

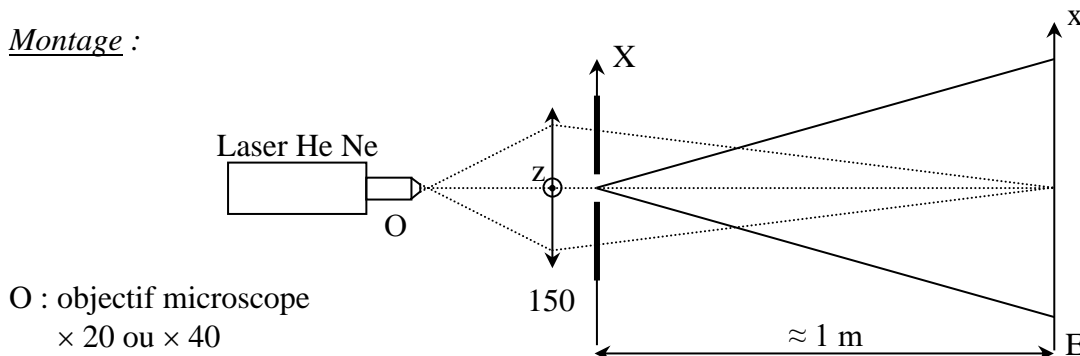
DIFFRACTION DES ONDES LUMINEUSES

I DIFFRACTION PAR UNE FENTE

I.1 Etude qualitative

On commence par quelques manipulations simples mettant en évidence les propriétés importantes de la diffraction de Fraunhofer et la limite entre cette diffraction et celle de Fresnel.

Montage :



Placez le laser, la lentille de 150 mm et la fente diffractante sur un petit banc d'optique. Prendre une fente d'épaisseur variable et placez-la sur un pied de translation latéral. En l'absence de la fente, minimisez les aberrations en centrant bien les différents éléments, en choisissant le meilleur sens pour la lentille (respect de la règle des 4P) et en minimisant la coma. La réduction de la coma peut se faire en plaçant dans un premier temps l'écran en dehors du plan conjugué du point source. On a alors une tache sur l'écran au lieu d'un point. Tournez ensuite la lentille autour de l'axe z (cf. schéma) jusqu'à obtenir une tache bien symétrique : la normale à la surface de la lentille est alors parallèle à l'axe optique. Une fois ce réglage effectué, vous pouvez replacer la fente en l'accolant à la lentille. Dans les expériences qui suivent, l'observation de la figure de diffraction peut se faire de deux façons :

- observation directe sur l'écran (méthode la plus simple). La figure n'étant pas très grande, on a alors intérêt à incliner l'écran pour dilater la figure. On peut rendre l'expérience encore plus visible en utilisant une caméra vidéo type Didacam.

- observation à l'aide de la barrette CCD Caliens. Cette méthode marche très bien mais est plus délicate à mettre en œuvre (plus de réglage donc temps de manipulation plus long). Se reporter au § I.2 pour plus de précision sur l'utilisation de Caliens.

Propriétés générales de la diffraction :

Les observations suivantes peuvent se faire pour une position quelconque de l'écran. Montrez l'évolution du phénomène en fonction de la largeur de fente, l'influence de l'orientation de la fente. Vous devez constater que la figure de diffraction se développe principalement dans la direction parallèle à la plus petite dimension de l'objet diffractant et qu'elle s'étale d'autant plus que cette dimension est petite.

Propriété particulière de la diffraction de Fraunhofer :

Ce type de diffraction s'observe au voisinage de l'image géométrique d'une source ponctuelle (cf. annexe) → enlevez la fente diffractante et recherchez le plan conjugué du point source par la lentille. Placez l'écran à cet endroit. Translatez latéralement la fente ; la figure de diffraction doit rester immobile.

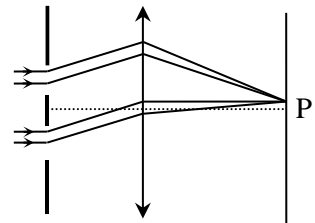
Explication :

Le calcul de l'amplitude diffractée dans les conditions de Fraunhofer montre qu'elle correspond à la transformée de Fourier de la fonction de transparence de l'écran diffractant (cf. annexe) :

$$A(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} t(X) \cdot \exp\left(\frac{-i2\pi X \sin \theta}{\lambda}\right) \cdot dX$$

La présence du produit $X \sin \theta$ justifie le fait que l'extension de la figure de diffraction soit inversement proportionnelle à la largeur de la fente (cf. l'expression de l'intensité diffractée en annexe). La plus grande dimension de la figure de diffraction est perpendiculaire à la plus grande dimension de l'objet diffractant. L'insensibilité de la figure de diffraction à une translation de la fente dans son plan peut se justifier à partir des propriétés de la transformée de Fourier (cf. annexe). On peut aussi le justifier à l'aide d'un schéma dans les conditions rigoureuses de la diffraction de Fraunhofer (onde incidente plane, diffraction à l'infini) :

Pour un point d'observation P donné, la translation ne modifie pas la d.d.m. donc la figure en P restera inchangée. Cela aura des conséquences lors de la diffraction d'un motif répété de façon régulière.

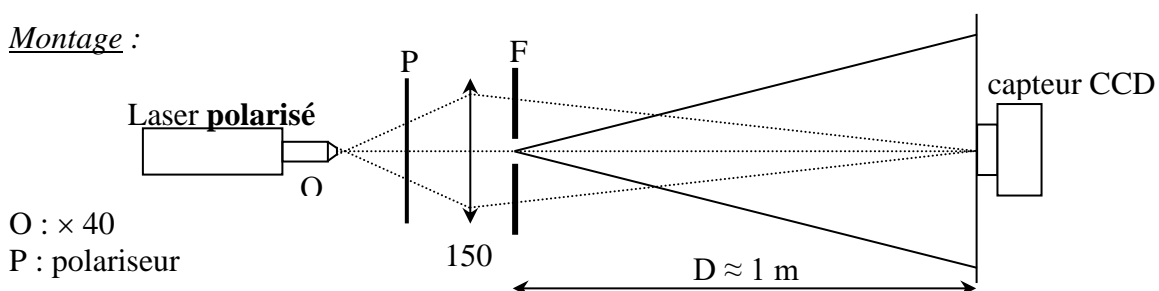
Passage de Fraunhofer à Fresnel :

Les deux diffractions supposent d'avoir des distances suffisamment grandes par rapport à la taille de l'objet diffractant et à la tache de diffraction pour pouvoir faire les hypothèses $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$. On est en Fraunhofer si la figure de diffraction est beaucoup plus large que la tache géométrique (cf. annexe). Dans le cas contraire, elle doit être décrite par la diffraction de Fresnel.

On reprend le montage précédent. Fermez la fente jusqu'à obtenir sur l'écran une figure de diffraction largement étalée dans la direction horizontale. Rapprochez progressivement l'écran de la fente : si on effectue une translation de la fente dans son plan, la figure de diffraction doit dorénavant bouger : on passe en diffraction de Fresnel. Vous pouvez vérifier que cet effet apparaît lorsque la tache de l'image géométrique de la source a une taille comparable à la tache centrale de la figure de diffraction. Plus on rapproche l'écran, plus la figure s'allonge verticalement et se resserre dans la direction horizontale. Si on rapproche beaucoup l'écran de la fente, la forme de la figure de diffraction se modifie : on voit apparaître des franges sombres à l'intérieur de la frange centrale (ceci peut s'interpréter comme la somme des figures de diffraction des bords de la fente – cf. [2], p. 41). Si l'on n'observe pas cette dernière propriété, c'est que la fente diffractante est trop étroite et qu'il faut l'élargir. La figure de diffraction étant alors très petite on peut la dilater en inclinant l'écran. Eloignez ensuite l'écran au-delà du point image de la source et vérifiez qu'on est aussi en diffraction de Fresnel.

I.2 Enregistrement de la figure de diffraction

On propose de vérifier quantitativement l'expression de l'intensité diffractée dans l'approximation de Fraunhofer.

Montage :

O : $\times 40$

P : polariseur

F : diapositive métallique Leybold réf. 469 91 ; prendre la fente de largeur $a = 0,12$ mm.

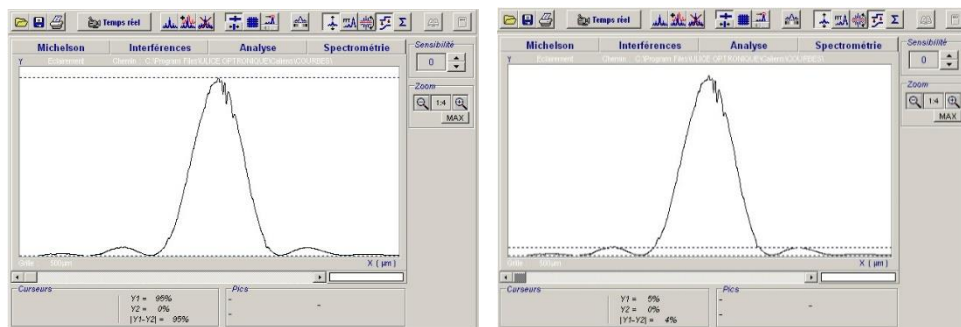
Faire un montage soigné (cf. conseils de réglages du § précédent). L'utilisation du capteur CCD présente deux difficultés car il est très sensible et il est très fin. Il faut donc éviter de le saturer par un excès de lumière et bien aligner la figure de diffraction sur la barrette de pixel.

