Lógica Computacional

Fundamentos de lógica

Você sabia que seu material didático é interativo e multimídia? Isso significa que você pode interagir com o conteúdo de diversas formas, a qualquer hora e lugar. Na versão impressa, porém, alguns conteúdos interativos ficam desabilitados. Por essa razão, fique atento: sempre que possível, opte pela versão digital. Bons estudos!

Nesta webaula vamos conhecer as principais características no estudo de lógica. Este estudo será fundamental para que você tenha facilidade nas futuras programações computacionais, por exemplo, na construção de algoritmos para a resoluções de problemas do cotidiano.

Conceitos

Para melhorar o entendimento da lógica, é necessário conhecer as definições de alguns termos importantes e muito utilizados na lógica. Mundim (2002) destaca :

- Proposição: consiste em um enunciado, uma frase declarativa.
- Premissas: consistem em proposições que são utilizadas como base para um raciocínio. Pode-se dizer que são as proposições do silogismo.
- Argumento: conjunto de enunciados que se relacionam uns com os outros.
- Silogismo: consiste em um raciocínio dedutivo (premissas) e possibilita a dedução de uma conclusão a partir das premissas.
- Falácia: consiste em argumentos que logicamente estão incorretos.

A partir dos vocabulários, podemos definir os tipos de lógica existentes, entre os quais estão a lógica formal e a lógica transcendental.

Lógica Formal

Começa nos estudos de Aristóteles, na Grécia Antiga. A lógica é dita formal quando analisa e representa a forma de qualquer argumento para que possa ser considerado válido para alguma conclusão.

Para se entender a lógica formal e como formamos nosso raciocínio é importante ter em mente alguns conceitos. Uma proposição é um pensamento em forma de frase declarativa. Essa proposição pode ser verdadeira ou falsa. A lógica não permite concluir se uma proposição ou afirmação é verdadeira ou falsa, ela apenas garante que, com base em premissas verdadeiras, seja possível chegar a conclusões verdadeiras.

Portanto, temos que as premissas podem ser verdadeiras ou falsas. Se afirmo que o céu está claro e sem nuvens, você pode olhar pela janela e concluir se a afirmação é verdadeira ou falsa. Se estiver chovendo, você dirá que minha afirmação é falsa. Por outro lado, um argumento pode ser válido ou inválido.

Inferência é o processo que permite chegar a conclusões a partir de premissas, constituindo a argumentação lógica perfeita. A inferência, como veremos a seguir, pode ser de dois tipos: indutiva e dedutiva. Uma inferência inválida é chamada **falácia**.

Em especial no século XIX, alguns matemáticos e filósofos concluíram que a lógica formal não era suficiente para que se pudesse alcançar o rigor necessário na análise dos argumentos. Por isso que foi desenvolvida a **lógica simbólica**, relacionada à matemática, a partir do século XIX. Ela permite a expressão das premissas e de suas relações por meio de símbolos matemáticos, construindo equações para expressar argumentos. Tal linguagem é absolutamente precisa e não dá margem a duplas interpretações.

Lógica Formal

Começa nos estudos de Aristóteles, na Grécia Antiga. A lógica é dita formal quando analisa e representa a forma de qualquer argumento para que possa ser considerado válido para alguma conclusão.

Para se entender a lógica formal e como formamos nosso raciocínio é importante ter em mente alguns conceitos. Uma proposição é um pensamento em forma de frase declarativa. Essa proposição pode ser verdadeira ou falsa. A lógica não permite concluir se uma proposição ou afirmação é verdadeira ou falsa, ela apenas garante que, com base em premissas verdadeiras, seja possível chegar a conclusões verdadeiras.

Portanto, temos que as premissas podem ser verdadeiras ou falsas. Se afirmo que o céu está claro e sem nuvens, você pode olhar pela janela e concluir se a afirmação é verdadeira ou falsa. Se estiver chovendo, você dirá que minha afirmação é falsa. Por outro lado, um argumento pode ser válido ou inválido.

Lógica transcendental

É desenvolvida por toda a obra do filósofo Immanuel Kant, em especial em seu célebre livro *Crítica da Razão Pura* (2015). Nesse livro, Kant discute que nosso conhecimento, o conhecimento humano, parte de duas fontes principais. A primeira trata da receptividade das impressões por meio de nossos sentidos; a segunda fonte é relativa à faculdade de conhecer um objeto por representações mentais, a partir do pensamento.

Desse modo, a lógica transcendental opera a partir das representações, dos conceitos e não das coisas em si. Trata-se de uma investigação sobre as representações a priori, as categorias, os conceitos puros em relação aos objetos, enquanto a Lógica geral se volta para a forma lógica do pensamento.

