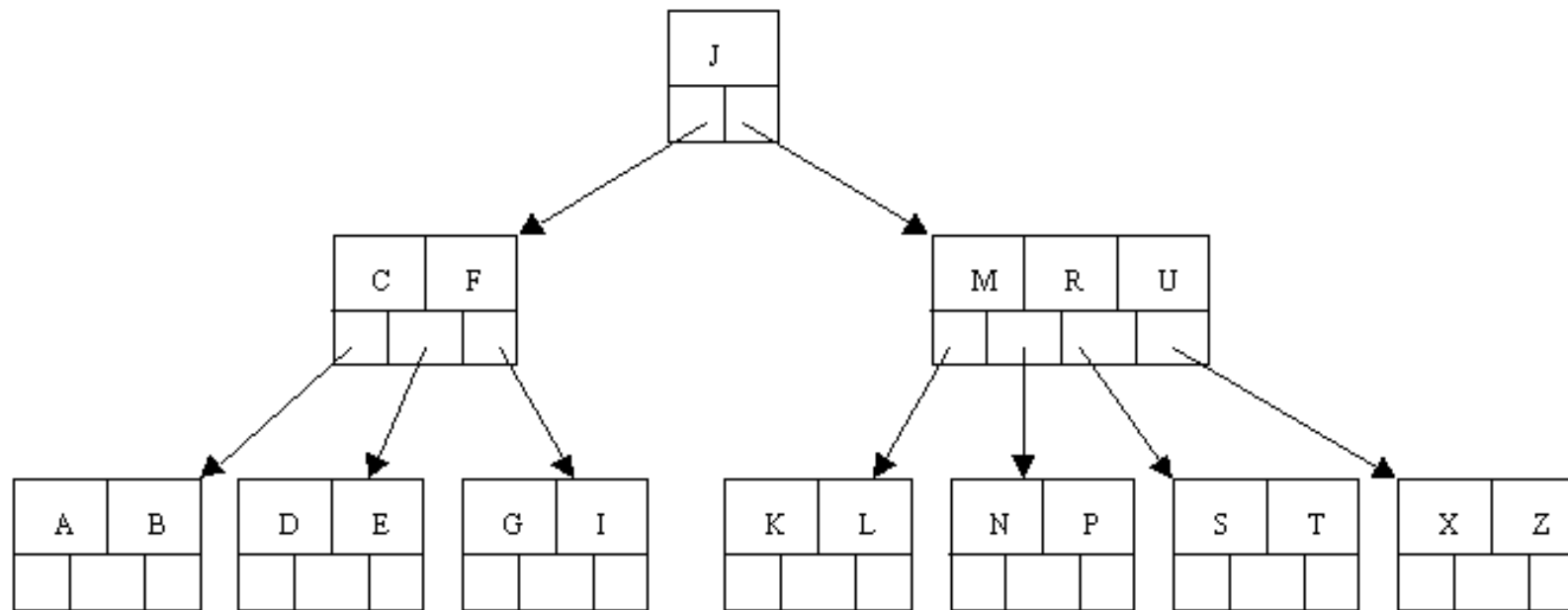
Remoção

- Se a entrada a ser removida não está em uma folha, troque-a com seu sucessor (ou predecessor) na ordem natural das chaves.
 - Aí remova a entrada da folha
- Se a folha contém mais que o número mínimo de entradas então não há mais nenhuma ação
- Caso contrário...