Contrôle de la luminosité :

Travaillez dans le noir le plus complet. Prendre un laser polarisé peu puissant et un objectif de microscope suffisamment divergent pour ne faire passer qu'une petite fraction du faisceau dans la fente. On modulera son intensité lumineuse à l'aide d'un polariseur de bonne qualité placé avant la lentille (si ce n'est pas suffisant, on peut placer contre le capteur CCD un filtre interférentiel centré sur la longueur d'onde du laser).

Alignement de la figure sur le capteur :

Ajustez la hauteur du capteur CCD de façon à le saturer, jouez sur le polariseur jusqu'à bien voir les pics latéraux et affinez le réglage de la hauteur pour avoir un signal maximum. Ajustez alors l'orientation de la fente de façon à ce que les pics latéraux soient bien symétriques. Ajustez ensuite l'intensité avec le polariseur jusqu'à voir la totalité de la figure sur l'écran. Utilisez la fonction « auto calibration » pour utiliser la totalité de l'écran et la fonction « filtrer » pour améliorer l'allure de la figure. Figez la représentation en appuyant sur « acquérir » puis « temps réel ». Voici à titre indicatif le résultat d'une acquisition :



Exploitation :

Mesurez le rapport de l'intensité du pic secondaire à celle du pic central avec les curseurs (cf. schéma) et comparez à la valeur théorique de 4,44% (les résultats sur notre exemple recoupent cette valeur compte tenu de la précision des curseurs). Mesurez à sa base la largeur du pic central et vérifiez qu'elle vaut le double de la largeur des pics latéraux (on peut augmenter la luminosité pour l'étude des pics secondaires). Mesurez l'interfrange de la figure de diffraction en dilatant l'échelle des intensités et comparez à la valeur théorique $i = \lambda D/a$. Vous pouvez aussi superposer une courbe théorique grâce au mode « interférences » du logiciel. Il suffit de rentrer dans le mode « simulation » la valeur de λ , D et a .

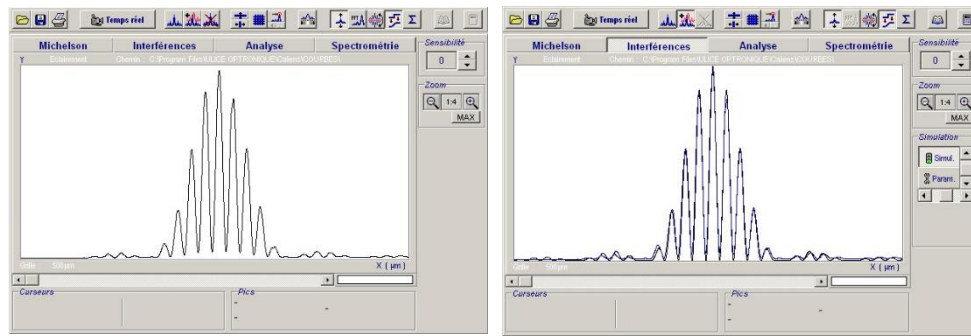
On conseille ici de prendre une fente métallique car les fentes sur plaque de verre ou diapositive n'ont pas une opacité suffisante lorsqu'on utilise un laser (surtout si on les éclaire sans élargisseur) → la figure de diffraction obtenue est « moins bonne ». On déconseille aussi les fentes réglables graduées car on peut avoir des problèmes de parallélisme entre les deux bords et la mesure de la largeur peut être faussée si le mécanisme a été abîmé.

II DIFFRACTION PAR UN MOTIF REPETE REGULIEREMENT

II.1 Diffraction par une bifente

Conservez le montage précédent, remplacez la fente simple par la diapositive métallique Leybold réf. 469 92 et sélectionnez la bi fente $a = 0,12 \text{ mm}$ (largeur des fentes), $b = 0,6 \text{ mm}$ (distance entre les fentes). Ajustez comme précédemment

l'orientation de la bi fente pour aligner la figure de diffraction sur la barrette CCD. Voici à titre indicatif le résultat d'une acquisition :



Si la figure d'interférence (mais pas l'enveloppe) reste déformée lors de l'alignement de la figure sur le capteur, cela peut provenir d'un mauvais centrage latéral de la bi fente par rapport à l'axe optique. Pour que le raisonnement théorique soit en effet validé (cf. annexe), les deux fentes doivent en être équidistantes.

Mesures :

Mesurez la largeur centrale du pic de diffraction (vous devez retrouver la même chose qu'au § précédent puisque les fentes sont de même largeur), l'interfrange de la figure d'interférence. Comparez aux valeurs théoriques. Pourquoi les minimums de la figure d'interférence ne sont pas nuls au centre ? On peut là aussi superposer une courbe théorique sur l'enregistrement grâce au mode « interférences » du logiciel (cf. figure de droite).

Analyse :

L'enveloppe des franges ressemble à la figure de diffraction par une seule fente étudiée précédemment. Elle est modulée par un terme d'interférence dû à la présence de deux fentes. Ce résultat concorde avec le calcul théorique de l'intensité diffractée (cf. annexe) :

$$I = 4 a^2 A_0^2 \cos^2 \left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} \right) \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)$$

On identifie clairement le terme de diffraction par une seule fente $\text{sinc}^2(\pi a \sin \theta / \lambda)$ et un terme d'interférence entre deux sources ponctuelles $\cos^2(\pi b \sin \theta / \lambda)$. La diffraction de Fraunhofer étant insensible à une translation dans le plan latéral de l'objet diffractant, les enveloppes se superposent. Le terme d'interférence y est en revanche sensible (cf. remarque précédente). Ce résultat peut aussi se justifier à l'aide des propriétés de la transformée de Fourier. Pour plus de détail, se reporter à [1], p.116-117.

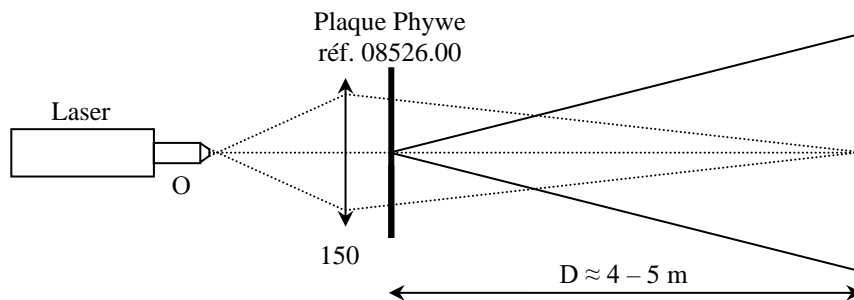
Remarque importante :

L'expression de l'intensité peut s'écrire sous la forme compacte suivante $I(\theta) = S(\theta) \times F(\theta)$ où $F(\theta)$ est le terme de diffraction que l'on appelle **facteur de forme** et $S(\theta)$ le terme d'interférence que l'on appelle **facteur de structure**. Cette décomposition est générale pour un même motif qui se répète.

II.2 Diffraction par un réseau de N fentes

II.2.1 Evolution de la figure quand N augmente

On peut mener cette étude avec Caliens ; on se contentera ici d'une observation qualitative avec une plaque de verre Phywe comportant 4 motifs diffractant constitués successivement de 2, 3, 4 et 5 fentes de même largeur a et espacées de la même distance b .

Montage :O : $\times 10$ ou $\times 20$ 

On conseille ici de prendre un objectif de microscope moins convergent pour n'éclairer qu'un seul motif à la fois. La figure de diffraction à observer étant petite, il est préférable d'éloigner l'écran pour l'agrandir (refocalisez l'image de la source sur l'écran pour rester en Fraunhofer) et de projeter l'image de l'écran avec une caméra type Didacam reliée à un téléviseur pour rendre l'expérience plus visible (si la caméra sature en intensité, atténuer le faisceau avec des filtres gris ou à l'aide d'un polariseur si le laser est polarisé). On doit faire les constatations suivantes lorsqu'on observe la figure de diffraction pour $N = 2, 3, 4$ et 5 fentes :

- l'enveloppe reste identique car les traits ont la même épaisseur $a \rightarrow$ le facteur de forme reste inchangé.
- le nombre de maximums secondaires augmente quand N augmente : il est égal à $N - 2$ (le vérifier expérimentalement).
- la largeur des maximums principaux diminue quand N augmente car elle est inversement proportionnelle à Na .

La dernière remarque permet de comprendre l'intérêt d'éclairer la plus grande surface possible d'un réseau en spectroscopie pour augmenter le pouvoir de résolution (cet effet n'est cependant pas perceptible en général sur les montages réalisés en pratique).

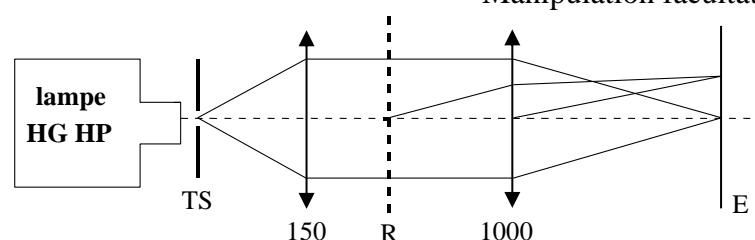
II.2.2 Le réseau (N grand)

Même montage. Visualisez successivement la figure de diffraction obtenue avec des réseaux comportant de plus en plus de traits. Vous devez faire les constatations suivantes :

- Même avec un réseau peu dispersif, les maximums secondaires sont peu apparents.
- L'enveloppe de la figure d'interférences s'étale rapidement au fur et à mesure que le nombre de traits augmente. Cela est dû au fait qu'une augmentation du nombre de traits s'accompagne logiquement d'une diminution de leur épaisseur \rightarrow le facteur de forme devient négligeable.
- La dispersion dans un même ordre augmente avec le nombre de traits.

2.2.3 Application à la spectroscopie

Manipulation facultative.



