

SPECTROMETRIE OPTIQUE

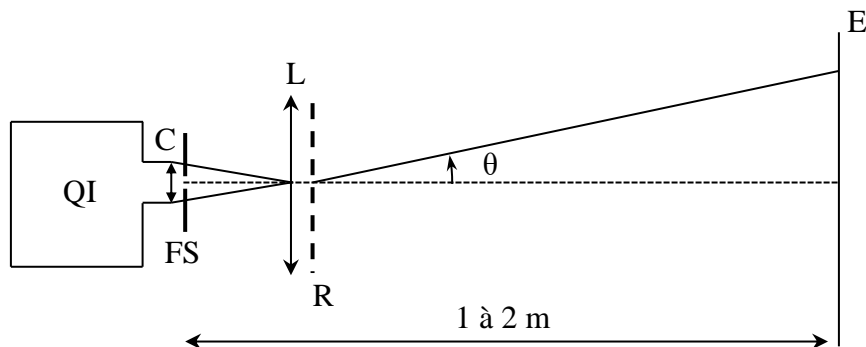
I SPECTROSCOPES A FENTES

I.1 Etude des systèmes dispersifs

On se contente ici d'observations qualitatives sur deux systèmes présents dans les collections d'enseignement, les réseaux et le prisme à vision directe.

I.1.1 Les réseaux

Montage :



Source : lampe blanche 100 W

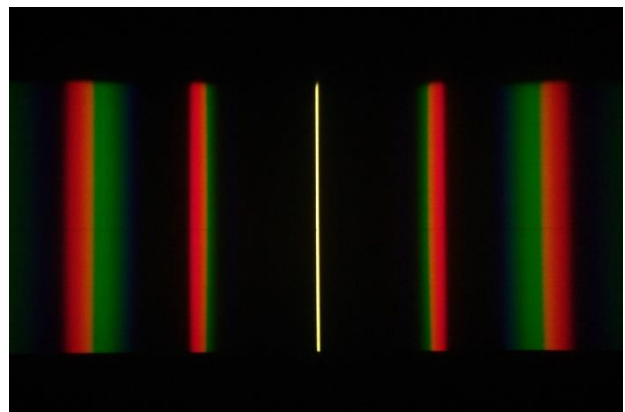
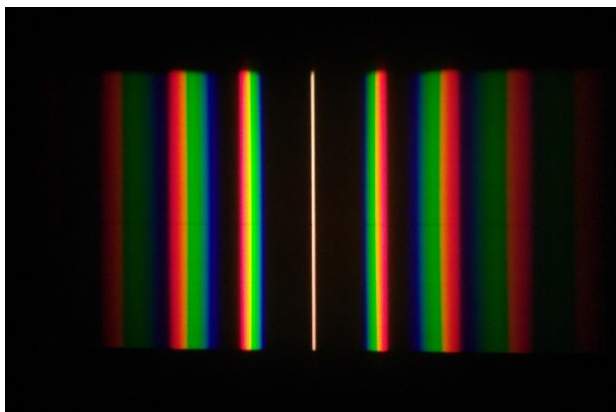
C : condenseur 6 cm

FS : fente source

L : 150 mm

R : réseau

Le montage proposé n'est pas le plus lumineux mais c'est celui qui présente le moins d'aberrations (on conseille une fente source assez large pour une observation confortable). On souhaite voir le spectre dans différents ordres donc il faut un réseau peu dispersif. Voici à titre indicatif des résultats obtenus avec des réseaux à 78 traits/mm (à gauche) et 140 traits/mm (à droite) :



Observations :

- Le réseau disperse le spectre de la lampe dans différents ordres. La dispersion dans un ordre donné est d'autant plus forte que la longueur d'onde est grande et elle augmente avec le nombre de traits. Ces observations sont en accord avec la formule des réseaux (avec n = nombre de traits par mètre ou a la distance entre deux traits et k l'ordre de dispersion) :

$$\sin\theta - \sin i = kn\lambda = \frac{k\lambda}{a} \rightarrow \sin\theta = kn\lambda = \frac{k\lambda}{a} \quad \text{si } i = 0$$

- Des longueurs d'ondes proches sont d'autant plus séparées que l'ordre est grand. On peut le confirmer en différenciant la formule des réseaux :

$$\sin\theta - \sin i = kn\lambda \rightarrow \cos\theta \cdot d\theta = kn \cdot d\lambda \rightarrow \boxed{D_a = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{kn}{\cos\theta}}$$

La dispersion angulaire D_a augmente bien avec k car il augmente le numérateur et diminue le dénominateur puisque l'angle de dispersion θ augmente avec l'ordre.

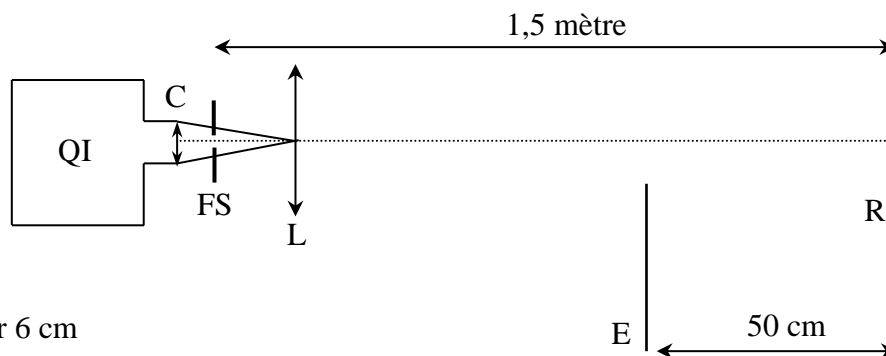
- Plus l'ordre augmente, plus la luminosité du spectre diminue. Ceci est lié au fait que le profil d'intensité du réseau est modulé par la figure de diffraction de son motif élémentaire (cf. [1], page 118 ou [2], page 356 par exemple). Il y a donc, avec un réseau classique, un compromis résolution/luminosité à faire sur l'ordre utilisé.

Remarque :

Avec les réseaux proposés, les angles de dispersion maximum dans le visible sont d'environ 6° dans l'ordre 1 et 12° dans l'ordre 2. Dans ces conditions, l'approximation $\sin\theta \approx \theta$ est correctement vérifiée et le réseau disperse les longueurs d'onde de manière linéaire¹. On se servira de cette propriété, valable uniquement aux angles faibles, pour l'étude du prisme à vision directe.

Cas des réseaux blazés :

Ce sont les réseaux employés dans les spectroscopes modernes. Par rapport aux réseaux classiques, ils présentent l'avantage de concentrer une bonne partie de l'énergie incidente dans un ordre du spectre grâce à la forme particulière de leur motif élémentaire (cf. [1], p. 120 – 122 ou [2], page 360 par exemple). A Rennes, on dispose de deux réseaux blazés en réflexion avec lesquels on peut réaliser le montage suivant :



C : condenseur 6 cm

FS : fente source

L : 150 mm

E : écran d'observation

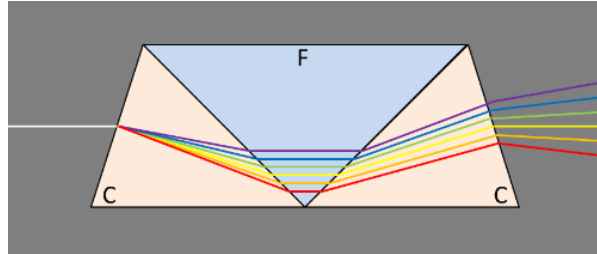
R : réseau par réflexion ; le mettre perpendiculairement à l'axe optique pour commencer

On commence par ajuster la position de la lentille et l'angle d'inclinaison du réseau pour former l'image de la fente source FS sur l'écran (attention, l'image n'est pas forcément très lumineuse). Il faut ensuite régler le tirage de la lampe en essayant de faire un compromis entre la luminosité et les aberrations (l'idée est de réussir à éclairer au mieux la fente source tout en limitant la portion de surface éclairée sur la lentille de projection). On tourne ensuite le réseau pour faire défiler les différents ordres. On doit alors observer un ordre nettement plus lumineux que les autres.

¹ La linéarisation induit une erreur inférieure à 1 % si les angles sont inférieurs à 8 %.

I.1.2 Le prisme à vision directe (PVD)

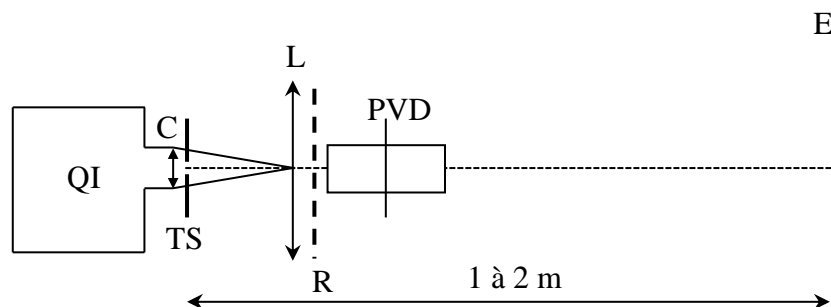
Le PVD est un instrument pratique en enseignement car il permet d'obtenir des spectres lumineux tout en conservant l'axe optique, chose impossible avec un prisme unique. Il est constitué de trois prismes dont un en Flint (celui du milieu ; verre très dispersif) et deux en Crown (verre peu dispersif). Les angles des prismes sont calculés pour avoir une déviation nulle à une longueur d'onde donnée (la raie jaune sur le schéma) :



Manipulations :

On peut remplacer le réseau par un PVD dans la première manipulation pour voir la différence. On a évidemment un seul spectre et il est nettement plus lumineux.

On peut montrer la courbe de dispersion du PVD en mettant à profit la linéarité en dispersion pour les premiers ordres d'un réseau à faible nombre de traits. Il suffit de reprendre le premier montage *en remplaçant la fente pour un trou* et de rajouter le PVD à la suite du réseau *mais en l'orientant de manière à ce qu'il disperse dans une direction perpendiculaire au réseau* (noter l'orientation du PVD sur la photo de gauche) :



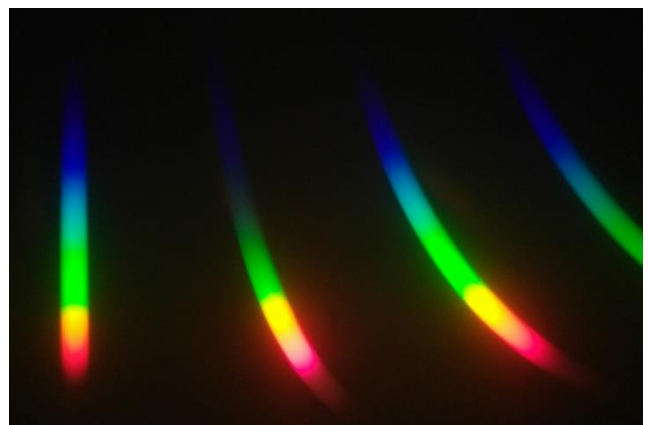
C : condenseur 6 cm

TS : trou source de faible diamètre

L : 150 mm

R : 140 traits/mm avec axe de déviation horizontal

PVD : axe de déviation vertical



Il faut bien aligner la lentille avec le réseau et le PVD en les accolant au mieux pour laisser passer un maximum de lumière dans les trois éléments. On peut ensuite jouer sur le tirage de la lampe pour optimiser la luminosité (l'image du filament de la lampe doit être dans la zone comprise entre la lentille et le PVD). La photo de droite représente le genre de résultats qu'on peut obtenir. Le spectre situé à gauche correspond à la dispersion du prisme sur l'ordre zéro du réseau. Il permet de voir que le PVD dévie plus le bleu que le rouge (à l'inverse du réseau) et une comparaison avec et sans PVD permet de repérer la couleur qui ne subit pas de déviation. Les deux spectres suivants correspondent à la dispersion du prisme dans l'ordre 1 et 2 du réseau. On a vu que c'est une zone où le réseau utilisé disperse les longueurs d'onde de manière linéaire. Ils donnent donc l'allure de la courbe de dispersion $D = f(\lambda)$ du PVD. L'allure incurvée de la courbe met par conséquent en évidence une dispersion non linéaire du PVD. Elle dépend ici des trois prismes, de leur forme et de la dépendance en longueur d'onde des indices de réfraction. Il n'y a donc pas de loi théorique toute faite permettant de prédire le comportement du PVD. C'est une des raisons pour laquelle le réseau est préféré au prisme en spectrométrie car la formule des réseaux permet de relier précisément l'angle θ à la longueur d'onde, sans devoir utiliser une propriété d'un milieu. Les réseaux permettent aussi d'avoir de meilleurs pouvoirs de résolution, avec en plus un encombrement réduit par rapport aux prismes.