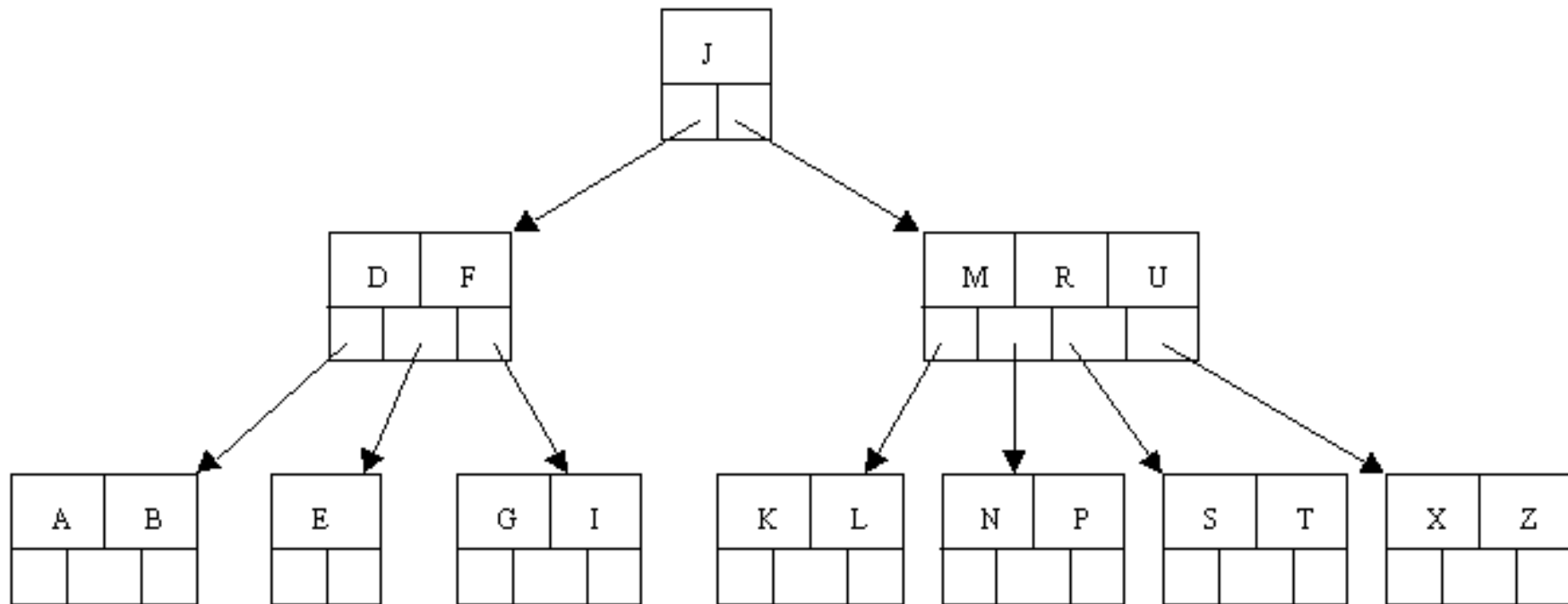
Remoção em uma árvore B

- Se o nó contém o número mínimo de entradas, considere os dois irmãos imediatos do nó:
 - **Se um dos irmãos têm mais que o número mínimo de entradas, então redistribua uma entrada deste irmão para o nó pai e uma entrada do nó pai para o filho “deficiente”.**

