

MISE EN FORME, TRANSPORT ET DETECTION DE L'INFORMATION

I MODULATION D'AMPLITUDE

I.1 Caractéristiques générales d'un signal modulé en amplitude

On adopte les conventions d'écriture suivantes :

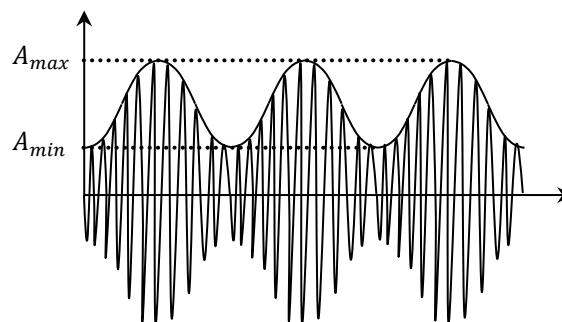
- signal modulant (l'information) $v_m(t) = A_0 + A_m \cos \omega_m t$
- signal modulé (porteuse) $v_p(t) = A_p \cos \omega_p t$

Une modulation d'amplitude s'exprime alors par la relation :

$$s(t) = [A_0 + A_m \cos \omega_m t] A_p \cos \omega_p t$$

I.1.1 Représentation temporelle

Le signal a l'allure suivante avec $A_{min} = (A_0 - A_m)A_p$ et $A_{max} = (A_0 + A_m)A_p$:



On définit le taux de modulation par :

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} \quad \text{soit} \quad m = \frac{A_m}{A_0}$$

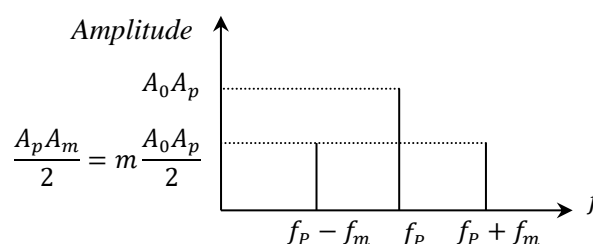
I.1.2 Représentation fréquentielle

peut s'écrire :

En développant le produit des cosinus, $s(t)$

$$s(t) = A_p \left[A_0 \cos \omega_p t + \frac{A_m}{2} \cos(\omega_p + \omega_m)t + \frac{A_m}{2} \cos(\omega_p - \omega_m)t \right]$$

Par conséquent, le spectre en fréquence comprend les fréquences f_p , $f_p + f_m$ et $f_p - f_m$ mais pas la fréquence f_m :



Le caractère non linéaire de l'opération apparaît clairement sous cette forme puisque le résultat n'obéit pas au principe de superposition (les fréquences f_1, f_2 ne donnent pas $af_1 + bf_2$ en sortie).

I.1.3 Influence du taux de modulation

Signal modulé avec porteuse ($A_0 \neq 0$) :

$$0 < m < 1$$

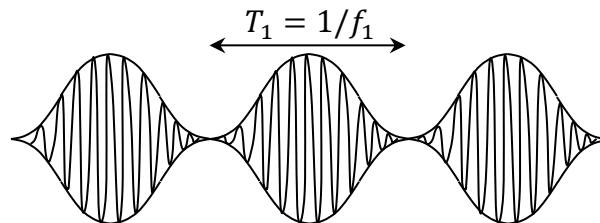
L'amplitude A_{min} est toujours supérieure à zéro dans ce cas et le signal a l'allure représentée précédemment. Ce cas de figure est facilement démodulable car les enveloppes du signal modulé permettent de récupérer l'information grâce à un simple redressement par diode si A_{min} n'est pas trop faible (cf. chapitre détection).

$$m = 100 \% (A_{min} = 0)$$

On a alors $A_m = A_0$, d'où :

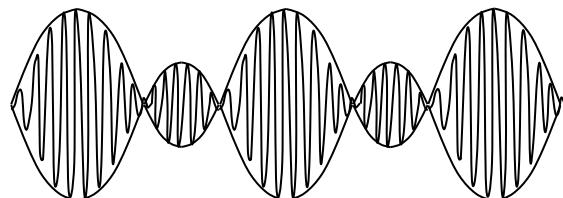
$$s(t) = A_0 A_p \left[\cos \omega_p t + \frac{1}{2} \cos(\omega_p + \omega_m)t + \frac{1}{2} \cos(\omega_p - \omega_m)t \right]$$

Le signal a l'allure suivante :



$$m > 1 \text{ (surmodulation)}$$

A_{min} devient négatif. La démodulation est plus compliquée car les enveloppes ne permettent pas de retrouver directement le signal informatif (nécessité d'une démodulation synchrone).

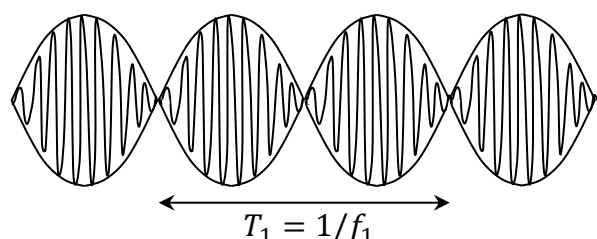


Signal modulé sans porteuse ($A_0 = 0$) :

$m \rightarrow \infty$ dans ce cas. Le signal modulé prend la forme :

$$s(t) = \frac{A_p A_m}{2} [\cos(\omega_p + \omega_m)t + \cos(\omega_p - \omega_m)t]$$

La fréquence centrale ω_p , qui ne contient pas d'information, disparaît du spectre en fréquence (modulation sans porteuse). La représentation temporelle du signal correspond à une figure de battements (ne pas la confondre avec le cas $m = 1$) :



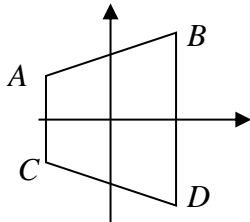
I.2 Méthodes de mesure du taux de modulation

I.2.1 A partir de la représentation temporelle

On peut calculer m avec la relation $m = (A_{max} - A_{min}) / (A_{max} + A_{min})$ en mesurant A_{max} et A_{min} à l'aide d'un oscilloscope à curseurs. Il faut faire attention au fait que A_{min} est négatif dans le cas d'une surmodulation.

I.2.2 Par la méthode du trapèze

Le principe de mesure est identique mais on réalise une figure de Lissajous en injectant v_m sur la voie X de l'oscilloscope (mode AC) et le signal modulé $s(t)$ sur la voie Y. On observe alors le genre de figure suivante :



$$m = \frac{BD - AC}{BD + AC} \quad \text{avec } AC < 0 \text{ si } m > 1$$

Cette méthode permet le contrôle de la proportionnalité entre le signal modulé et le signal modulant (AB et CD doivent être des droites).

I.2.3 Par analyse spectrale

On travaille cette fois-ci dans l'espace des fréquences. Les oscilloscopes numériques donnent généralement des mesures d'amplitude en dBV :

$$A(\text{dBV}) = 20 \log \left(\frac{V_{RMS}}{V_{ref}} \right) \quad \text{avec } V_{ref} = 1 V_{RMS}$$

L'amplitude de la raie centrale et des deux raies latérales sont donc, à une constante près :

$$A_1(\text{dBV}) = 20 \log(k A_0 A_p) \quad A_2(\text{dBV}) = 20 \log \left(km \frac{A_0 A_p}{2} \right)$$

$$\text{D'où} \quad m = 2 \times 10^{\frac{A_2 - A_1}{20}}$$

I.3 Production d'un signal modulé en amplitude

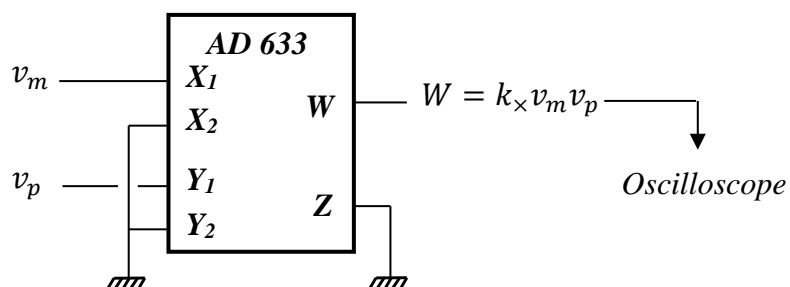
Il faut un élément non linéaire puisque l'opération doit aboutir à un spectre différent des fréquences initiales.

I.3.1 Avec un multiplieur analogique

Cette solution est la plus simple. Elle permet une modulation à fort taux et de bonne qualité. C'est donc celle qu'on conseille.

Manipulation :

$$\begin{aligned} v_m : A_m &= 4 \text{ V} \\ f_m &= 5 \text{ kHz} \\ A_0 &\text{ variable} \\ v_p : A_p &= 5 \text{ V} \\ f_p &= 100 \text{ kHz} \end{aligned}$$



La tension continue de décalage A_0 du GBF permet de régler m entre 0 et l'infini. On conseille l'emploi de GBF numériques car ils affichent les différents paramètres du signal qu'ils génèrent (fréquence, amplitude et tension d'offset). On peut étudier le spectre en fréquence du signal modulé et comparer les amplitudes des différentes composantes pour différents taux de modulation.

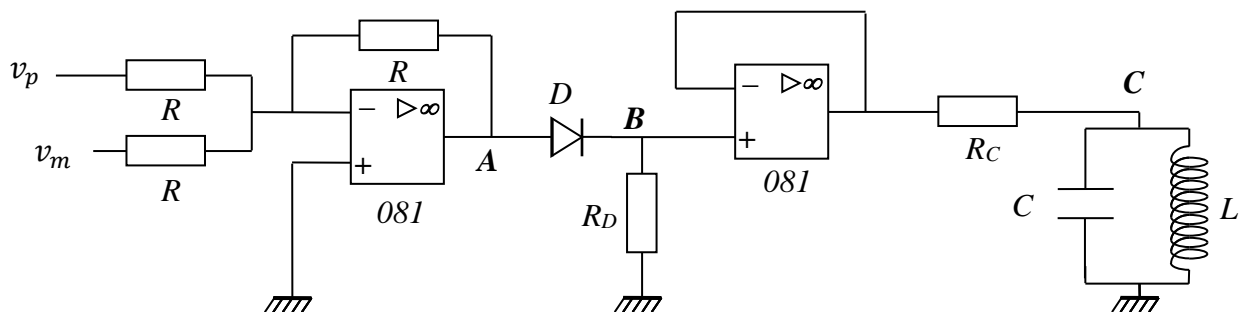
I.3.2 Modulation par diode

On propose une variante simplifiée de la méthode proposée en [1], p. 213. On commence par ajouter la porteuse f_p à la fréquence à moduler f_m . Cette sommation en courant (point A du montage ci-dessous) est redressée et le signal obtenu est envoyé dans un circuit bouchon de fréquence propre réglée sur f_p . La modulation d'amplitude est obtenue grâce à la caractéristique de la diode. Celle-ci étant un dipôle non linéaire, le signal de sortie peut être mis sous la forme d'un développement polynomial :

$$V_S = f(V_m + V_p) = a(V_m + V_p) + b(V_m + V_p)^2 + c(V_m + V_p)^3 + \dots$$

Il contient beaucoup de fréquences. f_m et f_p sont présentes via le premier terme du polynôme. Le développement du deuxième terme donne $bV_m^2 + bV_p^2 + 2bV_mV_p$ donc $2f_m$ et $2f_p$ via les tensions au carré¹ et $f_p + f_m$ et $f_p - f_m$ par le produit² V_mV_p . On conçoit ainsi qu'un développement complet du polynôme puisse donner a priori toutes les fréquences de la forme $qf_p + nf_m$ où q et n sont des entiers. Le circuit bouchon permet de sélectionner celles qui réalisent la modulation d'amplitude (les fréquences f_p , $f_p - f_m$ et $f_p + f_m$).

