

LP12: TRAITEMENT D'UN SIGNAL. ÉTUDE SPECTRALE

Thibault Hiron-Bédiée

Niveau : Deuxième année de CPGE

Prérequis : Notion d'angle solide, programme de mécanique du point de lycée général, notions de mécanique du solide.

Extrait du programme de CPGE

Notions et contenus	Capacités exigibles
2. Éléments de traitement du signal (MP)	
2.1. Signaux périodiques	
Signaux périodiques.	Commenter le spectre d'un signal périodique : selon leur rang, attribuer aux différentes harmoniques le rôle qu'elles jouent dans la forme du signal analysé.
Action d'un filtre linéaire du premier ou du second ordre sur un signal périodique.	Prévoir l'effet d'un filtrage linéaire sur la composition spectrale d'un signal périodique. Expliciter les conditions pour obtenir un comportement intégrateur ou dérivateur. Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'action d'un filtre sur un signal périodique. Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences en sortie pour une entrée sinusoïdale.
2.2. Électronique numérique	
Échantillonnage : fréquence d'échantillonnage, théorème de Nyquist-Shannon. Filtrage numérique.	Réaliser l'échantillonnage d'un signal. Commenter la structure du spectre du signal obtenu après échantillonnage. Choisir la fréquence d'échantillonnage afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon. Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre au moyen d'un oscilloscope numérique ou d'un logiciel de calcul numérique. passant du montage non inverseur. Mettre en œuvre un convertisseur analogique/numérique et un traitement numérique afin de réaliser un filtre passe-bas; utiliser un convertisseur numérique/analogique pour restituer un signal analogique.
Thème : Électronique (PSI)	
4. Électronique numérique	
Échantillonnage.	Décrire le mouvement apparent d'un segment tournant observé avec un stroboscope. Expliquer l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

Condition de Nyquist–Shannon.	Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre au moyen d’un oscilloscope numérique ou d’un logiciel de calcul numérique.
Analyse spectrale numérique.	Choisir les paramètres (durée, nombre d’échantillons, fréquence d’échantillonnage) d’une acquisition numérique afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon.
Filtrage numérique.	Réaliser un filtrage numérique passe–bas d’une acquisition, et mettre en évidence la limitation introduite par l’échantillonnage.
Porte logique.	Mettre en œuvre une porte logique pour réaliser un oscillateur.
5. Modulation–Démodulation	
Transmission d’un signal codant une information variant dans le temps.	<p>Définir un signal modulé en amplitude, en fréquence, en phase.</p> <p>Citer les ordres de grandeur des fréquences utilisées pour les signaux radio AM, FM, la téléphonie mobile.</p> <p>Approche documentaire : expliquer l’intérêt et la nécessité de la modulation pour les transmissions hertziennes.</p>
Modulation d’amplitude.	Interpréter le signal modulé comme le produit d’une porteuse par une modulante. Décrire le spectre d’un signal modulé.
Démodulation d’amplitude.	<p>À partir de l’analyse fréquentielle, justifier la nécessité d’utiliser une opération non linéaire. Expliquer le principe de la détection synchrone.</p> <p>Réaliser une modulation d’amplitude et une démodulation synchrone avec un multiplieur analogique.</p>

Leçon un peu « *bâtarde* » à positionner : elle est intégralement en MP mais sans la modulation/démodulation ou placée en PSI pour faire la modulation/démodulation, auquel cas, le filtrage et la décomposition du signal peuvent être considérés comme faisant partie du programme de PCSI.

On fait le choix de se placer en deuxième année de licence, on traite ainsi le programme de MP puis celui de PSI.

La manip du filtrage du signal carré n’est probablement pas faisable dans le temps imparti...

La leçon telle que présentée ici est probablement bien trop longue... Il faut faire des choix ! (typiquement, ne pas traiter trop la description des filtres analogiques (?), ne pas faire la manip sur la démodulation puisqu’on fera de toute façon la manip sur l’analyse spectrale.)

Bref la gestion du temps est à apprécier correctement au cours de la préparation.

Prérequis : Fonction de transfert — diagramme de Bode

Introduction

Définition d’un signal

1 Signaux périodiques et filtrage linéaire

1.1 Signaux périodiques non-sinusoïdaux

1.2 Décomposition en séries de Fourier d'un signal périodique

Rappel de la définition d'un signal périodique et expression de la décomposition en série de Fourier (sur transparent : formule de la somme et de calcul de chacun des termes).

Si on pense avoir le temps, on traite d'un exemple : calcul de l'expression de c_n pour le signal carré.