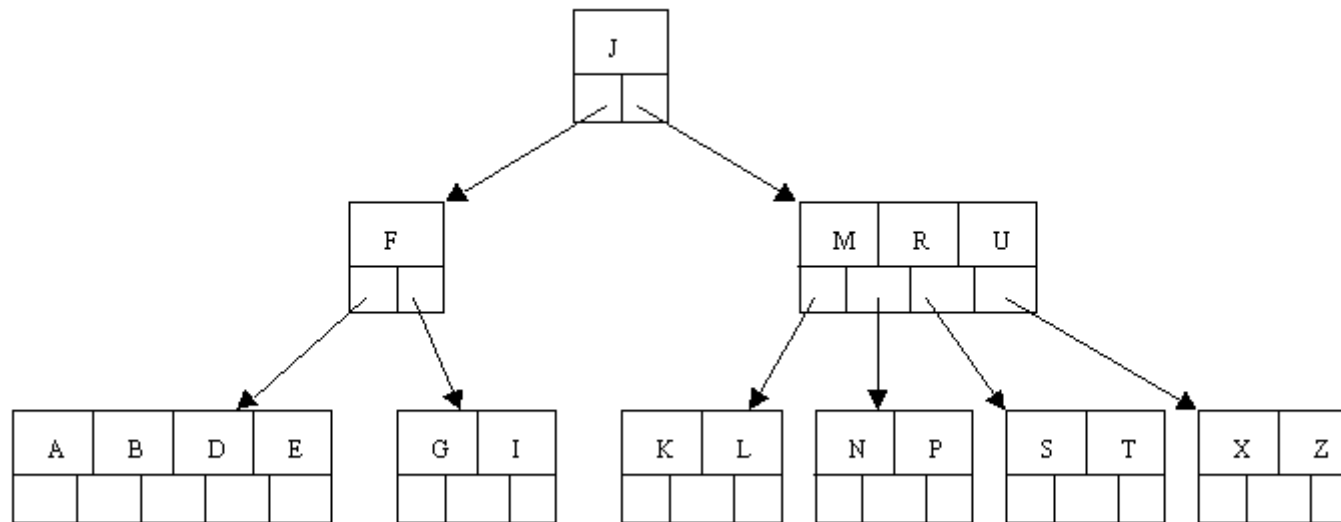
Exemplo2 – Remover C



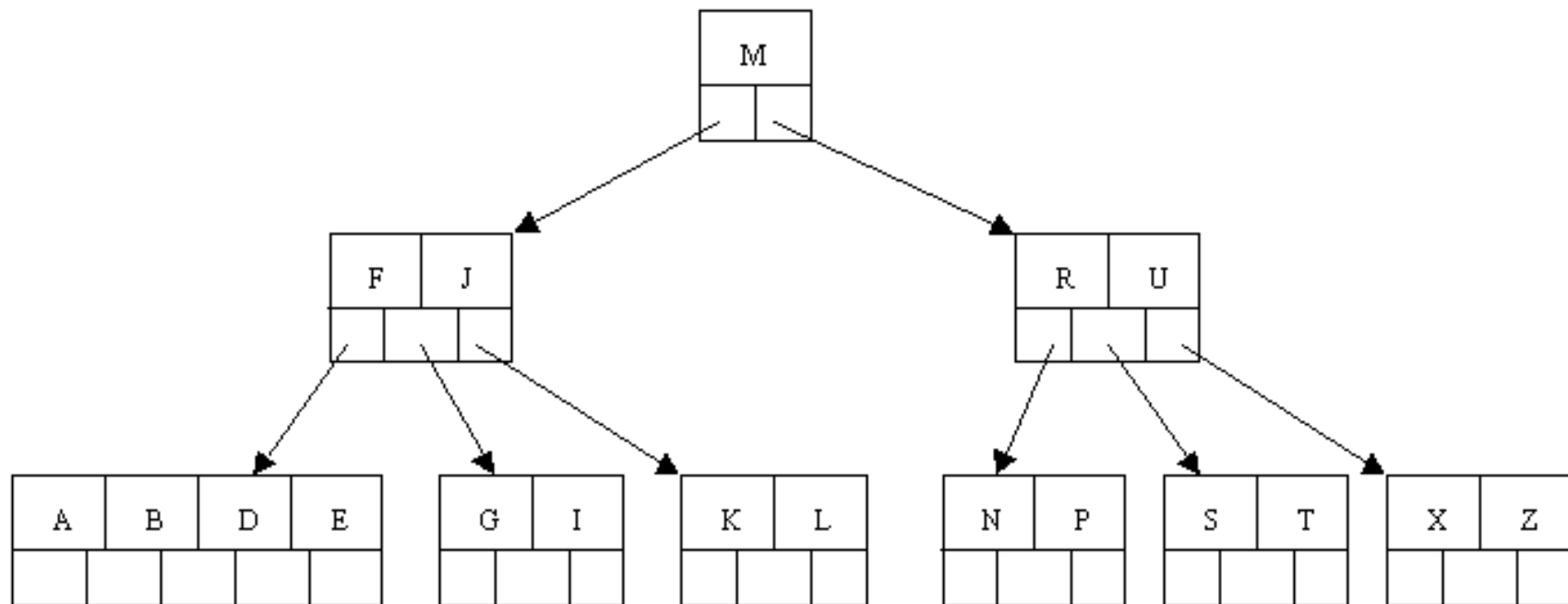
Acha sucessor D, move D acima para substituir C. Nó com poucas chaves



Consolida E com A B



F ficou com poucas chaves, mas irmão tem chaves suficientes. Toma M do irmão, sobe-a desce J para juntar com F. Nó KL fica religado à direita de J



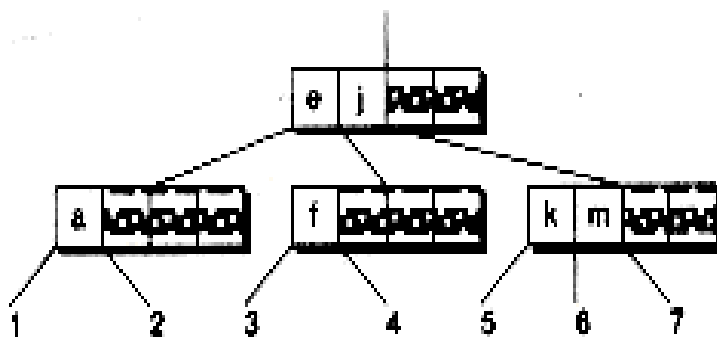
Diversos

- O número máximo de elementos em um nó é $m-1$
- O número mínimo de elementos em um nó é $\text{ceil}(m/2) - 1$
- A ordem de uma árvore B é escolhida de forma que o tamanho de um nó cheio seja menor que o tamanho de bloco de disco, mas o mais próximo que for possível
- Existem diversas variantes de árvore B

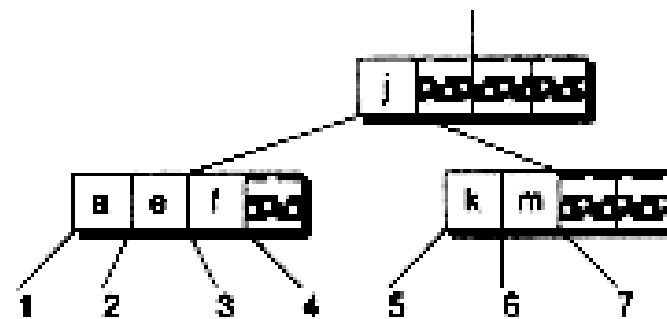
Altura de Árvore B

- Qual a maior altura de uma árvore B com N entradas?
- Esta pergunta é importante pois a altura da árvore definirá o limite superior para o número de acesso a discos

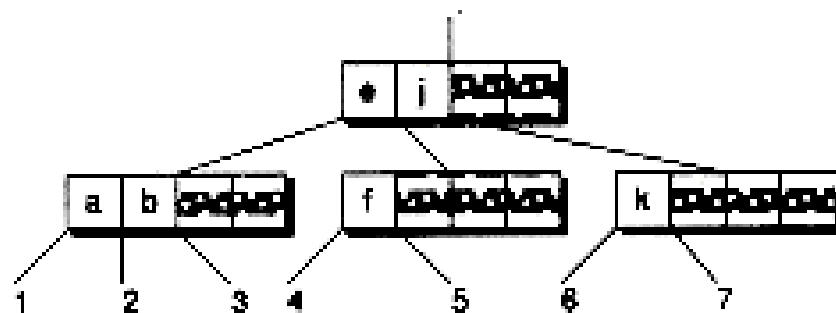
Remoção em árvore B



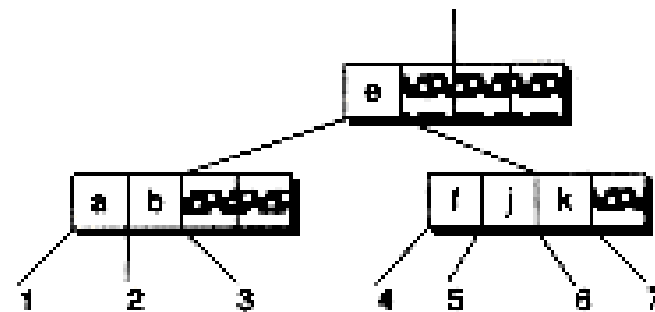
Antes do Merge (irmão a esquerda)



