## Lógica Computacional

Fundamentos da Lógica

Profa. Ms. Adriane Ap. Loper

- Unidade de Ensino: Fundamentos da Lógica
- Competência da Unidade Compreensão da lógica no mundo computacional, principalmente no que se refere à lógica usada na construção de algoritmos.
- Resumo: Esse conhecimento será construído através do estudo e entendimento da lógica proposicional e seus conectivos, que permitem criar regras e valorar seus resultados como verdadeiro ou falso.
- Palavras-chave: conectivo, logica, regras
- Título da Teleaula: Fundamentos da Lógica
- Teleaula no: 03

#### Contextualizando

- ✓ Você está participando de um processo seletivo para desenvolvedor trainee em uma grande empresa de tecnologia.
- ✓ Você já passou a primeira fase, composta por entrevistas com o gestor e o setor de recursos humanos, agora chegou a hora de mostrar que você manda bem na lógica e que tem capacidade para se tornar um grande desenvolvedor.
- ✓ Essa etapa do processo consiste em três testes, no primeiro você deverá criar proposições simples e compostas para resolver um problema com as formas geométricas.
- ✓ No segundo desafio, você deverá criar estruturas condicionais usando os operadores lógicos para resolver um problema com fórmulas.
- ✓ No último desafio, você deverá usar os recursos da lógica para demonstrar a veracidade de um argumento.



Fonte: Shutterstock

# Introdução à Lógica Proposicional

## Lógica computacional

- ✓ Segundo Machado e Cunha (2008) o **objetivo** fundamental de um curso de lógica é desenvolver a competência na argumentação, compreender as razões próprias e dos outros nas tomadas de posição diante dos acontecimentos e nas decisões.
- ✓ Construiremos algoritmos capazes de tomar decisões, e para isso precisaremos implementar regras baseadas na Lógica Formal. Isso mesmo, aquela Lógica Formal desenvolvida por Aristóteles entre 300 e 400 anos antes de Cristo (MACHADO; CUNHA, 2008).
- ✓ Na lógica computacional, vamos utilizar as mesmas regras da Lógica Formal, porém iremos valorar os conteúdos, como verdadeiro ou falso, a fim de extrair nossas conclusões.



Fonte: Shutterstock

## Lógica computacional

- ✓ Em nosso cotidiano, usamos a linguagem natural para nos expressar por meio de frases, que em alguns casos podem ser argumentativas sendo assim compostas por premissas e conclusões.
- ✓ EX.:uma professora sobre o desempenho de um certo aluno: "É lógico que Pedro será aprovado nos exames, pois ele é inteligente e estuda muito e todos os alunos inteligentes e estudiosos são aprovados". Esse argumento foi construído embasado por premissas (razões) e que levam a uma única conclusão.

Premissas (razões)	<ol> <li>Pedro é inteligente.</li> <li>Pedro estuda muito.</li> <li>Todos os alunos inteligentes e estudiosos são aprovados.</li> </ol>
Conclusão	Pedro será aprovado



Fonte: Shutterstock

## Proposições

- ✓ Proposição é uma sentença declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, jamais ambas ao mesmo tempo. Ou seja, não pode haver dúvida quanto à classificação da sentença.
- ✓ Também podemos dizer que trata-se de uma classificação binária, pois só existem dois resultados possíveis: V ou F, ou ainda 1 ou 0.



Fonte: Shutterstock

## Proposições

- ✓ As proposições podem ser classificadas como simples ou compostas.
- ✓ A proposição será simples quando existir uma única afirmação na frase
- ✓ A proposição é composta quando for constituída de, pelo menos, duas proposições simples "ligadas" por um conectivo lógico, também chamado de conector lógico, conectivo proposicional ou operação lógica. (BISPO; CASTANHEIRA, 2011).



Fonte: Shutterstock

## Proposições Simples

Tais estruturas serão designadas pelas letras latinas minúsculas tais como:

p, q, r, s, u, v...

Exemplos:

p: 12>2.

q: Joana é uma excelente professora.

s: Adriane foi a um aniversário no sábado.

t: Rone é jogador de truco.