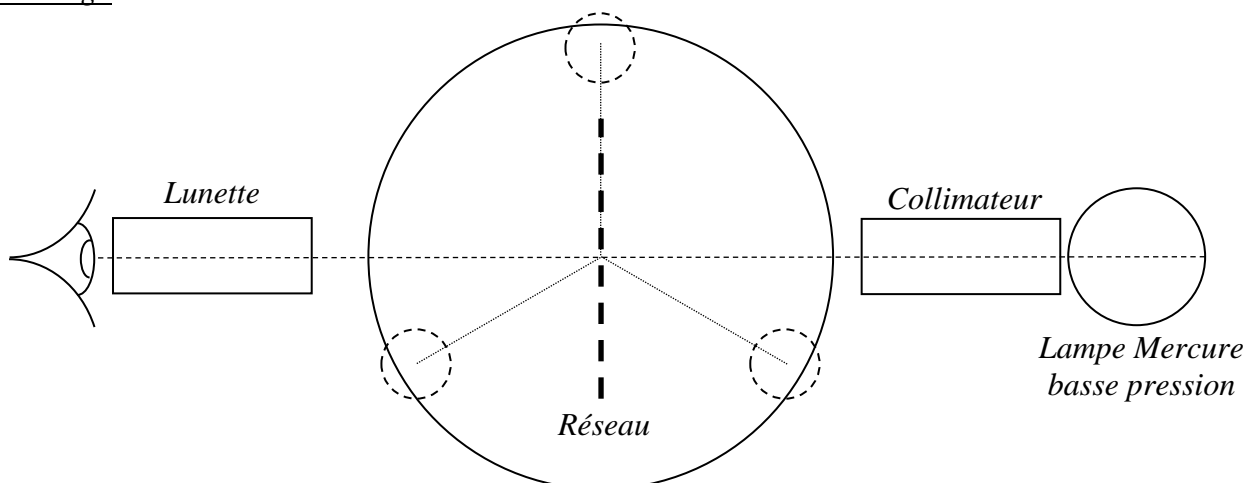
I.2 Spectrométrie avec un goniomètre à réseau

La détermination précise de longueurs d'ondes avec un réseau nécessite un repérage soigné des différentes raies. La mesure des distances de déviation par rapport à l'ordre zéro sur un écran n'est à ce titre pas optimum car on peut obtenir de bien meilleurs résultats avec un goniomètre (le SIMPO Bouty utilisé ici permet un pointage des angles à la demi-minute près). La principale difficulté consiste à régler correctement l'appareil. Pour ce faire, on peut se reporter à l'annexe qui détaille une procédure possible.

I.2.1 Mesures des longueurs d'une lampe spectrale

On peut utiliser l'une des deux méthodes indiquées dans l'annexe (celle du minimum de déviation ou de l'incidence normale). On présente ici la deuxième mais *on ne la conseille que s'il est possible d'ajuster l'incidence nulle précisément* (cf. méthode du § III.1 en annexe). Si on ne connaît pas le nombre de traits du réseau avec précision, il vaut mieux le mesurer au préalable avec une lampe prise comme étalon.

Montage :



Réseau : $n = 5750$ traits/cm réglé en incidence normale

On peut tenter de rendre l'expérience plus visuelle en fixant une webcam à la sortie de la lunette² mais les résultats ne sont pas forcément extraordinaires.

² On peut réaliser une bague d'adaptation si on a une imprimante 3 D.

On ajuste la largeur de la fente source du collimateur au plus fin tout en conservant une luminosité suffisante pour pouvoir observer les principales raies de la lampe. On pointe les raies de chaque côté puis on calcule les angles à partir de la différence des mesures. Voici à titre indicatif une série de résultat obtenus dans l'ordre 1 avec le réseau proposé :

Couleur	Violette faible	Violette	Bleu vert	Verte	Jaune 1	Jaune 2
Mesures à gauche M_g (°)	193,40	194,47	196,37	198,25	199,33	199,41
Mesures à droite M_d (°)	166,49	165,44	163,53	161,65	160,58	160,51
$\theta_1 = (M_g - M_d)/2$ (°)	13,454	14,515	16,419	18,302	19,375	19,450
$\lambda = \sin(\theta_1)/(k\lambda)$ (nm)	404,61	435,84	491,54	546,13	576,96	579,10
Valeurs attendues ³ (nm)	404,66	435,83	491,61	546,07	576,96	579,07

Un calcul d'incertitude tenant compte de la précision sur la mesure des angles et la valeur annoncée du nombre de traits du réseau montre qu'il ne faudrait garder qu'un chiffre après la virgule sur les longueurs d'ondes calculées mais on en a conservé un de plus pour mieux voir les très faibles différences avec les valeurs attendues. Ces résultats montrent qu'on peut avoir des mesures précises avec un goniomètre si on manipule bien (réglage correct de l'appareil notamment) et que l'utilisation d'un réseau dispense d'avoir à faire un étalonnage si son nombre de traits est bien défini.

I.2.2 Influence de l'ordre

On peut reprendre les mesures sur le doublet jaune du Mercure pour vérifier que la dispersion angulaire est plus forte dans l'ordre 2 :

Couleur	Jaune 1	Jaune 2
Mesures à gauche M_g (°)	221,53	221,72
Mesures à droite M_d (°)	138,40	138,21
$\theta_2 = (M_g - M_d)/2$ (°)	41,565	41,754

L'écart angulaire dans l'ordre 2 vaut $\Delta\theta_2 = 0,189^\circ$ à comparer à celui dans l'ordre 1 $\Delta\theta_1 = 0,075^\circ$. On a donc une dispersion angulaire 2,5 fois plus importante dans l'ordre 2. On peut vérifier que ce résultat est conforme à la valeur attendue compte tenu de l'expression de D_a :

$$D_a = \frac{kn}{\cos\theta} \rightarrow \frac{D_{a2}}{D_{a1}} = 2 \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \approx 2 \frac{\cos 19,4}{\cos 41,6} = 2,5$$

I.2.3 Pouvoir de résolution

Le pouvoir de résolution d'un spectroscopie est défini par la relation :

$$PR = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Il peut être limité par le pouvoir de résolution intrinsèque de l'élément dispersif, la largeur des fentes d'entrée et de sortie (et les problèmes de luminosité associés) ou par des problèmes d'aberrations dans le dispositif. La largeur éclairée du réseau impose son pouvoir de résolution théorique en fixant la

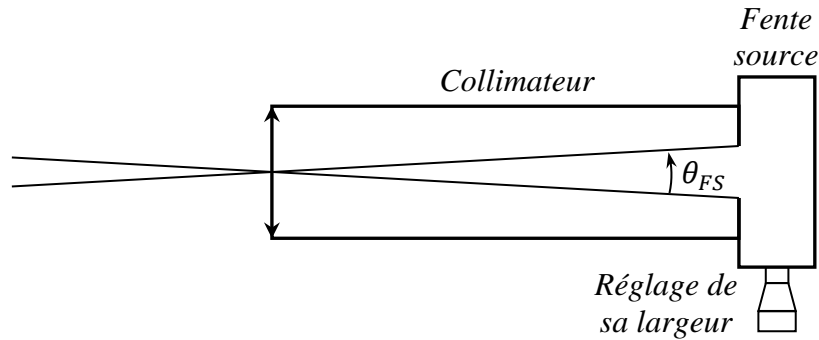
³ Données issues d'un Handbook.

finesse des pics de diffraction associés à chaque longueur d'onde. On peut montrer (cf. [2], p. 358 par exemple) qu'on a, avec N le nombre total de traits éclairés :

$$PR_{théorique} = kN$$

Le réseau est éclairé par une fente fine au foyer de la lentille du collimateur⁴. La largeur éclairée du réseau en son centre correspond \approx au diamètre de cette lentille, soit environ 2 cm. Avec le réseau utilisé ici, cela conduit à un pouvoir théorique minimum de 11 500 permettant normalement de séparer le doublet du sodium ($\lambda_{moy} = 589,3 \text{ nm}$ $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm} \rightarrow \lambda_{Na}/\Delta\lambda_{Na} = 980$).

Influence de la largeur de la fente source :



Elle est au foyer de la lentille du collimateur (qui a une focale de 160 mm sur les goniomètres SIMPO-Bouty) donc son diamètre angulaire vaut :

$$\theta_{FS} = \frac{L_{FS}}{f'_{col}}$$

L'écart angulaire entre deux longueurs d'ondes très proches peut s'obtenir à partir de l'expression de la dispersion angulaire du réseau :

$$D_a = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{kn}{\cos\theta} \rightarrow \Delta\theta = \frac{kn}{\cos\theta} \Delta\lambda$$

Le diamètre angulaire de la fente source doit être inférieur à l'écart angulaire pour pouvoir résoudre un écart en longueur d'onde donné. On est en limite de résolution lorsque $\theta_{FS} = \Delta\theta$, d'où :

$$L_{FS \text{ limite}} = \frac{knf'_{col}}{\cos\theta} \Delta\lambda$$

Manipulation :

On peut vérifier cette relation sur le doublet jaune du Mercure dans l'ordre 1 avec le réseau proposé. Les mesures précédentes montrent qu'on a $\theta_{moy} \approx 19,4^\circ$ pour un écart en longueur d'onde $\Delta\lambda = 2,1 \text{ nm}$, d'où :

$$L_{FS \text{ limite}} = \frac{1 \times 575.10^3 \times 0,16}{\cos(19,4)} 2,1.10^{-9} \rightarrow L_{FS \text{ limite}} = 0,205 \text{ mm}$$

Pour comparer ce résultat à la valeur expérimentale, on commence par positionner la lunette sur l'ordre zéro de la fente source. On ferme la fente puis on recherche sa limite d'ouverture pour détecter un éventuel offset sur le barillet de lecture de son ouverture. Sur le goniomètre utilisé, la fente source

⁴ On rappelle qu'il est réglé à l'infini.

a commencé à s'ouvrir pour une petite graduation (chaque division correspond à 1/100 de mm). On pointe ensuite le doublet Jaune du mercure dans l'ordre 1 et on ouvre la FS jusqu'à ce que les images des deux longueurs d'onde se touchent (limite de résolution). Cela s'est produit dans notre expérience pour 22 graduations sur le tambour, d'où :

$$L_{FS \text{ limite}} = 0,22 - 0,01 = 0,21 \text{ mm}$$

Ce résultat est conforme à la valeur attendue. Il faut noter que cela correspond à une image de la fente source dans la lunette particulièrement large donc la taille de FS n'est pas vraiment discriminante pour résoudre le doublet jaune du Mercure avec le réseau utilisé. On peut chercher la limite pour le doublet du sodium en calculant au préalable θ avec la formule du réseau en incidence normale :

	Ordre 1	Ordre 2
$\theta_{\text{attendu}} = \arcsin(kn\lambda)$	19,806	42,663
$L_{FS \text{ limite}} \text{ (mm)}$	0,06	0,12

Ces valeurs sont plus contraignantes, spécialement dans l'ordre 1. On peut cependant y parvenir en refermant suffisamment la fente source et tenter des mesures dans les deux ordres (elles sont particulièrement délicates vu la finesse des raies et leur faible luminosité) :

	Ordre 1		Ordre 2	
	Orange 1	Orange 2	Orange 1	Orange 2
Mesures à gauche M_g (°)	199,750	199,775	222,600	222,658
Mesures à droite M_d (°)	160,158	160,133	137,308	137,250
$\theta = (M_g - M_d)/2$ (°)	19,796	19,821	42,646	42,704
$\lambda = \sin(\theta)/(k\lambda)$ (nm)	588,95	589,66	589,06	589,71

On obtient des longueurs proches des valeurs attendues (589 et 589,6 nm). L'écart du doublet du sodium calculé avec les résultats des ordres 1 et 2 donne $\Delta\lambda_1 = 0,71 \text{ nm}$ et $\Delta\lambda_2 = 0,65 \text{ nm}$ pour 0,6 nm attendu. On a donc 20 % d'écart pour $k = 1$ et 9 % pour $k = 2$ alors qu'on était à moins de 2 % pour le doublet jaune du Mercure dans l'ordre 1. On atteint donc une limite dans la précision des mesures sur le doublet du sodium.

Remarque :

Les résultats présentés ici ont été obtenus avec un réseau de qualité et un goniomètre très bien réglé. On peut évidemment avoir des résultats moins bons dans le cas contraire.

I.3 Utilisation d'un spectromètre USB

On utilise un appareil Spectrovisio II ayant les caractéristiques suivantes :

- Montage type Czerny Turner
- Fente d'entrée 40 μm
- Réseau : 600 traits/mm blasé à 500 nm
- Gamme spectrale : 350 – 900 nm
- Barrette CCD de détection 3600 pixels ; 1 pixel tous les 0,15 nm⁵
- Résolution : 1 nm

⁵ Cette valeur correspond à l'intervalle spectral divisé par 3600 pixels.

Il est très simple d'emploi (il suffit de la connecter à un PC pour que son programme se lance). On commence par une expérience de spectrométrie avec un lampe à vapeur d'hydrogène comme source.

