


Solução:

$P_1 (x_1, y_1)$
 $P_2 (x_2, y_2)$
 $P_3 (x_3, y_3)$

$C(h, k)$

o centro da circunferência

Eq. 1

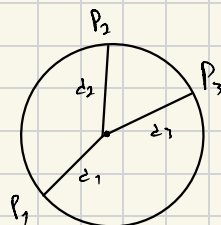
$$\sqrt{(x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2} = \sqrt{(x_2 - h)^2 + (y_2 - k)^2}$$

Eq. 2

$$\sqrt{(x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2} = \sqrt{(x_3 - h)^2 + (y_3 - k)^2}$$

a distância de P_1 ao centro tem de ser igual à distância de P_2 ao centro que por sua vez tem de ser igual à distância de P_3 ao centro

$$\begin{cases} d_1 = d_2 \\ d_1 = d_3 \end{cases}$$



Resolução:

Eq. 1

$$\sqrt{(x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2} = \sqrt{(x_2 - h)^2 + (y_2 - k)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2 = (x_2 - h)^2 + (y_2 - k)^2$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1h + h^2 + y_1^2 - 2y_1k + k^2 = x_2^2 - 2x_2h + h^2 + y_2^2 - 2y_2k + k^2$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 = 2x_1h + 2y_1k - 2x_2h - 2y_2k$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2}{2}}_c = h \underbrace{(x_1 - x_2)}_a + k \underbrace{(y_1 - y_2)}_b$$

Eq. 2

$$\sqrt{(x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2} = \sqrt{(x_3 - h)^2 + (y_3 - k)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - h)^2 + (y_1 - k)^2 = (x_3 - h)^2 + (y_3 - k)^2$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1h + h^2 + y_1^2 - 2y_1k + k^2 = x_3^2 - 2x_3h + h^2 + y_3^2 - 2y_3k + k^2$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 = 2x_1h + 2y_1k - 2x_3h - 2y_3k$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2}{2}}_f = h \underbrace{(x_1 - x_3)}_c + k \underbrace{(y_1 - y_3)}_d$$

$$\begin{cases} e = ha + kb \\ f = hc + kd \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{e - kb}{a} \\ f = \frac{e - kb}{a}c + kd \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ af = (e - kb)c + kda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ af - ec = -kbc + kda \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ af - ec = k(-bc + da) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ k = \frac{af - ec}{ad - bc} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{e - \frac{af - ec}{ad - bc}b}{a} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{e(ad - bc) - b(af - ec)}{a(ad - bc)} \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{e(ad - bc) - b(af - ec)}{a(ad - bc)} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{e ad - \cancel{ebc} - b af + \cancel{ebc}}{a(ad - bc)} \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{e ad - b af}{a(ad - bc)} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{a(ed - bf)}{a(ad - bc)} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{ed - bf}{ad - bc} \\ k = \frac{af - ec}{ad - bc} \end{cases}$$

Logo o raio é a distância do centro e q'q
ponto de circunferência:

$$r = \sqrt{(x_1 - h)^2 + (y_1 - f)^2}$$