

# Bài tập Cơ học – Phần 1

Lê Quang Nguyên  
www4.hcmut.edu.vn/~leqnguyen  
nguyenquangle59@yahoo.com

cuu duong than cong . com

## Nội dung

1. Động học
2. Động lực học chất điểm

### 1.1

Một chất điểm chuyển động trên trục Ox theo chiều dương, bắt đầu từ O với vận tốc 2m/s. Gia tốc có biểu thức  $a = -v/2$  (m/s<sup>2</sup>). Tìm biểu thức vận tốc theo thời gian  $t$ .

cuu duong than cong . com

### Trả lời 1.1

- Từ đề bài và định nghĩa của gia tốc:  $\frac{dv}{dt} = -\frac{v}{2}$
- Chuyển  $v$  sang vế trái,  $dt$  sang vế phải:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{2}dt$$

- Tích phân hai vế từ  $t = 0$  đến lúc  $t$  bất kỳ, để ý điều kiện ban đầu:

$$\int_2^{v(t)} \frac{dv}{v} = -\frac{1}{2} \int_0^t dt \Rightarrow v(t) = 2e^{-t/2}$$

## 1.2

Một chất điểm chuyển động trong mặt phẳng  $xOy$  với vận tốc cho bởi:  $\vec{v} = \vec{i} + x\vec{j} \text{ (m/s)}$

Ban đầu chất điểm ở gốc  $O$ , hãy tìm quỹ đạo của nó.

## Trả lời 1.2

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 1; \quad v_y = \frac{dy}{dt} = x$$

- Chuyển  $dt$  sang vế phải rồi lấy tích phân từ  $t = 0$  đến lúc  $t$  bất kỳ, để ý điều kiện ban đầu:

$$\int_0^{x(t)} dx = \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad x(t) = t$$

$$\int_0^{y(t)} dy = \int_0^t x(t) dt = \int_0^t t dt \quad \Rightarrow \quad y(t) = \frac{t^2}{2}$$

- Khử  $t$ :  $y = x^2/2$       Quỹ đạo parabol

cuu duong than cong . com

## 1.3

Một hạt rời gốc tọa độ với vận tốc đầu:

$$\vec{v} = 3\vec{i} \text{ (m/s)}$$

và sau đó chuyển động với gia tốc không đổi:

$$\vec{a} = -\vec{i} - 0,5\vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Tìm vận tốc của hạt khi nó đạt vị trí có tọa độ  $x$  cực đại.

## Trả lời 1.3

- Tương tự như trong các câu trước ta có:

$$dv_x/dt = -1; \quad dv_y/dt = -0,5$$

$$\int_3^{v_x(t)} dv_x = - \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad v_x(t) = 3 - t$$

$$\int_0^{v_y(t)} dv_y = -0,5 \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad v_y(t) = -0,5t$$

- Theo đó  $v_x$  sẽ giảm dần, bằng 0 lúc  $t = 3$ , rồi hạt sẽ chuyển động ngược lại theo chiều âm.

### Trả lời 1.3 (tt)

- Vậy lúc  $t = 3$  thì  $x$  đạt giá trị cực đại.

- Lúc đó:

$$v_x = 0; \quad v_y = -1,5$$

$$\vec{v}(t=3) = -1,5\vec{j} \text{ (m/s)}$$

cuu duong than cong . com

### 1.4

Một chất điểm chuyển động trên trục  $Ox$  theo chiều dương, bắt đầu từ  $O$  với vận tốc đầu bằng không. Sau đó nó có gia tốc  $a = 2 - 8x$  ( $\text{m/s}^2$ ). Hãy tìm vị trí  $x$  tại đó vận tốc đạt giá trị cực đại.

### Trả lời 1.4

$$\frac{dv}{dt} = 2 - 8x$$

- Ở đây ta cần biết sự phụ thuộc của  $v$  vào  $x$ , do đó ta thay  $dt$  bằng  $dx$ :  $dt = dx/v$

$$\frac{dv}{dx/v} = 2 - 8x \quad \Rightarrow \quad vdv = (2 - 8x)dx$$

- Tích phân hai vế, để ý điều kiện ban đầu:

$$\int_0^{v(x)} vdv = \int_0^x (2 - 8x)dx \quad \Rightarrow \quad v^2(x) = 4x - 8x^2$$

$$\Rightarrow v = v_{\max} \text{ khi } x = 0,25 \text{ (m)}$$

### 1.5

Một canô khối lượng  $m$  đang chuyển động thẳng với vận tốc  $v_0$  thì tắt máy. Biết rằng lực cản của nước lên canô có biểu thức  $F = kv^2$ , hãy tìm biểu thức của vận tốc canô theo quãng đường  $s$  đi được từ lúc tắt máy.