Após merge



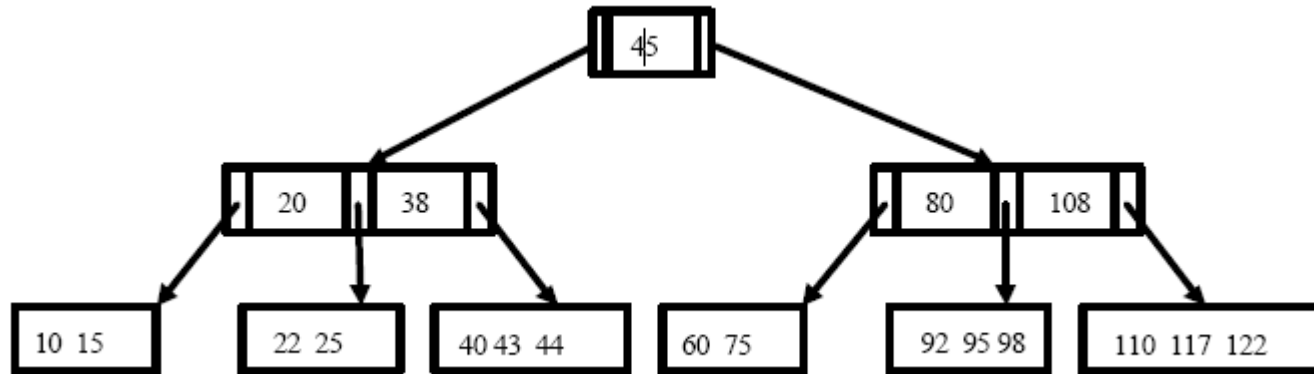
Antes do Merge (irmão a direita)



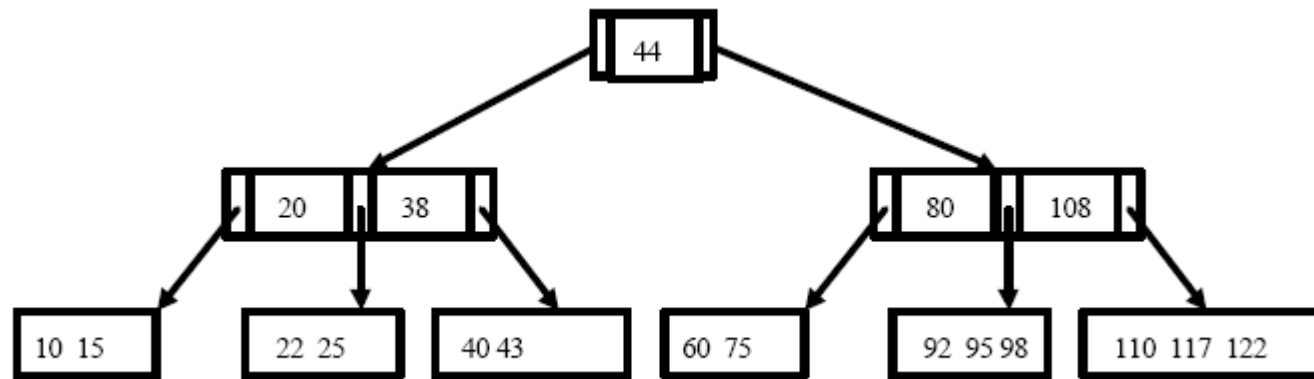
Após merge

- Se um valor que está em um nó de transição (não folha) for excluído, ele deverá ser substituído:
 - a) pelo dado mais à direita de sua subárvore esquerda; ou
 - b) pelo dado mais à esquerda de sua subárvore direita.

Excluindo 45



É substituído pelo 45



Na exclusão de um dado de um nó folha

podem ocorrer duas situações :