Montage :



$R : 10 \text{ k}\Omega ; R_D : 1 \text{ k}\Omega ; R_C : 5 \text{ k}\Omega$

$D : \text{diode } 1\text{N } 4148$

$L : \text{bobine Leybold } 250 \text{ spires } (2,2 \text{ mH})$

$C : \text{capacité variable calibre } 0,1 - 1,5 \text{ nF}$

$v_m : \text{sinusoïde } 5 \text{ kHz} ; A_m = 4 \text{ V}$

$v_p : \text{sinusoïde } 100 \text{ kHz} ; A_p = 5 \text{ V}$

On conseille de réaliser le montage sur une plaque type P 60 pour minimiser les fils de liaison.

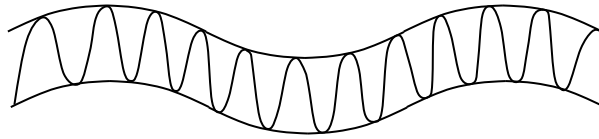
Observation en A :

La représentation temporelle doit correspondre à celle d'une addition, ce qui peut être confirmé par une étude spectrale (présence des deux raies à f_m et f_p). L'additionneur obéit au principe de superposition (circuit linéaire). On peut noter la différence d'allure entre la modulation

¹ $\cos^2 \omega t = 1/2(1 + \cos 2\omega t)$

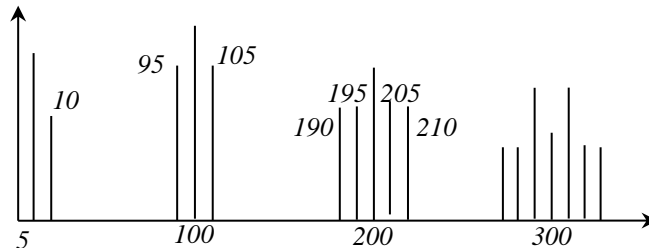
² $\cos \omega_m t \cos \omega_p t = 1/2[\cos(\omega_m + \omega_p)t + \cos(\omega_m - \omega_p)t]$

d'amplitude (opération multiplicative) et une simple addition (amplitude constante avec les fréquences f_1 et f_2 dans le spectre) :



Observation en B :

On a le même signal qu'en A sans les alternances négatives. Une FFT montre la présence des nombreuses raies à $qf_p + nf_m$. La sortie n'est pas une fonction affine des deux signaux d'entrée → le circuit redresseur n'obéit pas au principe de superposition (circuit non linéaire).



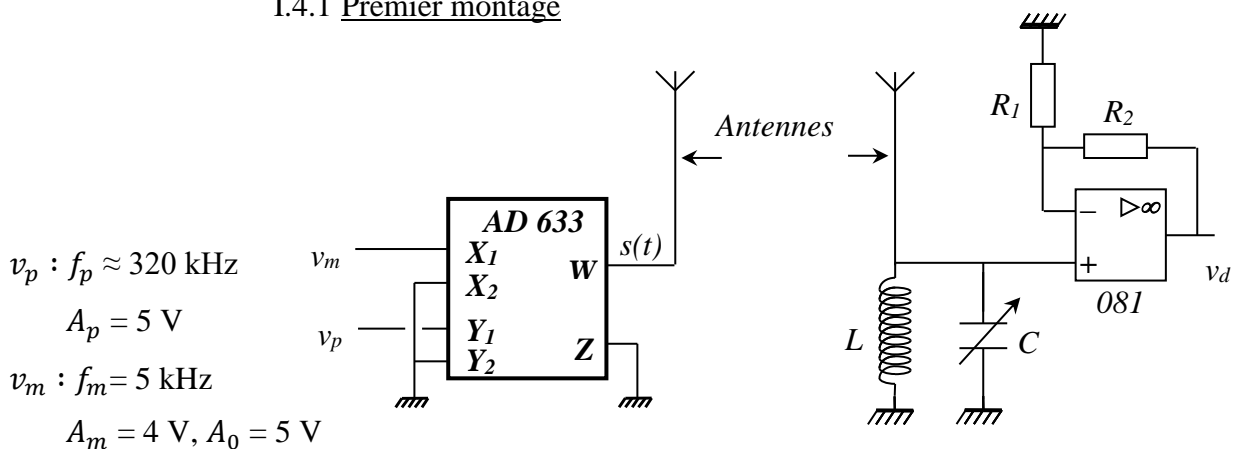
Observation en C :

On note l'évolution du spectre quand on augmente la valeur de C en partant de 0,1 nF. Les fréquences autour de 200 et 300 kHz doivent s'atténuer progressivement. Le réglage optimum de C correspond au moment où les deux pics latéraux autour de la porteuse à 100 kHz ont la même amplitude. On peut alors comparer la qualité de la modulation d'amplitude à celle obtenue à l'aide d'un multiplieur.

I.4 Transport et détection

L'idée consiste à convertir le signal électrique $s(t)$ en une onde électromagnétique propice à une transmission aérienne à l'aide d'une antenne. La longueur d'onde de la porteuse utilisée ici est cependant trop grande par rapport à la taille des antennes et des distances mises en jeu dans un montage pour être dans l'hypothèse d'un champ lointain comme c'est le cas dans la réalité. On est plutôt dans la zone de champ proche gouvernée par les lois de l'électrostatique où les antennes s'influencent par couplage capacitif. Les deux expériences proposées suivant le type de modulation réalisée ne correspondent donc pas à une transmission par voie hertzienne et sont uniquement des expériences de principe.

I.4.1 Premier montage



C : condensateur à lame d'air 20 - 1000 pF

L : bobine ferrite

R_1 : 1 k Ω ; R_2 : résistance variable

Deux grands pieds métalliques de laboratoire ou, à défaut, de simples fils d'environ 1 mètre font office d'antennes. Celle qui émet est directement branchée à la sortie du multiplieur. La bobine proposée pour le circuit de détection est constituée d'un bâton de ferrite de 1 cm de diamètre et de 10 cm de long récupéré dans un poste radio sur lequel on a enroulé environ 150 spires de fil fin isolé. Son inductance mesurée au RLC mètre à 1 kHz vaut $L = 245 \mu\text{H}$. L'association avec le condensateur à lame d'air donne un circuit bouchon de fréquence propre comprise entre 320 kHz et 1,5 MHz donc on a intérêt à prendre la fréquence de porteuse la plus basse possible³ ($f_p \approx 320 \text{ kHz}$). Il faut alors augmenter la fréquence du signal modulant si on veut distinguer les pics latéraux du pic central dans le spectre de la modulation d'amplitude. Le montage à la suite du circuit bouchon est un amplificateur non inverseur de Gain $G = 1 + R_2/R_1$ (cf. [3], p. 32). Il peut fonctionner en suiveur ($R_2 = 0$) ou amplifier le signal détecté si R_2 est différent de zéro. La fréquence élevée de la porteuse nécessite l'emploi d'un AO 081 avec un gain réduit pour éviter une distorsion du signal reçu par le Slew Rate du composant (un gain de 2-3 fonctionne dans la plupart des cas). Cet étage permet aussi d'isoler le circuit de détection de la suite du montage car l'impédance du circuit bouchon est maximale à sa fréquence propre donc le branchement d'un appareil directement sur le circuit d'accord pourrait atténuer le signal. De plus, la moindre capacité parasite apportée par l'appareil ou un câble coaxial suffirait à désaccorder le circuit. Il faut donc observer le signal récupéré à la suite de cet étage.

Important :

L'expérience peut être perturbée par la présence de long fils s'ils véhiculent la porteuse (leur présence peut influencer les antennes). Il vaut donc mieux réaliser les montages sur des plaques de type P 60 avec des fils courts (l'emploi de fils longs pour relier l'alimentation au multiplieur et à l'AO ne pose en revanche pas de problème) et utiliser des câbles coaxiaux pour observer les signaux à l'oscilloscope.

I.4.2 Réglage

On place les deux antennes à une vingtaine de cm l'une de l'autre, on règle la fréquence de la porteuse à $f_p \approx 320 \text{ kHz}$ avec $A_0 \approx 5 \text{ V}$ et l'amplitude A_m du signal modulant à zéro. On optimise alors le signal détecté v_d à la sortie de l'amplificateur réglé en suiveur ($R_2 = 0$) en ajustant la capacité d'accord. On mesure la valeur de C à l'accord au RLC mètre pour calculer la fréquence de résonance $f_0 = 1/[2\pi\sqrt{LC}]$ du circuit. Elle doit être proche de la fréquence f_p de la porteuse. On peut ensuite amplifier v_d avec R_2 en restant raisonnable pour éviter la distorsion du signal (point à vérifier si on modifie A_p, A_m, A_0 ou f_p). On peut maintenant augmenter l'amplitude A_m pour moduler la porteuse et observer les enveloppes du signal v_d . Il se peut qu'elles soient déformées par rapport à l'allure de v_m si l'accord du circuit de détection n'est pas optimal. Cela est dû à la différence d'atténuation par le circuit bouchon LC des deux bandes latérales de la modulation d'amplitude (on peut le vérifier sur la FFT du signal). Dans ce cas, il faut réajuster finement le circuit d'accord mais le réglage est délicat car le simple fait de toucher le condensateur avec les doigts perturbe l'accord. Une alternative consiste à modifier légèrement la fréquence f_p de la porteuse pour obtenir des pics latéraux d'égales amplitudes.

Observation :

On peut comparer le taux de modulation des signaux émis et détecté. Le signal reçu doit avoir un taux de modulation plus bas à cause de l'action du filtre LC (il est centré sur f_p à l'accord donc il atténue plus fortement les bandes latérales).

On peut aussi étudier l'influence de l'amplitude de la porteuse sur l'amplitude du signal détecté, tous les autres paramètres restants identiques. Pour ce faire, le plus simple consiste à remettre l'amplitude A_m du signal modulant à zéro tout en conservant une composante continue A_0

³ On peut remplacer le condensateur à lame d'air par une capacité de plus grande valeur si on souhaite travailler à plus basse fréquence

puis mesurer l'amplitude de la porteuse et du signal détecté à l'oscilloscope en moyennant les signaux. L'amplitude du signal détecté doit être proportionnelle à celle de la porteuse. On pourrait donc augmenter la portée de l'émission en amplifiant la tension de sortie du multiplieur.