Valor lógico de uma proposição p:

Verdadeiro: V(p) = V;

Falso: V(p) = F.



Fonte: Shutterstock

## Proposições Compostas

- ✓ Pode ser chamada de fórmula proposicional ou uma molécula ou ainda uma proposição molecular. É uma sentença declarativa, afirmativa, de sentido completo constituída pela combinação de duas ou mais proposições simples.
- ✓ As proposições compostas serão designadas pelas letras latinas maiúsculas tais como:
- ✓ P, Q, R, S, U, V, Z
- ✓ Exemplos:
- √ "Os suíços fabricam os melhores relógios e os franceses, o melhor vinho".
- $\checkmark$  = E + 2 proposições simples
- ✓ P: Os suíços fabricam os melhores relógios.
- ✓ S: Os franceses fabricam o melhor vinho.



Fonte: Shutterstock

## Proposições Compostas

As proposições simples(átomos) combinam-se com outras ou são modificadas por alguns operadores(conectivos).

#### Exemplos:

P(p,q): José é dançarino **e** Carlos é estudante.

Q(p,q): José é dançarino **ou** Carlos é estudante.

R(p,q): **Se** José é dançarino **então** é feliz.

S(p,q): Comprarei uma ferrari se e somente se eu

ganhar na sena da virada!



Fonte: Shutterstock

#### Simples ou Atômicas

#### Latinas minúsculas:

p, q, r, s, u, v, w

r: Ariana Grande é

uma cantora famosa.

q: A Copa do Mundo

de 2022 será no

Catar

Valor Lógico:

V(r): V ou V(r): F

V(q): V ou V(q): F

#### Compostas ou Moleculares

Latinas maiúsculas:

P, Q, R, S, U, V, W

R: Se Lucas ganhar

na Mega-Sena, então ele

compra uma Ferrari.

Q: Madalena é escritora

e professora.

Valor Lógico:

V(R): V ou V(R): F

V(Q): V ou V(Q): F

## Proposições

Banca: FUNCAB Órgão: MDA Prova: FUNCAB - MDA - Analista de Sistema Operacional

Assinale a alternativa que contém uma proposição simples.

- a) Fernanda e Clara são colegas de classe
- b) O carro é compacto ou utilitário.
- c) Rafael foi estudar e Beatriz foi ao mercado.
- d) Se Maria é médica, então sabe biologia.
- e) Carlos é guitarrista e Lucas é vocalista

Banca: FUNCAB Órgão: MDA Prova: FUNCAB - MDA - Analista de Sistema Operacional

Assinale a alternativa que contém uma proposição simples.

- a) Fernanda e Clara são colegas de classe
- b) O carro é compacto ou utilitário.
- c) Rafael foi estudar e Beatriz foi ao mercado.
- d) Se Maria é médica, então sabe biologia.
- e) Carlos é guitarrista e Lucas é vocalista

# Operadores ou conectivos lógicos

### Sua missão

Como candidato a uma vaga de desenvolvedor trainee em uma grande empresa de tecnologia, após passar pelas entrevistas com seu futuro gestor e com o setor de recursos humanos, chegou a hora de vencer mais uma etapa: o teste de lógica. A empresa faz questão desse teste, pois sabe que um bom desenvolvedor deve mandar bem na lógica. Nesse primeiro teste, a empresa lhe forneceu uma folha com três figuras geométricas, conforme ilustra a imagem das Figuras geomé



Fonte: Shutterstock

#### Sua missão

- ✓ Construir proposições, simples e compostas, que representem as regras necessárias para a construção das três figuras. Nessa mesma folha, além das figuras também vieram algumas dicas sobre a construção dos elementos geométricos apresentados:
- ✓ Para que um triângulo possa ser construído é necessário que a soma de dois lados seja sempre maior que o outro lado.
- ✓ Um quadrado é composto por quatro lados com medidas iguais e quatro ângulos de noventa graus.
- ✓ Um retângulo é composto por quatro lados com medidas paralelas iguais e quatro ângulos de noventa graus.



Fonte: Shutterstock

## Conectivos lógicos

Conectivos lógicos são termos empregados para formar novas proposições (compostas) a partir de proposições existentes (simples).

