Prova de otimização

Aluno: Thiago Theiry de oliveira

1 - Maximizar $Z = 4x_1 - 2x_2$

restrições: $0 \leq x_1 \leq 10$

$0 \leq x_2 \leq 12$

$2x_1 \leq 3x_2 \leq 36$

resolução

a) Aplicar método Simplex.

$Z - 4x_1 + 2x_2 = 0$

$2x_1 - 3x_2 + F_1 = 36$

$x_1 + F_2 = 10$

$x_2 + F_3 = 12$

Tabela 1:

	Z	x_1	x_2	F_1	F_2	F_3	b	
L_1	1	-4	-2	0	0	0	0	
L_2	0	2	-3	1	0	0	36	$\to 36/2 = 18$
L_3	0	$\boxed{1}$	0	0	1	0	10	$\to 10/1 = \boxed{10}$
L_4	0	0	1	0	0	1	12	

• o pivo só é 1, mantém a L_3

Nova $L_1 = L_1 + 4(L_3)$ $\to$ $L_1 =$ 1 -4 2 0 0 0 0

$4L_3 =$ 0 4 0 0 4 0 40

$\boxed{NL_1 = 1 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \quad 4 \quad 0 \quad 40}$

Nova $L_2 = L_2 + (-2)L_3 \rightarrow L_2 = 0 \quad 2 \quad -3 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 36$

$-2L_3 = 0 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad -2 \quad 0 \quad -20$

$\boxed{NL_2 = 0 \quad 0 \quad -3 \quad 1 \quad -2 \quad 0 \quad 16}$

• L_4 já está com o valor desejado na coluna

Tabela 2:

Z	x_1	x_2	F_1	F_2	F_3	b
1	0	2	0	4	0	40
0	0	-3	1	-2	0	16
0	1	0	0	1	0	10
0	0	1	0	0	1	12

• Solução ótima foi alcançada

$x_1 = 10 \qquad F_1 = 16$

$x_2 = 0 \qquad F_2 = 0$

$Z = 40 \qquad F_3 = 12$

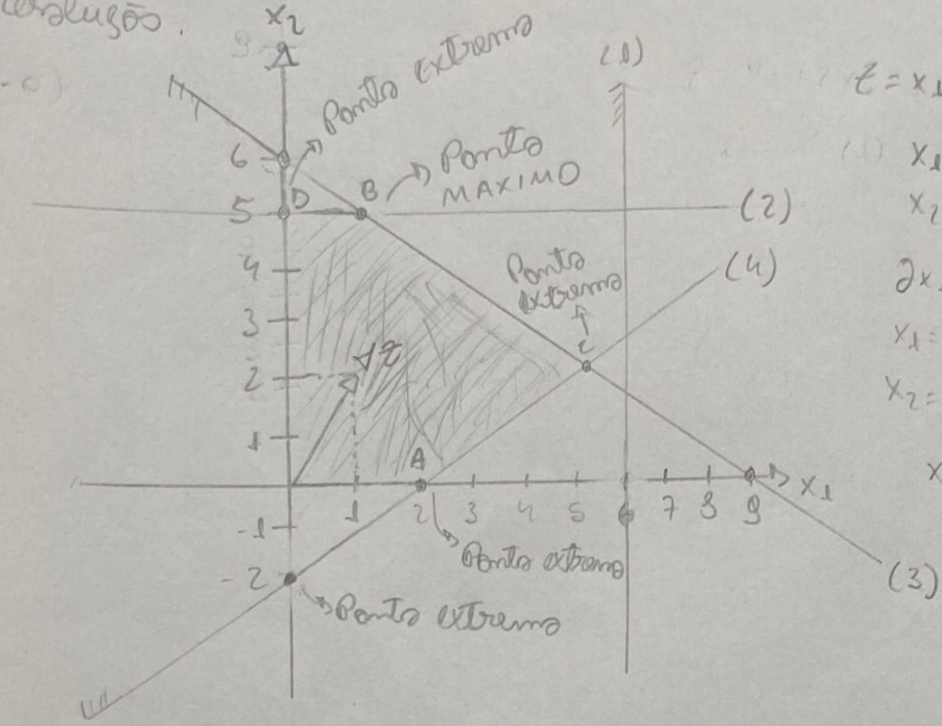
b)

2- Maximizar $z = x_1 + 2x_2$, sujeito a $\begin{cases} x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 5 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \end{cases}$

$x_1 - x_2 \leq 2$

$x_1, x_2 \geq 0$

Resolução.