Récupération directe sur un poste de radio :

La plus petite fréquence AM détectable par ce type de poste est de l'ordre de 500 kHz. On peut ajuster la fréquence de la porteuse f_p à cette valeur et régler l'accord du poste de radio pour capter le signal v_m . Pour en avoir confirmation, on peut modifier f_m et constater l'évolution du signal reçu par le poste. On peut aussi utiliser la voix comme signal modulant à l'aide d'un micro sensible.

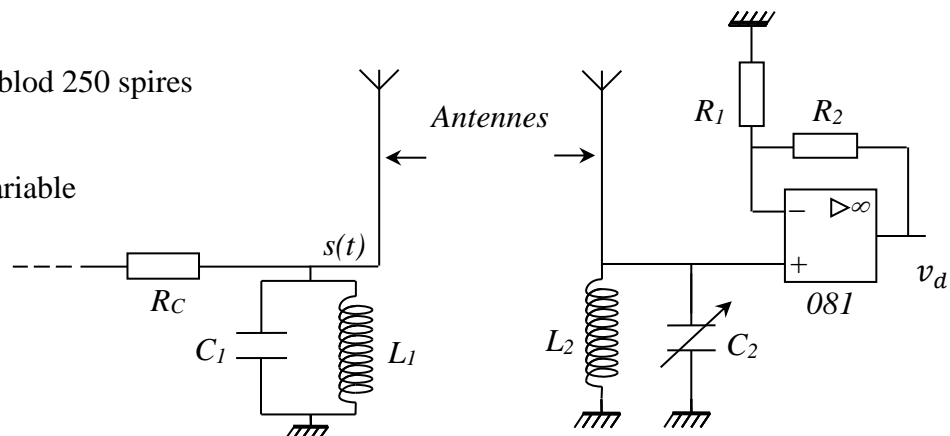
I.4.3 Deuxième montage

On propose ici un montage faisant appel à des composants plus classiques.

L_1, L_2 : bobines Leybold 250 spires

C_1 : 33 pF

C_2 : condensateur variable



On reprend le montage émetteur du § I.3.2 (seule la fin est représentée). Les antennes et le circuit suiveur-amplificateur sont les mêmes que précédemment. On réalise les deux circuits LC avec des bobines d'enseignement Leybold de 250 spires. Leur inductance plus grande ($\approx 2,2$ mH contre 250 μ H pour la bobine à ferrite) nécessite des capacités d'accord très faibles⁴. On peut placer un petit condensateur C_1 de 33 pF sur L_1 et régler l'accord du circuit de détection à l'aide d'une capacité variable C_2 de 6-60 pF. Il faut là aussi travailler avec des fils courts et observer les signaux avec des câbles coaxiaux pour éviter de parasiter les antennes.

I.4.4 Réglage

On reprend les paramètres de modulation d'amplitude du § I.3.2. On envoie le signal $s(t)$ à l'oscilloscope via le montage amplificateur réglé en suiveur pour limiter l'influence de capacités parasites. On joue sur la fréquence f_p de la porteuse pour obtenir un signal $s(t)$ maximum (elle doit être de l'ordre de 250 kHz). On est alors calé sur la fréquence propre du circuit $L_1 C_1$. Un calcul rapide permet de vérifier qu'elle ne correspond pas à la valeur attendue $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{L_1 C_1})$. L'écart est dû à la capacité parasite de la bobine qui n'est pas négligeable (cf. note en bas de page). On place les deux antennes à une vingtaine de cm l'une de l'autre, on règle le montage amplificateur en suiveur. On observe v_d et on ajuste C_2 pour rendre v_d maximum. On peut ensuite jouer sur R_2 pour augmenter le signal. On peut faire la FFT du signal pour vérifier si les amplitudes des deux pics latéraux de la modulation sont égales. Si ce n'est pas le cas, on règle finement C_2 ou f_p pour corriger le problème. On peut ensuite faire les mêmes études que celles proposées avec le multiplieur.

⁴ Les bobines seules peuvent d'ailleurs servir de circuit bouchon via la capacité parasite de leur enroulement. La fréquence propre d'une bobine de 250 spires mesurée par la méthode proposée en [1], p. 17 correspond à environ 300 kHz (capacité parasite de la bobine d'environ 180 pF) donc il n'y a pas besoin de rajouter de condensateur si on travaille à cette fréquence.

I.5 Démodulation

I.5.1 Par détection d'enveloppe

Cette méthode est plus limitée puisqu'elle ne permet pas la détection de signaux surmodulés ($m > 1$). Se reporter à [1], p. 215 et 216 pour le principe du montage. On propose une variante permettant de séparer les actions de la diode et du filtre. On renforce aussi le filtrage en mettant deux filtres passe-bas d'ordre 1 en série.

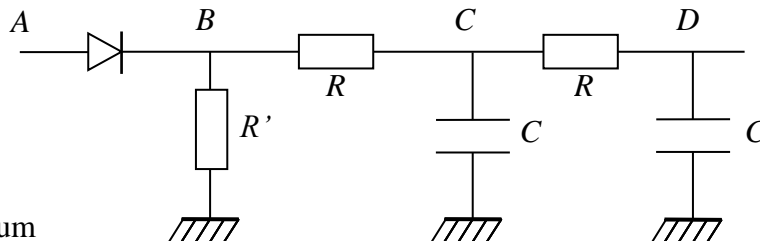
Montage :

$R' : 1 \text{ k}\Omega$

$R : 10 \text{ k}\Omega$

$C : 1 \text{ nF}$

Diode au Germanium



La résistance R' est nécessaire pour permettre à la diode de conduire lorsqu'elle est passante. Les valeurs de R et C sont choisies pour avoir une fréquence de coupure $1/(2\pi RC) \approx 16 \text{ kHz}$ supérieure à f_m mais pas trop haute. On injecte en A le signal récupéré v_d en vérifiant qu'il est compatible avec une détection par diode (le taux de modulation doit être inférieur à 1 et l'amplitude minimale de l'enveloppe du signal détecté doit être au moins supérieure à la tension de seuil de la diode). Si ce n'est pas le cas, on amplifie le signal en jouant modérément sur R_2 ou on rapproche les antennes.

Observations :

On peut visualiser les différentes étapes B, C, D de la démodulation et comparer le signal récupéré en D avec le signal v_m du GBF. S'il y a une distorsion, il faut optimiser l'accord à la réception. On peut jouer sur A_0 pour vérifier que la démodulation devient inopérante quand on s'approche d'un taux de modulation unitaire. Une FFT des signaux en A, B, C et D est aussi très instructive car elle permet de voir le rôle de la diode et celui des filtres dans l'espace des fréquences (partie importante à développer si on choisit de présenter ce mode de démodulation).

Optimisation du signal reçu :

L'amplitude du signal démodulé est assez faible quand la démodulation est effective ($m < 1$). On peut améliorer les choses en commençant par augmenter au maximum l'amplitude A_p de la porteuse. On peut ensuite jouer sur l'amplitude A_m du signal modulant mais on passe en surmodulation et le signal modulé se met à saturer si A_m est trop fort. Il est intéressant de noter que la démodulation reste effective alors qu'elle est censée ne plus marcher lorsque $m < 1$ car l'action filtrante du circuit bouchon de détection abaisse le taux de modulation en atténuant composantes latérales de la modulation d'amplitude (cf. § I.4.2). La saturation du signal $s(t)$ n'empêche pas non plus la démodulation car elle se manifeste par l'apparition d'harmoniques autour de $2f_p, 3f_p, \dots$ qui sont elles aussi filtrées par le circuit de détection. Elle est cependant à proscrire pour éviter de « polluer » les bandes d'émission avec ces harmoniques.

I.5.2 Démodulation synchrone (ou cohérente)

[1], p. 217-220

C'est la méthode la plus efficace car elle s'applique à tous les taux de modulation. Le principe consiste à multiplier le signal récupéré par un signal synchrone de la porteuse⁵ (même fréquence, même phase). L'opération donne $k_x v_d(t) A_p \cos \omega_p t$ d'où, avec l'expression initiale du § I.1 et une constante de détection près :

⁵ On indique en annexe des méthodes pour obtenir ce signal.

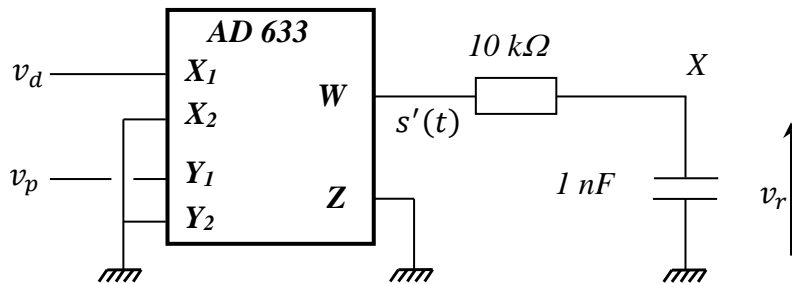
$$s'(t) = k_{\times} A_p^2 (A_0 + A_m \cos \omega_m t) \cos^2 \omega_p t = k_{\times} \frac{A_p^2}{2} (A_0 + A_m \cos \omega_m t) (1 + \cos 2\omega_p t)$$

$$s'(t) = k_{\times} \frac{A_p^2}{2} (A_0 + A_m \cos \omega_m t + A_0 \cos 2\omega_p t + A_m \cos \omega_m t \cos 2\omega_p t)$$

$$s'(t) = k_{\times} \frac{A_p^2}{2} \left[A_0 + A_m \cos \omega_m t + A_0 \cos 2\omega_p t + \frac{A_m}{2} \cos(2\omega_p + \omega_m)t + \frac{A_m}{2} \cos(2\omega_p - \omega_m)t \right]$$

Le spectre en fréquence de ce signal comprend une composante continue et des raies de fréquence $f_m, 2f_p, 2f_p + f_m, 2f_p - f_m$. On peut donc récupérer le signal informatif $A_m \cos \omega_m t$ à une constante près au moyen d'un filtre passe bas de fréquence de coupure comprise entre f_m et $2f_p - f_m$.