Prendre un réseau d'environ 1000 traits/cm. Veillez à ce qu'il soit bien perpendiculaire à l'axe optique. Mesurez pour les différentes longueurs d'onde du Mercure la distance les séparant de l'ordre

zéro. Vérifiez en calculant $\Delta x/\Delta \lambda$ que la dispersion linéaire est constante (ce n'est vrai qu'en incidence nulle et tant que θ reste petit).

Remarque :

Les réseaux à traits simples ne sont pas employés en spectroscopie car ils dispersent les longueurs d'onde dans plusieurs ordres et le maximum de l'intensité diffractée se situe dans l'ordre zéro (cf. manipulation précédente) qui n'a aucun intérêt. On préfère concentrer la majeure partie de l'énergie incidente dans un seul ordre en utilisant des réseaux blasés (pour plus de détails sur ces réseaux, se reporter à [1], p. 120-121).

III DIFFRACTION PAR UN MOTIF A REPETITION ALEATOIRE

III.1 Diffraction par un trou

Eclairez directement un trou à l'aide d'un faisceau laser et observez la figure de diffraction sur un écran relativement éloigné pour se placer au mieux dans les conditions de Fraunhofer. L'idéal est d'utiliser un trou suffisamment fin pour avoir une figure de diffraction suffisamment grande ; on peut réaliser cette expérience avec le nettoyeur de faisceau laser ($\emptyset = a = 30 \mu\text{m}$) mais faire passer le faisceau dedans s'avère délicat (on peut utiliser la platine de translation) et la tâche de diffraction est peu lumineuse (la majeure partie du faisceau est arrêtée). A défaut, on peut mener cette expérience avec des trous de 0,2 et 0,3 mm. Eloignez alors suffisamment le laser du trou pour l'éclairer de manière \approx uniforme.

Mesures :

Mesurez le rayon du premier anneau noir et vérifiez la formule d'Airy :

$$\sin\theta = \frac{1,22\lambda}{a} \approx \text{tg}\theta = \frac{R_{\text{anneau}}}{D_{\text{trou-écran}}}$$

III.2 Ecrans complémentaires - Théorème de Babinet

Cette partie n'a pas de relation directe avec le § III mais il permet de comprendre la manipulation suivante. Utilisez la diapositive comportant des trous et des disques opaques complémentaires. Reprendre le montage du § précédent et éclairez successivement le plus petit trou et son complémentaire (éloignez suffisamment le laser de la diapositive pour éclairer largement chaque motif diffractant). On constate que les figures de diffraction sont les mêmes à l'ordre zéro près ; confirmez en mesurant et comparant les interférences. Se reporter au § II de l'annexe 2 pour une explication sur ce point. A titre d'application, vous pouvez mesurer le diamètre d'un de vos cheveux en réalisant sa figure de diffraction et en s'aidant des résultats pour une fente. L'ordre zéro est alors nettement visible.

III.3 Diffraction par la poudre de lycopode

Le lycopode est une plante verte vivace dont les spores, grossièrement sphériques, ont une très faible dispersion de taille. Elles permettent donc d'observer le résultat d'une diffraction par un très grand nombre d'objets identiques en moyenne mais répartis cette fois-ci de façon aléatoire.

Manipulation n° 1 :

On dispose de deux lames de microscope accolées entre lesquelles on a déposé des spores de lycopode. Eclairez directement ce dispositif par un faisceau laser non élargi et observez la figure de diffraction sur un écran éloigné. Vous devez observer une tache d'Airy modulée par une « granularité » assez importante.

Manipulation n° 2 :

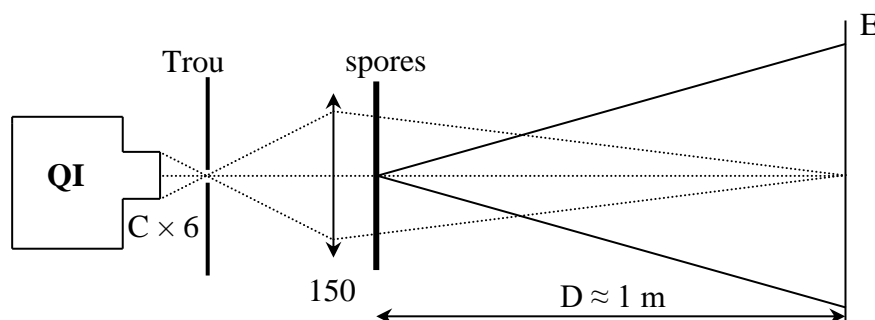
Réalisez un montage similaire à celui du § I.1. Remplacez la fente par les lames renfermant les spores de Lycopodes. On observe de nouveau une tache d'Airy mais la « granularité » est cette fois ci nettement plus fine.

Analyse :

La figure de diffraction que l'on observe dans les deux expériences correspond à celle d'un trou circulaire de faible diamètre car, dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer, les enveloppes de diffraction se superposent pour n'en donner qu'une : c'est le facteur de forme $F(\theta)$. Cette tache de diffraction est, conformément à la remarque du § 2.1, modulé par un terme d'interférence dû à la présence de nombreux motifs diffractant. Ce terme étant sensible à une translation dans le plan latéral de l'objet diffractant, la répartition ici aléatoire des motifs fait que le facteur de structure $S(\theta)$ tend à « s'annuler par moyennage ». La « granularité » observée dans les deux expériences précédentes correspond à ce facteur de structure. Elle est nettement plus « fine » dans la deuxième expérience car on éclaire une plus grande surface de la lamelle donc une plus grande quantité de spores → le « moyennage » est plus efficace et le facteur de structure tend à s'annuler → cf. [1], p.116 -117 pour plus de précisions. On y montre que la figure de diffraction par un grand nombre d'objets identiques répartis de façon aléatoire est la même que pour un seul objet mais elle est N fois plus intense. Cela a une conséquence pratique ; lorsque l'on étudie la figure de diffraction d'un motif, on a intérêt à le reproduire de façon aléatoire un grand nombre de fois pour augmenter le signal.

Remarque :

Cette figure de diffraction est nettement visible en lumière blanche. Il suffit de réaliser le montage suivant (l'intérêt alors est qu'on utilise une autre source que le laser) :



Cette expérience est à rapprocher de ce que l'on peut observer le matin en hiver lorsque l'on croise en voiture un autre véhicule avec des phares allumés. Si les vitres du véhicule dans lequel on se trouve sont recouvertes de buée, on distingue alors nettement un halo autour des phares qui disparaît si on ouvre la vitre.

Mesure :

Quel que soit le montage réalisé, mesurez le rayon du premier anneau noir et en déduire la taille moyenne des spores de lycopodes. On peut comparer cette mesure à celle réalisée avec un microscope. On peut utiliser la caméra Didacam reliée à un téléviseur pour rendre cette mesure visuelle. Remplacez l'oculaire standard par l'oculaire $\times 10$ « spécial Didacam » (celui fourni avec la caméra) et montez la caméra sur cet oculaire. Un objectif $\times 60$ permet d'obtenir un grandissement optimum des spores de lycopodes mais il faut alors déposer directement des spores sur une lamelle, le dispositif à deux lames avec les spores en sandwich étant trop épais pour assurer la mise au point. Placez une lampe au-dessous de la lame et intercaler un morceau de calque pour diffuser la lumière. Mesurez la taille des spores directement sur le téléviseur (on peut en mesurer plusieurs pour faire une exploitation statistique). Pour tenir compte du grossissement, le plus simple consiste à remplacer la lamelle de spores par une mire micrométrique et comparer l'espacement des graduations sur le téléviseur à la taille réelle (les plus petites graduations de la mire à Rennes sont espacées de $10\ \mu\text{m}$). La recherche directe des graduations sur la mire peut s'avérer délicate avec l'objectif $\times 60$. On

conseille donc de commencer par un objectif de plus faible grandissement ($\times 10$ par exemple) pour centrer la plus petite partie de la mire.

IV APPLICATIONS DE LA DIFFRACTION

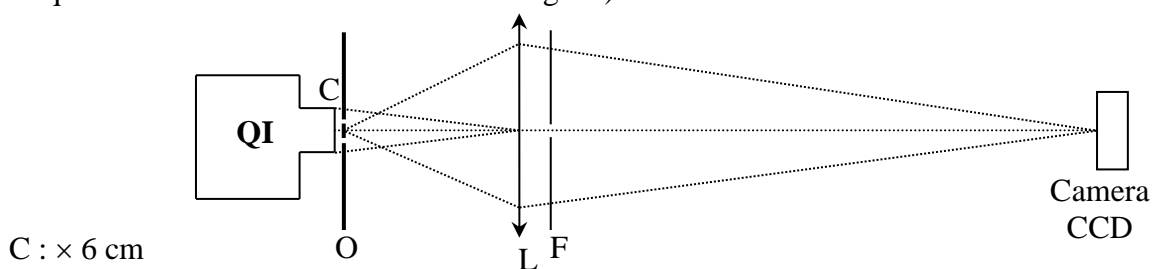
IV.1 Influence sur le pouvoir séparateur

Le pouvoir séparateur exprime l'aptitude d'un instrument d'optique à séparer et à percevoir des détails rapprochés (linéairement ou angulairement). Quand l'instrument d'optique est parfait (il ne présente pas d'aberration), le pouvoir de résolution est limité par la diffraction qui résulte de la limitation en largeur du faisceau entrant dans l'instrument d'optique (on suppose ici que le récepteur ne limite pas cette résolution). Elle interviendra d'autant plus rapidement que la pupille d'entrée du système optique sera plus étroite.