Proposições compostas representadas por letras maiúsculas (P, Q, R, T, ...).

Valor lógico de uma proposição composta P(p,q,...) depende unicamente dos valores lógicos das proposições p, q, ...

#### Exemplos:

 $\sqrt{2}$  é irracional **e** 2 é racional.

**Se** a é par **então**  $a^2$  é par.

## Conectivos

Palavras ou letras	Símbolo (conectivo)	Nome
Não	~	Negação
E	٨	Conjunção
Ou	V	Disjunção
Se então	$\rightarrow$	Condicional
se, e somente se,	$\leftrightarrow$	Bicondicional

## Negação (não)

#### Negação (~)

$$V(p) = V$$

$$V(p) = F$$

$$V(\sim p) = F$$

$$V(\sim p) = V$$

#### Exemplos:

p: 2 é primo

~p: 2 **não** é primo

q: A lua é azul.

~q: A lua **não** é azul.

## Conjunção (e)

#### Conjunção (A)

Se p e q são proposições, a conjunção de p e q (denotada por  $p \land q$ ) será uma proposição verdadeira apenas quando os valores lógicos de p e q foram, ao mesmo tempo, verdadeiros.

$$V(p) = V$$
 e 
$$V(q) = V$$
 
$$V(p \land q) = V$$

Ex: p: 2 é um número par

q: 2 é um número primo

p ∧ q: 2 é um número par **e** 2 é um número primo

## Disjunção (ou)

Se p e q são proposições, a disjunção de p e q (denotada por pvq) será uma proposição verdadeira quando, *ao menos*, uma das proposições assumir valor lógico verdadeiro.

$$V(p) = V e V(q) = V$$
; ou  $V(p) = V e V(q) = F$ ; ou  $V(p) = V e V(q) = V$   
 $V(p) = F e V(q) = V$   
Ex: p:  $\sqrt{9} = 7$   
q:  $2^2 = 4$   
p  $\wedge$  q:  $\sqrt{9} = 7$  ou  $2^2 = 4$ 

## Figuras Geométricas

Com as informações você deve construir proposições simples e compostas que representem as regras necessárias para a construção das três figuras.

Pois bem, o primeiro passo é construir as proposições simples.

> Vamos começar pelo triângulo.

A: A soma das medidas do lado a com o lado b do triângulo abc é maior que a medida do lado c.

B: A soma das medidas do lado b com o lado c do triângulo abc é maior que a medida do lado a.

C: A soma das medidas do lado a com o lado c do triângulo abc é maior que a medida do lado b.

Agora que temos as proposições simples, vamos usar a dica 1 para construir uma expressão lógica que traduza essa regra.

Como as três proposições precisam ser verdadeiras para que seja possível construir um triângulo, teremos como resultado a expressão:  $A^AB^AC$ . Ou seja, foi necessário usar a conjunção para construir a proposição composta que representa a regra.

> Agora vamos construir as proposições simples para criar a regra para a construção do quadrado.

P: A medida do lado d é igual à do lado e.

Q: A medida do lado f é igual à do lado e.

S: A medida do lado g é igual à do lado f.

T: A medida do ângulo r é diferente de noventa graus.

Com a criação das proposições simples, agora podemos criar aproposição composta que representa a regra:  $P^{\Lambda}Q^{\Lambda}S^{\Lambda}\sim T$ . Veja, que na maneira como construímos a proposição simples T, foi necessário usar a negação para construir a regra correta.

É importante você ficar atento ao aspecto sintático da expressão.

> Por fim, vamos construir as proposições simples para o retângulo.

X: A medida do lado h é igual à do lado j.

Z: A medida do lado i é igual à do lado l.

W: A medida do ângulo r é igual a noventa graus.

Agora basta usar o(s) conector(es) corretos para criar a proposição composta que representa a regra:  $X^{\wedge}Z^{\wedge}W$ .

Veja que, a partir da utilização de proposições simples e conectivos lógicos, foi possível construir formas e regras que podem ser implementadas computacionalmente.

