Aufgabe 2.1

$P(A) = 0.87$ E-Mail

$P(B) = 0.83$ Facebook

$P(A \cap B) = 0.73$ beides

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.87 + 0.83 - 0.73 = 0.97$

$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.97 = 0.03$

Aufgabe 2.2

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.4 - 0.3 = 0.9$

$P\neg(A \cup B) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.9 = 0.1$

$P\neg(A \cap B) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.3 = 0.7$

$P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.9 = 0.1$

$P(A^c \cup B^c) = P(A \cap B)^c = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.3 = 0.7$

Aufgabe 2.3

Unfairer Würfel

keine 6 im ersten Wurf:

$P\neg(6) = 1 - P(6) = 1 - 0.2 = 0.8$

keine 6 in beiden Würfen:

$P\neg(6) \cdot P\neg(6) = 0.64$

mindestens eine 6:

$1 - P\neg(6) \cdot P\neg(6) = 0.36$

Fairer Würfel

$P(6) = \frac{1}{6} \approx 0.17 \quad P\neg(6) = 1 - P(6) = 0.83 \quad P\neg(6) \cdot P\neg(6) = 0.7$

mindestens eine 6:

$1 - P\neg(6) \cdot P\neg(6) = 1 - 0.7 = 0.3$

Aufgabe 2.4

X/Y	1	2	3	4	5	6		
1	0	1	2	3	4	5	15	70
2	1	0	1	2	3	4	11	
3	2	1	0	1	2	3	9	
4	3	2	1	0	1	2	9	
5	4	3	2	1	0	1	11	
6	5	4	3	2	1	0	15	

$E(|X-Y|) = \frac{1}{36}\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6}|x_i - y_j| = \frac{70}{36} = 1.94$

X/Y	1	2	3	4	5	6		
1	1	1	1	1	1	1	6	91
2	1	2	2	2	2	2	11	
3	1	2	3	3	3	3	15	
4	1	2	3	4	4	4	18	
5	1	2	3	4	5	5	20	
6	1	2	3	4	5	6	21	

$E(min(X,Y)) = \frac{1}{36}\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} min(x_i, y_j) = \frac{91}{36} = 2.53$

X/Y	1	2	3	4	5	6		
1	1	2	3	4	5	6	21	161
2	2	2	3	4	5	6	22	
3	3	3	3	4	5	6	24	
4	4	4	4	4	5	6	27	
5	5	5	5	5	5	6	31	
6	6	6	6	6	6	6	36	

$E(max(X,Y)) = \frac{1}{36}\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} max(x_i, y_j) = \frac{161}{36} = 4.48$

Aufgabe 2.5

$E(X) = 2 \cdot P(6) = \frac{1}{3} \quad E(Y) = 2 \cdot P(5) = \frac{1}{3}$

$E(X) \cdot E(Y) = \frac{1}{9}$

$E(X \cdot Y) = P(5,6) + P(6,5) \quad P(5,6) = P(6,5) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \implies$

$E(X \cdot Y) = \frac{1}{18}$

Aufgabe 2.6

1. $E(X - E(X)) = E(X) - E(E(X)) = E(X) - E(X) = 0$

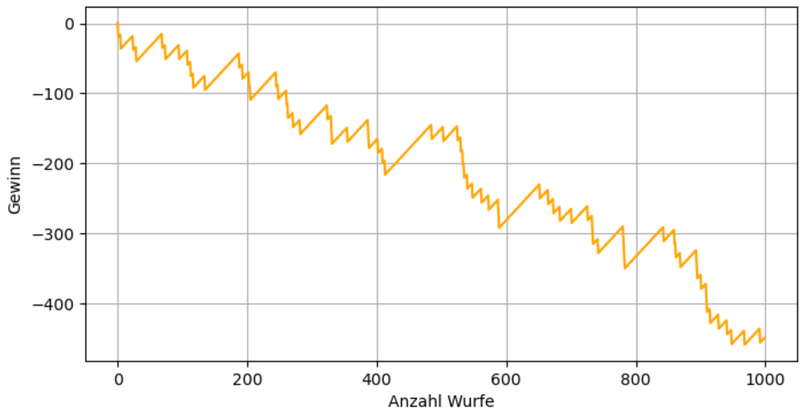
2. $E((X - E(X))^2) = E(X^2) - (E(X))^2 \quad E(X^2) = \frac{1}{6}\sum x_i^2 = \frac{91}{6} \quad E(X) = \frac{1}{6}\sum x_i = \frac{7}{2} \implies$

$E((X - E(X))^2) = \frac{91}{6} - (\frac{7}{2})^2 = 2.92$

3. $E((X - E(X))^3) = E(X^3) - 3 \cdot E(X) \cdot E((X - E(X))^2 - (E(X))^3 = \frac{147}{2} - 3 \cdot \frac{21}{6} \cdot \frac{35}{12} - (\frac{21}{6})^3 = 0$

Aufgabe 2.7

$E(X) = (1 - P(\{(1,1),(1,2),(2,1)\})) \cdot (-20) + P(\{(1,1),(1,2),(2,1)\}) \cdot 1 = \frac{33}{36} \cdot (-20) + \frac{3}{36} \cdot 1 = -\frac{27}{36} = -0.75$