Kant distingue dois tipos de Conhecimento:

Conhecimento Empírico: também chamado conhecimento a posteriori está relacionado ao que é obtido por meio de nossos sentidos, à observação, à experimentação, com base na presença real de determinado objeto.

Lógica dedutiva

É aquela que parte de premissas afirmativas ou leis mais gerais permitindo a obtenção de verdades menos gerais ou particulares. Vamos a um exemplo de inferência dedutiva ou dedução?

Todo o analista de sistemas sabe programar.

Mariana é analista de sistemas.

Portanto, Mariana sabe programar.

Aqui, partimos de uma informação geral sobre as habilidades dos analistas de sistemas para concluir sobre as habilidades de Mariana. Com base na afirmativa geral, tomada como verdadeira, a conclusão é inevitável. Chamamos Silogismo esse tipo de argumentação lógica.

Lógica indutiva

Se preocupa com argumentos que permitem conclusões gerais a partir de casos particulares. Vamos a um exemplo de inferência indutiva ou indução?

Mariana é analista de sistemas e sabe programar.

Enzo é analista de sistemas e sabe programar.

Sabrina é analista de sistemas e sabe programar.

(...)

Portanto, todos os analistas de sistemas sabem programar.

Observe que, ao consultar dezenas ou centenas de analistas de sistemas, chegamos a uma conclusão geral com relação a eles. Um cuidado a ser tomado com a lógica indutiva é que **um único contraexemplo** é capaz de invalidar todo um raciocínio.

Nesta webaula conhecemos quatro tipos de lógica que auxiliarão na compreensão dos próximos estudos.

Lógica Computacional

Evolução da lógica

Você sabia que seu material didático é interativo e multimídia? Isso significa que você pode interagir com o conteúdo de diversas formas, a qualquer hora e lugar. Na versão impressa, porém, alguns conteúdos interativos ficam desabilitados. Por essa razão, fique atento: sempre que possível, opte pela versão digital. Bons estudos!

Nesta webaula vamos estudar alguns momentos da história que auxiliou o desenvolvimento do conceito de lógica. Além disso, vamos conhecer algumas definições que darão continuidade na interpretação correta de frases.

Desenvolvimento histórico

Antes de Aristóteles, filósofos e pensadores já aplicavam argumentos lógicos, porém de maneira intuitiva, sem que houvesse necessariamente uma reflexão sobre tais argumentos. Aristóteles, porém, foi o primeiro a reconhecer que a lógica poderia ser examinada e desenvolvida, constituindo-se assim como uma ferramenta do pensamento que nos ajudaria a compreender melhor o mundo.

Quando discorremos sobre o Período Aristotélico, estamos nos referindo à chamada Lógica Clássica, que é regida, basicamente, por três princípios: o da identidade, o da não contradição e o do terceiro excluído. Todos esses três princípios são facilmente compreendidos. O mais importante é que esses princípios funcionam como leis que permitirão a formulação de conclusões lógicas sobre proposições, mesmo que não estejamos familiarizados com a natureza daquilo que está sendo discutido (ZEGARELLI, 2013).

Princípio da identidade | Princípio da não contradição | Princípio do terceiro excluído

Zegarelli (2013) aponta que após o declínio da civilização grega, o estudo da lógica passou por um longo período de ostracismo, com alguns renascimentos esporádicos durante o Império Romano e a Europa Medieval. Segundo Santos (2014), nos séculos XII e XIII, por exemplo, há um ressurgimento do interesse motivado, ao que parece, pelo desenvolvimento de um gênero específico da lógica medieval que se ocupava com o estudo de paradoxos semânticos.

Paradoxo é um tipo de pensamento ou argumento que, apesar de aparentemente correto, apresenta uma conclusão ou consequência contraditória, ou em oposição a determinadas verdades aceitas (JAPIASSÚ; MARCONDES, 2006)

É apenas por volta do século XVIII, com o advento do Iluminismo na Europa, quando a era da fé vai gradualmente dando lugar à era da razão, que a lógica volta a figurar como objeto de maior interesse de cientistas e filósofos. De acordo com Zegarelli (2013), cientistas como Isaac Newton e filósofos como René Descartes passaram a procurar respostas sobre o funcionamento do universo, indo além dos ensinamentos da igreja. Com isso, a lógica ressurgiu no pensamento científico para se estabelecer como uma ferramenta essencial da razão.