Manipulation :

[1], p. 136

On souhaite former à l'aide d'une lentille l'image de deux fentes très proches l'une de l'autre et étudier l'influence d'un diaphragme sur la résolution de ces deux images. Dans la plupart des instruments d'optique, les pupilles sont des diaphragmes circulaires (les spectroscopes à fentes sont une exception). Pour des raisons de luminosité, on modélisera la pupille par une fente au lieu d'un diaphragme circulaire. **Réalisez un montage soigné pour minimiser les aberrations** (c'est souvent ce qui limite la résolution dans vos montages !).



C : $\times 6$ cm

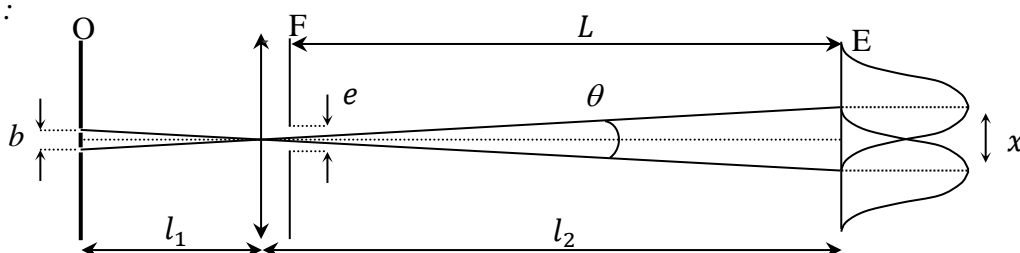
O : diapositive Leybold réf. 469 92 ; sélectionnez la bi fente $a = 0,12$ mm, $b = 0,6$ mm

L : 250 mm

F = fente étalonnée réglable parallèle aux bi fentes : ce réglage peut s'effectuer en inversant F et O (la lentille n'est pas nécessaire pour ce réglage). On observe la figure d'interférence par les bi fentes → on ajuste alors le parallélisme jusqu'à avoir un contraste maximum.

Accolez la bi fente contre la lampe et placez l'écran à environ 2 m de l'objet. Ajustez la position de la lentille (respectez la règle des 4 P en la plaçant) pour avoir une image nette sur la CCD. Ajustez alors le tirage de la lampe pour former l'image de la lampe sur L. Placez ensuite la fente étalonnée contre la lentille et ajustez sa position pour avoir une image des bi fentes lumineuse et homogène sur la CCD. Placez devant un filtre interférentiel pour travailler en lumière \approx monochromatique et pour ajuster la luminosité (prendre un filtre bleu s'il y a beaucoup de lumière, un filtre rouge dans le cas contraire).

Principe :



On se propose de vérifier le critère de Rayleigh (cf. [1], p. 136). Chaque fente source donne une tache de diffraction. Le premier minimum correspond à $\sin \theta = \lambda/e$. On est au critère de Rayleigh lorsque $\min 1 = \max 2 \rightarrow \sin \theta = \lambda/e = x/L \rightarrow x = \lambda L/e$.

$$\text{Or } x = b \times G_L = b \frac{l_2}{l_1} \rightarrow \boxed{e = \frac{\lambda L l_1}{b l_2}}$$

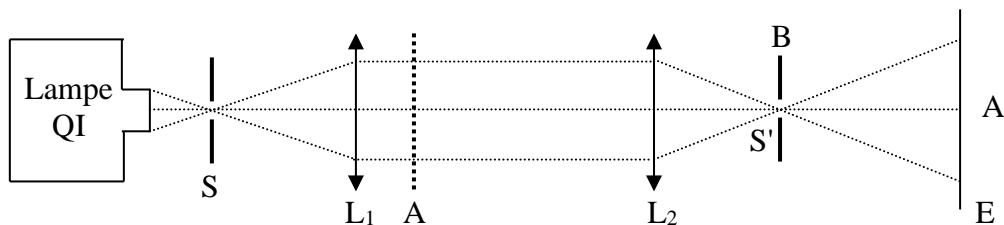
Mesure :

Réduire la largeur e de la fente diffractante jusqu'à avoir un minimum entre les deux taches correspondant à 80 % de l'intensité des maximums ; on est alors au critère de Rayleigh. Notez la valeur de e et comparer au calcul théorique.

IV.2 Filtrage des fréquences spatiales

[1], p. 129 et suivantes ; [3]

IV.2.1 Expérience d'Abbe



A : toile métallique

B : fente fine

L_1 : 15 cm \rightarrow permet d'obtenir un faisceau parallèle (réglage par auto collimation)

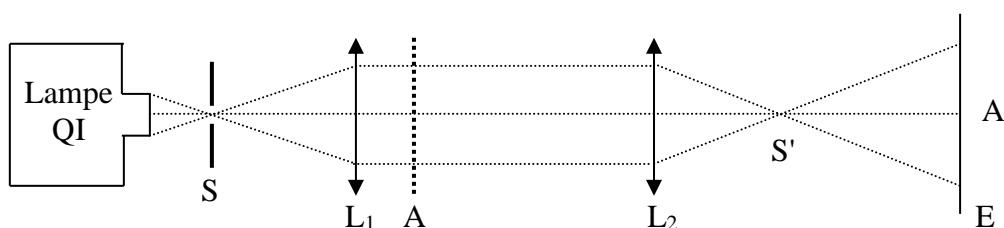
L_2 : 25 cm \rightarrow forme l'image de A sur l'écran

On a en S' (plan focal de L_2) l'image de S sous forme de figure de diffraction due à A (dans le plan de S' , on est dans l'espace transformé de Fourier du plan de A). Si on place une fente B dans le plan de S' , on modifie la figure de diffraction de A, et, sur l'écran E (où on est repassé dans l'espace réel, E étant le plan conjugué de A par rapport à L_2), on observe une modification de l'image A' de A. Si B est verticale, on ne voit en A' que les traits horizontaux et vice-versa. Dans la transformée de Fourier de la grille, qui est une croix en première approximation, on supprime la branche horizontale. En A' ne subsistent alors que les traits dont la figure de diffraction est verticale, c'est-à-dire les traits horizontaux.

Remarque :

Elargir le trou source S ; on constate que cela ne modifie pas le résultat. En réalité, dans les conditions de l'expérience, l'éclairage est toujours partiellement incohérent. L'interprétation est plus délicate. Pour plus de précision, se reporter à [4], p. 80 ou à [5], p. 36.

IV.2.2 Strioscopie



S : trou-source (pas trop petit)

S' : pastille noire sur plaque de verre couvrant entièrement mais sans déborder l'image de S (en l'absence de A, l'écran doit être parfaitement sombre).

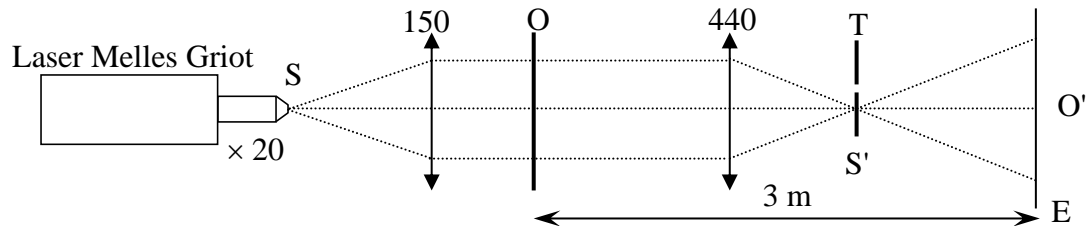
A : objet diffractant : plume ou empreinte digitale sur une plaque de verre très propre.

A' : image de A.

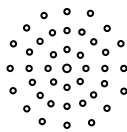
On observe la lumière diffractée par les bords de A en blanc sur fond noir. Les mises au point doivent être soignées. Reliez l'interprétation de cette expérience à celle de la précédente.

IV.2.3 Détramage d'une photo

Réalisez le montage suivant en utilisant pour objet la diapositive avec la photo tramée d'un dragon asiatique.



Formez un faisceau de lumière parallèle avec la lentille de 150. Placez la diapositive derrière cette lentille et formez l'image du dragon sur un écran placé à trois mètres de la diapositive → l'image est tramée. Recherchez à l'aide d'un écran le point S' ; vous devez observer une succession de traces lumineuses :



Sélectionnez un seul point lumineux à l'aide d'un trou T
→ Conséquence sur l'image ?

Explication :

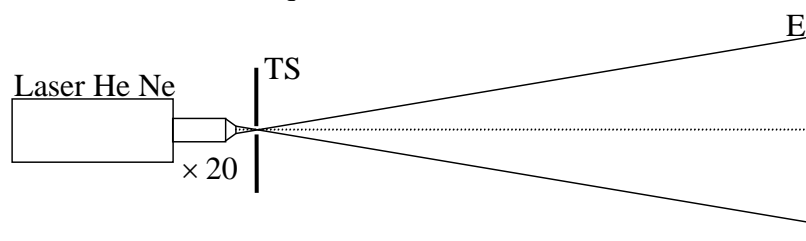
On est dans l'espace de Fourier en S'. Le spectre des fréquences spatiales de l'objet est convolué par une trame spatiale qui est la TF de la trame de la diapositive (celle-ci équivaut à un échantillonnage de la photo d'origine). Il y a une forte analogie avec ce que l'on observe en électronique avec les oscilloscopes numériques ou les systèmes d'acquisition (le spectre fréquentiel calculé est convolué par le peigne de Dirac de l'échantillonnage). Se reporter au montage sur l'acquisition de signaux.

IV.2.4 Nettoyage d'un faisceau laser

Dans ce montage, on utilise beaucoup le laser pour bénéficier de sa grande cohérence mais il y a un revers à la médaille : les speckles. On les observe dès que le laser traverse un système optique. Ce phénomène inévitable est souvent gênant (notamment lorsque l'on veut enregistrer des hologrammes). On peut l'éliminer en mettant à profit les résultats de la diffraction de Fraunhofer.