1) Após a remoção, o nó ainda possui uma quantidade adequada de dados

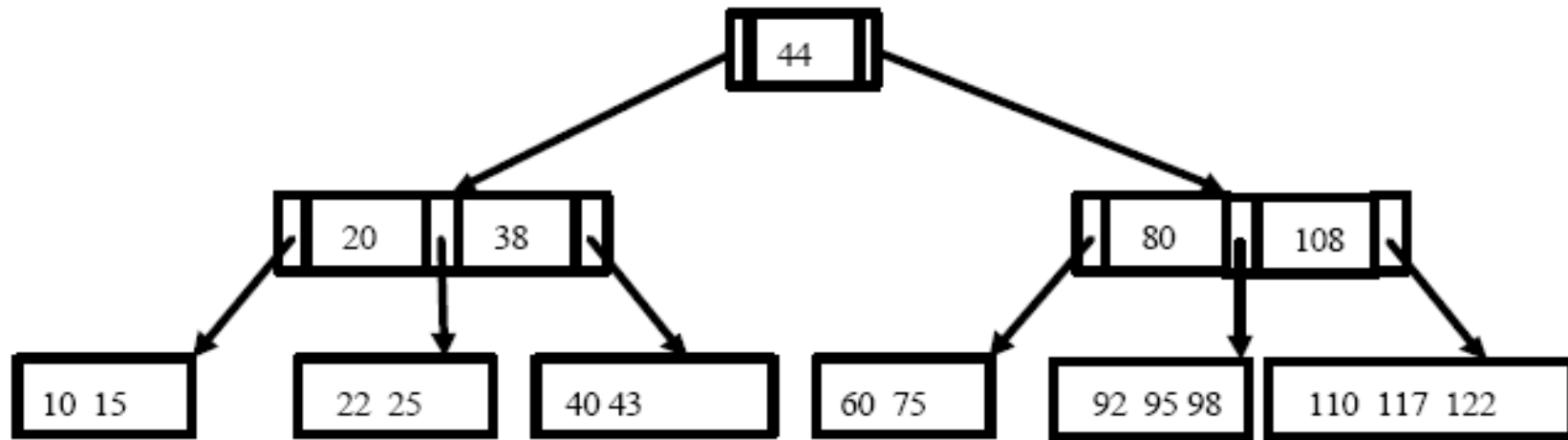
2) Após a remoção, o nó ultrapassou o limite mínimo de dados. Neste caso, pode-se tentar alguma das opções abaixo :

a) Tente emprestar um nó do irmão **IMEDIATAMENTE** à esquerda;
ou

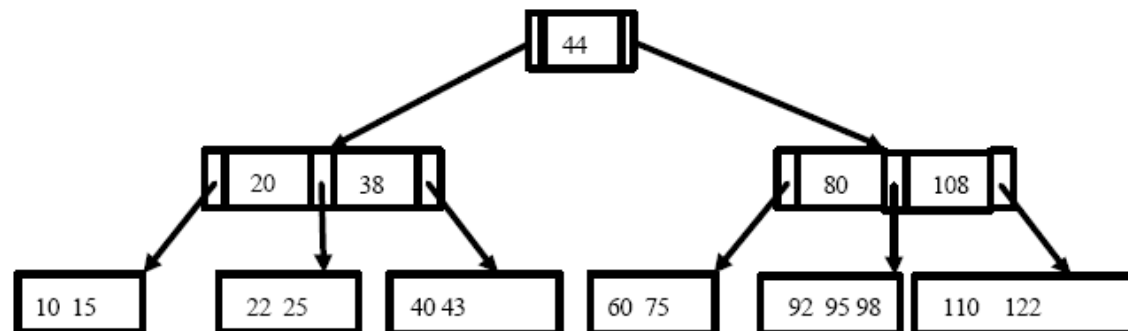
b) Se não for possível, tente emprestar do irmão da **DIREITA**; ou