# Conectivos e classificação textual

### Sua Missão

Dando sequência ao seu teste de lógica para uma vaga de desenvolvedor *trainee* em uma grande empresa de tecnologia, chegou a hora de vencer mais um desafio, no qual você deverá criar estruturas condicionais usando os operadores lógicos para resolver um problema com fórmulas.

Foram-lhe passadas duas fórmulas:

$$\begin{vmatrix} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \neg (A \land B) \Leftrightarrow \neg A \lor \neg B . \end{vmatrix}$$

A primeira é a famosa fórmula de Bhaskara, usada para calcular as raízes de uma equação do segundo grau  $(y=ax^2+bx+c)$ .

Já a segunda fórmula pertence ao cálculo proposicional e é uma das leis de De Morgan.(está no livro texto)



Fonte: Shutterstock

### Sua Missão

Utilizando as constantes (a, b, c) da equação do segundo grau e da fórmula de Bhaskara, você deverá escrever proposições simples e, a partir delas, criar implicações lógicas, utilizando a notação simbólica, para as seguintes regras:

Se o coeficiente **a** for positivo, então a parábola tem a concavidade virada para cima.

Se o coeficiente **a** for negativo, então a parábola tem a concavidade virada para baixo.

Se o valor do delta for positivo, então a equação possui duas raízes reais distintas.

Se o valor do delta for negativo, então a equação não possui raízes reais.

#### Sua missão

Se o coeficiente a for positivo e o valor do delta for positivo, então a parábola tem a concavidade virada para cima e a equação possui duas raízes reais distintas.

Com base no seu conhecimento, quantas proposições simples devem ser usadas para traduzir as regras apresentadas para a fórmula da equação do segundo grau e de Bhaskara?

Quais conectores devem ser utilizados para escrever a fórmula de maneira correta?



Fonte: Shutterstock

## Cálculo Proposicional

- ✓ O cálculo proposicional fornece mecanismos para validar argumentos, tais mecanismos envolvem a utilização de proposições, que podem ser simples (apenas uma afirmação) ou compostas. Nesse segundo caso, temos um encadeamento de proposições simples usando conectivos lógicos.
- ✓ Uma proposição composta pode ser criada fazendo a conjunção de duas proposições simples, neste caso são utilizadas as palavras "e", "mas", "no entanto", dentre outras para fazer a conexão.
- ✓ Também podemos criar uma proposição composta fazendo a disjunção de duas proposições simples, nesse caso usamos a palavra "ou" para a conexão.

### Condicional

#### Condicional $(\rightarrow)$

Corresponde a uma proposição do tipo "se p então q", denotada por  $p\rightarrow q$ , que assume valor lógico falso *apenas* quando V(p) = V e V(q) = F.

$$V(p) = V e V(q) = V$$
; ou  $V(p) = F e V(q) = V$ ; ou  $V(p) = F e V(q) = F$ 

Ex: p: a é um número par

q: a² é um número par

p → q: **se** a é um número par **então** a² é um número par

#### **Bicondicional**

Bicondicional  $(\leftrightarrow)$ 

Corresponde a uma proposição do tipo "p se, e somente se, q", denotada por  $p \leftrightarrow q$ , que assume valor lógico verdadeiro quando p e q foram simultaneamente verdadeiras ou falsas.

$$V(p) = V e V(q) = V$$
; ou  $V(p \leftrightarrow q) = V$   
 $V(p) = F e V(q) = F$ 

Ex: p: 2 é um número par

q: 2<sup>2</sup> é um número par

p ↔ q: 2 é um número par **se, e somente se,** 2² é um número par

## Regras de precedência para conectivos

- (1) ~
- (2) ∧ ou V
- (3) →
- (4) ↔

Portanto, o conectivo mais "fraco" é a negação e o mais "forte" é a bicondicional.