É a partir desse contexto que temos o desenvolvimento do chamado Período Booleano (1840-1910) de desenvolvimento da lógica. No final do século XIX matemáticos desenvolveram a Lógica Formal, também chamada de Lógica Simbólica, na qual símbolos computáveis substituem palavras e proposições. (ZEGARELLI, 2013). Os três maiores expoentes desse período foram :

George Boole: inventor da chamada Álgebra Booleana, que foi o primeiro sistema totalmente detalhado que lida com a lógica como cálculo. Colocando de uma maneira bem simples, podemos dizer que a Álgebra Booleana se caracteriza por utilizar apenas dois números (dígitos), 0 e 1, que significam, respectivamente, falso e verdadeiro, e que por meio de propriedades essenciais dos operadores lógicos e de conjuntos oferece uma estrutura para se lidar com proposições.

Conectivos

Segundo Alencar Filho (2002), quando pensamos, efetuamos muitas vezes certas operações sobre proposições, chamadas operações lógicas. Estas operações obedecem a regras de um cálculo, denominado cálculo proposicional, semelhante ao da aritmética sobre números. Os conectivos sentenciais correspondem a várias palavras nas linguagens naturais que servem para conectar proposições declarativas. Os principais conectivos (operações lógicas fundamentais) são representados atualmente pelos seguintes símbolos:

~	O *til* corresponde à operação lógica NEGAÇÃO. Alguns autores também utilizam o símbolo $\neg$ para designar negação.
$\wedge$	A *cunha* corresponde à operação lógica CONJUNÇÃO. Em programação, a conjunção é representada pela palavra AND, ou pelo símbolo $\&$, que corresponde ao conectivo e.
$\vee$	A *letra* v corresponde à operação lógica DISJUNÇÃO. Equivale à palavra ou em seu sentido inclusivo. Em programação, a conjunção é também representada pela palavra OR.
$\rightarrow$	A *seta* corresponde à operação CONDICIONAL. Em português, corresponde à relação “se..., então...”.
$\leftrightarrow$	A *dupla* seta corresponde à operação BICONDICIONAL. Em português, corresponde à relação “se, e somente se, ...”.

Nesta webaula apresentamos alguns momentos históricos importantes para que possamos compreender a evolução do conceito da lógica.

Lógica Computacional

Princípios matemáticos

Você sabia que seu material didático é interativo e multimídia? Isso significa que você pode interagir com o conteúdo de diversas formas, a qualquer hora e lugar. Na versão impressa, porém, alguns conteúdos interativos ficam desabilitados. Por essa razão, fique atento: sempre que possível, opte pela versão digital. Bons estudos!

Nesta webaula veremos o que são listas, o que é uma árvore de decisão (Diagrama de Árvore) e o que são Arranjos, Permutações e Combinações. Muitos problemas de lógica acabam recaindo em princípios matemáticos, e os princípios aqui estudados serão de grande utilidade no decurso de sua formação.

Listas

Ao se deparar com um problema de contagem, normalmente será preciso determinar quantos elementos existem em um conjunto finito. Determinar essas quantidades de recursos finitos podem gerar questões difíceis de serem respondidas (GERSTING, 2017). Por isso, vamos inicialmente nos familiarizar com o conceito de lista.

Uma lista é uma sequência ordenada de objetos (SCHEINERMAN, 2015). Costumamos representar uma lista abrindo parênteses e apresentando cada elemento da lista, separando-os por vírgula. Por exemplo, a lista (2, 4, 8, 16) é uma lista cujo primeiro elemento é o número 2, o segundo elemento é o número 4, o terceiro elemento é o número 8 e o quarto elemento é o número 16. A ordem com a qual os elementos figuram na lista é significativa. Assim, a lista (2, 4, 8, 16) não é a mesma que a lista (4, 2, 16, 8). Embora os elementos que compõem a lista sejam os mesmos, a forma pela qual foram arranjados (ordem) é diferente. Também é importante destacar que uma lista pode conter elementos repetidos, como (3, 4, 5, 5, 6), em que o número 5 aparece duas vezes.

Em uma lista, chamamos de comprimento ao número de elementos que a compõe. Quando a lista tem apenas dois elementos ela recebe o nome de par ordenado. E uma lista vazia é uma lista cujo comprimento é igual a zero.

Outro tipo de lista que podemos ter, são listas de dois elementos em que há n escolhas para o primeiro elemento e, para cada uma dessas escolhas, há m escolhas do segundo elemento. Então o número de tais listas é $n \times m$.