On montre la reconstruction du signal en ajoutant les harmoniques pour le triangle et le carré avec le programme Python.

1.3 Action d'un filtre sur un signal périodique

On rappelle la définition de la fonction de transfert d'un système linéaire :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e} = \frac{S}{E} e^{j(\phi_s - \phi_e)}$$

On rappelle également la définition du gain et de la phase associée à la FT. On peut également montrer le diagramme de Bode associé (programme python ?)

On en déduit l'effet du filtre sur un sinus puis sur signal périodique quelconque.

Manip : caractérisation d'un filtre (quelconque, a priori, plutôt un passe-bas d'ordre 1, on peut réaliser ce filtre en passif, un circuit RC qui donne un gain de 1 avant la coupure). Réaliser la manip avec une boîte à décade pour la résistance ($\omega_0 = 1/\sqrt{RC}$).

On fait l'analyse en préparation (ça va assez vite) et on reprend juste un point ou deux en direct pour aller assez vite (on le fait sous regressi). Si le temps le permet, on peut toujours tenter l'acquisition automatique par JBD, mais pas sûr qu'elle existe, et ce n'est probablement plus sous Igor...

1.4 Filtrage d'un signal carré

On superpose le filtre et la décomposition de Fourier du signal et on fait varier la fréquence de coupure du passe bande dans le programme Python. (`Filtrage_Ordre1_Carre.py`)

Manip : on montre sur le filtre d'avant qu'en envoyant un signal carré il est modifié et que selon la valeur de la résistance du filtre, on obtient un signal modifié. (faire la comparaison entre le signal obtenu et le signal vu dans la première partie)

2 Électronique numérique

2.1 Échantillonnage

2.2 Signal réel, signal numérique

Acquisition, valeurs continues contre valeurs discrètes

2.3 Quantification du signal

Problématique de la quantification du signal.

Programme Python `Quantification_filtrage.py` (comme pour le reste, on peut le démontrer sur un oscilloscope)

2.4 Échantillonnage du signal

Problématique de la base de temps

Programme Python (`Quantification_filtrage.py`)

2.5 Analyse spectrale

2.5.1 Transformée de Fourier

TFD et FFT

2.5.2 Repliement du spectre : critère de Shannon

Démonstration rapide basée sur le Dunod MP/MP*.

2.5.3 Mise en pratique

Lire le complément "Pratique de l'analyse spectrale" dans le Dunod, peut-être pas écrire au tableau, mais utiliser pour commenter ? Écrire une ou deux formules ? On peut compléter aussi avec le PSI/PSI* qui présente un autre aspect, notamment une partie sur l'oscilloscope.

Manip : Diapason avec microphone, FFT à l'oscillo, mesure via carte d'acquisition (et LatisPro) et envoi sur le programme python pour analyse.

Attention dans le programme Python : il y a un lag (du moins sur le mini-PC), il faut donc peut-être cliquer deux fois pour s'assurer de la prise en compte du changement de fréquence d'échantillonnage.

2.6 Filtrage numérique

2.6.1 Réalisation d'un filtre passe-bas du premier ordre

On écrit la discrétisation du filtre d'après la FT du filtre : de H on passe à la relation entre s et z puis on remplace $j\omega$ par la dérivation.

On en arrive après calcul à une relation de récurrence entre l'entrée et la sortie (Dunod MP)

On montre pour la dérivation, on évoque l'intégration à l'oral en montrant sur le programme Python que ça marche mieux.

Retour sur le programme Python `Quantification_filtrage.tex`

3 Traitement non-linéaire d'un signal : modulation-démodulation

On fait le lien en parlant de traitement non-linéaire (logique, c'est le titre de la section)

On bascule maintenant sur le programme de PSI et donc sur le bouquin qui va avec.

Introduction historique rapide.

3.1 Modulation

En expliquant le principe, on montre la modulation d'un point de vue mathématique (p. 151) en détaillant l'impact sur la fréquence (p. 152). Montrer le spectre en illustration.

Manip : Réaliser la modulation en amplitude avec un multiplieur (poly Philippe Mise en forme, transport et détection de l'information)

3.2 Démodulation

Principe de la détection synchrone.

Manip : réaliser une détection synchrone.

En fonction du temps disponible on peut toujours tenter les antennes... Mais ça prend la masse de temps...

3.3 Autres types de modulation

Parler de la modulation de fréquence et de la modulation de phase.

Lire un peu sur la PLL et les VCO pour la modulation de fréquence... Même si on ne réalise pas le montage, on peut s'attendre à des questions.

Conclusion

On peut ouvrir sur d'autres formes de filtrage, comme le filtrage en optique