OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS

Prova 2-

Aluno: Thiago Theiry de Oliveira

1-

	A	B	C	D	Ofertas
I	250	200	150	250	60
II	150	200	300	100	90
III	100	150	200	250	110
Demandas	50	60	70	80	260 / 260

a) . Aplicando Noroeste:

50 →	10			60	~~10~~ 0
	50 →	40		~~90~~	~~40~~ 0
		30 →	80	~~110~~	~~80~~ 0
50	~~60~~	~~70~~	~~80~~		
0	~~50~~ 0	~~30~~ 0	0		

$$\min Z = C_{AI}.X_{AI} + C_{BI}.X_{BI} + C_{BII}.X_{BII} + C_{CII}.X_{CII} + C_{CIII}.X_{CIII} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow + C_{DIII} + X_{DIII}$$

$$Z = 250.50 + 200.10 + 200.50 + 300.40 + 200.30 + 250.80$$

$$Z = 12500 + 2000 + 10.000 + 12.000 + 6000 + 20.000$$

$$\boxed{Z = 62.500}$$

Scanned with CamScanner

b)

z	x_{AI}	x_{AII}	x_{AIII}	x_{AIV}	x_{BI}	x_{BII}	x_{BIII}	x_{BIV}	x_{CI}	x_{CII}	x_{CIII}	x_{CIV}	b
1	-250	-200	-150	-250	-150	-200	-300	-100	-200	-150	-200	-250	0
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	60
	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	90
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	110
	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	50
	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	60
	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	70
	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	80

c) Aplicando Simplex:

z													b
1	-150	-50	0	-200	0	0	-100	0	0	0	-150	-200	33.000
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	60
	0	0	0	-1	1	1	1	0	0	0	0	-1	10
	-1	0	0	-1	0	1	1	0	0	1	1	0	70
	1	0	0	1	0	-1	-1	0	1	0	0	1	40
	1	1	0	1	0	0	-1	0	0	0	-1	0	-10
	-1	-1	0	-1	0	0	1	0	0	0	1	0	10
	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	80

- Foi usado uma calculadora online para obter o resultado

$\boxed{Z = 33.000}$

2 - a)

Triangulo = $P_1(2,1)$, $P_2(4,8)$, $P_3(10,5)$

a)

Equação da reta é: $ax+b=Y$, Logo:

$P_1 \Rightarrow 1 = 2a + b$; $P_2 \Rightarrow 5 = 10a + b$

Podemos montar o sistema

$$\begin{cases} 2a + b = 1 & (\times -1) \\ 10a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - \cancel{b} = -1 \\ 10a + \cancel{b} = 5 \end{cases}$$

$$8a = 4$$

$$\boxed{a = \frac{1}{2}}$$

• Substituindo a em P_1, temos:

$$P_1 \Rightarrow 1 = 2 \cdot \frac{1}{2} + b \Rightarrow 1 = 1 + b \Rightarrow \boxed{b = 0}$$

$ax + b = Y$

$ax = Y$

$\boxed{\frac{x}{2} = Y}$

Logo, a equação da reta que passa por P_1 e P_3 é: $\boxed{Y = \frac{x}{2}}$

$Y = P_1 = P_3 \Rightarrow$

b) • Encontrar a equação da reta que une P_2 e a reta.

$P_2(4,8)$; $P_R(x, \frac{x}{2})$

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 \Rightarrow d^2 = (x-4)^2 + (\frac{x}{2} - 8)^2 \Rightarrow d^2 = x^2 - 8x + 16 + \frac{x^2}{4} - 8x + 64$$

$$\Rightarrow d^2 = (\frac{5x^2}{4} - 16x + 80) \Rightarrow x_d$$

• Aplicando a condição de otimilidade

$$\frac{\partial x_d}{\partial x} = \frac{5}{2}x - 16 = 0 \Rightarrow 5x = 32 \Rightarrow \boxed{x_d = 6{,}4}$$

• Substituindo x_d na eq. obtida

$$Y = \frac{x}{2} \Rightarrow Y = \frac{6{,}4}{2} \Rightarrow \boxed{Y = 3{,}2}$$

, Logo um Novo Ponto é encontrado: (6.4, 3.2)

• Com isso, podemos encontrar o segmento de reta, tendo os pontos:

$P_2 = (4,8)$ $\Rightarrow$ $P_2 : 8 = 4a + b$

$P_N = (6{,}4 , 3{,}2)$ $\quad$ $P_N : 3{,}2 = 6{,}4a + b$

• Podemos montar o sistema:

$$\begin{cases} 4a + b = 8 & (x -1) \\ 6{,}4a + b = 3{,}2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4a \cancel{-b} = -8 \\ 6{,}4a \cancel{+b} = 3{,}2 \end{cases}$$

$$+ 2{,}4a = -4{,}8$$

$$\boxed{a = -2}$$

$ax + b = y$

$-2x + 16 = y$

• Substituindo em P_2:

$4 \cdot (-2) + b = 8 \Rightarrow -8 + b = 8 \Rightarrow b = 8 + 8 \Rightarrow \boxed{b = 16}$

• Logo o segmento de reta que une os dois pontos é $\boxed{y = -2x + 16}$

c) Para ser perpendicular, a multiplicação entre os coeficientes angular tem que ser (-1). Assim:

$y = \frac{x}{2}$, vamos ter $\alpha_1 = \frac{1}{2}$; $y = -2x + 16$, vamos ter $\alpha_2 = -2$

• multiplicando os coeficientes

$\alpha_1 \cdot \alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot (-2) = \frac{-2}{2} = \boxed{-1}$. Logo foi verificado que é perpendicular

Scanned with CamScanner

3 -
$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + a \cdot x_1 x_2 + 2x_2^2$$

· Encontrar os pontos estacionarios da função

$$f_{x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1 + ax_2 + 0 = 0$$

$$f_{x_2} = \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0 + ax_1 + 4x_2 = 0$$

· Assim, temos:

$$\begin{cases} 2x_1 + ax_2 = 0 & (I) \\ ax_1 + 4x_2 = 0 & (II) \end{cases}$$

$x_1 = \frac{-4x_2}{a}$, colocando na função (I):

$$2\left(-\frac{4x_2}{a}\right) + ax_2 = 0 \Rightarrow -\frac{8x_2}{a} + ax_2 = 0 \Rightarrow -8x_2 + a^2x_2 = 0$$

$\Rightarrow x_2(8 - a^2) = 0$, Logo $\boxed{x_2 = 0}$

$x_1 = \frac{-4 \cdot 0}{a} \Rightarrow x_1 = 0$, Logo achamos $P_1 = (0,0)$

· Podemos encontrar maximos e minimos através da matriz Hessiana.

$$H(x_1, x_2) = \begin{vmatrix} f_{x_1x_1} & f_{x_2x_1} \\ f_{x_1x_2} & f_{x_2x_2} \end{vmatrix}$$

$$f_{x_1x_1} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 2$$

$$f_{x_1x_2} = \frac{\partial f}{\partial x_1 x_2} = a \Leftrightarrow f_{x_2x_1} = a$$

$$f_{x_2x_2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = 4$$

Continua...

· temos a matriz:

$$H = \begin{vmatrix} 2 & a \\ a & 4 \end{vmatrix}$$

· Achando os autovalores:

$$\det(\lambda I - H) \Rightarrow \lambda\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & a \\ a & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & a \\ a & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \lambda-2 & -a \\ -a & \lambda-4 \end{bmatrix} \Rightarrow (\lambda-2).(\lambda-4) - (-a).(-a) \Rightarrow \underline{\lambda^2 - 6\lambda + 8 - a^2 = 0}$$

· Encontrando as raizes do Polinomio:

$$\Delta = (-6)^2 - 4.1(8-a^2)$$
$$\Delta = 36 - 4(8-a^2)$$
$$\Delta = 36 - 32 + 4a^2$$
$$\Delta = 4 + 4a^2$$

$$\lambda = \frac{6 \pm \sqrt{(4+4a^2)}}{2.1} \Rightarrow \lambda = 3 \pm \sqrt{1+a^2}$$

· Logo, Para termos um minimo local, os autovalores tem que ser maior que 0. Assim:

$$3 \pm \sqrt{1+a^2} > 0 \Rightarrow (\sqrt{1+a^2})^2 < (3)^2 \Rightarrow 1 + a^2 < 9 \Rightarrow a^2 < 8 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{a < \sqrt{8}}$ · Assim "a" tem que assumir valores menores que $\sqrt{8}$.

· Para achar um maximo local estrito, os autovalores dessa vez tem que ser menor que 0, como a expressão: $3 + \sqrt{1+a^2}$, independente do valor de "a" será maior que 0. não há um valor que faça a função Possuir um maximo local estrito.