### Hướng dẫn 1.5

- Dùng định luật 2 Newton để tìm gia tốc, sau đó làm tương tự như câu 1.4, ta có kết quả:

$$v(s) = v_0 e^{-\frac{k}{m}s}$$

### 1.6

Một chất điểm chuyển động trên đường tròn với vận tốc đầu bằng không và gia tốc góc không đổi  $\beta = 2 \text{ (rad/s}^2\text{)}$ . Lúc  $t = 1 \text{ (s)}$  thì chất điểm có vận tốc  $v = 4 \text{ (m/s)}$ . Tìm bán kính đường tròn.

cuu duong than cong . com

### Trả lời 1.6

- Liên hệ giữa quãng đường và góc quay:  $s = R\theta$
- Lấy đạo hàm theo thời gian:

$$\frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \quad \Rightarrow \quad v = R\omega$$

$$\frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} \quad \Rightarrow \quad a_t = \frac{dv}{dt} = R\beta \quad (1)$$

- Từ hệ thức (1) suy ra:

$$\int_0^{v(t)} dv = R\beta \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad v(t) = R\beta t$$

### Trả lời 1.6 (tt)

- Trong đó ta đã dùng điều kiện ban đầu, và biết gia tốc góc là hằng số.
- Suy ra bán kính đường tròn:

$$R = \frac{v(t)}{\beta t}$$

- Lúc  $t = 1 \text{ (s)}$  thì  $v = 4 \text{ (m/s)}$ , do đó:

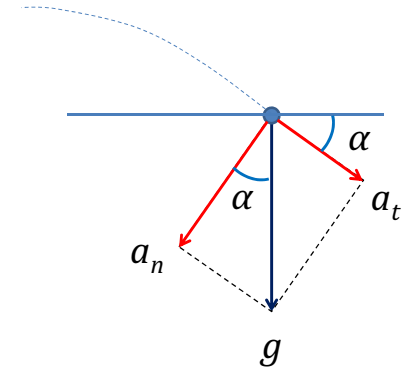
$$R = \frac{v(t=1)}{2 \times 1} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (m)}$$

### 1.7

Một vật được ném ngang từ trên cao. Vận tốc vật khi chạm đất hợp với phương ngang một góc  $60^\circ$  và có độ lớn  $30 \text{ (m/s)}$ . Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$  và bỏ qua sức cản của không khí. Tìm bán kính cong của quỹ đạo tại điểm chạm đất.

### Trả lời 1.7

- Lúc chạm đất, gia tốc tiếp tuyến hợp với phương ngang một góc  $\alpha = 60^\circ$ ,
- đó cũng chính là góc giữa gia tốc pháp tuyến và gia tốc toàn phần  $g$ .
- Ta có:  $a_n = g \cos \alpha \Leftrightarrow \frac{v^2}{R} = g \cos \alpha$



$$\Rightarrow R = \frac{v^2}{g \cos \alpha} = \frac{30^2}{10 \cos 60^\circ} = 180 \text{ (m)}$$

cuu duong than cong . com

### 1.8

Một bánh xe quay chậm dần đều, trong thời gian 1 phút vận tốc góc của nó giảm từ 300 (vòng/phút) xuống còn 180 (vòng/phút). Tìm gia tốc góc của bánh xe và số vòng nó quay được trong thời gian 1 phút ấy.