c) Se ambas falharem, fazer a fusão do nó com um de seus irmãos

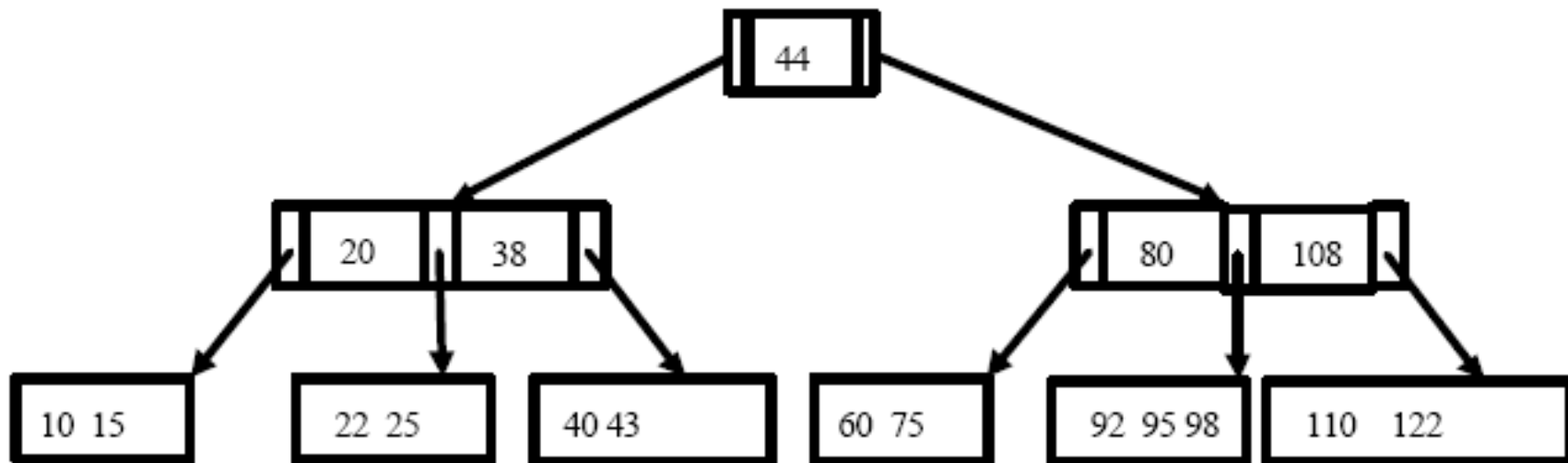
Dada a árvore



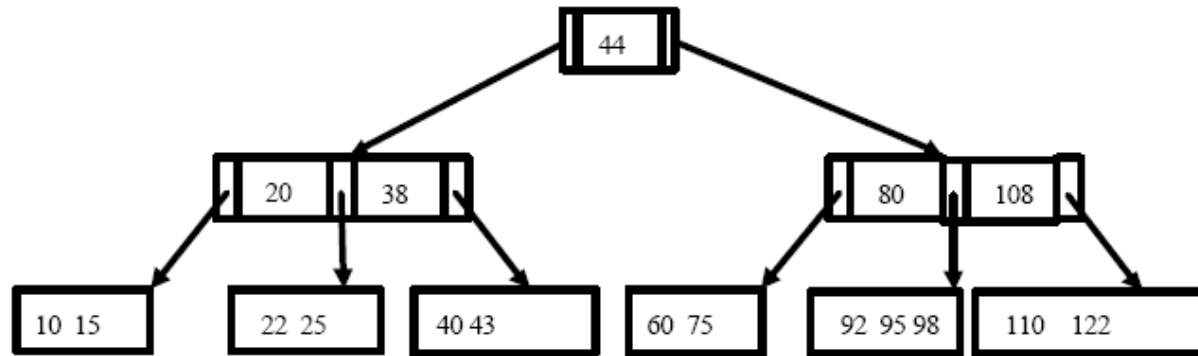
Remover 117 (Situação 1)



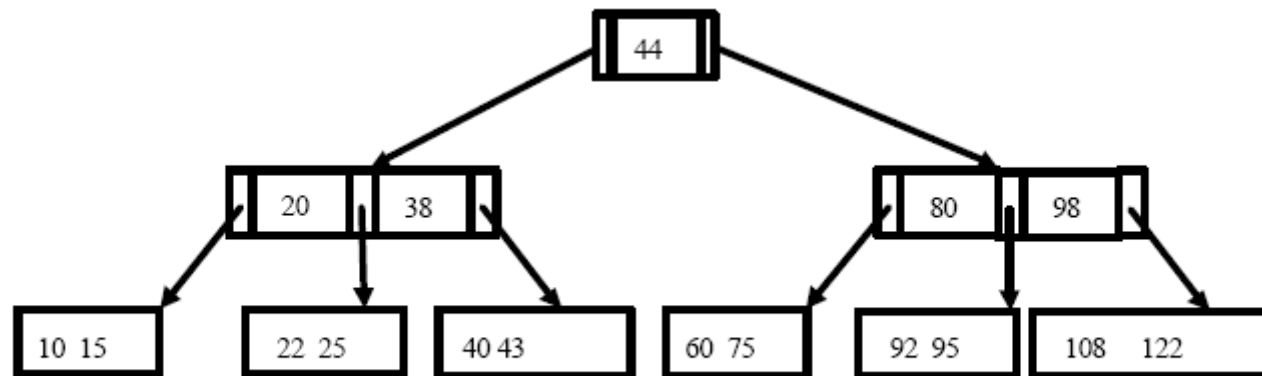
Remoção

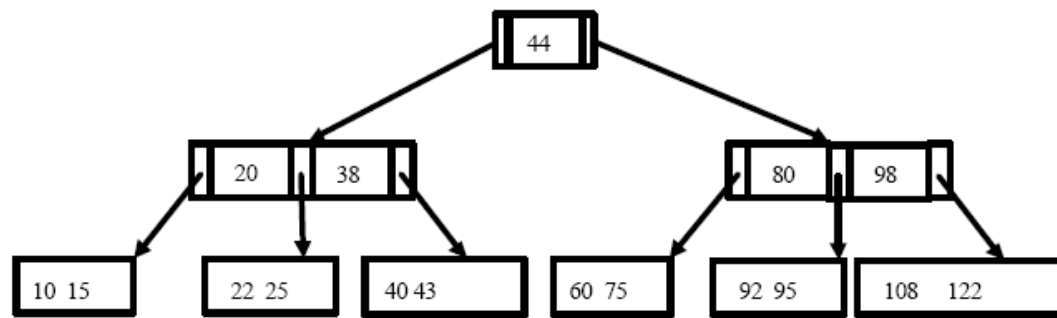


Remover 110 (situação 2.a - empresta do irmão da esquerda):