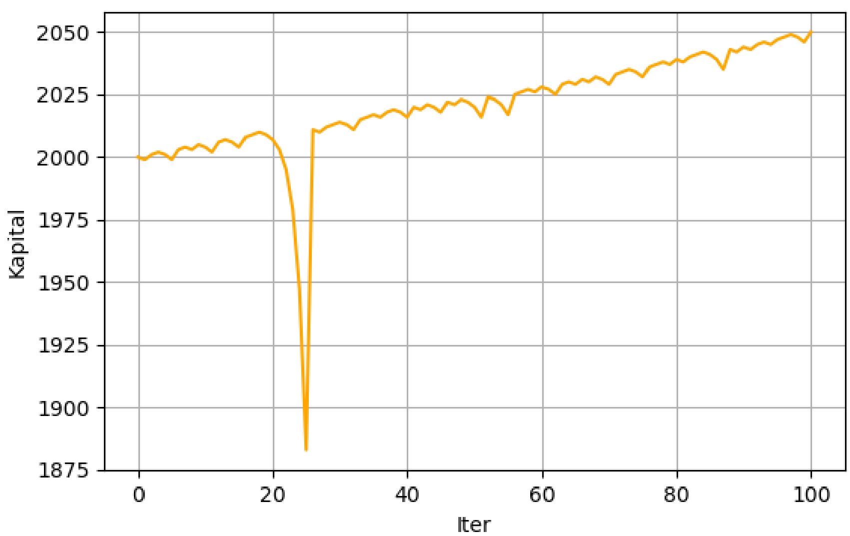


Da der Erwartungswert negativ ist, sollte Jack das Spiel aufgeben

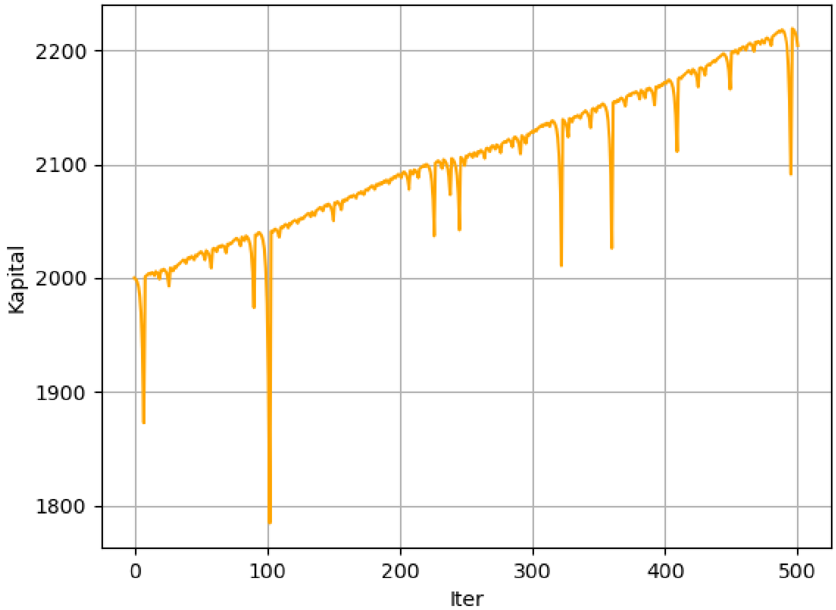
Aufgabe 2.8

$E = P(ROT) \cdot 1 + (1 - P(ROT)) \cdot (-1) = \frac{18}{37} - \frac{19}{37} = -0.027$

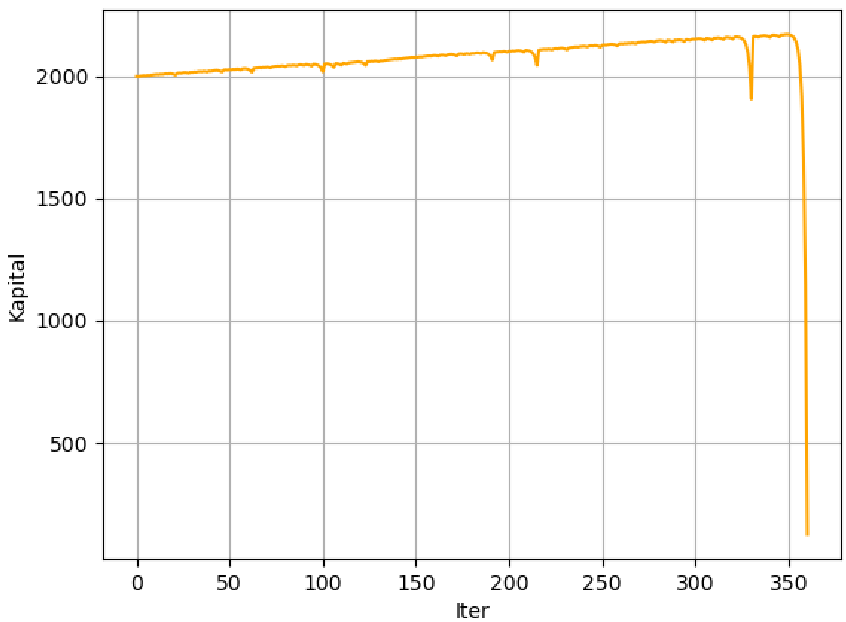
Simulationen: 100



Simulationen: 500



Simulationen: 1000



Aufgabe 2.9

Der Erwartungswert unterschiedet sich, je nachdem, ob die Person nach dem Öffnen einer Tür, bei seiner Wahl bleibt.

Wenn man seine Wahl nicht ändert, nutzt man quasi ledeglich die ursprüngliche Wahrscheinlichkeit ($P(\omega) = \frac{1}{3}$) das Geld zu gewinnen. Deshalb beträgt $E = 1 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot (1 - \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$. Hierbei steht die 1 für das Geld und die 0 für die Ziege.

Wenn man jedoch wechselt, beträgt $E = \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{2}{3}$, denn der Showmaster öffnet immer die Tür mit Ziege, d.h. die Gewinnswahrscheinlichkeit ($P(\omega) = \frac{2}{3}$).