Montage :

Prendre un objectif de microscope $\times 20$ ou $\times 40$. Placez le trou microscopique ($\varnothing = 30\mu\text{m}$) sur la platine de translation micrométrique 3 axes.

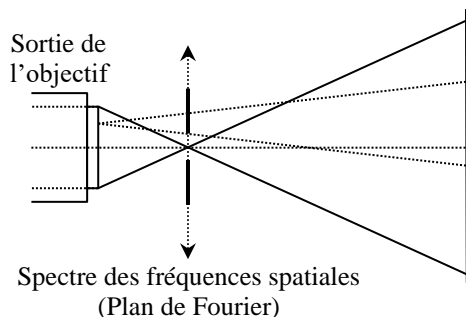


Manipulation :

Eclairez directement l'objectif avec le laser. On observe sur l'écran une zone lumineuse dont la répartition d'intensité semble gaussienne mais qui contient des irrégularités locales. Le filtrage s'effectue en plaçant un petit trou au niveau du waist (le point de convergence - cf. [1], p. 184) du faisceau issu de la lentille. Etant donné la taille du trou, l'opération s'avère délicate d'où la nécessité de recourir à la platine de translation. Commencez par faire passer le faisceau dans le trou en jouant sur les verniers verticaux et horizontaux (il faut regarder de part et d'autre du trou pour effectuer ce réglage – attention aux yeux !). On observe alors généralement sur l'écran une figure de diffraction ressemblant à une tache d'Airy, signe qu'une partie du faisceau est arrêtée par le trou. Translatez ensuite le trou suivant l'axe optique à l'aide du troisième vernier pour se placer au waist. On s'en approche lorsque la luminosité de la tache sur l'écran subit des variations brutales d'intensité et de netteté. Affinez alors les réglages suivant les trois axes de proche en proche. Une fois le réglage terminé, constatez que sur l'écran le faisceau gaussien est « propre ».

Explication :

Les « taches » indésirables observées sur l'écran résultent des interférences entre le faisceau direct et les rayons diffractés par les imperfections que le faisceau rencontre sur son trajet (poussières, traces de doigts et rayures sur l'objectif, ...). Supposons pour simplifier que le faisceau issu du laser soit parfaitement parallèle. Après la lentille, il converge alors en un seul point (ordre zéro du spectre des fréquences spatiales) et l'intensité lumineuse de la tache sur l'écran est uniforme car un seul rayon arrive en chaque point de la tache (la répartition d'intensité est gaussienne en réalité). Supposons alors qu'une poussière sur l'objectif diffracte une partie du faisceau avant le point de convergence. → Les rayons diffractés ne passent plus forcément par ce point (fréquences spatiales élevées) et ils interfèrent avec le faisceau direct (cf. schéma). Une très faible fraction de l'énergie lumineuse est diffractée mais, étant donnée la grande cohérence du laser, elle donne sur l'écran une figure de diffraction très contrastée :



Le trou permet d'éliminer les rayons diffractés indésirables (filtrage passe bas des fréquences spatiales) de sorte que le faisceau qui en est issu retrouve sa pureté originelle. Plus il est petit, meilleur est le filtrage (il faut cependant tenir compte du caractère gaussien du faisceau).

4.3 Autres applications possibles

On peut penser au Speckle (se reporter au montage sur les lasers), à l'holographie (se reporter au même montage) ou à la mesure d'objets de petites dimensions → Vous pouvez mesurer le diamètre de vos cheveux (cf. § 3.2).

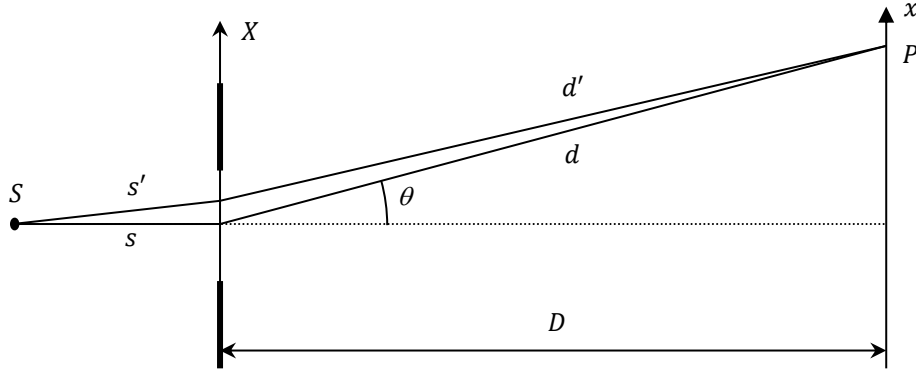
Bibliographie :

- [1] : Sextant : Optique expérimentale.
- [2] : Duffait : Expériences d'optique
- [3] : Werner Lauterborn : Optique cohérente
- [4] : Françon : Diffraction, cohérence en optique
- [5] : Maréchal et Françon : Diffraction et structure des images
- [6] : Fruchard, Le Diffon : Physique expérimentale

ANNEXE 1 : LIMITE FRAUNHOFER – FRESNEL

I POSITION DU PROBLEME

On considère la diffraction d'une onde monochromatique sphérique d'amplitude complexe \underline{A}_0 issue d'une source ponctuelle S par une fente F infiniment longue de largeur a (problème à une dimension) :



D'après le principe de Huygens-Fresnel, chaque point de la fente se comporte comme une source secondaire émettant une onde sphérique. L'amplitude complexe en un point $P(x)$ s'obtient en ajoutant les amplitudes complexes de toutes les ondes provenant de la fente de transparence $t(X)$:

$$\underline{A}(x) = \int Q \underline{A}_0 \frac{\exp(iks')}{s'} t(X) \frac{\exp(ikd')}{d'} dX = Q \underline{A}_0 \int t(X) \frac{\exp[ik(s' + d')]}{s'd'} dX$$

Q est un facteur d'inclinaison des rayons et $k = 2\pi/\lambda$. En pratique, on utilise des fentes très fines pour observer des figures de diffraction et la zone d'observation suivant x est généralement restreinte par rapport aux distances mises en jeu. Dans ces conditions, on peut considérer le facteur d'inclinaison comme unitaire et négliger la variation d'amplitude lié à la sphéricité des ondes ($1/s'd' \approx 1/sd$). Par contre, la distance $s' + d'$ peut varier de plusieurs longueurs d'ondes lorsqu'on explore le domaine d'intégration de la fente donc l'exponentielle $\exp[ik(s' + d')]$, qui oscille rapidement, doit être conservée dans l'intégrale. On a donc :

$$\underline{A}(x) \approx \frac{\underline{A}_0}{sd} \int t(X) \exp[ik(s' + d')] dX$$

On peut, en supposant $X, x \ll s, D$ vu les conditions pratiques d'observation de la diffraction, développer s' et d' de la manière suivante :

$$\begin{aligned} s'^2 &= s^2 + X^2 \rightarrow s' = s \sqrt{1 + \frac{X^2}{s^2}} \approx s \left(1 + \frac{1}{2} \frac{X^2}{s^2} \right) \approx s + \frac{X^2}{2s} \\ \left. \begin{aligned} d'^2 &= D^2 + (x - X)^2 \\ d^2 &= D^2 + x^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow d'^2 = d^2 - x^2 + (x - X)^2 = d^2 - 2xX + X^2 \\ \rightarrow d' &= d \sqrt{1 - \frac{2xX}{d^2} + \frac{X^2}{d^2}} \approx d \left(1 - \frac{xX}{d^2} + \frac{X^2}{2d^2} \right) \approx d - \frac{xX}{d} + \frac{X^2}{2d} \end{aligned}$$

D'où, en réinjectant les expressions approchées de s' et d' dans l'intégrale (avec $d \approx D$) :

$$\underline{A}(x) \approx \underline{A}_0 \frac{\exp[ik(s+D)]}{sD} \int t(X) \exp \left[ik \left\{ -\frac{xX}{D} + \frac{X^2}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{D} \right) \right\} \right] dX$$

Cette intégrale avec un développement limité de la phase à l'ordre 2 correspond à la diffraction de Fresnel (diffraction en champ proche). L'approximation faite revient à remplacer le front d'onde sphérique émergent de la fente par un front d'onde parabolique. L'approximation de Fraunhofer consiste à considérer D suffisamment grand par rapport aux autres dimensions pour ne conserver que le terme de phase linéaire en X :

$$\underline{A}(x) \approx \underline{A}_0 \frac{\exp[ik(s+D)]}{sD} \int t(X) \exp \left[-ik \frac{xX}{D} \right] dX$$

Cela revient à considérer des fronts d'onde émergents plans et l'amplitude diffractée est alors proportionnelle à la transformée de Fourier de la fonction de transparence de la fente.

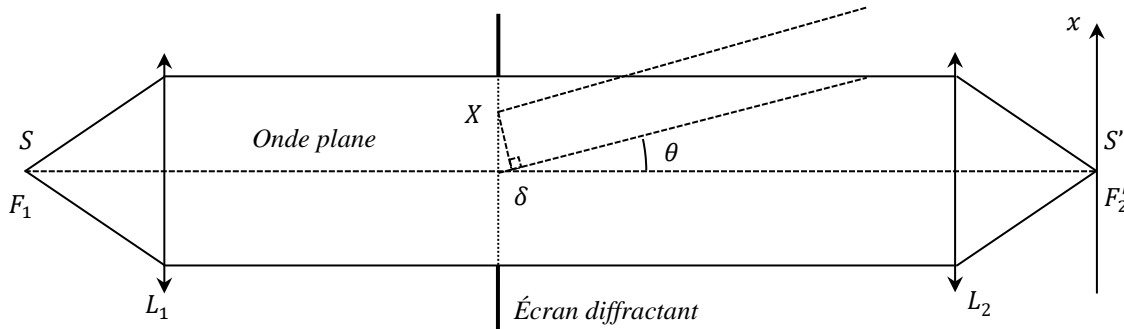
II CONDITIONS PRATIQUES POUR ETRE EN FRAUNHOFER

On est en Fraunhofer si on peut négliger le terme quadratique dans le développement de la phase dans l'exponentielle. Trois cas de figure sont envisageables.