I.3.1 Mesure de la constante de Rydberg

Si un atome est excité (dans un tube à décharge par exemple), il passe à un niveau d'énergie supérieure E_f . La désexcitation, ou retour à un niveau d'énergie inférieure E_i , se fait avec émission de rayonnement dont la fréquence est telle que :

$$h\nu_{f \rightarrow i} = \Delta E = E_f - E_i$$

Pour l'atome d'hydrogène, l'énergie d'un niveau de nombre quantique principal n est donné par la relation :

$$E_n = -\frac{hc\mathcal{R}_H}{n^2}$$

Son spectre lumineux est donc composé de longueurs d'onde dont les valeurs sont données par la relation suivante (formule de Rydberg) :

$$\frac{1}{\lambda_{f \rightarrow i}} = \mathcal{R}_H \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right)$$

Celles présentes dans le visible correspondent à une redescente au niveau $n = 2$, d'où, pour cette série dite de Balmer :

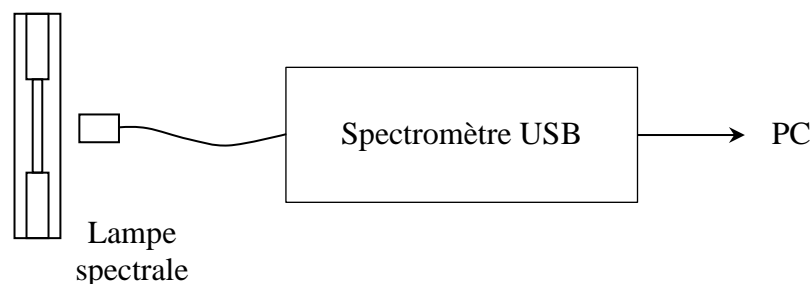
$$\boxed{\frac{1}{\lambda_{f \rightarrow 2}} = \mathcal{R}_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_f^2} \right)}$$

Seules les trois premières raies de la série sont présentes dans le visible. Elles ont les caractéristiques suivantes :

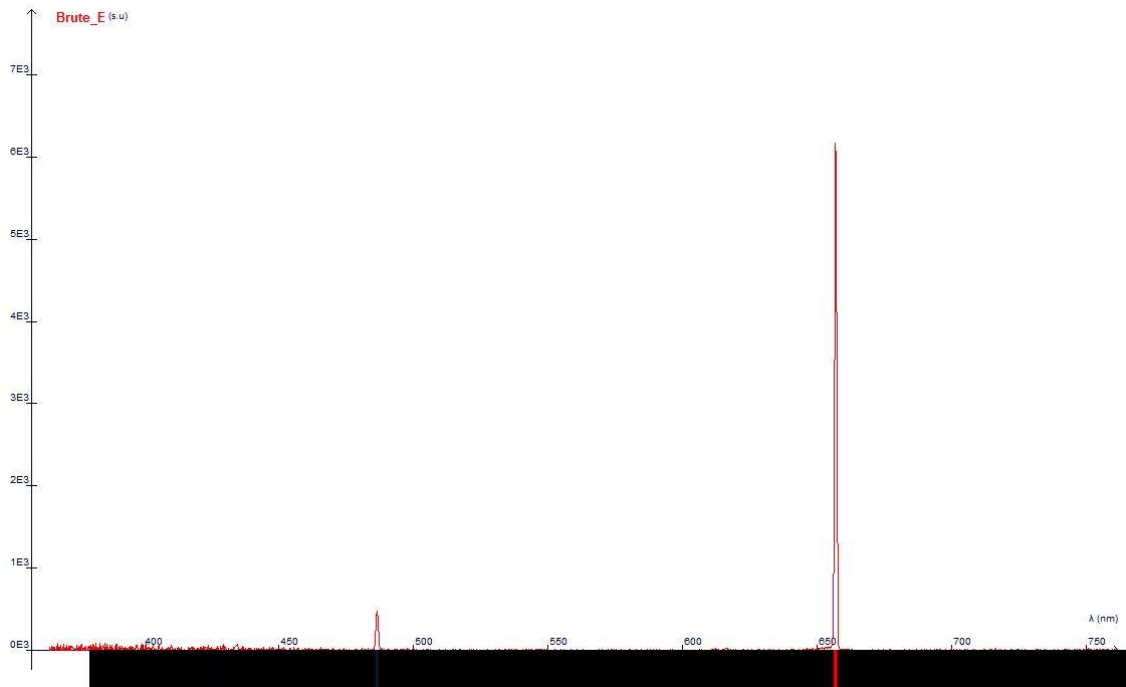
n_f	3	4	5
Couleur	Rouge	Vert/Bleu	Bleu/Violet
Longueur d'onde (nm)	656,3	486,1	434,0

On peut utiliser le spectromètre USB pour étudier ces raies et en déduire la constante de Rydberg.

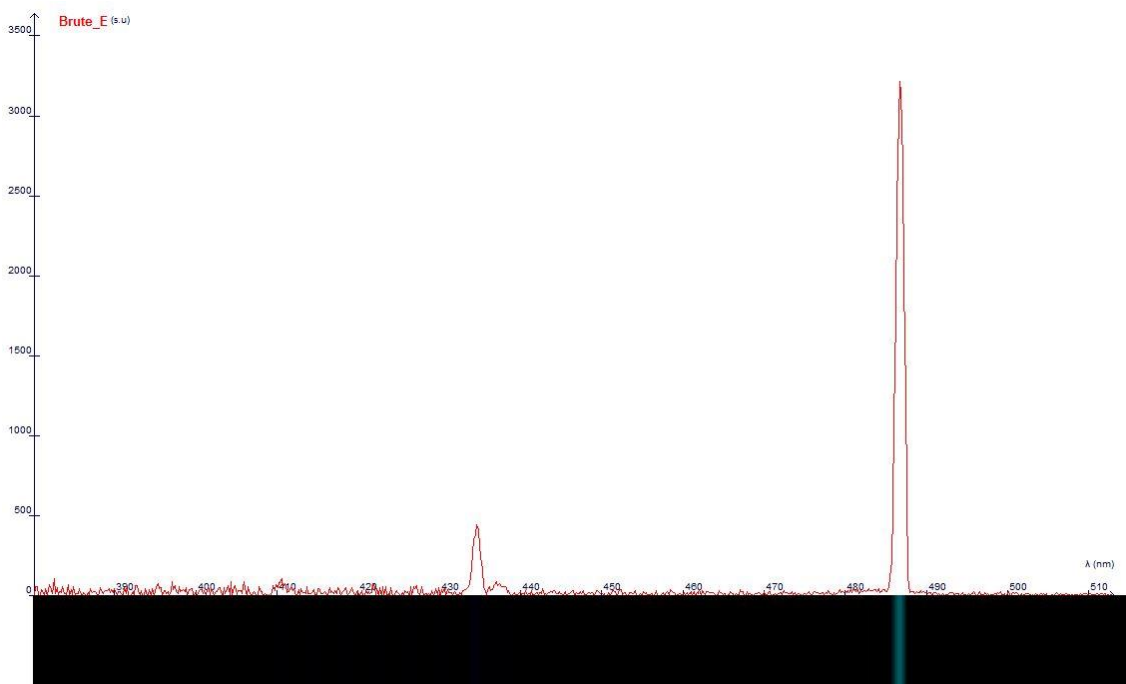
Manipulation :



On utilise une lampe Leybold référence 45113. Elle contient de la vapeur d'eau qui est dissociée par les décharges électriques provoquée dans l'ampoule. La manipulation ne pose pas de problèmes particuliers. On utilise la fibre optique fournie avec le spectromètre pour collecter la lumière et on obtient les spectres suivants dans le visible en ajustant le temps d'intégration :



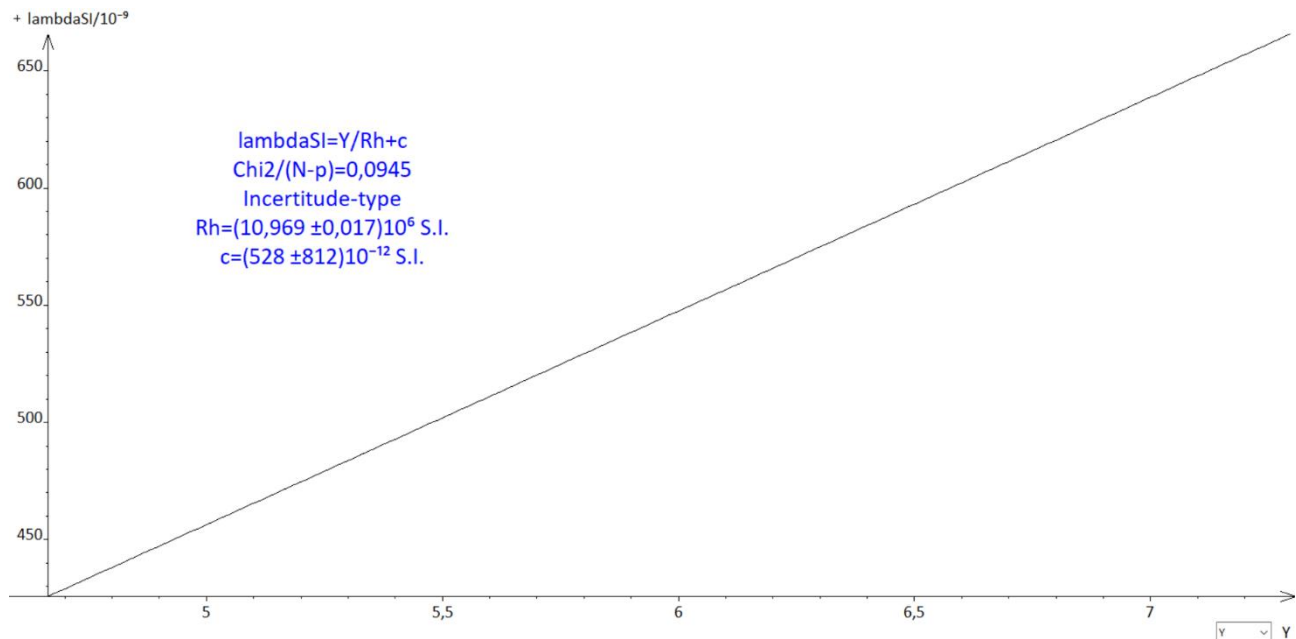
On observe une raie forte vers 650 nm, une plus faible vers 480 nm et il faut augmenter le temps d'intégration pour pouvoir observer la raie vers 430 nm :



On mesure les longueurs d'ondes en zoomant sur chaque raie et on détermine à chaque fois leur largeur à mi-hauteur pour obtenir un encadrement ($\Delta\lambda$ correspond à la moitié de l'encadrement) :

n_f	3	4	5
$\lambda_{mesurée} (nm)$	656,9	486,8	434,6
$\Delta\lambda (nm)$	0,5	0,5	0,5

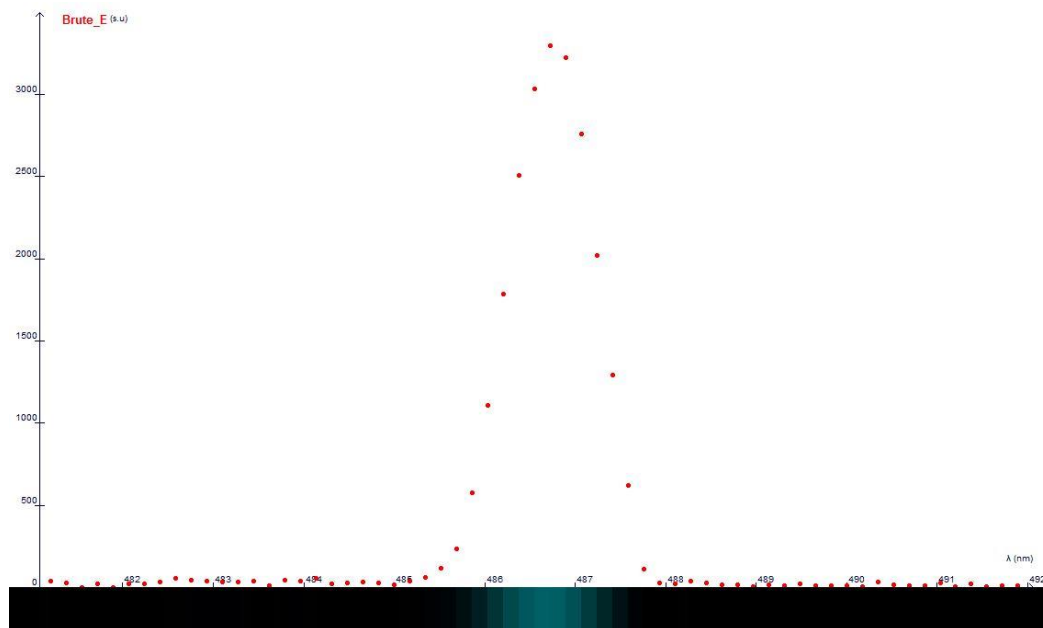
On peut remarquer que les longueurs d'ondes obtenues sont systématiquement légèrement supérieures d'environ 0,5 nm par rapport aux valeurs attendues⁶. On peut en tenir compte en effectuant une modélisation affine sur les valeurs de λ avec $Y = 1/(1/4 - 1/n^2)$ comme variable :



On obtient une droite conforme à la formule de Rydberg avec, comme prévu, une constante c de l'ordre de 0,5 nm. On obtient $\mathcal{R}_H = (10\,969 \pm 17) \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$ en accord avec la valeur attendue $\mathcal{R}_H = 10\,974 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$.

