

Aufgabe 4.1

Mindestens eine Sechs wird gewürfelt: $P(A) = \frac{11}{36}$

Die Summe der beiden gewürfelten Augenzahlen ist mindestens vier: $P(B) = \frac{33}{36}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{11}{36}}{\frac{33}{36}} = \frac{1}{3} = 0.33$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{11}{36}}{\frac{11}{36}} = 1$$

Aufgabe 4.2

$$P(A) = P(X = 9) + P(X = 10) = \binom{10}{9} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + \binom{10}{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{11}{1024}$$

$$P(B) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

$$P(A \cap B) = P(9 \text{ Zahlwürfe, 1 Kopfwurf}) + P(10 \text{ Zahlwürfe}) = \frac{5}{1024} + \frac{1}{1024} = \frac{6}{1024}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{6}{1024}}{\frac{1}{32}} = \frac{3}{16} = 0.1875$$

$$P(B|A) = \frac{\frac{6}{1024}}{\frac{11}{1024}} = \frac{6}{11} = 0.54$$

Aufgabe 4.3

A: Weinkenner

B: Nicht-Weinkenner

$$P(A) = 0.03 \quad P(B) = 0.97$$

C|A: Weinkenner und ein Kauf wird getätigt

C|B: Nicht-Weinkenner und ein Kauf wird getätigt

$$P(C|A) = 0.85 \quad P(C|B) = 0.02$$

$$P(A|C) = \frac{P(C|A)P(A)}{P(C)} = \frac{P(C|A)P(A)}{P(C|A)P(A) + P(C|B)P(B)} = \frac{0.85 \cdot 0.03}{0.85 \cdot 0.03 + 0.02 \cdot 0.97} = \frac{0.0255}{0.0449} = 0.568$$

Aufgabe 4.4

A: das Buch wird ordnungsgemäß ausgeliehen

B: das Buch wird nicht ordnungsgemäß ausgeliehen

$$P(A) = 0.99 \quad P(B) = 0.01$$

C|A: bei ordnungsgemäßer Ausleihe wird ein Alarm ausgelöst

C|B: bei nicht ordnungsgemäßer Ausleihe wird ein Alarm ausgelöst

$$P(A|C) = \frac{P(C|A)P(A)}{P(C)} = \frac{0.01 \cdot 0.99}{0.01 \cdot 0.99 + 0.95 \cdot 0.001} = 0.91$$

Aufgabe 4.5

A: ausgewählte Münze ist fair

B: ausgewählte Münze ist unfair

C|A: ausgewählte Münze wird 10-mal geworfen und sie ist fair

C|B: ausgewählte Münze wird 10-mal geworfen und sie ist unfair

$P(W) = \frac{1}{3}$ Ziehen einer von drei Münzen

$$P(C|A) = \binom{10}{8} \cdot (0.5)^8 \cdot (0.5)^2$$

$$P(C|B) = \binom{10}{8} \cdot (0.8)^2 \cdot (0.2)^8$$

$$P(A|C) = \frac{P(C|A)P(A)}{P(C)} = \frac{\left[\binom{10}{8} \cdot (0.8)^8 \cdot (0.2)^2\right] \cdot 0.8}{\frac{1}{3} \left[\binom{10}{8} \cdot (0.5)^8 \cdot (0.5)^2\right] + \frac{1}{3} \left[\binom{10}{8} \cdot (0.8)^8 \cdot (0.2)^2\right]} = \frac{0.24}{0.34} = 0.71$$

2 Münzen: $\frac{2}{3}$

Aufgabe 4.6

$$P(\text{Einschaltquote in der Gesamtbevölkerung}) = 0.11 \cdot 0.188 + 0.15 \cdot 0.553 + 0.2 \cdot 0.259 = 0.155$$

$$P(\text{unter 20} | \text{Einschaltquote in der Gesamtbevölkerung}) = \frac{0.11 \cdot 0.188}{0.155} = 0.133$$