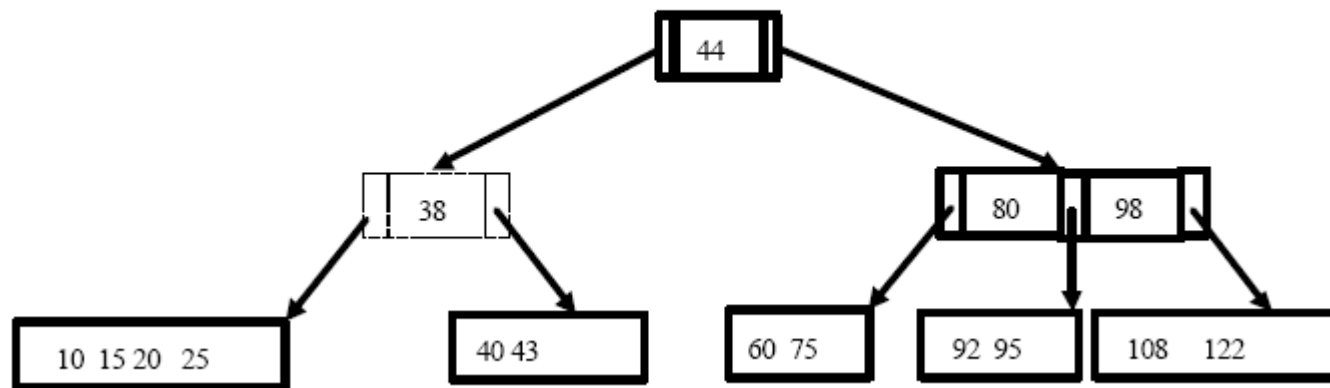


Remover 110 (situação 2.a - empresta do irmão da esquerda):

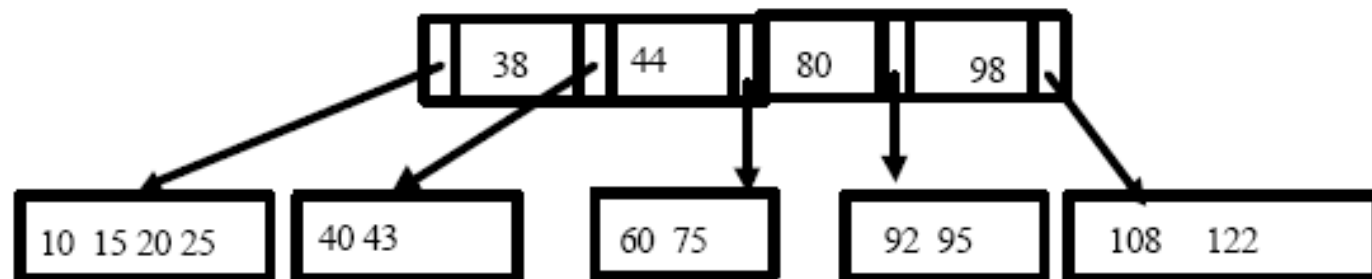




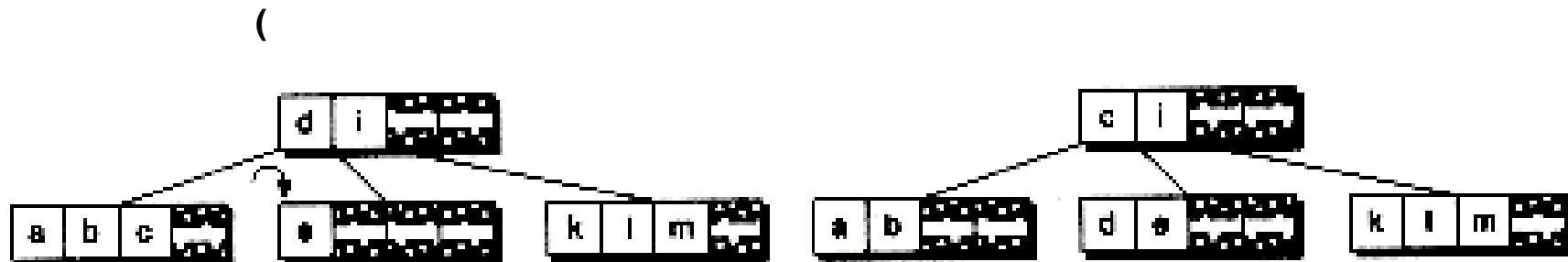
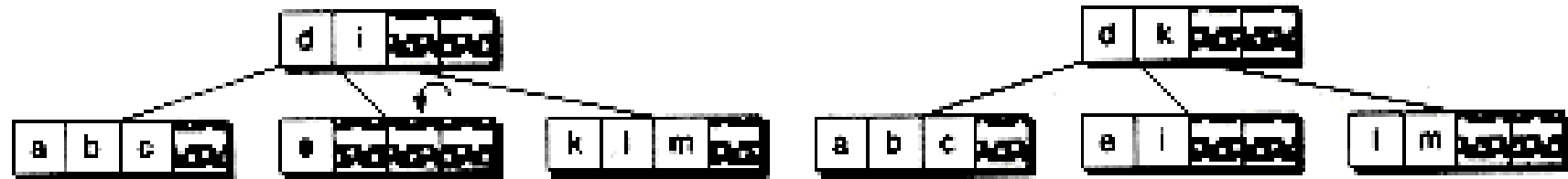
Remover 22