I.3.2 Résolution de l'appareil

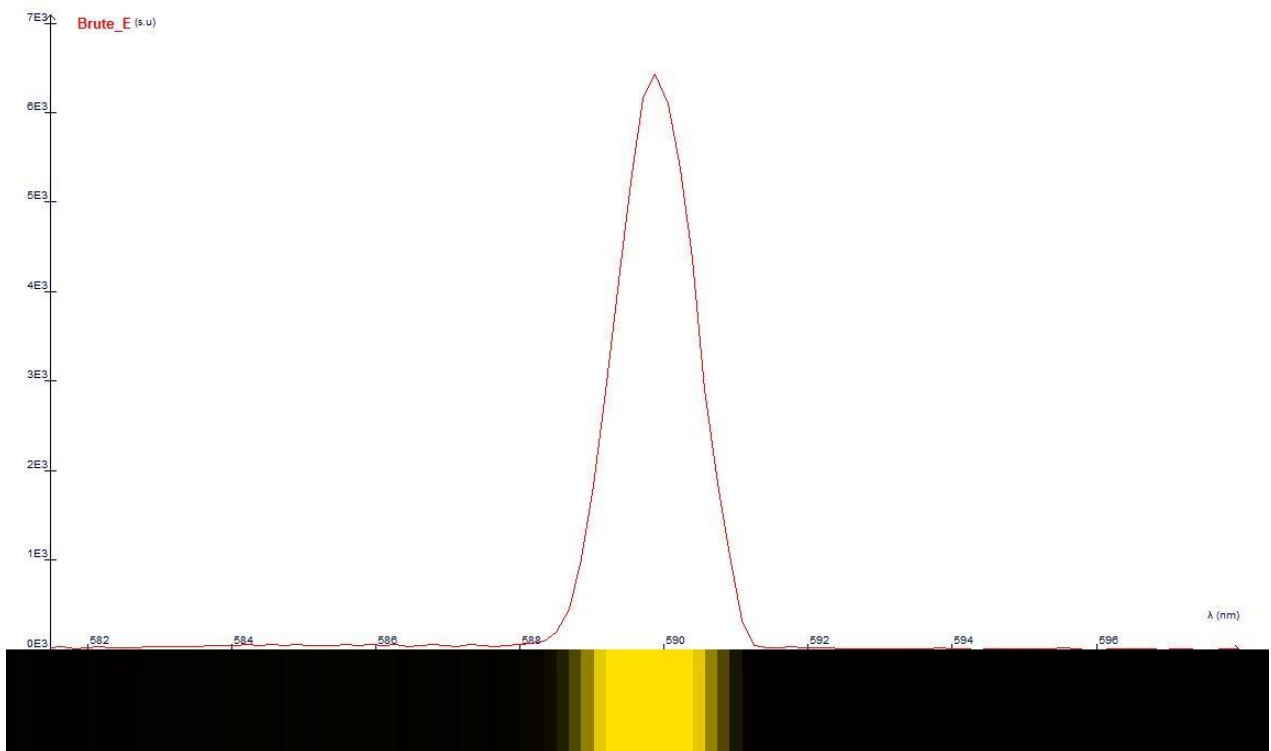
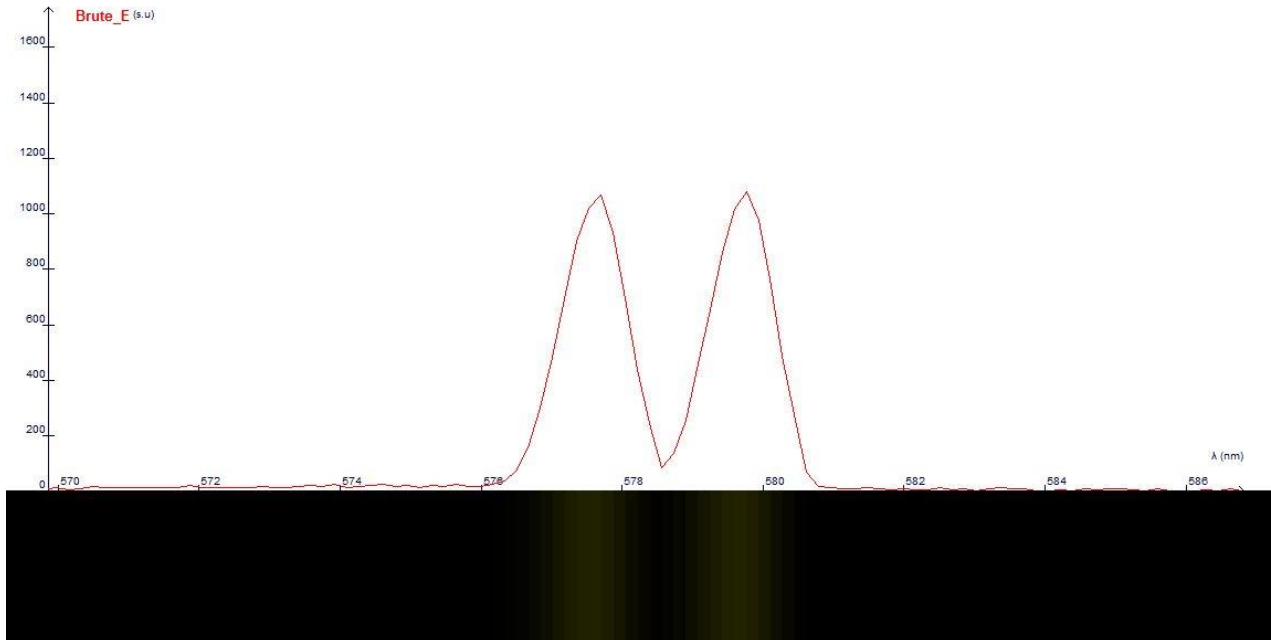
On peut observer les mesures prises par l'appareil en désactivant les liaisons entre les points⁷ :



⁶ Des mesures sur d'autres raies avec d'autres lampes ont confirmé ce décalage.

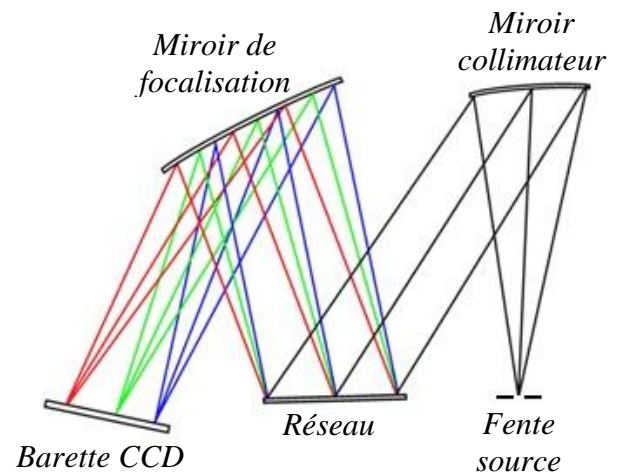
⁷ Il faut cliquer sur la flèche située à côté de l'affichage nommé « Brut » situé en haut à gauche de la courbe pour ouvrir le menu adapté.

Une mesure entre plusieurs points montre qu'il y en a un tous les 0,17 nm. Il y a un léger écart avec ce qu'annonce le constructeur (0,15 nm) mais un coup d'œil dans le tableau des valeurs explique ce résultat puisqu'il y a seulement 3096 mesures sur un domaine compris entre 365 et 895 nm. Cette résolution due aux pixels du capteur ne limite cependant pas celle de l'appareil puisqu'on obtient des largeurs à mi-hauteur de l'ordre de 1 nm sur les raies (résultat en accord avec la donnée du fabricant). Cela suffit pour résoudre le doublet du Mercure mais c'est trop faible pour résoudre celui du Sodium :

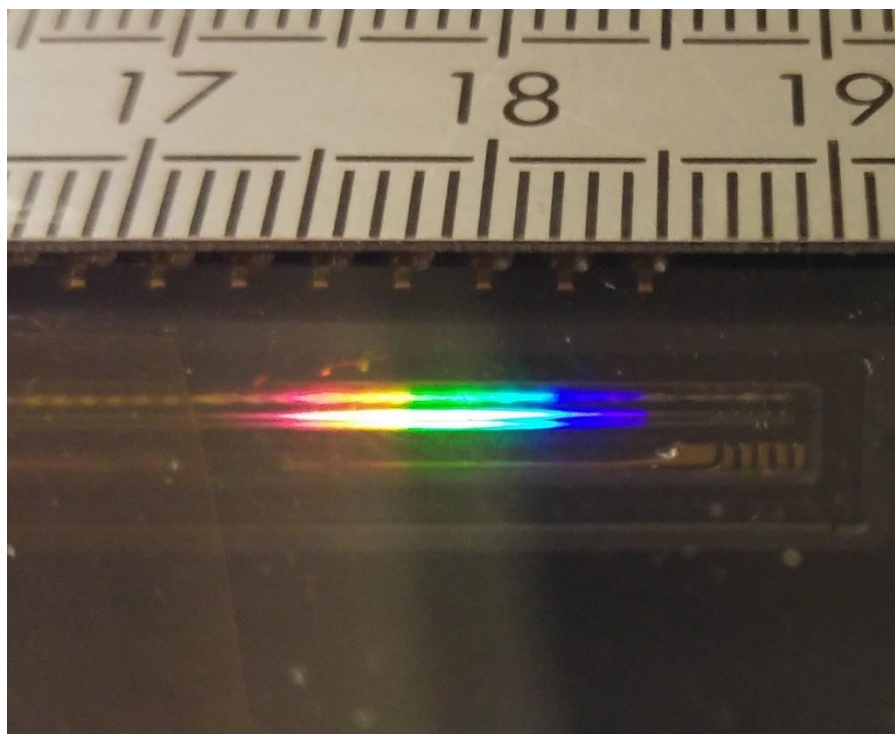


Cette largeur n'est pas due aux raies car une lampe spectrale basse pression donne des raies beaucoup plus fines (cf. l'étude précédente du doublet du Sodium avec le goniomètre ou le § suivant sur la spectroscopie interférométrique). Le pouvoir de résolution théorique du réseau n'est pas en cause non

plus vu son nombre de traits donc un autre facteur limite le pouvoir de résolution de l'appareil. On peut logiquement penser songer à la fente source et une observation du capteur sur lequel se projette les spectres va dans ce sens. Le spectromètre Spectrovio peut s'ouvrir, ce qui permet de voir l'ensemble des éléments le constituant :



On reconnaît la structure Czerny Turner avec un premier miroir concave en haut à droite servant de collimateur pour éclairer le réseau avec la fente source située en bas à droite et un deuxième miroir concave destiné à focaliser l'image de la fente source sur le capteur CCD. On peut envoyer un faisceau de lumière blanche à l'aide d'une lampe quartz-iode et observer son spectre sur la barrette de détection :



On s'aperçoit que la partie visible (≈ 400 nm d'étendue) s'étale sur environ 1,3 cm donc la gamme spectrale de l'appareil (530 nm) occupe $\approx 1,7$ cm et 1 nm correspond à ≈ 30 μ m sur la barrette. Cette valeur d'un nanomètre correspond à la largeur à mi-hauteur mesurée sur les raies des spectres donc

on peut en déduire que l'image de la fente source sur le capteur a une largeur d'environ 30 microns. Cet ordre de grandeur est proche de la taille réelle de la fente source (40 μm), ce qui semble logique puisque le diamètre angulaire de la fente source doit être proche de celui de son image compte tenu de la configuration de l'appareil. L'estimation proposée ici est bien entendu grossière. L'idéal serait de pouvoir modifier la largeur de la fente source pour confirmer son influence sur la résolution mais ce n'est pas possible avec le spectromètre d'étude.

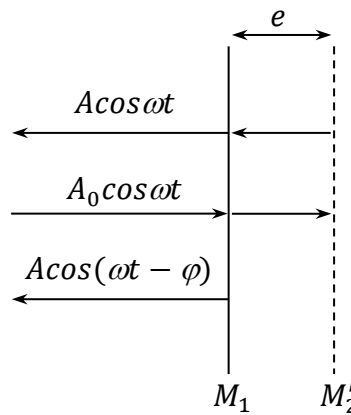
II SPECTROSCOPIE INTERFERENTIELLE

Consulter la référence [1], p. 229 et suivantes pour une introduction à ce type d'interférométrie et les manipulations proposées. On utilise ici un interféromètre de Michelson réglé en anneaux d'égale inclinaison (miroirs objet M_1 et image M'_2 parfaitement parallèles) avec une observation en sortie dans le plan focal image d'une lentille pour qu'elle soit insensible à la cohérence spatiale.

II.1 Principe de la spectroscopie par transformée de Fourier

II.1.1 Cas d'une source monochromatique

On considère un rayonnement monochromatique de nombre d'onde $\sigma_0 = 1/\lambda_0$ et on s'intéresse au phénomène d'interférence au centre des anneaux ($i = 0$) entre l'onde réfléchie par le miroir M_1 et celle réfléchie par M_2 (ou son équivalent image M'_2 via la séparatrice du côté de M_1) :



On a, à la sortie de l'interféromètre :

$$A_{\text{totale}} = A[e^{i\omega t} + e^{i(\omega t - \varphi)}] \quad \text{avec} \quad \boxed{\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}} \quad \text{et} \quad \boxed{\delta = 2e}$$

D'où l'intensité :

$$I_{\text{totale}} = \langle A_{\text{totale}} \times A_{\text{totale}}^* \rangle = A^2 \langle [e^{i\omega t} + e^{i(\omega t - \varphi)}][e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t - \varphi)}] \rangle$$

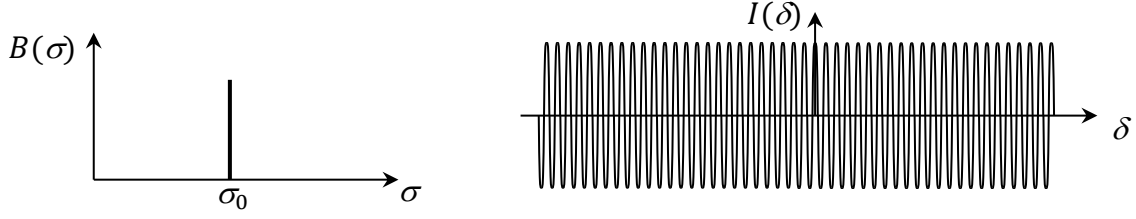
$$I_{\text{totale}} = 2A^2 \left\langle 1 + \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2} \right\rangle$$

Soit, en prenant la partie réelle :

$$I_{\text{totale}} = 2A^2(1 + \cos\varphi) = 2A^2 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right) = 2A^2(1 + \cos 2\pi\delta\sigma_0)$$

Si on fait varier la différence de marche δ en déplaçant un des miroirs, on observe par rapport à un