### Trả lời 1.8

- Từ biểu thức của gia tốc góc:  $d\omega = \beta dt$
- Chọn  $t = 0$  lúc vận tốc góc bằng 300 (v/ph), tích phân từ  $t = 0$  đến lúc  $t$  bất kỳ:

$$\int_{\omega_0}^{\omega(t)} d\omega = \beta \int_0^t dt \Rightarrow \omega(t) = \omega_0 + \beta t$$

- Suy ra gia tốc góc:  $\beta = (\omega(t) - \omega_0) / t$
- Lúc  $t = 60 \text{ (s)}$  thì  $\omega = 180 \text{ (v/ph)}$ , do đó:

$$\beta = \frac{(180 - 300) \times (2\pi/60)}{60} = -0,21 \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

### Trả lời 1.8 (tt)

- Từ biểu thức của vận tốc góc:  $d\theta = \omega dt$
- Tích phân từ  $t = 0$  đến lúc  $t$  bất kỳ:

$$\int_0^{\theta(t)} d\theta = \int_0^t \omega dt = \int_0^t (\omega_0 + \beta t) dt$$

- Suy ra góc quay sau thời gian  $t$ :

$$\theta(t) = \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2$$

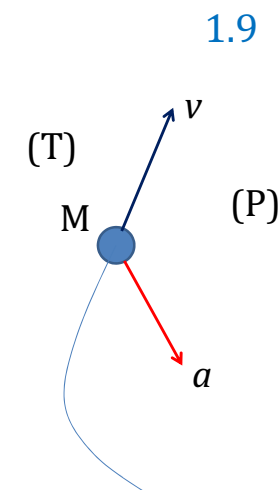
- Thay  $t = 60$  (s) ta được:

$$\theta = 480\pi (\text{rad}) = 240 (\text{vong})$$

cuu duong than cong . com

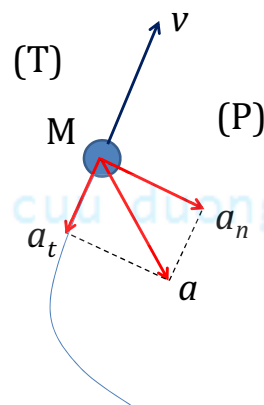
Ở vị trí M vật có vận tốc và gia tốc như hình vẽ. Chọn kết luận đúng. Vật sẽ:

- chuyển động chậm dần về bên trái (T).
- chuyển động nhanh dần về bên trái (T).
- chuyển động chậm dần về bên phải (P).
- chuyển động nhanh dần về bên phải (P).



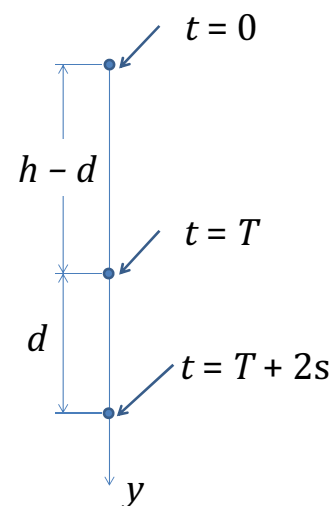
### Trả lời 1.9

- Gia tốc tiếp tuyến ngược chiều với vận tốc: vật chuyển động chậm dần.
- Vận tốc ở M hướng sang phải.
- Kết luận: Vật sẽ chuyển động chậm dần về bên phải (P).
- Trả lời: D



### 1.10

Một vật rơi tự do, trong 2 (s) cuối cùng trước khi chạm đất đã rơi được một quãng đường dài 60 (m). Cho  $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>). Vật đã rơi từ độ cao bao nhiêu?



### Trả lời 1.10

- Chọn  $t = 0$  lúc vật bắt đầu rơi ở độ cao  $h$  :

$$y(t) = \underbrace{y_0}_{=0} + (\underbrace{v_0 \sin \theta}_{=0})t + \frac{1}{2}gt^2$$

- Sau thời gian  $T + 2$  vật rơi quãng đường  $h$ :

$$h = \frac{1}{2}g(T+2)^2 \quad (1)$$

- Sau thời gian  $T$  vật rơi một quãng  $h - d$ :

$$h - d = \frac{1}{2}gT^2 \quad (2)$$

cuu duong than cong . com

### Trả lời 1.10

- Giải hệ (1) và (2) ta được:

$$T = 2(s)$$

$$h = 80(m)$$

### 1.11

Cho hai vật A và B rơi tự do từ cùng một độ cao, vật A rơi trước vật B. Cho  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Sau 2 (s) kể từ lúc vật B rơi, khoảng cách giữa hai vật là 60 (m). Vật B rơi sau vật A bao lâu?