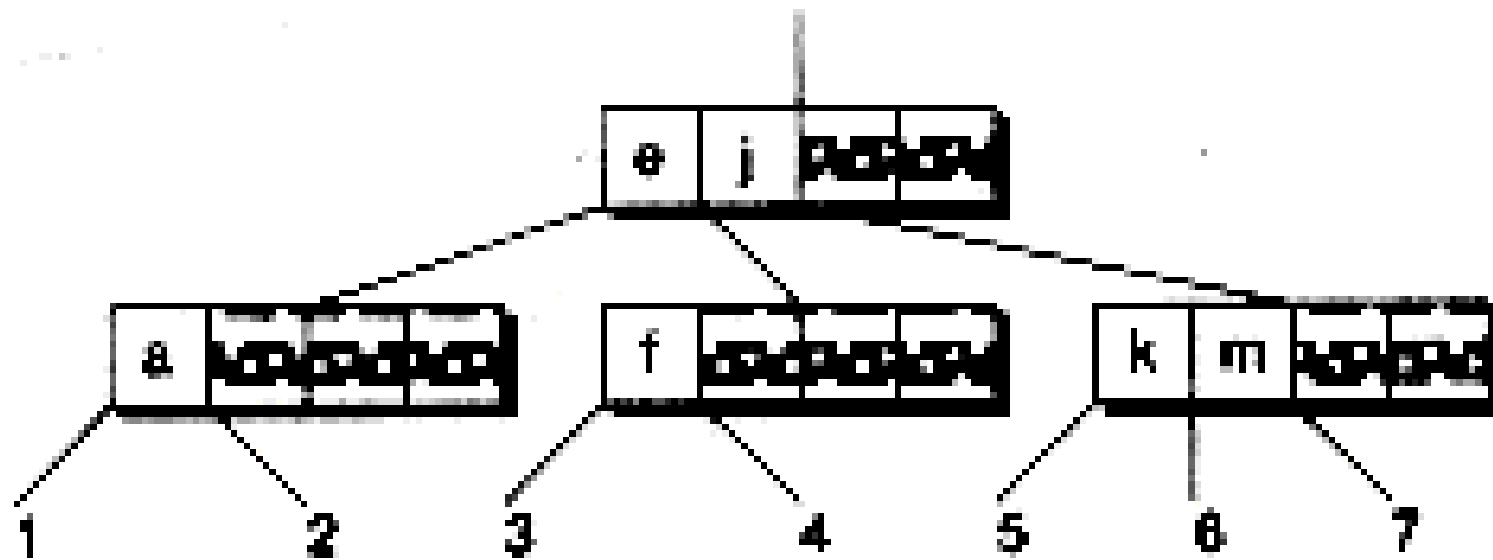
Como um nó ficou com menos de dois dados, o processo de fusão se repete um nível acima:



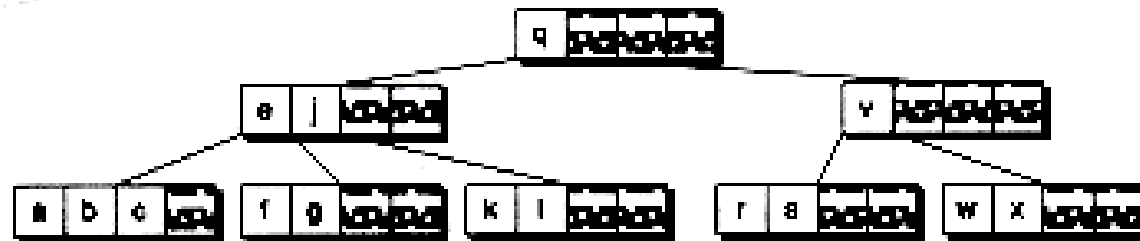
Rotação Direita/Esquerda



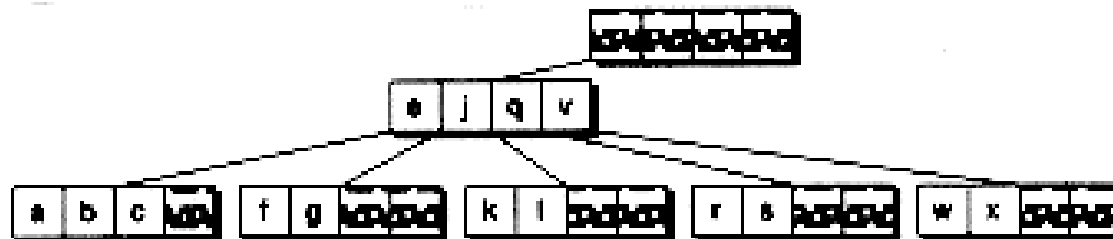
Merge



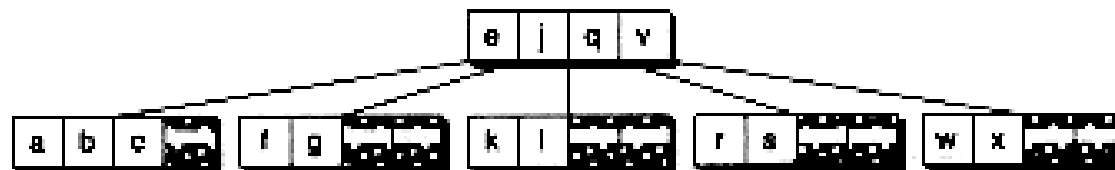
Encolhendo uma árvore B



Original



Após o merge



Resultado final