Montage :

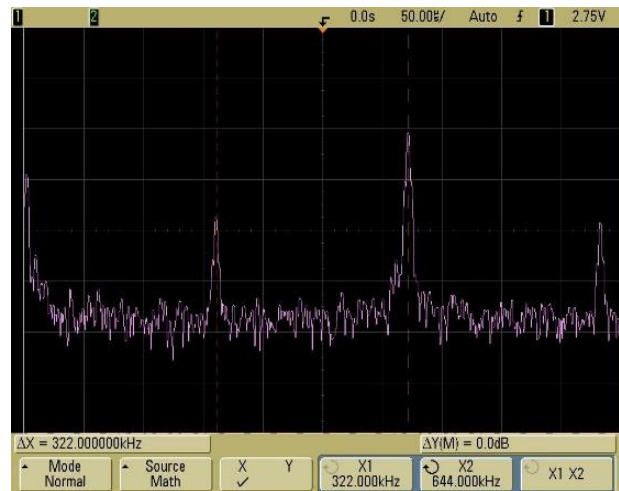


On traite ici le signal détecté obtenu au § I.4.1. La porteuse doit être envoyée au multiplieur avec un câble coaxial pour éviter de perturber v_d . $s'(t)$ est traité par un filtre RC passe-bas de fréquence de coupure $f_c = 1/(2\pi RC) \approx 16 \text{ kHz}$. On peut commencer par une comparaison entre v_d et $s'(t)$. La FFT de v_d correspond à celle d'une modulation d'amplitude si le réglage de l'accord est correct. Celle de $s'(t)$ fait apparaître plusieurs raies à $f_p, 2f_p$ et à $3f_p$ et on distingue aussi la fréquence f_m à la gauche de l'écran :

Spectre de v_d



Spectre de $s'(t)$



Le filtre RC passe bas laisse passer la fréquence f_m et élimine les autres donc on doit vérifier que la tension récupérée en sortie de filtre v_r est une image de v_m . On peut alors quantifier l'atténuation des raies à f_p et $2f_p$ par rapport à f_m avant et après le filtrage.

Influence du taux de modulation :

Le taux de modulation est inférieur à 1 avec les paramètres proposés au § I.4.1 ($m = A_m/A_0 = 4/5 = 0,8$). On peut passer à de la surmodulation en diminuant A_0 pour vérifier que le montage fonctionne toujours. Si on annule A_0 , on a $m \rightarrow \infty$ donc une

modulation sans porteuse (on peut le vérifier sur la FFT de v_d). L'intérêt de cette modulation réside dans l'efficacité de la transmission de l'information. On peut s'en rendre compte en calculant la valeur efficace du signal $s(t)$ pour un taux de modulation quelconque à partir de son expression du § I.1.2. On obtient après quelques calculs :

$$s_{eff}^2 = \frac{(A_0 A_p)^2}{2} + \frac{(A_m A_p)^2}{4} = \frac{(A_0 A_p)^2}{2} + \frac{m^2 (A_m A_p)^2}{4}$$

Le premier terme correspond à la valeur efficace qui va dans la porteuse, le second à celle des bandes latérales contenant l'information. On en déduit facilement pour $m = 1$ que deux tiers de la puissance sert à émettre la porteuse contre un tiers pour l'information alors que toute la puissance d'émission va dans les bandes latérales si on module sans porteuse. Cette meilleure efficacité peut être mise en évidence sur le montage en partant des réglages initiaux ($A_m = 4 V$, $A_0 = 5 V$ et $A_p = 5 V$) et en observant le signal modulé $s(t)$ et v_r . Si on augmente au maximum l'amplitude A_p de la porteuse, on constate que v_r suit cette tendance puisque son amplitude est proportionnelle à $A_p A_m$. On peut récupérer un signal encore plus fort en augmentant A_m mais le signal $s(t)$ du multiplieur sature à partir d'un certain niveau car on est limité par la présence de la composante A_0 . Comme celle-ci ne contient pas d'information, on peut la mettre à zéro (m infini) pour pouvoir continuer à augmenter A_m . On récupère alors un signal v_r maximum compte tenu des capacités de notre émetteur.

II MODULATION DE FREQUENCE

II.1 Modulation par un signal sinusoïdal

[1], p. 222 ; [2], ch. 5 ; [3]

La fréquence instantanée d'un signal modulé en fréquence est une fonction affine du signal informatif. Si l'information est sinusoïdale, elle a pour expression $f(t) = f_p + \Delta f \cos \omega_m t$. Celle du signal modulé se déduit de la fréquence instantanée grâce aux relations suivantes :

$$v_p(t) = A_p \cos \Psi(t) \quad \text{avec} \quad \Psi(t) \quad \text{la phase instantanée telle que} \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Psi(t)}{dt}$$

On trouve $\Psi(t)$ en intégrant l'expression de $f(t)$. En choisissant convenablement l'origine des temps, on obtient alors :

$$v_p(t) = A_p \cos \left(\omega_p t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin \omega_m t \right)$$

Δf est l'excursion en fréquence. Elle est en général proportionnelle à l'amplitude du signal basse fréquence. Le rapport sans dimension $\Delta f / f_m$ correspond au taux de modulation m .

Spectre en fréquence :

Le spectre d'un signal modulé en fréquence est plus complexe que celui d'une modulation d'amplitude. Il faut bien distinguer la fréquence instantanée $f(t)$ dépendante du temps et associée à la représentation temporelle du signal des fréquences spectrales f_i , indépendantes du temps et associées à la représentation fréquentielle du signal⁶. Pour obtenir le spectre en fréquence de $s(t)$, il faut décomposer son expression. On le fait en utilisant les fonctions de Bessel d'ordre entier n , $J_n(x)$ (cf. [1], p. 223-224). Le calcul montre que le spectre contient une infinité de raies mais celles qui ont une amplitude importante se trouvent dans une bande de fréquence dite de Carson (cet

⁶ Ces deux notions ne coïncident que pour un signal sinusoïdal pur

intervalle contient 98% de la puissance totale). De plus, des composantes spectrales disparaissent pour certaines valeurs particulières du taux de modulation m (cf. [1], p.229).

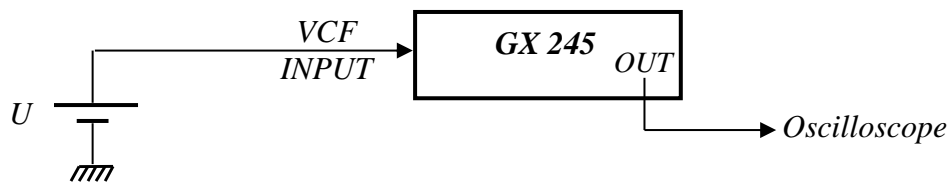
II.2 Réalisation pratique

Plusieurs solutions sont possibles. Parmi les plus simples, on peut citer l'emploi d'un oscillateur sinusoïdal accordable en fréquence grâce à des diodes Varicap ou le recours à un oscillateur contrôlé par une tension (OCT). La deuxième méthode est plus simple à mettre en pratique puisque les OCT constituent le cœur des GBF analogiques.

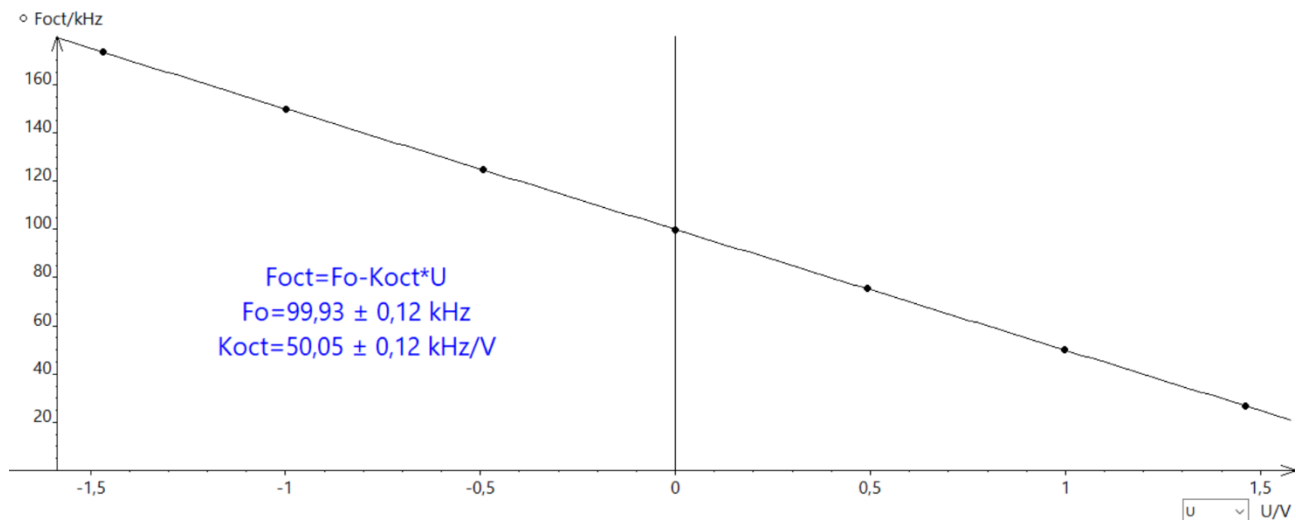
II.2.1 Etude préliminaire de l'OCT

Différents GBF permettent le contrôle de leur fréquence par une tension. On étudie ici la commande d'OCT d'un Métrix GX 245.

Montage :



On règle le GBF à une fréquence f_0 proche de 100 kHz. On appuie sur SWEEP puis sur EXT pour piloter l'OCT du GBF par la tension U envoyée sur l'entrée VCF INPUT située à l'arrière de l'appareil. On mesure alors la fréquence délivrée par le GBF pour différentes valeurs de U . Voici à titre indicatif le résultat d'une série de mesure :



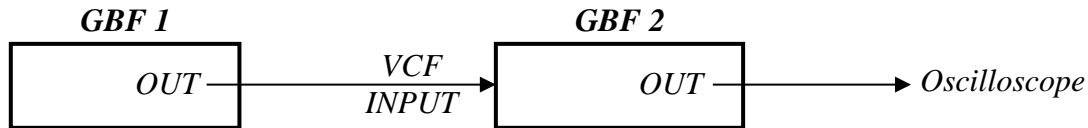
Ce graphique montre qu'on a une relation du type :

$$f_{OCT} = f_0 - k_{OCT} U \quad \text{avec} \quad k_{OCT} = 50 \text{ kHz} \cdot \text{V}^{-1}$$

Elle est valable si la valeur de U n'aboutit pas à des valeurs négatives pour f_{OCT} ($U < 2 \text{ V}$ ici) et si f_{max} ne dépasse pas la valeur maximum qui peut être atteinte sur le calibre de fréquence choisi. Il faut aussi noter que la valeur de k_{OCT} dépend du calibre de fréquence sur lequel on travaille ($k_{OCT} \approx 5 \text{ kHz} \cdot \text{V}^{-1}$ sur le calibre 10 kHz et $500 \text{ Hz} \cdot \text{V}^{-1}$ sur le calibre 1 kHz avec ce GBF).

II.2.2 Réalisation de la modulation

On propose de moduler la fréquence d'un signal porteur par un signal modulant sinusoïdal pour vérifier les résultats du § II.1.