cuu duong than cong . com

### Trả lời 1.11

- Chọn trục  $y$  hướng xuống và gốc thời gian lúc vật B bắt đầu rơi, ta có:

$$y_B = \frac{1}{2}gt^2$$

- Trước đó một quãng thời gian  $t_0$  vật A đã bắt đầu rơi, do đó:

$$y_A = \frac{1}{2}g(t+t_0)^2$$

- Lúc  $t = 2 \text{ (s)}$  thì khoảng cách giữa hai vật là 60 (m), suy ra:

$$\frac{1}{2}g(2+t_0)^2 - \frac{1}{2}g(2)^2 = 60 \quad \Rightarrow t_0 = 2(s)$$

### Trả lời 1.11 (tt)

Điều kiện ban đầu của A:  $t = -t_0: v_0 = 0, y_0 = 0$

$$\int_0^v dv = \int_{-t_0}^t g dt \quad \Rightarrow v = g(t + t_0)$$

$$\int_0^y dy = \int_{-t_0}^t v dt = \int_{-t_0}^t \underbrace{g(t + t_0)}_{t'} dt = g \int_0^{t+t_0} t' dt'$$

$$y = \frac{1}{2} g(t + t_0)^2$$

cuu duong than cong . com

### 1.12

Một chất điểm chuyển động với phương trình:  $x = 3t^2 - 4t^3/3, y = 8t$ . Xác định bán kính cong quỹ đạo của chất điểm lúc  $t = 2s$ .

### Trả lời 1.12 -1

Bán kính cong của đường cong có phương trình  $x(y)$  được xác định từ công thức toán học:

$$R = \left| \frac{(1 + x'^2)^{3/2}}{x''} \right|, \quad x' = \frac{dx}{dy}, \quad x'' = \frac{d^2x}{dy^2}$$

Thay  $t = y/8$  vào biểu thức của  $x$  ta có phương trình quỹ đạo:

$$x = \frac{3}{64} y^2 - \frac{1}{384} y^3 \quad (1)$$

### Trả lời 1.12 - 2

Áp dụng cho (1) ta được:

$$R = \left| \frac{\left( 1 + \left( \frac{3y}{32} - \frac{y^2}{128} \right)^2 \right)^{3/2}}{\frac{3}{32} - \frac{y}{64}} \right|$$

Lúc  $t = 2s$  thì  $y = 16$ , thay vào ta có:

$$R = 8,94 \text{ m}$$



### BT 1.12 – mở rộng

Một hạt chuyển động trong mặt phẳng Oxy với tốc độ không đổi  $v$ , trên quỹ đạo có phương trình  $y = cx^2$ , với  $c = \text{const}$ .

Tìm bán kính cong của quỹ đạo ở  $x = 0$ .

- a)  $R = 1/2c$
- b)  $R = c/2$
- c)  $R = 1/3c$
- d)  $R = c/3$

### Trả lời BT 1.12 – mở rộng

Nếu đường cong có phương trình  $y(x)$  ta hoán vị  $x \rightleftharpoons y$  và có:

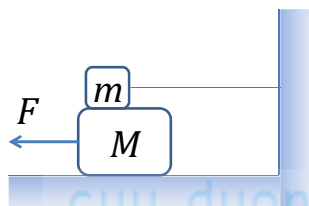
$$R = \left| \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \right|, \quad y' = \frac{dy}{dx} \quad y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$$

Kết quả: a)  $R = 1/2c$

### 2.1

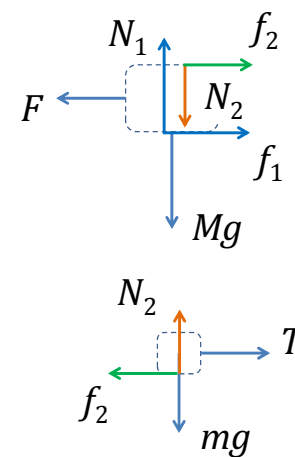
Cho cơ hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa  $m$  và  $M$ , giữa  $M$  và sàn là  $k$ . Để  $M$  chuyển động đều trước khi  $m$  rơi khỏi nó, thì  $F$  phải thỏa:

- A.  $F = kMg$
- B.  $F = k(M+m)g$
- C.  $F = kmg$
- D.  $F = k(M+2m)g$



### Trả lời 2.1 - 1

- Lực  $F$  kéo  $M$  sang trái, do đó hai lực ma sát  $f_1$  từ mặt bàn, và  $f_2$  từ  $m$ , đều hướng sang phải.
- $m$  chịu phản lực vuông góc  $N_2$  từ  $M$ , vì vậy sẽ ép xuống  $M$  một lực trực đối.
- $M$  cũng tác động vào  $m$  một lực bằng  $f_2$ , hướng sang trái.