éclairage moyen la variation d'intensité $I(\delta)$ suivante :



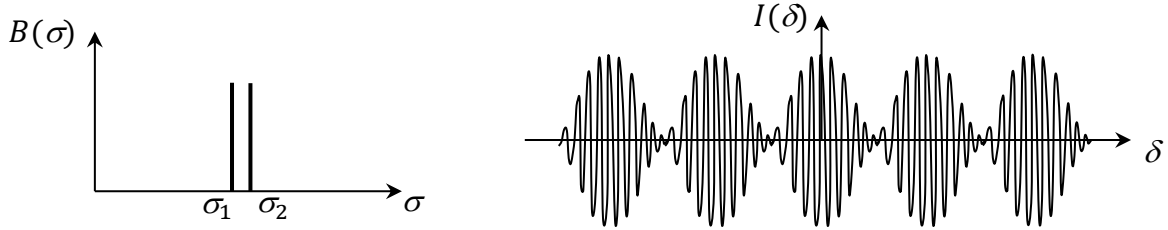
II.1.2 Cas d'un doublet

On suppose une source émettant deux raies monochromatiques très proches de même intensité et de nombres d'onde σ_1 et σ_2 . Ces radiations étant incohérentes temporellement, leur intensité s'ajoute. On a donc $I = I_{\sigma_1} + I_{\sigma_2}$ avec des expressions similaires à celle du § précédent pour I_{σ_1} et I_{σ_2} :

$$I_{totale} = 2A^2(2 + \cos 2\pi\delta\sigma_1 + \cos 2\pi\delta\sigma_2) = 2A^2\{2 + 2\cos[\pi(\sigma_1 - \sigma_2)\delta]\cos[\pi(\sigma_1 + \sigma_2)\delta]\}$$

$$I_{totale} = 4A^2 \left\{ 1 + \cos[\pi(\sigma_1 - \sigma_2)\delta] \cos \left[2\pi \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \delta \right] \right\}$$

Si on fait varier la différence de marche δ en déplaçant un des miroirs, la partie variable de l'intensité est une oscillation de nombre d'onde $\sigma_{moy} = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ modulée par l'oscillation basse fréquence $\cos[\pi(\sigma_1 - \sigma_2)\delta]$. On a donc une succession régulière de brouillages des anneaux pour $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$



Avec une périodicité telle que :

$$\cos[\pi(\sigma_1 - \sigma_2)\delta] = 0 \rightarrow \pi(\sigma_1 - \sigma_2)\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi \rightarrow \delta = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

D'où :

$$\Delta\delta = \delta_{k+1} - \delta_k = \frac{1}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \rightarrow \boxed{\Delta\delta = 2\Delta e \approx \frac{\lambda_{moy}^2}{\Delta\lambda}}$$

II.1.3 Cas d'une raie large

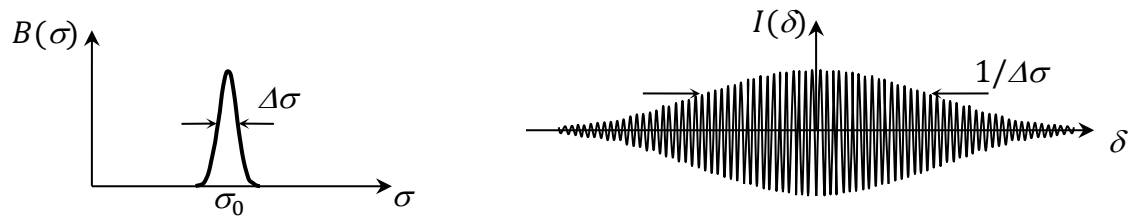
Si la source émet de la lumière dans un intervalle spectral s'étendant de σ_1 à σ_2 avec la répartition spectrale $B(\sigma)$, l'intensité vaut alors :

$$I(\delta) = \int B(\sigma)[1 + \cos 2\pi\delta\sigma]d\sigma$$

Soit :

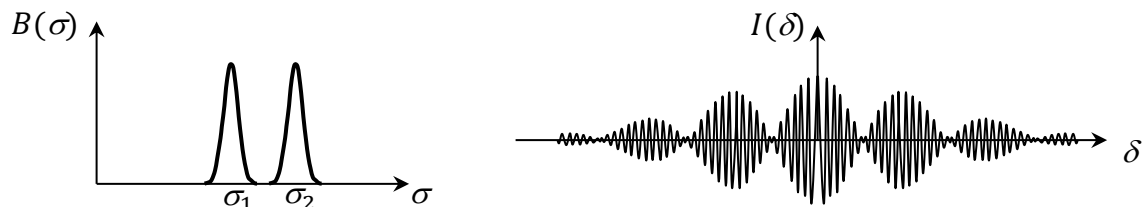
$$I(\delta) = I_{moyen} + \Delta I(\sigma) \quad \text{avec} \quad \Delta I(\sigma) = \int B(\sigma)\cos 2\pi\delta\sigma d\sigma$$

On retrouve la propriété générale des interférences à deux ondes : la variation d'intensité $\Delta I(\sigma)$ autour de la valeur moyenne est donnée par la transformée de Fourier de la répartition spectrale $B(\sigma)$. Si on considère le cas d'une raie à $\sigma_0 = 1/\lambda_0$ avec un profil de largeur à mi-hauteur $\Delta\sigma$, la transformée de Fourier est une sinusoïde de période $\delta_0 = 1/\sigma_0 = \lambda_0$ modulée par une enveloppe de largeur à mi-hauteur de l'ordre de $\Delta\delta = 1/\Delta\sigma$:



II.1.4 Cas de deux raies larges, proches, de même largeur et de même intensité

On observe une combinaison des deux résultats précédents :

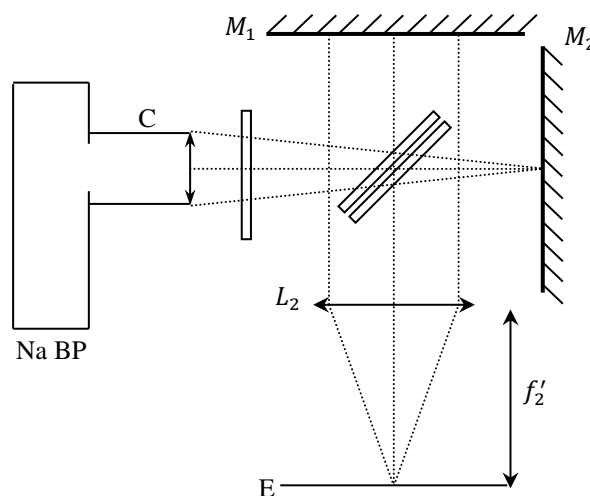


C'est typiquement⁸ le genre d'interférogramme qu'on obtient avec le doublet du mercure ou du sodium.

II.2 Mesure du doublet du sodium

On a vu que cette source est principalement constituée dans le visible d'un doublet à $\lambda_{moy} = 589,3 \text{ nm}$ et séparé de $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$. Des données plus précises trouvées dans un Handbook annoncent $\Delta\lambda_{Na} = 0,597 \text{ nm}$.

Manipulation :



C : condenseur 6 cm

⁸ Il peut être légèrement différent si les raies non pas la même largeur ou la même intensité (cf. [1], p. 235).

L_2 : lentille de grande ouverture et de grande focale (50 cm – 1 m)

Michelson réglé en anneaux

Si on chariote un Michelson réglé en anneaux d'égale inclinaison avec cette source, on doit voir autour du contact optique une succession de brouillage des anneaux avec une périodicité donnée par la relation :

$$\Delta\delta = 2\Delta e \approx \frac{\lambda_{\text{moy}}^2}{\Delta\lambda}$$

Le phénomène étant périodique, on a intérêt à repérer plusieurs anti coïncidences pour améliorer la précision de la mesure. On peut en général voir trois ou 4 anti coïncidences de part et d'autre du contact optique avant que la chute de contraste due à la largeur des raies nuise à la visibilité des anneaux. Les résultats suivants ont été obtenus avec un Michelson équipé d'un vernier électronique. La mesure de l'écart entre 8 anti coïncidences autour du contact optique nous a donné le résultat suivant :

$$L = 2,328 \text{ mm} \rightarrow \Delta e = \frac{L}{8} = 0,291 \text{ mm} \quad \text{entre 2 anti coïncidences}$$

$$\text{Et } \Delta\lambda = \frac{\lambda_{\text{moy}}^2}{2\Delta e} = \frac{(589,3 \cdot 10^{-9})^2}{2 \times 0,291 \cdot 10^{-3}} \rightarrow \Delta\lambda = 0,597 \text{ nm}$$

Calcul d'incertitude :

On a évalué l'encadrement du repérage visuel de la première et la dernière anti coïncidence à $\pm 0,032 \text{ mm}$, d'où :

$$L = x_2 - x_1 \rightarrow \Delta L = 2\Delta x = 0,06 \text{ mm}$$

$$\Delta e = \frac{L}{8} \rightarrow \frac{\Delta(\Delta e)}{\Delta e} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0,06}{2,328} = 2,7 \%$$

Cette incertitude est plus forte que celle sur la longueur d'onde moyenne donc on néglige cette dernière d'où :

$$\frac{\Delta(\Delta\lambda)}{\Delta\lambda} = \frac{\Delta(\Delta e)}{\Delta e} \rightarrow \Delta(\Delta\lambda) = 0,027\Delta\lambda = 0,027 \times 0,597 \approx 0,02 \text{ nm}$$

Soit, au final :

$$\Delta\lambda = 0,60 \pm 0,02 \text{ nm}$$

On retrouve bien la valeur annoncée et avec une bien meilleure précision que lors de la mesure au goniomètre. On voit ainsi tout l'intérêt des spectroscopes interférentiels concernant l'étude des détails fins d'un spectre car c'est le domaine où les spectroscopes à fente trouvent leur limite (plus les détails sont fins, plus il devient difficile de les séparer). Il n'y a pas ce problème avec les interféromètres car le besoin de chariotage est en inverse de l'écart de longueur d'onde à mesurer. Il faut cependant noter que le gain de résolution obtenu en augmentant la différence de marche se fait au détriment de l'intervalle spectral libre⁹

II.3 Evaluation d'une largeur de raie

On reprend le montage précédent mais avec une lampe à vapeur de mercure cette fois ci. On isole sa raie verte à 546 nm à l'aide d'un filtre

⁹ Domaine de longueur d'onde sur lequel un spectre optique peut être analysé sans ambiguïté.

interférentiel (*attention, ce type de filtre est très sensible à la chaleur donc ne pas le mettre trop près de la lampe ni sur un point de convergence du faisceau et placer sa face miroitée du côté de la source*). On chariote de part et d'autre jusqu'à voir une baisse notable du contraste. Cette décroissance étant monotone pour une raie, le contraste doit être significatif dans un intervalle symétrique $[-\delta; +\delta]$ qui définit la longueur de cohérence de la source. Le critère visuel n'étant pas précis et le résultat dépendant du profil spectral de la raie, seul l'ordre de grandeur à un sens.

Estimation de $\Delta\lambda$:

Le repérage étant grossier, on garde comme critère de calcul la relation $\Delta\delta = 1/\Delta\sigma$. Avec une Mercure moyenne pression, on observe une décroissance notable du contraste pour un chariotage autour du contact optique $L \approx 0,4 \text{ mm}$ d'où :

$$\Delta\delta = 2L \approx \frac{1}{\Delta\sigma} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \rightarrow \boxed{\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{2L}}$$

$$AN : \Delta\lambda \approx \frac{(546.10^{-9})^2}{2 \times 0,4.10^{-3}} \rightarrow \boxed{\Delta\lambda = 0,37 \text{ nm}}$$

Avec une mercure basse pression on a obtenu $L \approx 4 \text{ mm}$, d'où $\Delta\lambda \approx 0,04 \text{ nm}$.

Ces valeurs sont données à titre indicatif ; elles dépendent entre autres du temps depuis lequel la lampe a été allumée.