Ex:  $p \lor q \leftrightarrow r \rightarrow s$ 

- 1.  $p \vee q$
- 2.  $r \rightarrow s$
- 3.  $p \lor q \leftrightarrow r \rightarrow s$

## Fórmula bem-formulada ou fbf

- ✓ Assim como fez Aristóteles, a partir de agora, vamos focar na forma e nos valores lógicos que as expressões podem assumir.
- ✓ Já sabemos que é possível criar proposições compostas, fazendo conexões entre proposições simples.
- ✓ Na verdade, podemos encadear preposições, conectivos e parênteses (ou colchetes) e formar novas expressões lógicas, as quais chamamos fórmula.
- ✓ Embora "Uma sequência qualquer de elementos do vocabulário do cálculo proposicional constitui uma fórmula" (BISPO; CASTANHEIRA, 2011, p. 12), nem toda fórmula é válida.
- ✓ Segundo Gersting (2017), certas regras de sintaxe precisam ser seguidas, assim como acontece em qualquer linguagem de programação.

### Fórmula bem-formulada ou fbf

- ✓ Podemos fazer uma analogia entre as fórmulas do cálculo proposicional com as fórmulas matemáticas.
- ✓ Os conectivos lógicos são como os operadores matemáticos (soma, subtração, etc.), portanto sempre teremos um conectivo entre duas proposições. O operador de negação é como o sinal negativo na matemática e, por isso, ele pode aparecer perto de outro conector. Uma fórmula que segue as regras de sintaxe é chamada de fórmula bem-formulada ou ainda, em inglês, well-formed formula wff (BISPO; CASTANHEIRA, 2011; GERSTING, 2017).
- ✓ Observe abaixo, emos três exemplos de fórmulas matemáticas, três de fórmulas válidas (fbf) e três de fórmulas inválidas.

### Fórmula bem-formulada ou fbf

#### Fórmulas matemáticas e proposicional

Expressão matemática	fbf	Não fbf
(2+3)*5	$(A \rightarrow B) \lor C$	$AA \wedge B$
(3+4)*(2+3)	$(A \rightarrow B) \land (B \rightarrow A)$	$\land \lor AB$
2+3*-5	$A \rightarrow B \land \neg C$	$\wedge \neg B$

1<sup>a</sup> regra: uma proposição simples é uma fórmula bem formada

2ª regra: a negação de uma fórmula bem formada é uma fórmula bem formada

 $3^a$  regra: se p e q são fórmulas bem formadas, então  $(p \land q)$ ,  $(p \lor q)$ ,  $(p \to q)$  e  $(p \leftrightarrow q)$  são também fórmulas bem formadas

Exemplo:  $p \lor q \leftrightarrow r \rightarrow s$  é bem formada/  $p \rightarrow \lor q$  não é bem formada

# Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad .$$

$$\neg (A \land B) \Leftrightarrow \neg A \lor \neg B \; .$$

Como primeiro passo você deve escrever as proposições simples, as quais nos possibilitarão construir as implicações lógicas para a equação do segundo grau e a fórmula de Bhaskara.

A seguir, uma das possibilidades de se escrever essas proposições.

A: O coeficiente **a** da equação é positivo e diferente de zero.

B: A parábola tem a concavidade virada para cima.

C: A parábola tem a concavidade virada para baixo.

D: O valor do delta é positivo e diferente de zero.

E: A equação possui duas raízes reais distintas.

F: A equação não possui raízes reais.

Com as proposições simples definidas, agora podemos escrever os condicionais que representam, simbolicamente, as regras elencadas.

Para a regra 1, podemos escrever:  $A \rightarrow B$ .

Para a regra 2, podemos escrever:  $\sim A \rightarrow C$ .

Para a regra 3, podemos escrever:  $D \rightarrow E$ .

Para a regra 4, podemos escrever:  $\sim D \rightarrow F$ .

Para a regra 5, podemos escrever:  $(A^{\wedge}D) \rightarrow (B^{\wedge}E)$ .

Veja que na regra 5 temos uma condição que envolve a conjunção entre duas proposições.

Para construir, basta ficar atento aos conectivos que estão sendo usados na frase e na forma como se anunciou as proposições simples.

# Métodos dedutivos e inferência lógica

#### Sua missão

Dando continuidade ao processo seletivo para a vaga de *trainee*, nessa última fase do processo, os contratantes querem testar seu raciocínio lógico, bem como seu conhecimento sobre as regras de dedução da Lógica Formal.

Você recebeu dois argumentos:

- a. Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução e ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.
- b. Se treino, eu venço o campeonato de xadrez. Se não jogo vôlei, então eu treino xadrez. Não venci o campeonato de xadrez. Portanto, joguei vôlei.