Montage :

GBF 1 : numérique ; sinusoïde 1 kHz ; amplitude $V_m < 1 V$

GBF 2 : Métrix GX 245

$f_p = 10 \text{ kHz}$; amplitude $V_p = 5 V$

On augmente progressivement l'amplitude V_m en partant de zéro et on observe l'évolution du spectre en fréquence du signal délivré par le GBF. Les observations qui suivent peuvent être plus ou moins concluantes suivant le GBF 2 utilisé (on peut tester plusieurs GX 245 en cas de problème).

Disparition de la raie associée à la porteuse :

Cela intervient théoriquement lorsque $m = 2,4$. Or $m = \Delta f / f_m$ où Δf est l'excursion maximale de la fréquence instantanée. Comme $f_{OCT} = f_o - k_{OCT}U = f_p - k_{OCT}V_m \cos \omega_m t$ ici, on a :

$$m_{\text{exp}} = \frac{k_{OCT}V_m}{f_m}$$

On peut calculer m en mesurant l'amplitude V_m avec un oscilloscope numérique ou à partir de la valeur efficace de v_m mesurée au multimètre ($V_m = \sqrt{2} V_{m \text{ eff}}$).

Disparition des deux premières raies latérales :

Cela intervient lorsque $m = 3,8$. Là encore, on peut mesurer l'amplitude V_m , calculer m et vérifier l'accord avec cette valeur.

Remarque :

On observe toujours la disparition des raies si on prend des fréquences plus élevées ($f_p = 100 \text{ kHz}$ et $f_m = 5 \text{ kHz}$ par exemple) mais les résultats sur la valeur de m se dégradent car on atteint la limite des performances de l'OCT du GBF (il est moins bon que des circuits spécialisés dans ce genre de tâche). On peut donc essayer d'abaisser f_p et f_m si les résultats qu'on trouve sont mauvais.

II.2.3 Vérification de la règle de Carson

[1], p. 225 ; [2], p. 150

La largeur B du spectre contenant 98 % de la puissance totale est reliée au taux de modulation par la relation approchée suivante :

$$B \approx 2(1 + m)f_m$$

Le problème consiste à évaluer la largeur B sur la FFT du signal modulé compte tenu de sa définition. Une option possible consiste à se fixer un critère pour mesurer B et vérifier sur les deux valeurs de m repérables (2,4 et 3,8) que le rapport $B_{3,8}/B_{2,4}$ est égal à $(1 + 3,8)/(1 + 2,4) = 1,41$

II.3 Démodulation

Là encore, plusieurs solutions sont envisageables (cf. [1], p. 230 ou [2], p. 155). On étudie ici la démodulation par boucle à verrouillage de phase (PLL). Elle permet une

étude quantitative (plage de verrouillage, plage de capture) et peut aussi servir à récupérer une porteuse (cf. annexe) ou dans l'étude des systèmes bouclés.

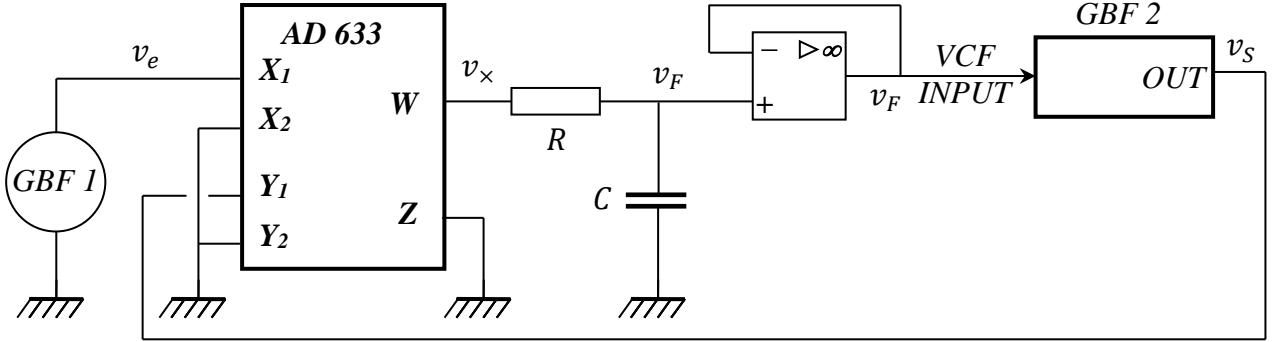
II.3.1 Réalisation simple d'une PLL

[1], p. 233

Montage :

GBF 2 (OCT) : GX 245 ; $f_0 = 100 \text{ kHz}$

On conseille un appareil numérique pour le GBF 1 afin de pouvoir régler finement sa fréquence.



L'amplitude des signaux des deux GBF doit être réglée à une valeur connue précisément (5 V par exemple). On choisit $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 3 \text{ nF}$ pour le filtre passe bas d'où une fréquence de coupure :

$$f_F = \frac{1}{2\pi RC} = 5,3 \text{ kHz}$$

On se contente ici de développer les expressions nécessaires à la compréhension du phénomène. Se reporter à [3], p. 53 et surtout à [7] pour plus de précision sur la théorie des PLL.

Plage de verrouillage Δf_V :

La boucle est verrouillée lorsque $f_s = f_e$. Dans ce cas, $v_e = V_e \cos \omega_e t$ et $v_s = V_s \cos(\omega_e t + \Delta\varphi)$ avec $\Delta\varphi = \varphi_e - \varphi_r$. On a alors à la sortie du multiplieur :

$$v_x = k_x v_e v_s = \frac{k_x V_e V_s}{2} [\cos \Delta\varphi + \cos(2\omega_e t + \Delta\varphi)]$$

On a $2f_e \gg f_F$ donc on peut supposer que le filtre élimine pratiquement la composante haute fréquence, d'où :

$$v_F \approx \frac{k_x V_e V_s}{2} \cos \Delta\varphi$$

Ce signal commande la fréquence de l'OCT, donc :

$$f_s = f_0 - k_{OCT} v_F \approx f_0 - \frac{k_{OCT} k_x V_e V_s}{2} \cos \Delta\varphi$$

Par conséquent, l'OCT peut suivre une fréquence donnée si $\Delta\varphi$ s'ajuste à une valeur compatible avec cette formule. Comme $\cos \Delta\varphi$ ne peut pas dépasser ± 1 , cela fixe la plage de verrouillage sur laquelle le GBF 2 peut suivre la fréquence f_e :

$$\Delta f_V \approx \pm \frac{k_{OCT} k_x V_e V_s}{2}$$

Application numérique :

$$k_{OCT} = 50 \text{ kHz} \cdot V^{-1}, k_x = 0,1, V_e = V_s = 5 \text{ V}, \text{ d'où :}$$

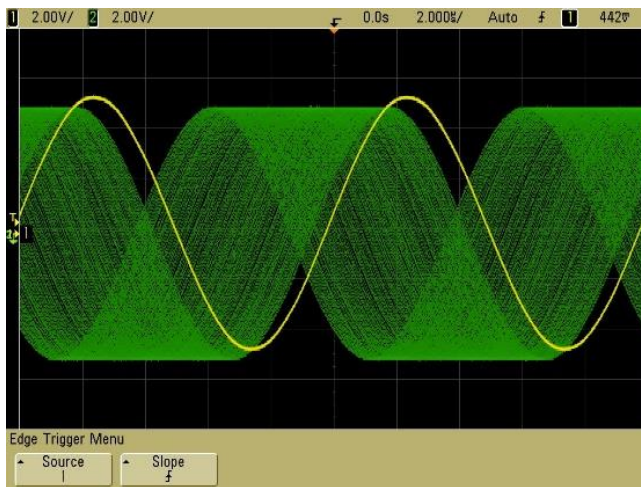
$$\Delta f_V = \pm 62,5 \text{ kHz}$$

Cette plage doit évidemment être recalculée si on modifie V_e, V_s et f_F .

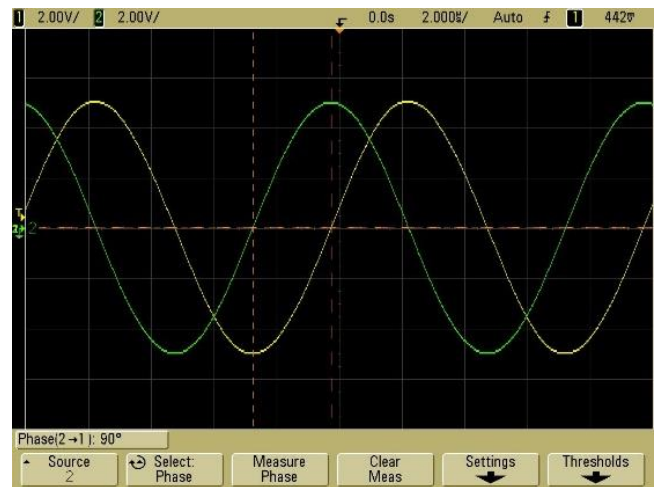
Observations :

Le GBF 2 est calé sur la fréquence de 100 kHz. On ajuste au mieux celle du GBF 1 à la même valeur. Malgré tout le soin apporté au réglage, les deux signaux ne sont pas synchrones (cf. figure de gauche : le signal du GBF 2 n'est pas stable si on déclenche l'oscilloscope sur le premier GBF). Si on appuie sur SWEEP, puis sur EXT sur le GBF 2, l'OCT du GBF 2 devient piloté par v_F et l'affichage des deux signaux doit devenir stable (fréquences rigoureusement identiques) :

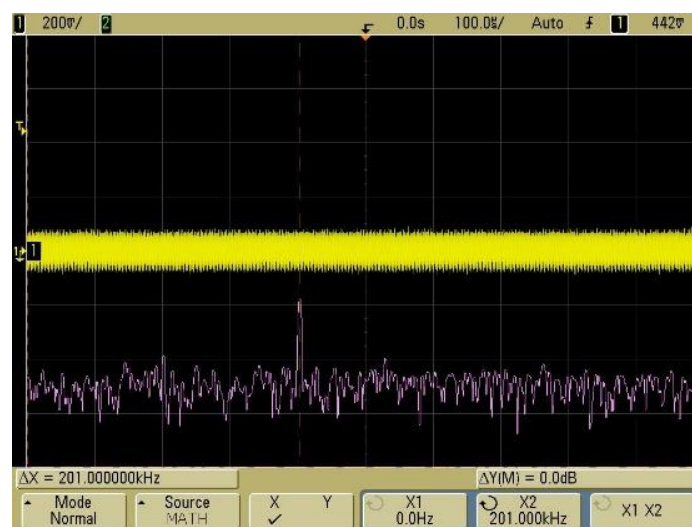
GBF 1 et 2 à 100 kHz : signaux non synchrones