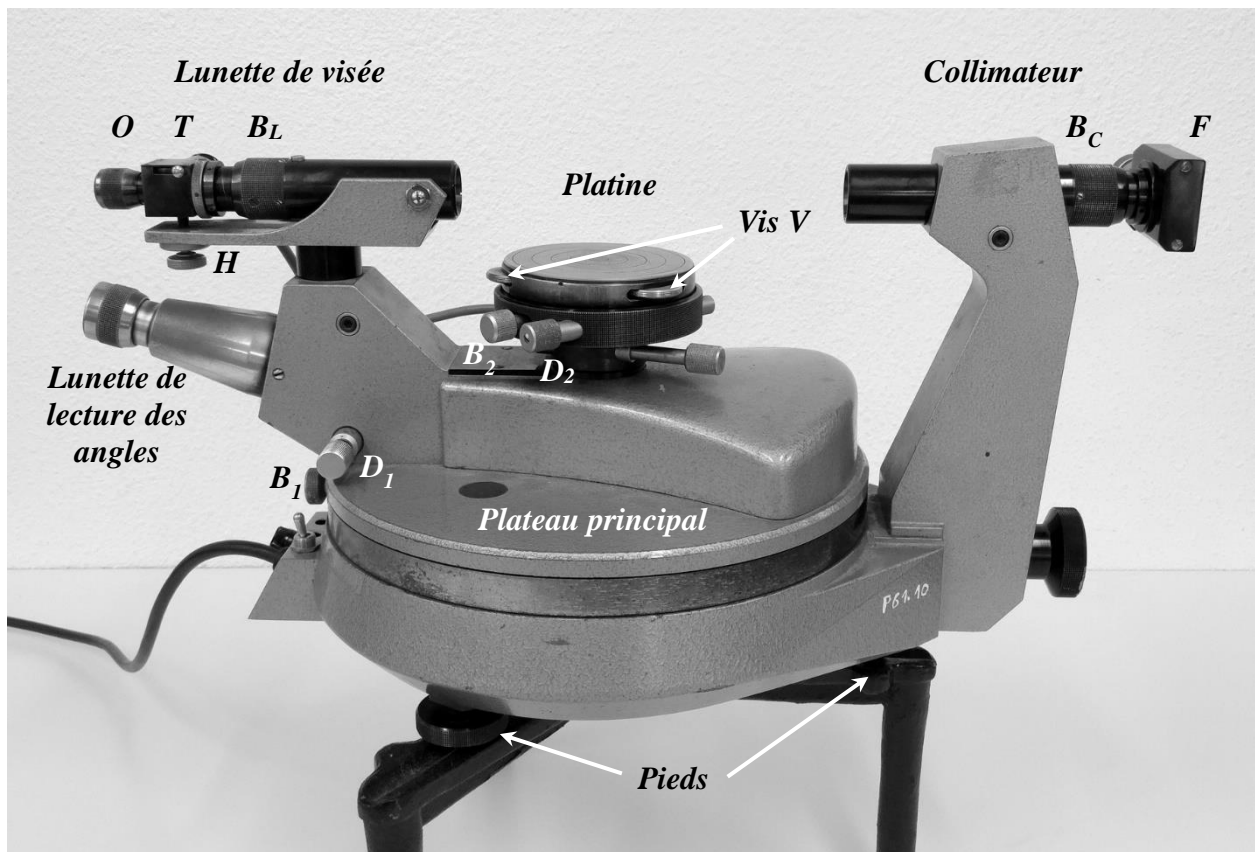
Bibliographie :

- [1] : Sextant : Optique expérimentale
- [2] : Pérez : Optique, fondements et applications 7^{ème} édition

ANNEXE : REGLAGE DU GONIOMETRE

I DESCRIPTION DE L'APPAREIL

Le goniomètre est un instrument permettant une mesure précise d'angles (à la minute près, si on manipule bien). Le modèle sur la photo correspond à un instrument de la société SIMPO-Bouty :

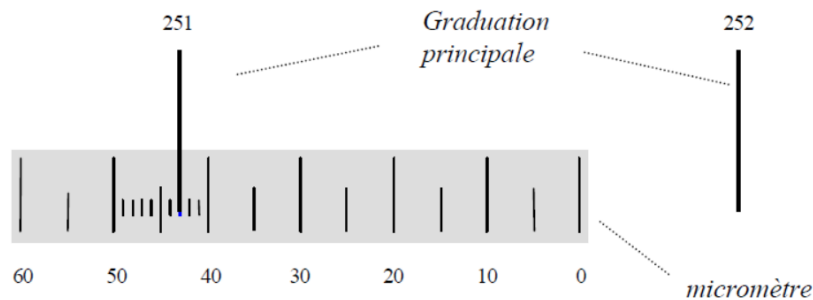


Il est composé :

- d'un plateau principal pouvant tourner autour d'un axe Δ_0 . On peut bloquer sa rotation avec la vis B_1 . La molette D_1 permet ensuite d'ajuster finement sa position.
- d'un collimateur destiné à fournir un faisceau éclairant l'élément dispersif à partir de la source lumineuse étudiée. Une fente F laisse passer la lumière. La bague B_C permet de régler l'objectif pour avoir des rayons parallèles en sortie. L'axe optique Δ_C du collimateur est, par construction, orthogonal à l'axe de rotation Δ_0 du plateau principal et n'est pas modifiable.
- d'une platine tournante autour d'un axe Δ_p sur laquelle on pose l'élément dispersif (prisme ou réseau). Trois vis V_1, V_2, V_3 permettent d'ajuster l'horizontalité de la platine. La vis B_2 permet de bloquer sa rotation, la molette D_2 permet ensuite d'ajuster finement sa position.
- d'une lunette de visée solidaire du plateau principal. Elle est constituée d'un oculaire O , d'un réticule (deux fils fins perpendiculaires) et d'un objectif. Une bague B_L permet d'ajuster la position de l'objectif pour que l'image de la fente F , située à l'infini, se forme dans le plan du réticule. Une tirette T permet d'intercaler une lame semi réfléchissante inclinée à 45° par

rapport à l'axe optique Δ_L de la lunette pour faciliter ce réglage. La vis H sert à ajuster l'horizontalité de la lunette.

- d'une lunette de lecture des angles pour repérer la position des raies visées. Elle permet d'observer une graduation circulaire devant laquelle se déplace un micromètre solidaire de la lunette. La position de la lunette de visée est donnée, pour les degrés, par le chiffre de la graduation principale se trouvant dans la plage du micromètre et, pour les minutes d'arc, par la division du micromètre coïncidant avec cette même graduation.



La graduation principale 251 coïncide avec la graduation 43 du micromètre d'où $\theta = 251^\circ 43'$

II REGLAGE DU GONIOMETRE

La suite indique comment régler les différents éléments du goniomètre avec un réseau comme élément dispersif.

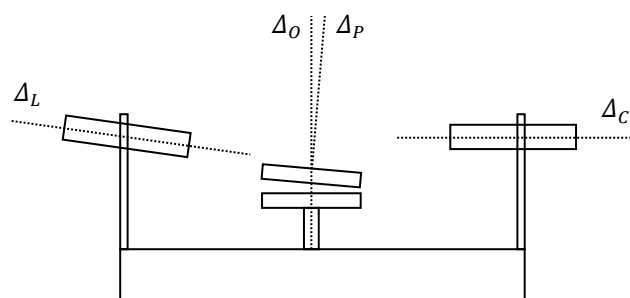
II.1 Horizontalité du plateau principal

Ce réglage n'est pas une nécessité absolue pour faire de la spectrométrie mais il est rapide à faire et permet d'associer certains axes de l'appareil à l'horizontale et la verticale ce qui allège les discussions par la suite.

Le goniomètre à 3 pieds. L'un d'eux n'est pas modifiable, les deux autres ont une molette permettant d'ajuster leur hauteur. On place un niveau à bulle entre le pied fixe et un des pieds réglables puis on règle le niveau sur cet axe à l'aide de la molette. On répète cette procédure avec le deuxième pied réglable. Le plateau est alors quasiment horizontal (on peut vérifier que la bulle du niveau reste centrée lorsqu'on tourne le plateau) et sera considéré comme tel même si le réglage n'est pas parfait. Avec cette hypothèse, l'axe de rotation Δ_O du plateau principal est vertical et l'axe optique Δ_C du collimateur est horizontal.

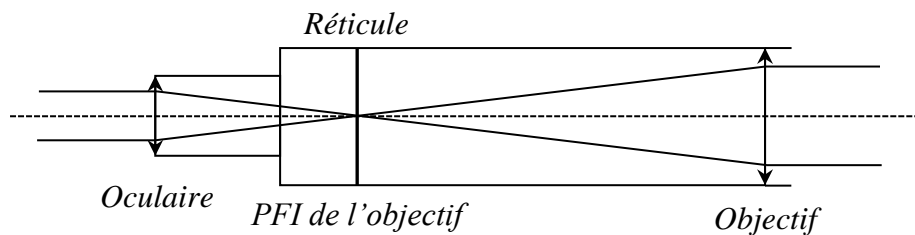
Remarque :

Δ_C est, par construction, orthogonal à Δ_O . Par contre, l'axe optique Δ_L de la lunette de visée n'est pas forcément orthogonal à Δ_O (donc parallèle à Δ_C) et l'axe Δ_P de la platine n'est pas forcément aligné avec Δ_O :



II.2 Lunette de visée

Elle est correctement réglée si on peut viser des objets situés à l'infini. Le réticule doit donc être dans le plan focal image (PFI) de l'objectif et l'oculaire doit conjuguer le réticule avec le plan dans lequel se situe le punctum remotum de l'observateur pour une observation sans fatigue visuelle.



Lunette correctement réglée pour un emmétrope (le foyer objet de l'oculaire est alors confondu avec le foyer image de l'objectif et la lunette est afocale)

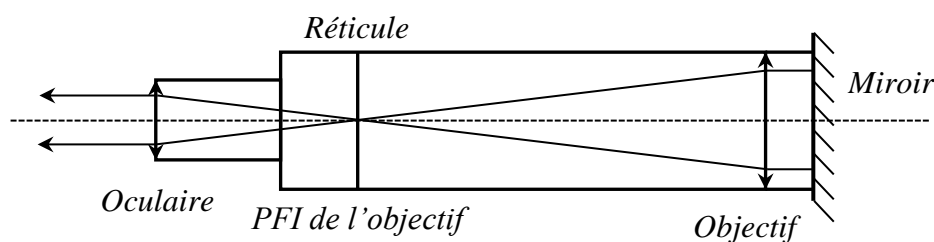
II.2.1 Réglage de l'oculaire

On joue sur le tirage de l'oculaire O jusqu'à voir nettement le réticule sans faire d'effort. L'oculaire conjugue alors le réticule avec le punctum remotum de l'observateur.

II.2.2 Réglage de l'objectif

Pour viser des objets à l'infini, le plan focal image de l'objectif doit être dans celui du réticule. Ce réglage s'effectue par auto collimation :

- on plaque un miroir contre la face d'entrée de la lunette.
- on bascule la tirette T vers l'avant pour intercaler la lame semi transparente entre l'oculaire et le réticule. Une lampe éclaire alors le réticule qui sert d'objet pour l'objectif.
- l'objectif envoie les rayons lumineux vers le miroir qui les renvoie dans la lunette. On voit alors un cercle lumineux à travers l'oculaire (si on ne voit rien, il faut bien plaquer le miroir contre la lunette pour qu'il soit perpendiculaire à l'axe optique de la lunette). On ajuste la position de l'objectif avec la bague B_L jusqu'à voir nettement l'image du réticule renvoyée par le miroir. Le réticule et son image sont alors dans le plan focal image de l'objectif (principe de l'auto collimation) et la lunette est réglée pour observer à l'infini.
- le réglage étant terminé, on retire la lame semi réfléchissante en basculant la tirette T vers l'arrière et on ne touche plus à la bague B_L par la suite.



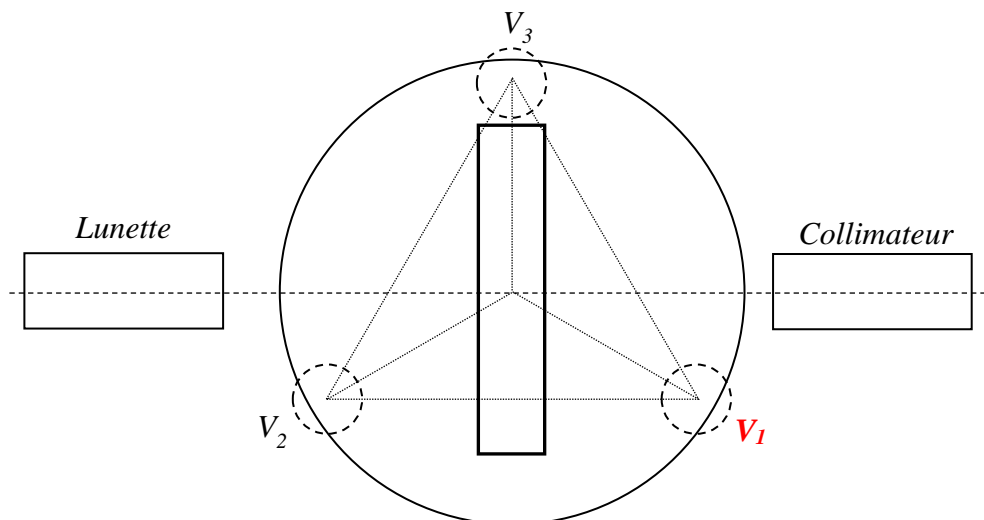
Réglage de l'objectif par auto collimation (oculaire réglé pour un emmétrope)

II.3 Collimateur

Il doit envoyer des faisceaux de lumière parallèle vers l'objet dispersif (prisme ou réseau) donc la fente F doit être dans le plan focal objet de la lentille du collimateur. On effectue ce réglage via la lunette de visée puisqu'elle est maintenant réglée pour observer à l'infini : on aligne la lunette avec le collimateur, on éclaire F avec une source quelconque et on ajuste le tirage du collimateur avec la bague B_C jusqu'à voir nettement l'image de F dans la lunette. *Le collimateur produit alors une image de la fente qui est à l'infini et B_C ne doit plus être retouché par la suite.*

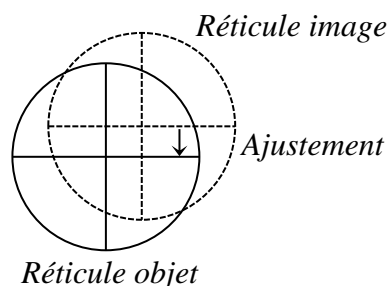
II.4 Réglage de l'inclinaison de la lunette