Fonte: Shutterstock

#### Sua missão

Seu desafio é traduzir para forma simbólica os dois argumentos e provar a veracidade, usando as regras de dedução da Lógica Formal.

Cada passo na sequência de demonstração deve ser comentado, para que os avaliadores tenham certeza que você conhece o processo.

Quantos passos serão necessários para demonstrar cada argumento? Será possível fazer uma demonstração usando somente regras de inferência? Sabendo que é mais importante conhecer o processo do que decorar regras, os avaliadores permitiram que você usasse a Internet para consultar as regras de equivalência e inferência lógica.

Apresentaremos na aula o item a: A solução é ácida.



Fonte: Shutterstock

- ✓ Um argumento é composto por hipóteses e conclusão, e ambas podem ser compostas por proposições simples ou fbf.
- ✓ No argumento, as proposições são ligadas logicamente pelo conectivo de conjunção (e), as quais implicam logicamente a conclusão.
- ✓ Por isso, a ligação entre as hipóteses e a conclusão é feita por meio do conectivo condicional.
- ✓ Dado um argumento é importante validar se ele é válido ou inválido, o grande desafio é como fazer essa validação.
- ✓ A lógica possui mecanismos que permitem validá-lo, os quais são compostos pelas regras de equivalência e inferência lógica.

- ✓ Essas regras vão nos permitir avaliar a relação entre as hipóteses e a conclusão, que também pode ser chamada de consequência lógica, dedução lógica, conclusão lógica ou implicação lógica.
- ✓ "Uma proposição pode ser verdadeira ou falsa e não pode ser válida ou inválida; do mesmo modo, um argumento pode ser válido ou inválido e não pode ser verdadeiro ou falso" (BISPO; CASTANHEIRA, 2011, p. 36).
- ✓ Um argumento pode ser representado de forma simbólica por:  $P_1 \land P_2 \land P_3 \land ... \land P_n \rightarrow C P_1, P_2, P_3, P_n$  são as hipóteses.
- ✓ A letra representa C a conclusão do argumento, a qual também pode ser tanto uma proposição simples como uma fbf (BISPO; CASTANHEIRA, 2011; GERSTING, 2017).

#### Exemplo:

- ✓ D. Pedro I proclamou a independência do Brasil e Thomas Jefferson escreveu a Declaração de Independência dos Estados Unidos. Portanto, todo dia tem 24 horas.
- ✓ Vamos separar as proposições do argumento em hipóteses e conclusão.
- A: D. Pedro I proclamou a independência do Brasil.
- B: Thomas Jefferson escreveu a Declaração de Independência dos Estados Unidos.
- C: Todo dia tem 24 horas.
- ✓ Nosso conhecimento nos permite valorar as três proposições, logo, A, B, C são todas verdadeiras.
- ✓ Embora, tanto as hipóteses, quanto a conclusão sejam

proposições verdadeiras, o argumento é inválido, pois a conclusão nada tem a ver com as hipóteses.

- ✓ Esse exemplo deixa claro que, basear-se apenas no conteúdo de um argumento não é suficiente para dizer se ele é válido ou não.
- ✓ Para notação simbólica, logo temos a seguinte fórmula: A^B→C. Nessa fórmula quando o valor lógico de entrada da proposição A for verdadeiro e de B for falso, o resultado da implicação será falso, ou seja, existe pelo menos uma combinação de entradas, para a qual a fórmula resultará em falsa, logo essa fórmula não é uma tautologia e, consequentemente, não é um argumento válido.

## Tautologia

Para saber se um argumento é válido ou não, precisamos saber se ele é uma tautologia. Para fazer essa checagem, poderíamos testar todas as combinações de entrada possíveis para o argumento. Porém, se tratando da Lógica Formal, podemos usar um sistema de regras de dedução e, seguindo uma sequência de demonstração provar se o argumento é válido ou não. "Uma sequência de demonstração é uma sequência de fbfs nas quais cada fbf é uma hipótese ou o resultado de se aplicar uma das regras de dedução do sistema formal a fbfs anteriores na sequência" (GERSTING, 2017 p. 25).