GBF 1 et 2 à 100 kHz, PLL mise en route

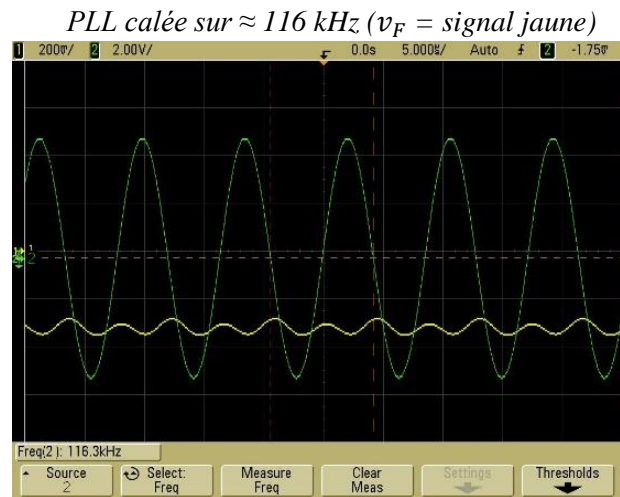
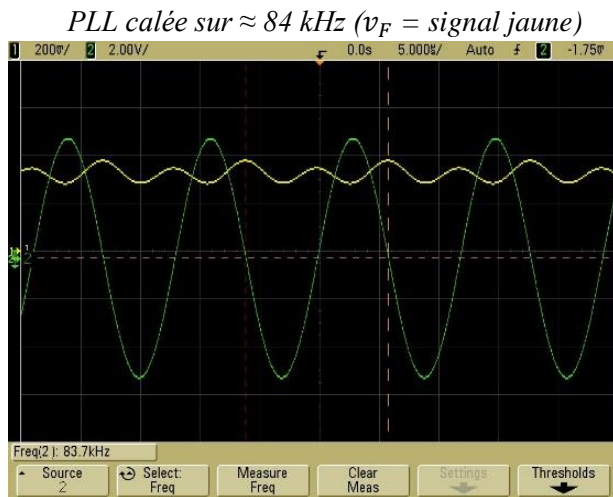


Si on observe le signal v_F , on constate qu'il a une valeur moyenne nulle. Ceci est logique puisqu'on demande au GBF 2 de suivre une fréquence correspondant à sa valeur « naturelle » f_0 (celle réglée avant de lancer le pilotage) donc le signal VCF INPUT de modification de sa fréquence doit être nul. Si on effectue la FFT de v_F , on détecte une composante à $2f_e = 200 \text{ kHz}$ due au terme $\cos(2\omega_e t + \Delta\varphi)$ du signal v_φ atténué par le filtre RC :

Signal et spectre de v_F quand $f_e = f_s = f_0 = 100 \text{ kHz}$ 

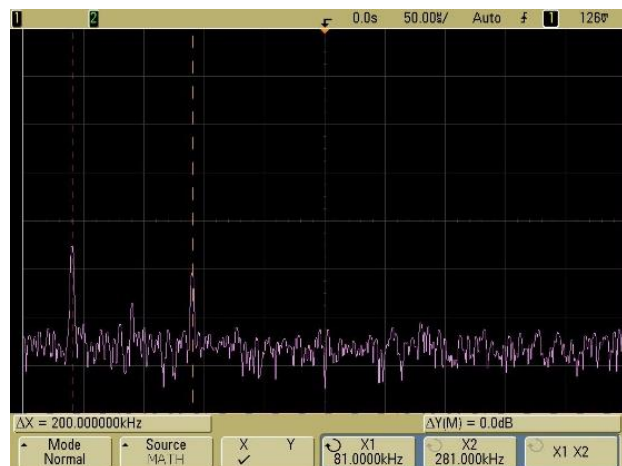
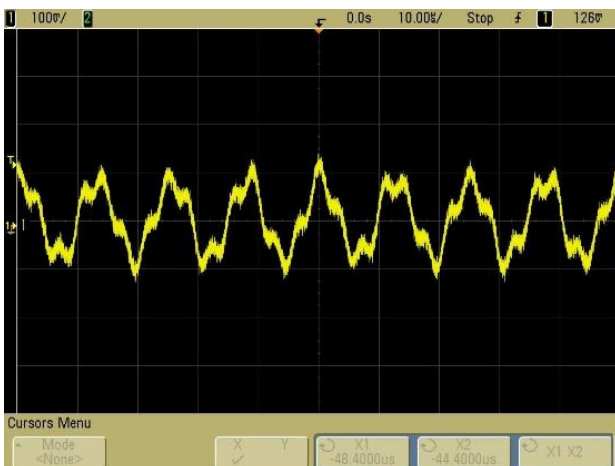
Si on augmente ou diminue la fréquence du GBF 1 tout en restant dans la plage de verrouillage, les

deux signaux conservent la même fréquence mais leur phase relative évolue. Elle vaut 90° à 100 kHz (cf. l'oscillogramme de droite ci-dessus) et tend vers 0 ou 180° lorsqu'on s'approche respectivement des limites basses et hautes de la plage de verrouillage (qu'on peut mesurer et comparer aux valeurs attendues). Ces observations sont en accord avec l'expression de la fréquence f_s de l'OCT du GBF 2 obtenue dans le calcul de la plage de verrouillage. Si on observe le signal v_F quand on modifie la fréquence du GBF 1, il reste grossièrement continu (à la composante $2\omega_e$ près atténuée par le filtre) tant que le GBF 2 est verrouillé, et il est positif ou négatif suivant que la fréquence imposée est inférieure ou supérieure à 100 kHz . Ceci est en accord avec l'expression de la fréquence délivrée par l'OCT du GBF 2 $f_{OCT} = f_0 - k_{OCT}v_F$:



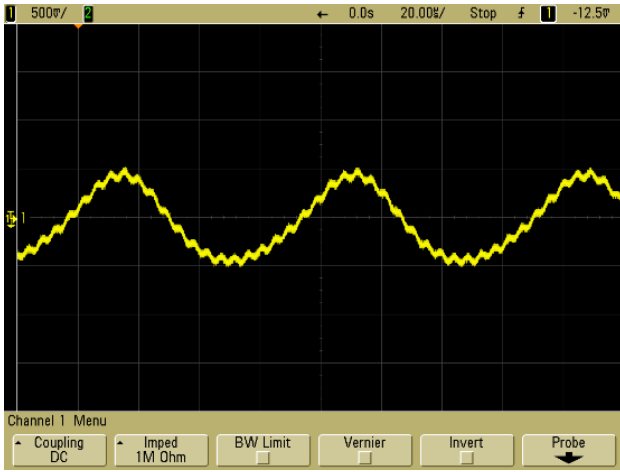
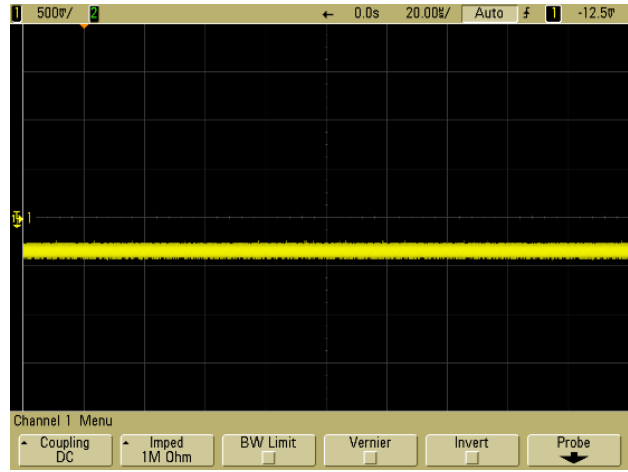
Déverrouillage et capture :

Le déverrouillage de la PLL doit intervenir vers $37,5$ et $162,5\text{ kHz}$ avec les valeurs proposées pour V_e, V_s et f_F . Lorsqu'on atteint ces limites, le GBF 2 décroche et retourne à sa fréquence naturelle f_0 car il n'y a plus de composante continue dans v_F pour piloter sa fréquence puisque les signaux ne sont plus cohérents. Pour recaler la PLL, il faut retourner dans la plage de verrouillage mais ce n'est pas suffisant car il faut se rapprocher nettement plus de la fréquence naturelle f_0 de l'OCT du GBF 2. On peut le comprendre en observant le signal v_F lorsque la boucle est déverrouillée. Le GBF 2 est alors sur sa fréquence naturelle $f_s \approx f_0 = 100\text{ kHz}$. Si le GBF 1 est par exemple à $f_e = 180\text{ kHz}$, on a à la sortie du multiplieur les fréquences $f_e - f_0 = 80\text{ kHz}$ et $f_e + f_0 = 280\text{ kHz}$ qu'on peut observer en effectuant la FFT de v_ϕ :



Comme elles sont supérieures à la fréquence de coupure du filtre f_F , elles sont atténuées par celui-ci et il n'y a pas de composante continue permettant à l'OCT du GBF 2 de se caler sur la fréquence du GBF 1. La seule solution consiste alors à rapprocher f_e de la fréquence naturelle de l'OCT. Cela

abaisse la valeur de $f_e - f_0$, donc elle est moins atténuée par le filtre passe bas, ce qui autorise un balayage en fréquence plus important de l'OCT lui permettant d'atteindre la fréquence f_e . On peut le vérifier en observant l'allure temporelle du signal v_F . On voit nettement un signal de fréquence $f_e - f_0$ (auquel s'ajoute une composante à $f_e + f_0$ plus atténuée par le filtre puisque de plus grande valeur) dont l'amplitude augmente au fur et à mesure que la fréquence du GBF 1 s'approche de la fréquence naturelle du GBF 2 ($f_e - f_0$ s'approche de la bande passante du filtre RC). L'amplitude de ce signal principalement sinusoïdal à $f_e - f_0$ constitue un « signal de scan en fréquence » pour l'OCT du GBF 2. Il est très faible lorsque $f_e - f_0$ est grand par rapport à f_F , donc le GBF 2 ne balaye pas un domaine de fréquence suffisant pour se recaler sur le GBF 1. $f_e - f_0$ diminue et se rapproche de f_F lorsqu'on rapproche f_e de $f_0 \rightarrow$ l'amplitude du signal de scan augmente \rightarrow le GBF 2 balaye un domaine plus grand en fréquence et se recale sur le GBF 1 dès que l'amplitude du signal de scan est suffisamment importante pour atteindre la fréquence du GBF 1. Si on observe le signal v_F quand on s'approche de la capture, on voit bien son amplitude augmenter⁷, puis se déformer du côté correspondant au signe de la tension nécessaire pour asservir le GBF 2 au GBF 1 compte tenu de la relation $f_{OCT} = f_0 - k_{OCT}v_F$ (côté négatif dans cet exemple ou l'on se rapproche de f_0 du côté des hautes fréquences) :

Signal de scan v_F juste avant la captureSignal de scan v_F juste après l'accrochage

Lorsque l'accrochage se fait, v_F devient pratiquement continu à la valeur correspondant \approx au sommet du signal de scan juste avant la capture. Pour terminer, on peut remarquer que pour une valeur $f_e - f_0$ donnée, l'amplitude du signal de scan v_F dépend de la fréquence de coupure f_F du filtre passe bas (plus f_F est bas, plus le filtre atténue la composante $f_e - f_0$). Il paraît donc logique que la fréquence f_F intervienne dans l'expression de la plage d'accrochage.