II.1 Diffraction d'une onde plane à l'infini

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{D} = 0$$

Cette condition est rigoureusement réalisée dans le montage suivant :



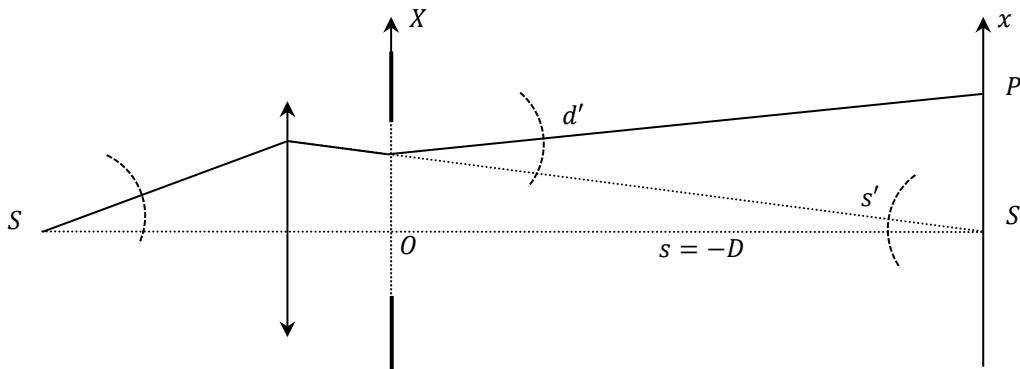
La source ponctuelle S placée au foyer objet d'une lentille (supposée sans aberrations) permet d'éclairer l'élément diffractant avec une onde plane ($\rightarrow 1/s = 0$). L'observation dans un plan placé au foyer image d'une deuxième lentille permet d'étudier la figure de diffraction des rayons émergents de l'écran diffractant qui sont parallèles entre eux (\rightarrow diffraction à l'infini ; $1/D = 0$). Avec un tel montage, la différence de marche δ est strictement égale à $X \sin \theta$ et $\varphi = k\delta = kX \sin \theta = kXx/f'_2$.

II.2 Diffraction au voisinage de l'image géométrique de la source

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{D} = 0$$

Cette condition, qui implique $s = -D$, signifie que la source se trouve sur l'écran ! Elle correspond au cas où on conjugue l'écran avec la source à l'aide d'une seule lentille car la source virtuelle image

S' équivalente à S est alors sur l'écran, donc elle réalise la condition ci-dessus (pour plus d'explication sur ce point, on peut se reporter à [1], p. 139 et [6], p. 295).



II.3 Cas où le nombre de Fresnel $\mathcal{F} \ll 1$

Les deux premiers cas de figure permettent d'annuler complètement le terme quadratique dans l'expression de la phase mais on peut aussi considérer le cas où ce terme ne contribue pas de façon significative à l'oscillation du terme exponentiel. Pour cela, il faut qu'il vérifie la condition :

$$k \frac{X^2}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{D} \right) \ll 2\pi \quad \rightarrow \quad \frac{X^2}{2\lambda} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{D} \right) \ll 1$$

Elle doit être vérifiée pour tout point de l'élément diffractant, donc au pire pour la valeur maximale de X ($a/2$ pour une fente ou le rayon r pour un trou). Le résultat, si on omet le facteur 2 qui n'est pas essentiel, est un nombre sans dimension appelé nombre de Fresnel \mathcal{F} et la figure de diffraction peut être décrite de manière approchée par l'intégrale de Fraunhofer¹ lorsque :

$$\mathcal{F} = \frac{X_{max}^2}{\lambda} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{D} \right) \ll 1$$

Ce nombre est nul dans les deux premiers exemples puisqu'on a $1/s + 1/D = 0$ donc ce dernier cas de figure peut être vu comme l'approximation $1/s + 1/D \approx 0$. Le nombre de Fresnel à l'avantage de donner un critère permettant de chiffrer les distances à mettre en jeu pour être en Fraunhofer compte tenu de la taille de l'élément diffractant. Dans le cas par exemple d'une onde incidente plane ($1/s = 0$), la condition $\mathcal{F} \ll 1$ implique :

$$D \gg \frac{X_{max}^2}{\lambda}$$

On donne ici quelques exemples numériques pour une fente de largeur a avec $\lambda_{He-Ne} = 633 \text{ nm}$:

a	2 mm	1 mm	500 μm	200 μm	100 μm	70 μm
$D \gg$	1,6 m	40 cm	10 cm	1,6 cm	4 mm	2 mm

La condition sur la distance d'observation pour être en Fraunhofer sans lentille est donc très contraignante si l'élément diffractant n'est pas très petit mais c'est moins le cas lorsqu'on descend en dessous du mm. En ce qui concerne la source, il faut idéalement une onde plane. L'emploi d'un laser He-Ne éclairant directement l'élément diffractant vient naturellement à l'esprit. Cela convient effectivement avec des objets de très petite taille mais la justification est plus compliquée que

¹ Par contre, certaines propriétés spécifiques de la diffraction de Fraunhofer comme l'insensibilité à la translation de l'élément diffractant dans un plan perpendiculaire à l'axe optique ne sont pas vérifiées.

d'assimiler le Laser à un faisceau de rayons parallèles (on peut se reporter à [1], p. 191 et [6], p. 286 pour plus de précisions sur ce point).

Critère visuel :

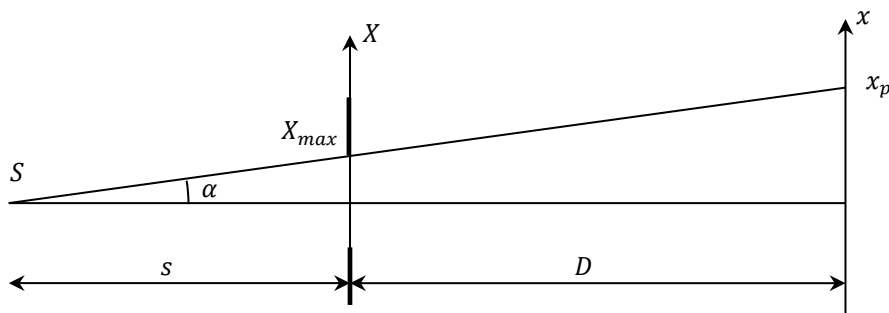
Un critère plus qualitatif pour savoir dans quel régime on se trouve consiste à comparer l'extension de la figure de diffraction sur l'écran à la projection géométrique de la source à travers l'élément diffractant en l'absence de diffraction. Pour le comprendre, on peut repartir de l'expression de la différence de marche dans l'intégrale de Fresnel. On a :

$$\delta = -\frac{xX}{D} + \frac{X^2}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{D} \right) = \frac{xX}{D} \left[-1 + \frac{D}{xX} \frac{X^2}{2} \left(\frac{D+s}{sD} \right) \right] = \frac{xX}{D} \left[-1 + \frac{X}{2x} \frac{D+s}{s} \right]$$

On est en Fraunhofer lorsque le deuxième terme dans les crochets est très inférieur à 1, et au pire lorsque $X = X_{max}$, soit :

$$x \gg \frac{X_{max}}{2} \frac{D+s}{s}$$

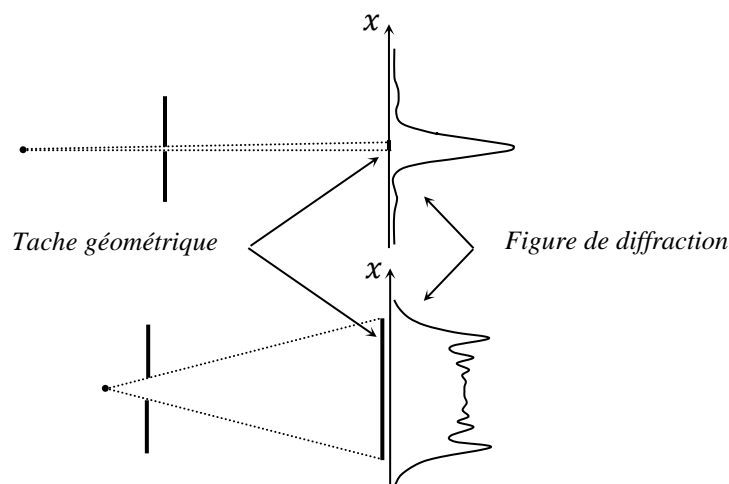
Or, le terme de droite correspond au facteur 1/2 près à la projection géométrique x_p de la source sur l'écran à travers l'élément diffractant :



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{X_{max}}{s} = \frac{x_p}{D+s} \rightarrow x_p = X_{max} \frac{D+s}{s}$$

On a donc le critère suivant :

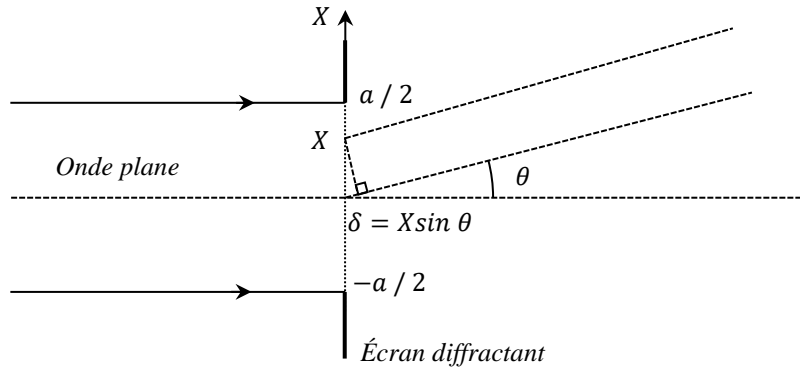
- si la figure de diffraction est beaucoup plus large que la tache géométrique, elle peut être décrite par la diffraction de Fraunhofer.
- si son extension est de l'ordre de la taille de la tache géométrique ou moins, elle doit être décrite par la théorie de Fresnel (et on observe des modulations d'intensité dans la tache géométrique).