$z = x_1 + 2x_2$, $\nabla z = (1, 2)$

$x_1 \leq 6$ (1)

$x_2 \leq 5$ (2)

$2x_1 + 3x_2 \leq 18$ (3)

$x_1 = 0$; $3x_2 \leq 18 = x_2 \leq 6 \Rightarrow (0,6)$

$x_2 = 0$; $2x_1 \leq 18 = x_1 \leq 9 \Rightarrow (9,0)$

$x_1 - x_2 \leq 2$ (4)

$x_1 = 0$; $-x_2 \leq 2 \rightarrow x_2 \geq -2$

$x_2 = 0$; $x_1 \leq 2 \rightarrow x_1 \leq 2$

$(0,-2)$

$(2,0)$

Calculando os pontos

Ponto B : (2) e (3)

$\begin{cases} x_2 \leq 5 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \end{cases}$

$2x_1 + 15 \leq 18$

$2x_1 \leq 3$

$x_1 \leq 1,5$

No F.O

$z = x_1 + 2x_2$

$z = 1,5 + 2(5)$

$z = 11,5$

Ponto C : (3) e (4)

$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \quad (\times 3) \end{cases}$

$2x_1 + \cancel{3x_2} \leq 18$

$3x_1 - \cancel{3x_2} \leq 6$

$5x_1 \leq 24$

$x_1 \leq 4,8$

$2x_1 + 3x_2 \leq 18$

$2(4,8) + 3x_2 \leq 18$

$9,6 + 3x_2 \leq 18$

$3x_2 \leq 8,4$

$x_2 \leq 2,8$

No F.O

$z = x_1 + 2x_2$

$z = 4,8 + 2(2,8)$

$z = 4,8 + 5,6$

$z = 10,4$

3- Minimizar $z = -x_1 - 2x_2 + x_3$, sujeito a $\begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 \geq -2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 \leq 6 \\ -4x_1 - x_2 - x_3 \geq -6 \end{cases}$ $x_{1,2,3} \geq 0$

Resolução:

· Multiplicando as restrições (1) e (3) por -1,

$z + x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$ $\qquad -z = x_1 + 2x_2 - x_3$ $\qquad Min(z) = Max(-z)$

$2x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$ $\qquad -z - x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$

$2x_1 - x_2 + 5x_3 \leq 6$

$4x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$

· Adicionando as variáveis

$-z - x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$

$2x_1 + x_2 - x_3 + F_1 = 2$

$2x_1 - x_2 + 5x_3 + F_2 = 6$

$4x_1 + x_2 + x_3 + F_3 = 6$

Tabela 1

z	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	b
-1	-1	-2	+1	0	0	0	0
0	2	$\boxed{1}$	-1	1	0	0	2
0	2	-1	5	0	1	0	6
0	4	2	1	0	0	1	6

Tabela 2

z	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	b	
-1	3	0	-1	2	0	0	-4	$NL_1 = L_1 - 2L_2$
0	2	1	-1	1	0	0	2	
0	4	0	4	1	1	0	8	$NL_3 = L_3 + L_2$
0	2	0	2	-1	0	1	4	$NL_4 = L_4 - L_2$

Tabela 3

z	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	b	
-1	-3	0	-1	-2	0	0	-4	
0	2	1	-1	1	0	0	2	
0	1	0	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	2	$\rightarrow NL_3 = L_3 \div 4$
0	2	0	2	-1	0	1	4	

Tabela 4

z	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3	b	
-1	-4	0	0	-2,25	-0,25	0	-6	$\rightarrow NL_1 = L_1 - L_3$
0	3	1	0	1,25	0,25	0	4	$\rightarrow NL_2 = L_2 + L_3$
0	1	0	1	0,25	0,25	0	2	
0	0	0	0	-1,5	-0,50	1	0	$\rightarrow NL_4 = L_1 - 2L_3$

• Solução ótima foi alcançada

$-z = -6$ $x_1 = 0$ $F_1 = 0$

$z = 6$ $x_2 = 4$ $F_2 = 0$

$x_3 = 2$ $F_3 = 0$

• Multiplicar o z novamente por -1