Um caso especial envolvendo a contagem de listas consiste no problema de se determinar quantas listas de comprimento n extraídas de um universo de n objetos, em que não se permitem repetições, podem ser formadas. Em outras palavras, de quantas maneiras diferentes podemos dispor n objetos em uma lista, usando cada objeto exatamente uma única vez?

Podemos estender o princípio da multiplicação para listas com dois elementos para esta situação, determinando o total de listas como:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots (n-n+1) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots (2) \cdot (1)$$

Essa expressão ocorre com frequência em matemática e recebe um nome e símbolo especiais: chama-se *fatorial de n* e representamos por $n!$. Por exemplo, $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$. Por definição, considera-se que $1! = 1$ e $0! = 1$ (SCHEINERMAN, 2015).

Árvore de decisão

Outra forma de representarmos os possíveis resultados de uma ordenação (listas) é a utilização de um diagrama chamado Árvore de Decisão. Uma árvore de decisão é uma estrutura hierárquica que representa um mapeamento de possíveis resultados de uma série de escolhas relacionadas. A árvore de decisão é uma importante ferramenta para auxiliar na tomada de decisões, bem como visualizar as ramificações e as consequências. Elas podem ser usadas tanto para conduzir diálogos informais quanto para mapear um algoritmo que prevê a melhor decisão (escolha), matematicamente, além de auxiliar na criação de planos de ação.

Em geral, uma árvore de decisão inicia a partir de um único nó de origem (chamado de nó raiz), que se divide em possíveis resultados. O nó raiz é representado por um elemento no topo da árvore e representa o todo ou uma amostra de alguma categoria e expressa nós de decisão, em que, a partir do nó raiz, temos ramificações que levam a escolhas de um resultado (decisão).

Combinatória

Em Combinatória, existem diferentes tipos de agrupamentos (ordenados ou não) que recebem os nomes específicos de Arranjos, Permutações e Combinações. Apesar de ser possível determinar esses agrupamentos de maneira intuitiva, existem fórmulas matemáticas que nos auxiliam a realizar essa tarefa. Vamos, então, aprender a utilizá-las, considerando os agrupamentos (Arranjos, Permutações e Combinações) simples, isso é, formados por elementos distintos.

Arranjo

De acordo com Iezzi *et al.* (2004), dado um conjunto com n elementos distintos, chama-se **arranjo** dos *n* elementos, tomados *p* a *p*, a qualquer sequência ordenada de *p* elementos distintos escolhidos entre os *n* existentes. Para determinar o número de arranjos podemos utilizar a fórmula $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$.

Exemplo: Considere o conjunto $A = \{1,2,3,4\}$. Vamos determinar o número de arranjos desses quatro elementos $(n = 4)$ tomados dois a dois $(p = 2)$. Utilizando a fórmula para determinação do número de arranjos, temos que:

$$A_{4,2} = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{24}{2} = 12$$

Permutação

Um caso especial de arranjo, denominado **permutação**, é obtido quando dado um conjunto com *n* elementos distintos, selecionamos exatamente *n* elementos para formar a sequência ordenada.

Exemplo: Considere o problema de se determinar de quantas maneiras seis pessoas *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e *F* podem ser dispostas em uma fila indiana. Cada maneira de compor a fila é uma permutação das seis pessoas, pois qualquer fila obtida é uma sequência ordenada na qual comparecem sempre as seis pessoas. Ao utilizarmos a fórmula do número de arranjos, percebemos que neste caso $n = p$.

$$A_{6,6} = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 720$$

Ou seja, existem 720 maneiras distintas para organização dessa fila.

Combinação

Há ainda outra forma de agrupamento, denominada **combinação**, que considera cada sequência obtida como um conjunto não ordenado. Dado um conjunto com *n* elementos distintos, chama-se combinação dos *n* elementos, tomados *p* a *p*, a qualquer subconjunto formado por *p* elementos distintos escolhidos entre os *n* existentes. Para determinar o número de combinações, podemos utilizar a fórmula $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$.

Exemplo: Considere que dos cinco funcionários *A*, *B*, *C*, *D* e *E* de uma empresa do setor de Tecnologia da Informação, três serão promovidos. Queremos determinar todas as combinações desses cinco funcionários, tomados dois a dois. Podemos calcular o número de combinações utilizando a fórmula $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$, em que $n = 5$ e $p = 2$.

$$C_{5,2} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(3 \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{120}{2 \cdot 6} = \frac{120}{12} = 10$$

Nesta webaula foram apresentados, de maneira simplificada, os principais princípios que serão muito utilizados para resolução de problemas.

Para visualizar o vídeo, acesse seu material digital.

00:00 / 02:07

1x