ANNEXE 2 : DIFFRACTION A L'INFINI (FRAUNHOFER)

I DIFFRACTION PAR UNE FENTE

On considère une onde plane monochromatique d'amplitude complexe \underline{A}_0 éclairant en incidence normale une fente F de largeur a , infiniment longue (problème à une dimension) et de transparence $t(X) = 1$ pour $-a/2 \leq X \leq a/2$ et 0 ailleurs. Les rayons à prendre en compte dans l'approximation de Fraunhofer sont ceux qui se rejoignent à l'infini, soit les rayons diffractés parallèles entre eux :



L'amplitude complexe de l'onde résultante dans une direction repérée par l'angle θ donné est, d'après le principe d'Huygens Fresnel :

$$\underline{A}(\theta) \approx \underline{A}_0 \frac{\exp(ikD)}{D} \int_{-a/2}^{a/2} \exp(-ik\delta) dX \approx \underline{K} \int_{-a/2}^{a/2} \exp(-ikX \sin \theta) dX$$

Soit, dans l'approximation des petits angles :

$$\underline{A}(\theta) \approx \underline{K} \int_{-a/2}^{a/2} \exp(-ikX\theta) dX \approx \underline{K} \left[\frac{\exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}X\theta\right)}{-i\frac{2\pi}{\lambda}\theta} \right]_{-a/2}^{a/2} \approx \underline{K} \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda}\theta} \approx a\underline{K} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda}\theta\right)$$

On obtient un résultat classique en sinus cardinal puisque la diffraction de Fraunhofer réalise ici la transformée de Fourier d'une fonction de transparence en forme de porte. Les détecteurs classiques (œil, capteurs photométriques), vu leur temps de réponse et les fréquences mises en jeu, sont sensibles à la moyenne temporelle du flux lumineux qu'ils reçoivent, donc au module au carré de l'amplitude complexe de l'onde. Par conséquent, ce qu'on appelle communément l'intensité de la figure de diffraction peut s'écrire :

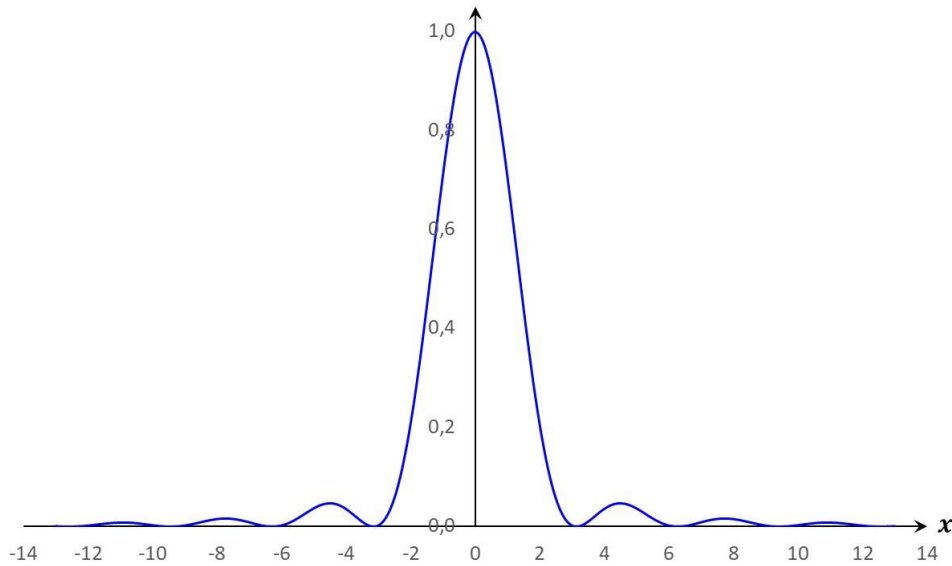
$$I(\theta) \propto |\underline{A}(\theta)|^2 \propto \underline{A}(\theta)\underline{A}^*(\theta) \rightarrow \boxed{I(\theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\theta\right)}$$

La fonction $\operatorname{sinc}^2(x)$ présente un maximum égal à 1 en $x = 0$. Pour $x \neq 0$, elle présente des minimums lorsque $\sin x = 0$, soit pour $x = \pi a \theta_{\min} / \lambda = m\pi$ ici avec $m \neq 0$. L'interfrange angulaire de diffraction vaut alors :

$$\boxed{i_{\theta \text{ diff}} = \theta_{\min}(m+1) - \theta_{\min}(m) = \frac{\lambda}{a}}$$

Et la condition $m \neq 0$ conduit à une tache centrale deux fois plus large que les autres

Diffraction par une fente : fonction $\text{sinc}^2(x) = f(x)$



De part et d'autre de la frange centrale, on a une succession de maximums secondaires correspondants aux extrémums de la fonction $\text{sinc}(x)$. Cela correspond à des valeurs x_{\max} vérifiant l'équation $\tan x = x$. Une recherche des solutions de cette équation à l'aide d'un tableur montre qu'elles sont proches, mais pas tout à fait égales à $(2m + 1)\pi/2$. Par conséquent, les maximums secondaires ne sont pas exactement au milieu de deux minimums :

x_{\max}	0	$1,430\pi$	$2,459\pi$	$3,471\pi$	$4,477\pi$
$\text{sinc}^2(x_{\max})$	1	0,0472	0,0165	0,00834	0,00503

Les rapports d'intensité entre deux maximums successifs sont alors les suivants :

I_1/I_0	I_2/I_1	I_3/I_2	I_4/I_3
4,7 %	35 %	51 %	60 %

II DIFFRACTION PAR UN TRAIT

On considère toujours un problème à une dimension où une onde plane monochromatique d'amplitude complexe \underline{A}_0 et de largeur ℓ éclaire un trait opaque de largeur a . La fonction de transparence vaut alors $t(X) = 1$ pour $-\ell/2 \leq X \leq -a/2$ ainsi que $a/2 \leq X \leq \ell/2$ et 0 ailleurs. L'amplitude complexe de l'onde diffractée dans une direction repérée par l'angle θ est :

$$\underline{A}(\theta) \propto \int_{-\ell/2}^{-a/2} \exp(-ikX\theta) dX + \int_{a/2}^{\ell/2} \exp(-ikX\theta) dX \propto \left[\frac{\exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}X\theta\right)}{-i\frac{2\pi}{\lambda}\theta} \right]_{-\ell/2}^{-a/2} + \left[\frac{\exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda}X\theta\right)}{-i\frac{2\pi}{\lambda}\theta} \right]_{a/2}^{\ell/2}$$

$$\underline{A}(\theta) \propto \frac{\exp\left(i\frac{\pi}{\lambda}\theta a\right) - \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda}\theta \ell\right) + \exp\left(-i\frac{\pi}{\lambda}\theta \ell\right) - \exp\left(-i\frac{\pi}{\lambda}\theta a\right)}{-i\frac{2\pi}{\lambda}\theta}$$

$$\underline{A}(\theta) \propto -a \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda} \theta\right) + \ell \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi \ell}{\lambda} \theta\right)$$

L'amplitude diffractée est donc la somme de deux termes. Le premier est l'opposé de celui créé par une fente de même largeur et le second est lié à la contribution du faisceau incident direct. Si le faisceau est bien plus large que le trait, le second terme est concentré autour de $\theta = 0$ et rapidement négligeable dès qu'on s'écarte de cette direction. La figure de diffraction par un trait est donc identique à celle d'une fente, excepté au voisinage immédiat du centre de la figure (théorème des écrans complémentaires de Babinet).

III CAS D'UNE FENTE DECENTREE

Le calcul est le même que pour une fente centrée, à un décalage d'origine près. Soit X_0 le décalage du centre de la fente par rapport à l'axe optique. On a alors, en passant par le changement de variable $X = X_0 + X'$:

$$\underline{A}'(\theta) \propto \int_{X_0 - \frac{a}{2}}^{X_0 + \frac{a}{2}} \exp(-ikX\theta) dX \propto \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp[-ik(X_0 + X')\theta] dX' \propto \exp(-ikX_0\theta) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda} \theta\right)$$

Et :

$$I'(\theta) \propto \underline{A}'(\theta) \underline{A}'^*(\theta) \propto \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \theta\right) \rightarrow \boxed{I'(\theta) = I(\theta)}$$

On en déduit un résultat important : la figure de diffraction de Fraunhofer d'un élément diffractant est insensible à la translation de l'élément dans son plan.