Plage de capture Δf_C :

On peut l'estimer compte tenu des observations précédentes. Lorsque la PLL est déverrouillée, l'OCT du GBF 2 retourne à sa fréquence naturelle f_0 donc on a à la sortie du multiplieur :

$$v_x = k_x v_e v_s = k_x V_e \cos(\omega_e t) V_s \cos(\omega_0 t) = \frac{k_x V_e V_s}{2} [\cos(\omega_e - \omega_0)t + \cos(\omega_e + \omega_0)t]$$

On suppose que le filtre élimine pratiquement la haute fréquence. La composante $\omega_e - \omega_0$ est quant à elle transmise avec le facteur d'atténuation liée à la fonction de transfert du filtre passe bas d'ordre 1 à cette fréquence :

⁷ On peut noter l'amplitude plus forte de v_F par rapport à l'oscillogramme à 180 kHz.

$$v_F \approx \frac{k_{\times} V_e V_s}{2} \cos(\omega_e - \omega_0)t \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_e - \omega_0}{\omega_F}\right)^2}}$$

Ce signal commande la fréquence de l'OCT via la relation $f_s = f_0 - k_{OCT} v_F$. Les fréquences extrêmes atteignables par l'OCT correspondent à $\cos(\omega_e - \omega_0)t = \mp 1$ donc la plage de fréquence que peut balayer la PLL lorsqu'elle est déverrouillée vaut :

$$f_s - f_0 \approx \pm \frac{k_{OCT} k_{\times} V_e V_s}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_e - \omega_0}{\omega_F}\right)^2}} = \pm \Delta f_V \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_e - \omega_0}{\omega_F}\right)^2}}$$

L'accrochage a lieu lorsque $f_s = f_e$ donc la plage de capture vaut :

$$\Delta f_C \approx \pm \Delta f_V \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta f_C}{f_F}\right)^2}}$$

On peut simplifier l'expression si le terme au carré dans la racine est très supérieur à 1 :

$$\Delta f_C \approx \pm \frac{f_F \Delta f_V}{\Delta f_C}$$

D'où :

$$\boxed{\Delta f_C \approx \pm \sqrt{\Delta f_V f_F}}$$

Application numérique :

$$\Delta f_C \approx \pm \sqrt{62,5 \times 5,3} \rightarrow \boxed{\Delta f_C \approx \pm 18,2 \text{ kHz}}$$

L'hypothèse $(\Delta f_C / f_F)^2 \gg 1$ n'est pas vraiment vérifiée puisqu'on a $(\Delta f_C / f_F)^2 = 11,8$ mais ce n'est pas vraiment gênant puisqu'on fait la simplification dans une racine. On peut s'en convaincre en effectuant le calcul sans approximation. Dans ce cas, on a une équation du second degré en Δf_C^2 et on obtient :

$$\Delta f_C^2 = \frac{-f_F^2 + \sqrt{f_F^4 + 4(f_F \Delta f_V)^2}}{2} \rightarrow \boxed{\Delta f_C = \pm 17,8 \text{ kHz}}$$

L'écart avec le calcul simplifié est effectivement assez faible.

Mesures :

On peut rechercher la plage de capture et comparer le résultat avec la valeur attendue.

II.3.1 Application à la démodulation de fréquence

Il suffit d'envoyer le signal modulé en fréquence généré par le montage du § II.2.2 sur l'entrée X_1 de la PLL (montage du § II.3.1). On peut prendre une porteuse f_p de 100 kHz $\rightarrow f_e = f_p - 0,5 f_p V_m \cos \omega_m t$.

Comme $v_F = \frac{k_m V_e V_s}{2} \cos \Delta \varphi$ et $f_s = f_0 - \frac{k_{OCT} k_m V_e V_s}{2} \cos \Delta \varphi$, on a $v_F = \frac{f_0 - f_s}{k_{OCT}}$

Si la vitesse de variation de la fréquence de f_e n'est pas trop grande, on peut supposer que la boucle reste verrouillée à chaque instant donc $f_s = f_e$ et, par conséquent :

$$v_F = \frac{f_0 - f_p + 0,5f_p V_m \cos \omega_m}{k_{OCT}}$$

Le signal v_F est donc bien proportionnel au signal informatif à une constante près.

Observation :

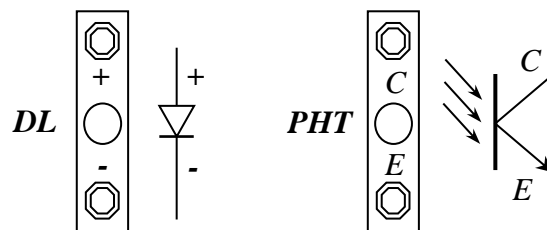
On visualise v_F à l'oscilloscope et on compare son allure à celle du signal informatif. On peut commencer avec une sinusoïde basse fréquence (100 Hz par exemple), puis prendre un signal informatif triangulaire et vérifier que la démodulation reste correcte. On peut aussi utiliser la voie comme signal modulant en utilisant un micro sensible et envoyer le signal v_F dans un haut-parleur via un amplificateur de puissance pour voir le résultat.

II.4 Application à la modulation numérique de fréquence

Les modulateurs et démodulateurs qui viennent d'être présentés peuvent servir à la transmission numérique d'informations. Il suffit d'attribuer deux valeurs différentes de fréquence pour le 0 et le 1. On parle de modulation FSK (Fréquence Shift Keying). Des idées de manipulation sont développées dans [1], chapitre IX, p. 237.

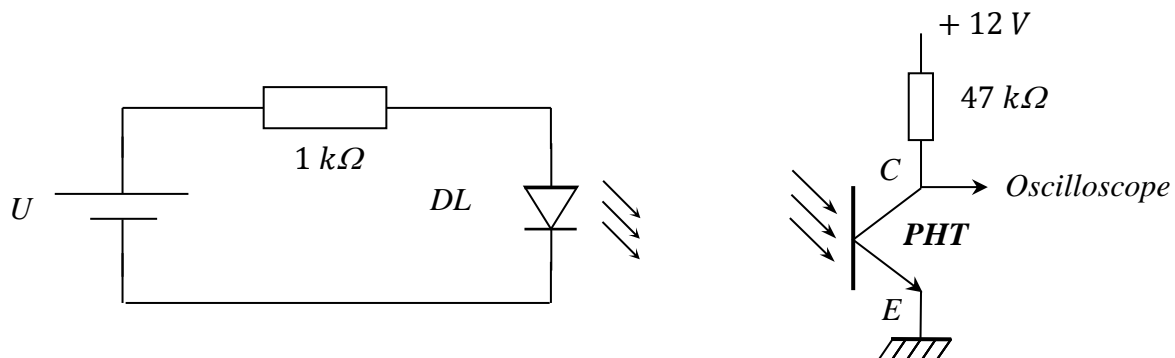
III TRANSMISSION PAR FIBRE OPTIQUE

On illustre ce mode de transport avec du matériel de chez Electrome (consulter la notice « Fibre Optique »). Les montages sont à réaliser sur des plaques P60. L'émission s'effectue avec une diode haute luminosité (DL) et un phototransistor (PHT) sert à la réception. La transmission s'effectue par une fibre optique de 2 ou 30 mètres.



III.1 Module d'émission

On réalise le montage de gauche :



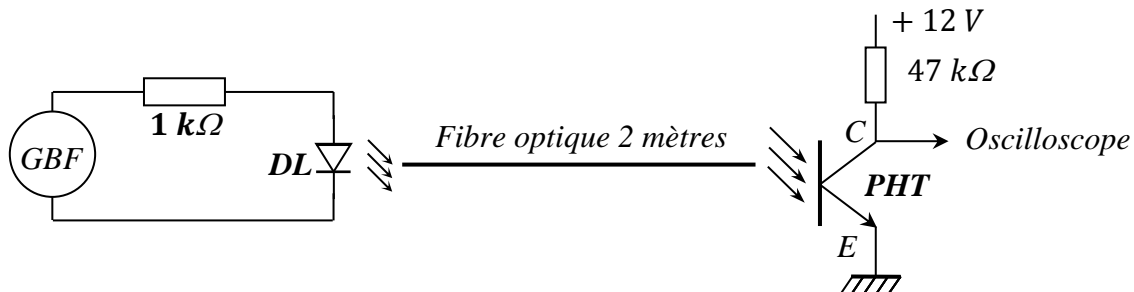
Si on regarde le niveau d'éclairement en fonction de la tension appliquée aux bornes de la LED, on s'aperçoit qu'il faut dépasser un certain niveau pour qu'elle se mette à briller. Ce seuil, de l'ordre du volt⁸, oblige à polariser le signal avant de le transmettre.

⁸ Il dépend du type de LED utilisée.

III.2 Module de réception

Il correspond au montage de droite. La tension V_C doit être nulle lorsque la base du phototransistor est à la lumière du jour (on peut l'éclairer avec une lampe si l'effet n'est pas sensible) donc le phototransistor est saturé lorsque la base est éclairée. V_C tend vers 12 V si on masque la base du phototransistor → Il est bloqué lorsque la base n'est pas éclairée.

III.3 Transmission d'un signal simple

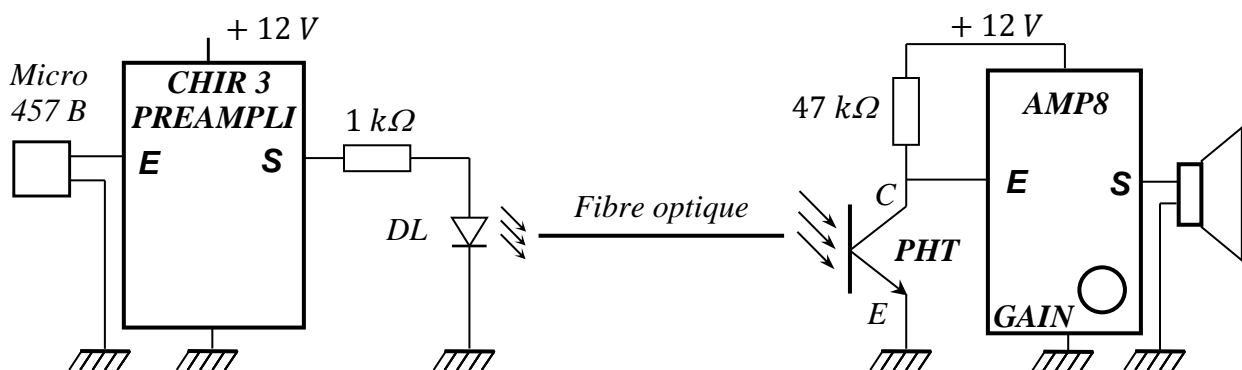


GBF → signal sinusoïdal, $f = 500 \text{ Hz}$

Si l'amplitude du GBF est faible (1 ou 2 V), le phototransistor reste bloqué puisque le signal d'entrée n'a pas une amplitude suffisante pour activer la diode. On ajoute alors progressivement un offset au signal d'entrée et le phototransistor se met à conduire dès qu'on atteint le seuil d'émission de la LED (on peut visualiser V_C en AC pour éliminer la composante continue). Dès que le signal ne descend plus en dessous du seuil, la transmission se fait sans déformation et on peut remarquer que le signal récupéré est déphasé de π en raison du principe de fonctionnement du phototransistor.