L'axe optique Δ_L de la lunette doit être aligné avec celui du collimateur. Ce réglage peut s'effectuer à l'aide d'une lame de verre à faces parallèles (cas de figure présenté ici) ou avec un réseau s'il est bien plan (réseau sur plaque de verre). On commence par régler les vis V_1, V_2, V_3 à mi-course pour rendre la platine mobile à peu près horizontale. On aligne la lunette avec le collimateur en visant sa fente éclairée par une source à l'aide du réticule vertical puis on bloque le plateau principal dans cette position à l'aide de la vis B_1 et on enlève la source. On place ensuite la lame en alignant ses faces avec l'axe passant par une vis (V_3 sur le schéma) et le centre de la platine. On regarde à travers la lunette en éclairant le réticule via la tirette T et on tourne la platine jusqu'à voir revenir l'image du réticule :



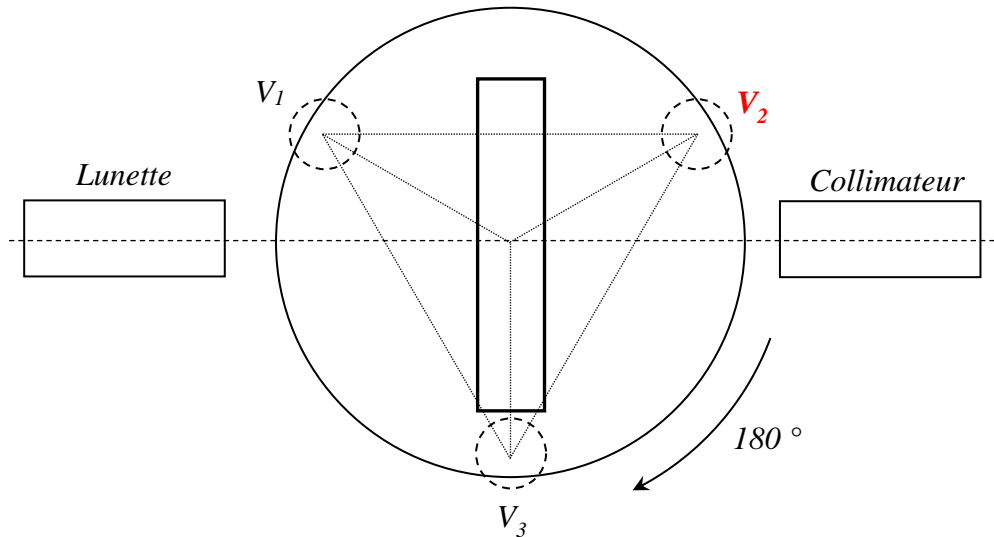
Première étape : ajustement via V_L et V_1

On cherche alors à aligner les traits horizontaux du réticule et de son image en jouant pour moitié sur la vis de réglage H de la lunette et pour l'autre moitié *sur la vis de la platine en opposition de la lunette*¹⁰ (la plus éloignée, soit V_1 sur le schéma) :



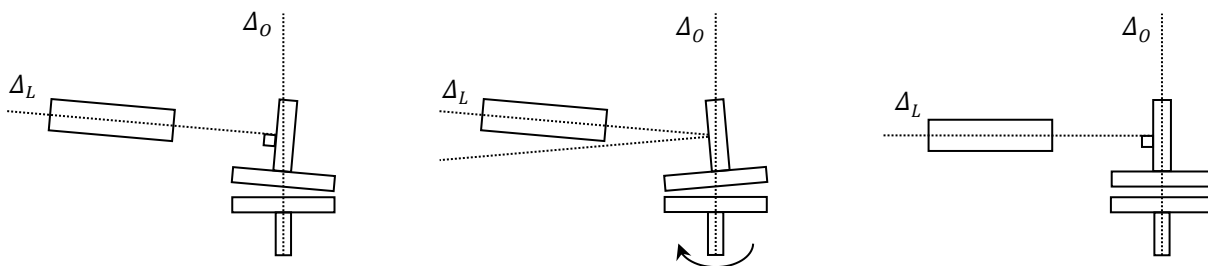
¹⁰ Le protocole de réglage proposé peut aussi s'effectuer en utilisant systématiquement la vis la plus proche de la lunette.

A ce stade, l'axe optique Δ_C de la lunette est orthogonal aux faces de la lame mais rien ne prouve que cet axe soit horizontal. Pour y parvenir, on tourne la platine à 180° pour éclairer la deuxième face de la lame. Si les traits horizontaux du réticule et de son image ne sont pas confondus, on répète la procédure précédente en jouant pour moitié sur H et l'autre moitié sur la nouvelle vis en opposition de la lunette (soit V_2 sur le schéma).



Deuxième étape : ajustement via V_L et V_2 après une rotation de 180°

On pivote de nouveau la platine de 180° , on refait le réglage et on poursuit les rotations jusqu'à ce que la coïncidence des traits horizontaux du réticule et de son image persiste. L'axe Δ_L est alors orthogonal aux faces de la lame et à l'axe Δ_0 , donc horizontal avec l'hypothèse du § I. Δ_L étant désormais aligné avec Δ_C , il ne faut plus retoucher au réglage de H par la suite.



Cas de figure possible à l'issue du premier réglage : le réticule et son image sont alignés horizontalement mais Δ_L n'est pas forcément orthogonal à Δ_0

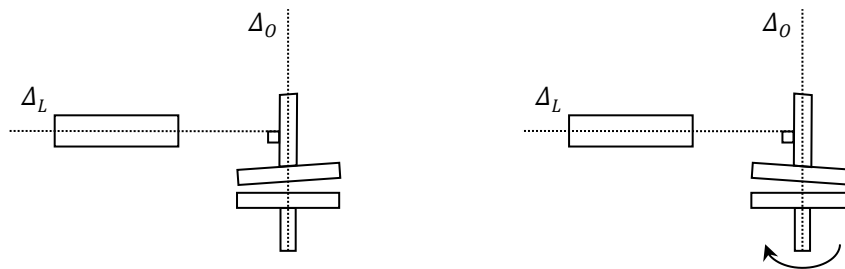
Après rotation de 180° : le réticule et son image ne sont plus alignés horizontalement, il faut poursuivre le réglage

A la fin du processus de convergence : Δ_L est orthogonal aux faces et à Δ_0 , l'inclinaison de la lunette est désormais réglée

Remarques :

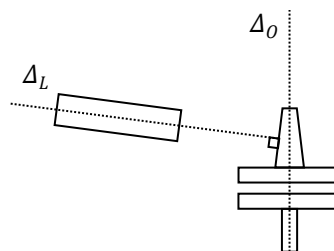
On a réglé l'horizontalité de la lunette mais pas forcément celui de l'axe V_1/V_2 de la platine si la base de la lame n'est pas perpendiculaire à ses faces¹¹. Ce genre de défaut n'affecte cependant pas le réglage de l'horizontalité de la lunette.

¹¹ Un tel défaut d'angle, même minime, est facilement détectable avec le goniomètre : on perd la coïncidence des traits horizontaux du réticule et de son image si on retourne la lame pour la poser sur sa base supérieure. On peut la retrouver sur cette nouvelle base en agissant seulement sur V_1 ou V_2 et on doit la conserver avec des rotations de 180° de la platine si les faces de la lame sont bien parallèles.



Cas d'un réglage avec une lame à faces parallèles ayant des bases qui ne sont pas parfaitement perpendiculaires aux faces : Δ_L doit forcément être horizontal et orthogonal aux faces et à Δ_0 pour qu'une rotation de 180° n'affecte pas la coïncidence des traits horizontaux du réticule et de son image mais le plateau n'est pas horizontal

Par contre, il faut des faces bien parallèles pour que la lunette soit horizontale à la fin du réglage.



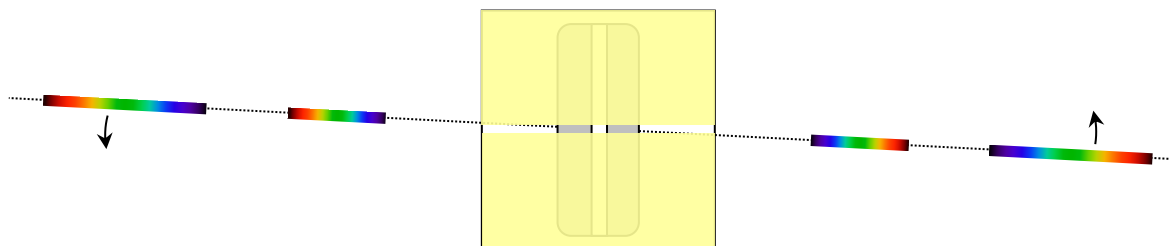
Cas d'un réglage avec une lame ayant des faces non parallèles : la fin du processus de convergence aboutit à la coïncidence des traits horizontaux du réticule quelle que soit la face éclairée mais la lunette n'est pas horizontale

II.5 Mise en place du réseau

Si le réglage précédent a été fait avec le réseau, il reste juste à régler la dernière vis de la platine sur laquelle on n'a pas encore agit (V_3). Si on a utilisé une lame, il faut la remplacer par le réseau en le positionnant de la même manière (faces alignées avec l'axe passant par V_3 et le centre de la platine) et rendre ses faces verticales¹² en reprenant la procédure précédente mais *en jouant cette fois ci uniquement sur les vis V_1 et V_2* puisque la lunette est désormais horizontale. On rebascule la tirette T vers l'arrière une fois ces réglages effectués.

Réglage de la vis V_3 :

Les faces du réseau sont désormais perpendiculaires à l'axe optique commun du collimateur et de la lunette mais ses traits ne sont pas forcément verticaux. Une solution pour y parvenir consiste à diaphragmer la fente source F du collimateur (à l'aide de Post It par exemple) :

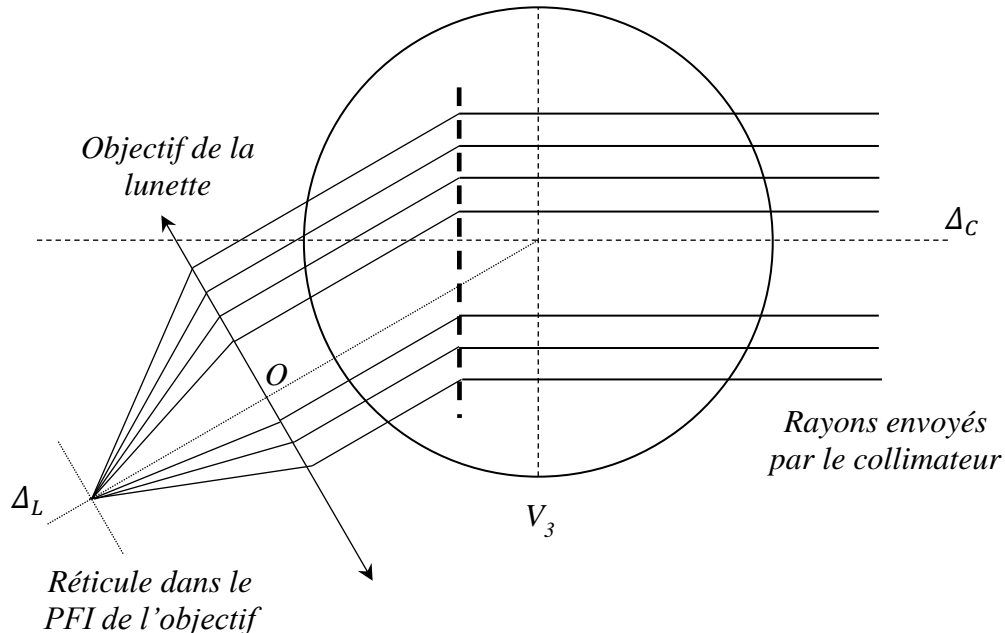


Il suffit alors de regarder le spectre d'une source à travers la lunette et ajuster V_3 pour qu'il s'étale horizontalement de chaque côté de l'ordre zéro. Le réglage du goniomètre est désormais terminé : les axes optiques Δ_C du collimateur et Δ_L de la lunette sont dans un même plan horizontal. Les faces du réseau sont orthogonales à ce plan et ses traits sont verticaux.

¹² i.e. parallèles à Δ_0 et orthogonales à l'axe optique Δ_C désormais commun au collimateur et à la lunette.

Remarque :

Les réglages conduisent à un réseau bien perpendiculaire à l'axe optique du collimateur mais rien ne garantit qu'il soit sur le centre de rotation du plateau principal (le réseau a été positionné à la main au départ). On peut se demander si un décalage du réseau par rapport à l'axe V_3 /centre du plateau ne risque pas de fausser les mesures. Ça n'a en fait aucune conséquence car on observe à l'infini donc on mesure bien le bon angle quand on vise une raie comme le montre le schéma suivant.