IV DIFFRACTION PAR DEUX FENTES

On considère un système centré de deux fentes de largeur a séparées par une distance b . L'amplitude diffractée est la somme des amplitudes diffractées par deux fentes décentrées de $X_0 = \pm b/2$:

$$\underline{A}(\theta) \propto \left[\exp\left(-\frac{ikb}{2} \theta\right) + \exp\left(\frac{ikb}{2} \theta\right) \right] \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda} \theta\right) \propto 2 \cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \theta\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda} \theta\right)$$

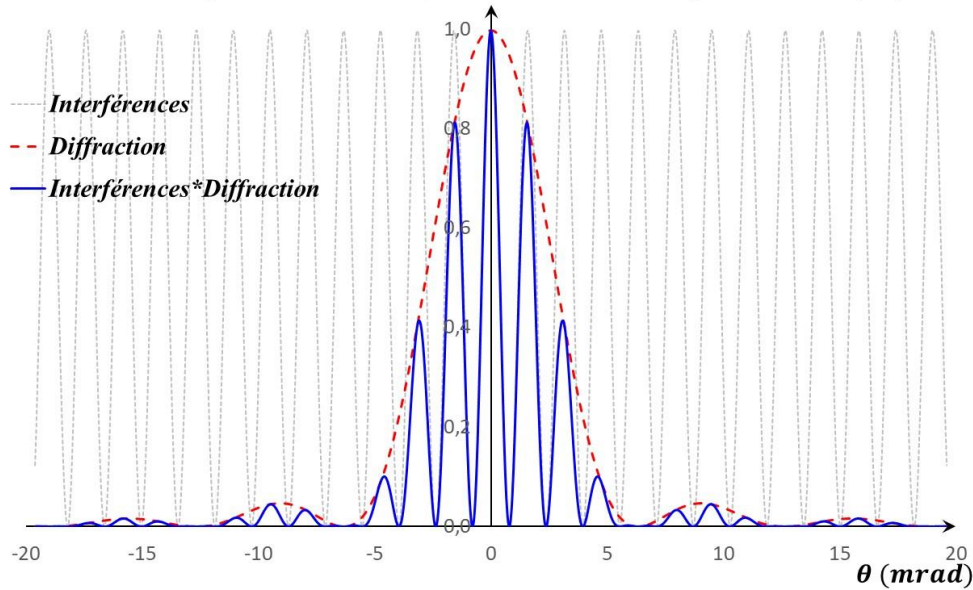
D'où :

$$\boxed{I(\theta) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \theta\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \theta\right)}$$

On constate que le résultat est, à un facteur 4 près, la figure de diffraction due à une fente (le terme en $I_0 \operatorname{sinc}^2$) modulée par un terme d'interférence dû aux deux fentes (celui en \cos^2). Ce deuxième terme est nul lorsque $\pi b \theta / \lambda = (2m + 1)\pi/2$, d'où un interfrange angulaire d'interférence (avec $i_{\theta \text{ int}} < i_{\theta \text{ diff}}$ puisque b est forcément supérieur à a) :

$$\boxed{i_{\theta \text{ int}} = \theta_{\min}(m + 1) - \theta_{\min}(m) = \frac{\lambda}{b}}$$

Voici à titre indicatif le résultat d'une simulation normalisée à 1 (noter que la tache centrale d'interférence n'est pas deux fois plus large comme l'est celle de l'enveloppe de diffraction) :

Diffraction par une bifente ($\lambda = 633 \text{ nm}$, $b = 400 \text{ }\mu\text{m}$, $a = 100 \text{ }\mu\text{m}$)**V CAS DU RÉSEAU PLAN**

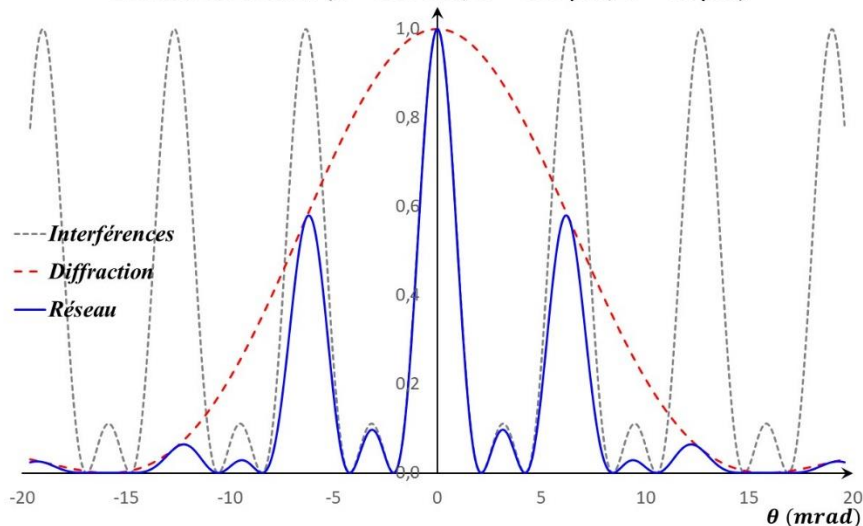
Ce dispositif est constitué d'une série de N fentes de largeur a distantes de b . On se place toujours dans les conditions de la diffraction de Fraunhofer avec un réseau éclairé par une onde plane en incidence normale. On peut alors reprendre le raisonnement effectué pour les fentes d'Young avec un terme de phase lié au décalage des fentes du type $\varphi = -iknb\theta = -in\varphi_b$ avec $0 \leq n \leq N - 1$, d'où :

$$\underline{A}(\theta) \propto [1 + e^{-i\varphi_b} + e^{-i2\varphi_b} + \dots + e^{-i(N-1)\varphi_b}] \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda}\theta\right) \propto \frac{1 - e^{-iN\varphi_b}}{1 - e^{-i\varphi_b}} \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda}\theta\right)$$

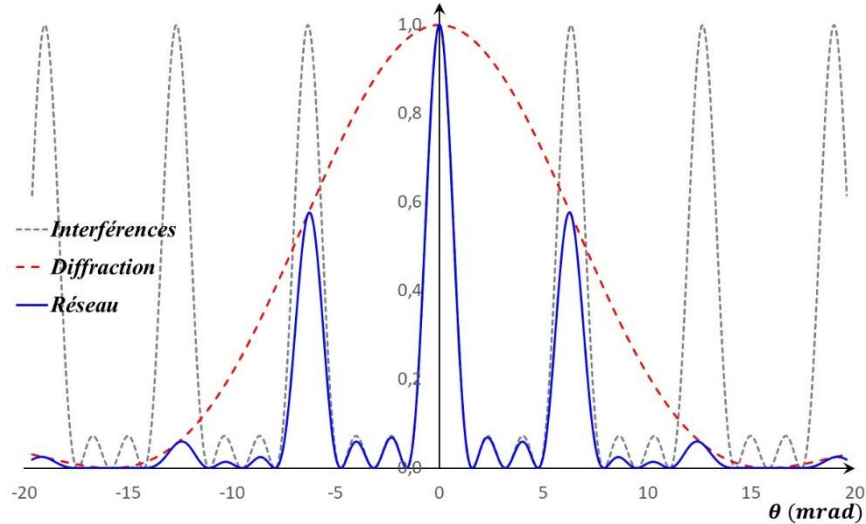
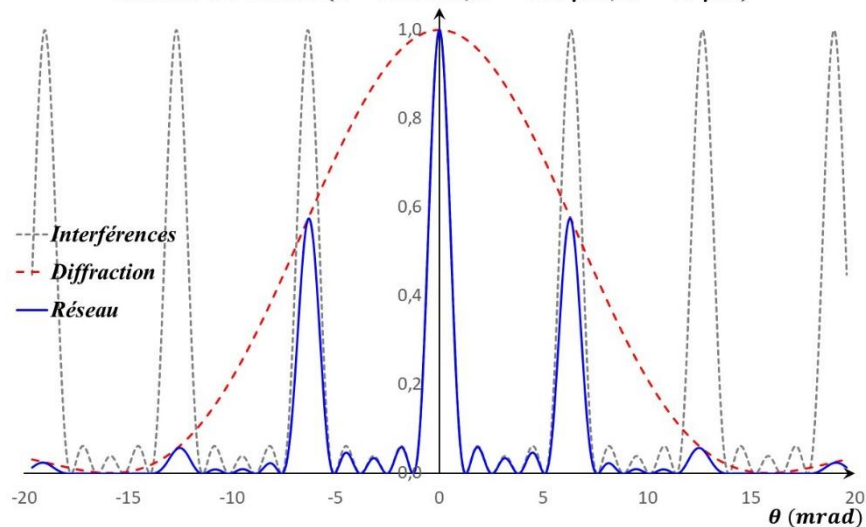
D'où :

$$I = I_0 \frac{\sin^2 N\varphi_b/2}{\sin^2 \varphi_b/2} \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\theta\right) \rightarrow \boxed{I = N^2 I_0 \left[\frac{\sin(N\pi b\theta/\lambda)}{N \sin(\pi b\theta/\lambda)} \right]^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\theta\right)}$$

On retrouve une nouvelle fois un terme d'interférence entre les différentes fentes du réseau (l'expression entre crochets) modulé par la figure de diffraction d'une fente.

Réseau à 3 fentes ($\lambda = 633 \text{ nm}$, $b = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $a = 40 \text{ }\mu\text{m}$)

On peut montrer que le terme d'interférence présente une succession de maximums principaux situés à $\theta = m\lambda/b$ avec m un entier et que leur largeur est inversement proportionnelle à $Nb \rightarrow$ ces pics s'affinent avec la largeur éclairée. Entre deux maxima principaux consécutifs, on observe $N - 2$ maximums d'interférence secondaires de faible intensité. Si N devient très grand, les maximums secondaires s'estompent pour ne laisser que les maximums principaux distants angulairement de λ/b .

Réseau à 4 fentes ($\lambda = 633 \text{ nm}$, $b = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $a = 40 \text{ }\mu\text{m}$)Réseau à 5 fentes ($\lambda = 633 \text{ nm}$, $b = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $a = 40 \text{ }\mu\text{m}$)Réseau à 10 fentes ($\lambda = 633 \text{ nm}$, $b = 100 \text{ }\mu\text{m}$, $a = 40 \text{ }\mu\text{m}$)