III.4 Montage final

On peut transmettre un signal audio avec le montage précédent à l'aide de deux modules spécifiques. Le préamplificateur CHIR 3 augmente l'amplitude du signal du microphone et rajoute une tension de décalage pour attaquer la diode d'émission. Le module AMP 8 amplifie le signal reçu et élimine sa composante continue pour pouvoir alimenter le haut – parleur :



Bibliographie :

[1] : Duffait : Expériences d'électronique ; ch. IX
[2] : Manneville Esquieu : Systèmes bouclés linéaires de communication et de filtrage.

- [3] : Quaranta III
- [4] : Quaranta IV
- [5] : Auvray : Circuits et composants électroniques
- [6] : Malvino : Principes d'électronique
- [7] : Michel Girard : Boucles à verrouillage de phase

ANNEXE : RECUPERATION DE LA PORTEUSE POUR UNE DEMODULATION D'AMPLITUDE SYNCHRONES

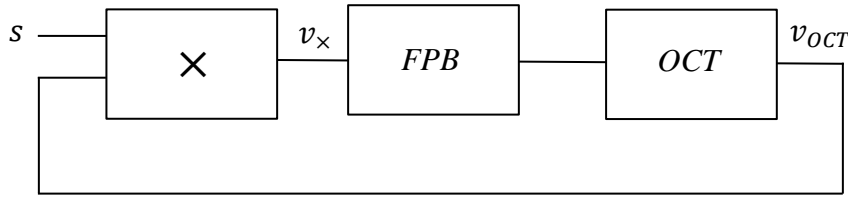
La démodulation cohérente d'une modulation d'amplitude présentée au § I.5.2 nécessite un signal synchrone de la porteuse (même fréquence, même phase). On peut penser qu'un oscillateur local réglé sur f_p est suffisant mais ce n'est pas le cas car le moindre écart résiduel entre les fréquences des oscillateurs émetteurs et récepteurs ainsi que les petites variations aléatoires qu'elles subissent au cours du temps ne permettent pas une récupération correcte du signal informatif. On présente ici deux méthodes permettant la reconstruction d'un signal synchrone suivant qu'on module avec ou sans porteuse en considérant un signal informatif de type sinusoïdal.

I MODULATION AVEC PORTEUSE CONSERVEE

La constante A_0 (cf. § I.1) est non nulle dans ce cas et l'expression du signal modulé en fonction du taux de modulation m correspond à :

$$s(t) = A_0 A_p [1 + m \cos \omega_m t] \cos \omega_p t$$

La reconstruction d'une porteuse synchrone peut alors se faire à l'aide d'une simple PLL :



Pour le vérifier, on suppose que la fréquence naturelle de l'OCT est réglée sur celle de la porteuse à recréer et que la PLL est déjà verrouillée $\rightarrow v_{OCT} = A_{OCT} \cos(\omega_p t + \Delta\varphi)$. Dans ce cas, on a en sortie du multiplieur :

$$v_x = k_x s \cdot v_{OCT} = k_x A_0 A_p A_{OCT} [1 + m \cos \omega_m t] \cos \omega_p t \cos(\omega_p t + \Delta\varphi)$$

$$v_x = \frac{k_x A_0 A_p A_{OCT}}{2} [1 + m \cos \omega_m t] [\cos \Delta\varphi + \cos(2\omega_p t + \Delta\varphi)]$$

$$v_x = \frac{k_x A_0 A_p A_{OCT}}{2} [\cos \Delta\varphi + m \cos \omega_m t \{ \cos \Delta\varphi + \cos(2\omega_p t + \Delta\varphi) \} + \cos(2\omega_p t + \Delta\varphi)]$$

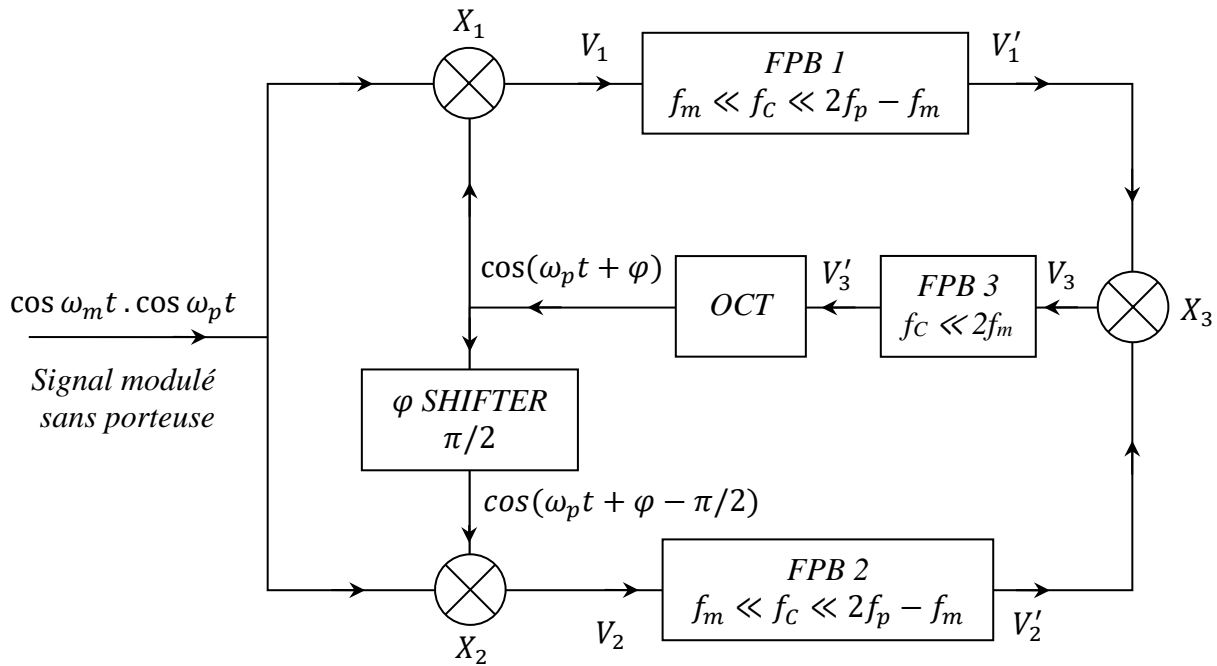
Le deuxième terme dans les crochets donne des fréquences f_m et $2f_p \pm f_m$. Le troisième donne une fréquence à $2f_p$. Avec un filtre passe bas adéquat, on peut éliminer toutes ces fréquences pour ne garder que le terme en $\cos \Delta\varphi$ afin d'obtenir un signal de commande stationnaire de la fréquence de l'OCT lui permettant de suivre rigoureusement f_p . Le déphasage $\Delta\varphi$ doit se caler sur $\pm \pi/2$ puisque la fréquence naturelle de l'OCT est préalablement réglée sur f_p ce qui aboutit à une porteuse en quadrature. Cela pose problème pour la démodulation synchrone car on ne peut plus récupérer le signal informatif (on peut recalculer $s'(t)$ au § I.5.2 pour s'en convaincre). Il faut donc rajouter un circuit déphaseur pour retrouver une porteuse en phase avec celle de l'émetteur.

II MODULATION SANS PORTEUSE

La constante A_0 est nulle dans ce cas donc on a :

$$s(t) = A_m A_p \cos \omega_m t \cos \omega_p t$$

La porteuse est alors absente du spectre du signal. Pour la récupérer, il existe différentes techniques plus ou moins sophistiquées. On présente ici la boucle de Costas. L'idée de base consiste toujours à asservir la fréquence d'un oscillateur local à celle de la porteuse mais à l'aide d'une double boucle cette fois-ci. Le système commence par faire deux multiplications, une directe X_1 avec le signal de l'OCT, l'autre X_2 avec le même signal mais déphasé de $\pi/2$. Les deux résultats passent chacun dans un filtre passe bas. Ils sont ensuite multipliés (X_3) et le signal obtenu pilote l'OCT après avoir traversé un dernier filtre :



On omet l'amplitude des différents signaux dans les calculs suivants pour ne pas alourdir la présentation. On suppose des filtres idéaux et l'OCT déjà synchronisé \rightarrow il sort $\cos(\omega_p t + \Delta\varphi)$.

Sortie X_1 :

$$V_1 = (\cos \omega_m t \cdot \cos \omega_p t) \cos(\omega_p t + \Delta\varphi) = \cos \omega_m t [\cos \Delta\varphi + \cos(2\omega_p t + \Delta\varphi)]$$

Le premier terme dans les crochets donne une fréquence à f_m . Le deuxième donne les fréquences $2f_p \pm f_m$.

Sortie FPB 1 :

$$\text{Il sert à éliminer les composantes } 2f_p \pm f_m \rightarrow V_1' = \cos \omega_m t \cos \Delta\varphi$$

Sortie X_2 :

$$V_2 = (\cos \omega_m t \cdot \cos \omega_p t) \cos\left(\omega_p t + \Delta\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = \cos \omega_m t \left[\cos\left(\Delta\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(2\omega_p t + \Delta\varphi - \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

On retrouve là aussi des fréquences à f_m et $2f_p \pm f_m$.

Sortie FPB 2 :

Il a le même rôle que le FPB 1 $\rightarrow V'_2 = \cos \omega_m t \cos \left(\Delta\varphi - \frac{\pi}{2} \right) = \cos \omega_m t \sin \Delta\varphi$

Sortie X3 :

$$V_3 = V'_1 \times V'_2 = \cos \omega_m^2 t \cos \Delta\varphi \sin \Delta\varphi = \cos \omega_m^2 t \sin 2\Delta\varphi = (1 + \cos 2\omega_m t) \sin 2\Delta\varphi$$

Sortie FPB3 :

Il sert à éliminer la composante à $2\omega_m \rightarrow V'_3 = \sin 2\Delta\varphi$

Par conséquent, il existe un état d'équilibre possible pour la boucle de Costas lorsqu'elle est verrouillée sur la fréquence de la porteuse puisque le signal de commande de l'OCT est alors stationnaire. Si la fréquence naturelle de l'OCT est proche de la fréquence de la porteuse qu'on souhaite régénérer, sa tension de commande doit être nulle donc on a $\sin 2\Delta\varphi = 0$, d'où $\Delta\varphi = 0$. Dans ce cas, le signal généré par l'OCT suit rigoureusement la fréquence f_p et il est en phase avec la porteuse d'origine ce qui permet une détection optimale du signal informatif lors d'une démodulation synchrone d'amplitude.