**III MODES D'UTILISATION DU RÉSEAU****III.1 En incidence normale**

C'est l'utilisation à laquelle on pense naturellement car elle permet de simplifier la formule du réseau (n correspond au nombre de traits par mètre et k à l'ordre du spectre) :

$$\sin\theta - \sin i = kn\lambda \quad \rightarrow \quad \boxed{\sin\theta = kn\lambda} \quad \text{si} \quad i = 0$$

Mais un réglage « à l'œil » de cette incidence particulière est insuffisant pour des mesures précises donc on procède de la manière suivante :

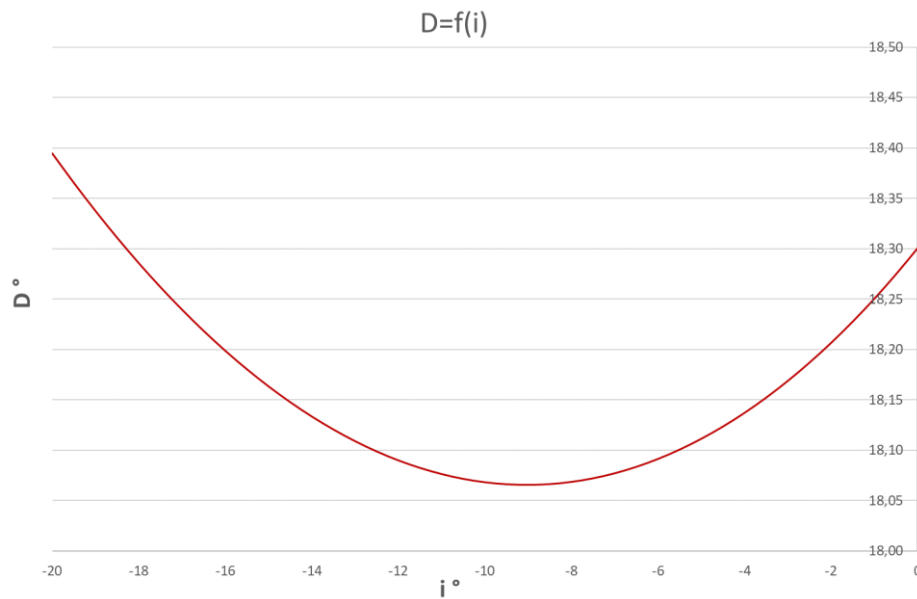
- on éclaire la fente source F (réglée très fine) avec une source quelconque et on aligne précisément la lunette avec le collimateur en visant l'ordre zéro de F avec le trait vertical du réticule. On note alors la valeur θ_0 de l'axe optique collimateur/lunette (très proche de 180° sur les goniomètre SIMPO-Bouty).

- on bascule la tirette T vers l'avant pour éclairer le réticule puis on tourne la platine jusqu'à faire coïncider son trait vertical avec celui de l'image renvoyée par le réseau. Les faces du réseau sont alors perpendiculaires à l'axe optique collimateur/lunette donc il est éclairé en incidence normale.

III.2 Au minimum de déviation

La déviation du faisceau incident par rapport à sa trajectoire initiale correspond à $D = \theta - i$. On peut calculer sa valeur en fonction de l'angle d'incidence en calculant θ pour différentes valeurs de i avec la formule du réseau. On obtient alors

le genre de courbe suivante (simulation effectuée dans l'ordre 1 pour la raie verte du mercure avec un réseau de 575 traits/mm) :



On s'aperçoit que la déviation dépend de l'angle d'incidence et passe par un minimum qu'on peut trouver en recherchant l'annulation de la dérivée de D par rapport à i :

$$\frac{dD}{di} = 0 = \frac{d\theta}{di} - 1 \quad \text{d'ou} \quad d\theta = di$$

On a aussi, compte tenu de la formule du réseau (pour k et λ donnés) :

$$d(\sin\theta - \sin i) = d(kn\lambda) = 0 = \cos\theta d\theta - \cos i di \rightarrow \cos\theta = \cos i$$

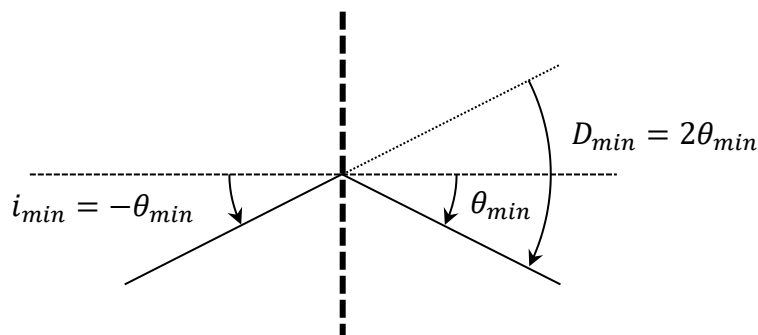
On en déduit que la déviation minimale est atteinte lorsque :

$$\boxed{\theta = \pm i}$$

La solution positive est sans intérêt puisque qu'elle correspond à une déviation nulle. La solution négative aboutit à :

$$D_{min} = \theta_{min} - i_{min} = \theta_{min} - (-\theta_{min}) \rightarrow \boxed{D_{min} = 2\theta_{min}}$$

Le réseau est alors un plan de symétrie entre le collimateur et la lunette (critère utile à retenir pour la recherche expérimentale de D_{min}) :

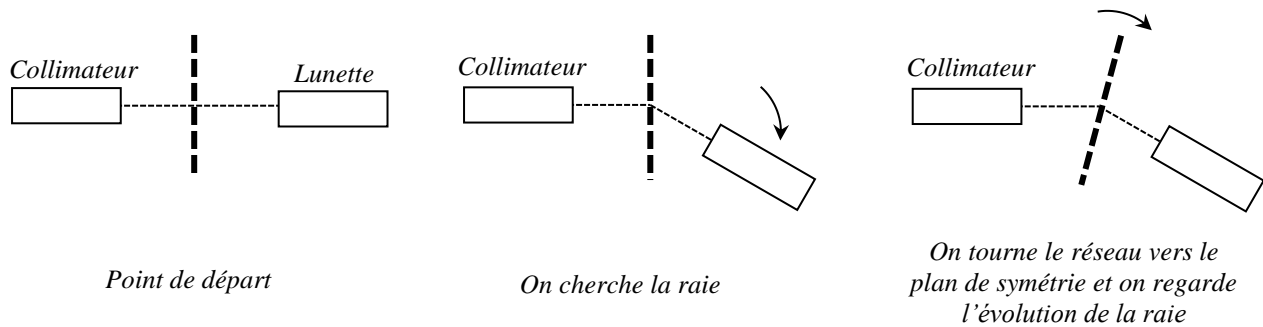


Et la formule du réseau devient :

$$\sin\theta_{\min} - \sin(-\theta_{\min}) = kn\lambda = 2\sin\theta_{\min} \rightarrow \boxed{2\sin\left(\frac{D_{\min}}{2}\right) = kn\lambda}$$

Recherche pratique du minimum de déviation :

Pour le trouver facilement, on peut démarrer avec la lunette dans l'axe du collimateur et le réseau perpendiculaire à cet axe (un réglage grossier suffit). On recherche la raie souhaitée à gauche ou à droite dans l'ordre qu'on veut. Partant de là, on tourne le réseau vers le plan de symétrie entre la lunette et le collimateur tout en suivant le déplacement de la raie avec la lunette. Elle doit aller dans un sens, s'arrêter et puis rebrousser chemin. Le minimum de déviation vient d'être passé.



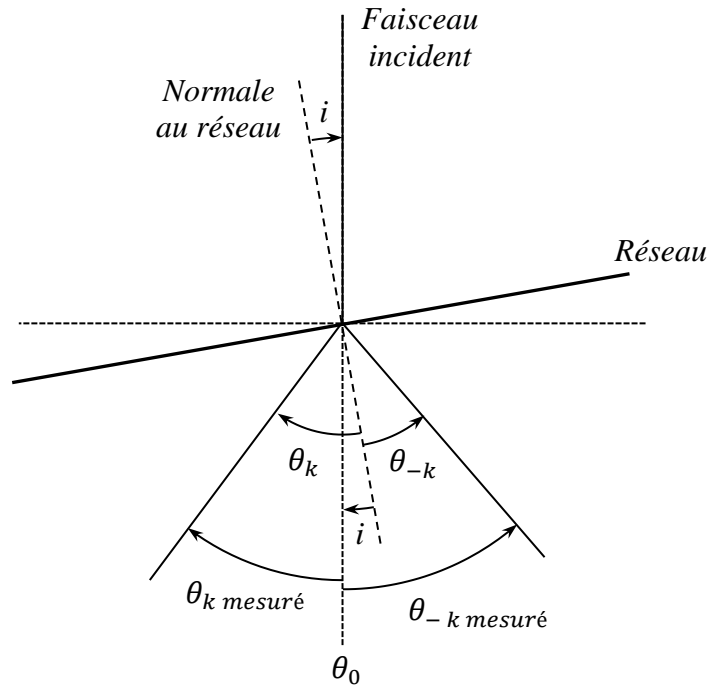
III.3 Comparaison entre les deux méthodes

La méthode du minimum de déviation est plus longue à mettre en œuvre car il faut régler la position du plateau à chaque mesure. Par contre, elle présente deux avantages. Le premier concerne l'angle à mesurer : la déviation est définie par rapport à quelque chose d'invariant dans le dispositif (l'angle θ_0 de la trajectoire du faisceau incident) donc l'origine de mesure de D n'est pas affectée par un éventuel mauvais placement du réseau. D_{\min} correspond aussi à un point d'inflexion de la courbe $D = f(i)$ donc sa mesure est peu affectée par un petit défaut de positionnement du réseau. Le tableau suivant présente les valeurs de déviation autour de D_{\min} obtenues avec la simulation précédente :

i°	- 7	- 7,5	- 8	- 8,5	- 9	- 9,5	- 10	- 10,5	- 11
D°	18,077	18,072	18,069	18,067	18,066	18,067	18,069	18,072	18,077
$\lambda_{\text{calculée}} \text{ (nm)}$	546,43	546,29	546,18	546,12	546,10	546,12	546,18	546,29	546,43

On s'aperçoit qu'une modification d'un ou deux degrés autour de l'incidence adéquate (qui vaut 9° pour la raie verte du mercure dans l'ordre 1 avec un réseau à 575 traits/mm) a très peu d'impact sur la déviation et le calcul de λ avec la formule du minimum de déviation. De plus, l'orientation du réseau peut être ajustée très finement avec la vis de réglage de rotation de la platine D_2 donc il est facile de repérer finement la position du minimum de déviation. Cette méthode permet par conséquent des mesures précises de longueurs d'onde.

Celle de l'incidence nulle est plus rapide à faire car on peut enchaîner les mesures sur les différentes raies une fois la condition $i = 0$ réalisée. Par contre, un défaut sur ce réglage introduit un $\sin i$ dans la formule des réseaux et les angles mesurés sur le goniomètre ne correspondent plus exactement aux angles de dispersion des ordres puisque la normale au réseau (référence de mesure de θ) est décalée par rapport à la trajectoire du faisceau incident (l'angle θ_0) :



On a donc pour une mesure dans un ordre donné :

$$\sin\theta_k = \sin i + kn\lambda$$

Avec des angles en valeurs algébriques :

$$\theta_{k \text{ mesuré}} = \theta_k - i$$

On peut éliminer les biais dans chaque formule en effectuant des différences dans les ordres $\pm k$ mais on ne peut pas combiner les résultats obtenus pour faire un calcul de λ sans erreur. La méthode de l'incidence nulle avec un défaut de réglage conduit donc à des biais systématiques qu'on ne peut pas entièrement corriger. On peut regarder l'impact que cela a sur les résultats obtenus. La réponse n'est pas unique car elle dépend de plusieurs paramètres (niveau d'erreur sur i , ordre, nombre de traits et longueur d'onde). Si on considère toujours le réseau de 575 traits/mm avec la raie verte du mercure dans l'ordre 1¹³ et pour des erreurs de l'ordre de 1 ou 2 degrés sur l'incidence, une simulation des calculs donne les résultats suivants (tous les angles sont en degrés) :

i	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
θ_1	16,21	16,73	17,25	17,78	18,30	18,83	19,36	19,89	20,42
θ_{-1}	-20,42	-19,89	-19,36	-18,83	-18,30	-17,78	-17,25	-16,73	-16,21
$\theta_{1 \text{ mes}} = \theta_1 - i$	18,21	18,23	18,25	18,28	18,30	18,33	18,36	18,39	18,42
$\theta_{-1 \text{ mes}} = \theta_{-1} - i$	-18,42	-18,39	-18,36	-18,33	-18,30	-18,28	-18,25	-18,23	-18,21
$\Delta\theta = (\theta_{1 \text{ mes}} - \theta_{-1 \text{ mes}})/2$	18,31	18,31	18,30	18,30	18,30	18,30	18,30	18,31	18,31
$\lambda = (\sin\Delta\theta)/n$	546,47	546,31	546,19	546,12	546,10	546,12	546,19	546,3	546,5

Un point intéressant à noter est qu'une erreur sur l'incidence dissymétrise les angles de dispersion θ_k dans des ordres opposés mais qu'elle a moins d'effet sur les angles $\theta_{k \text{ mes}}$ car la dissymétrie est partiellement compensée par le fait que les angles mesurés sont retranchés de i par rapport à θ_k . Cela

¹³ C'est l'ordre où le biais est le plus gênant.

veut dire en pratique qu'une raie pointée à la lunette se déplace assez peu lorsqu'on tourne légèrement le réseau autour de l'incidence nulle. On peut encore réduire les écarts par rapport aux valeurs attendues (celles de l'incidence nulle) en effectuant l'une des différences proposées précédemment. Le tableau présente la correction sur les angles¹⁴ et on voit qu'elle permet d'obtenir des valeurs de λ très proches de la valeur tabulée.

Les deux méthodes peuvent donc donner de bons résultats si on manipule bien. Celle du minimum de déviation est fondamentalement plus précise car on dispose d'un critère visuel pour s'y placer et il n'y a pas de biais systématique sur les mesures. Celle de l'incidence nulle est plus rapide mais nécessite un placement rigoureux du réseau à cette incidence. Si l'opération est difficile à réaliser (on peut avoir du mal par exemple à voir l'image du réticule renvoyée par la face du réseau dans le protocole proposé au § 3.1), un positionnement à l'œil n'est pas suffisant et il vaut mieux utiliser alors la première méthode.

¹⁴ La correction par différence sur les sinus donne des résultats très proches mais nécessite la mesure de trois angles au lieu de deux donc on retient plutôt la correction par différence d'angle pour limiter l'influence des erreurs de pointage.