# Regras de equivalência

Expressão (fbf)	Equivalente (fbf)	Nome/Abreviação	
$P \lor Q$ $P \land Q$	$Q \lor P$ $Q \land P$	Comutatividade/com	
$(P \lor Q) \lor R$ $(P \land Q) \land R$	$P \lor (Q \lor R)$ $P \land (Q \land R)$	Associatividade/ass	
$\neg (P \lor Q)$ $\neg (P \land Q)$	$\neg P \land \neg Q$ $\neg P \lor \neg Q$	Leis de De Morgan/De Morgan	
$P \rightarrow Q$	$\neg P \lor Q$	Condicional/cond	
P	<del>(</del> 4 <del>P</del> )	Dupla negação/dn	
$P \leftrightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \land (Q \rightarrow P)$	Definição de equivalência/ que	

# Equivalências lógicas

SÃO USADAS:

Demonstração de argumentos válidos.

Conjuntos e suas propriedades.

Por ter características semelhantes a aritmética sobre números, tais propriedades são conhecidas "Álgebra das Proposições".

## Principais regras de inferência:

Modus ponens; Modus tollens; Regra da adição; Regra da simplificação; Regra da absorção; Silogismo hipotético; Silogismo disjuntivo; Regra da bicondicional; Dilema construtivo; Dilema destrutivo.

#### **Modus Ponens**

A partir de A  $\rightarrow$  B e A, infere-se B.

O argumento tem duas premissas:

- -A condição "se então", nomeadamente que A implica B.
- -A é verdadeiro.

Destas duas premissas pode ser logicamente concluído que B tem de ser também verdadeiro.

Ex: - Se chover, então fico em casa.

- Choveu.
- Então fico em casa.

#### Exemplo:

Premissa 1:  $\sim p$ 

Premissa 2:  $\sim p \rightarrow q$ 

Premissa 3:  $q \rightarrow r$ 

#### Demonstração:

- 1.  $\sim p$  (premissa 1)
- 2.  $\sim p \rightarrow q$  (premissa 2)
- 3.  $q \rightarrow r$  (premissa 3)
- 4. q (modus ponens de 1 e 2)
- 5. r (modus ponens de 3 e 4)

#### Conclusão:

r

a. Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução é ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.

Vamos começar pelo argumento (a):

a. Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução é ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.

Vamos traduzir o argumento para proposições:

P: O papel de tornassol fica vermelho.

Q: A solução é ácida.

Agora é possível traduzir o argumento para forma simbólica:  $P \rightarrow Q^{\wedge}P \rightarrow Q$ . A

gora podemos começar a sequência de demonstração, iniciando pela enumeração das hipóteses, seguida da aplicação de regras de dedução:

- 1.  $P \rightarrow Q$  (hip).
- 2. P (hip).
- 3. Q(1, 2 MP).

No item 1 tem-se a primeira hipótese  $P \rightarrow Q$ .

No segundo item, a segunda hipótese, lembrando que cada hipótese é conectada pela conjunção e, que cada uma delas pode ser fbf.

Após elencar as hipóteses, consultamos o Quadro 3.6:

e vimos que era possível aplicar a regra de Modus Ponens, ao aplicá-la na linha 3, chegamos exatamente na conclusão

do argumento, logo esse argumento é válido.

Quadro 3.6 | Regras de inferência

De (fbf)	Podemos deduzir (fbf)	Nome/Abreviação
$P \rightarrow Q$ , $P$	Q	Modus Ponens/MP
$P \rightarrow Q$ , $\leftarrow Q$	$\leftarrow P$	Modus Tollens/MT
$P \rightarrow Q$ , $Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	Silogismo Hipotético/SH
P, Q	$P \wedge Q$	Conjunção/conj
$P \wedge Q$	P, Q	Simplicação/simp
P	$P \wedge Q$	Adição/ad

Fonte: adaptada de Gersting (2017, p. 27)

# Entenderam a importância da compreensão dessa nova linguagem?



Fonte: https://gifer.com/en/XIOL9

# Recapitulando

Introdução à Lógica Proposicional; Conectivos e Classificação Textual; Inferências.