### Trả lời 2.1 - 2

- Dùng định luật 2 Newton trên phương  $x, y$  cho hai vật, lưu ý là  $m$  đứng yên:

$$Ma = F - k(N_1 + N_2) \quad (1)$$

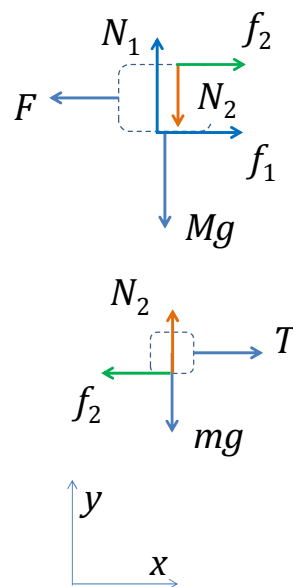
$$0 = N_1 - Mg - N_2 \quad (2)$$

$$0 = kN_2 - T \quad (3)$$

$$0 = N_2 - mg \quad (4)$$

- Từ (1), (2) và (4) ta được:

$$Ma = F - k(M + 2m)g$$



cuu duong than cong . com

### Trả lời 2.1 - 3

- Khi  $M$  chuyển động đều thì  $a = 0$ , lúc đó  $F$  phải thỏa:

$$F = k(M + 2m)g$$

- Trả lời: D

## 2.2

Một vật khối lượng  $m = 100$  (kg) sẽ chuyển động đều lên trên một mặt nghiêng có góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  nếu chịu tác động của lực kéo  $F = 600$  (N) dọc theo mặt nghiêng. Khi thả vật ra, vật sẽ chuyển động xuống với gia tốc bằng bao nhiêu?

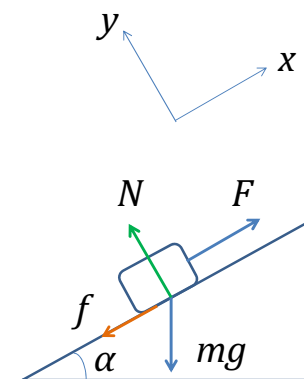
cuu duong than cong . com

### Trả lời 2.1

- Khi kéo lên, dùng dữ liệu của đề bài ta thấy  $mgsin\alpha < F$ .
- Vì vậy để vật trượt đều khi kéo lên thì phải có ma sát sao cho tổng lực trên mặt nghiêng (phương  $Ox$ ) bằng không:

$$0 = F - mgsin\alpha - kmgsin\alpha \quad (1)$$

- Lưu ý:  $f = kN = kmgsin\alpha$



### Trả lời 2.1 (tt)

- Ngược lại khi vật trượt xuống ta có:

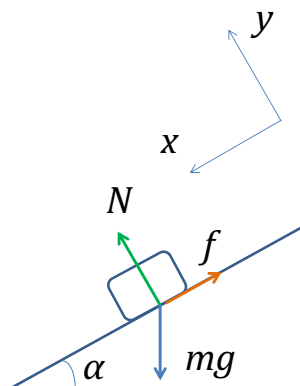
$$ma = mg \sin \alpha - kmg \cos \alpha \quad (2)$$

- Lấy (2) trừ (1) ta được:

$$ma = 2mg \sin \alpha - F$$

$$\Rightarrow a = 2g \sin \alpha - \frac{F}{m}$$

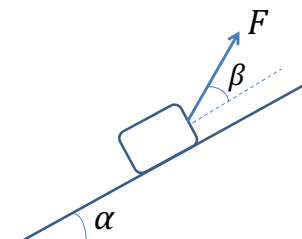
$$a = 4 \left( m/s^2 \right)$$



### 2.3

Vật  $m$  được kéo trượt đều như trên hình vẽ. Hệ số ma sát giữa  $m$  và mặt nghiêng là  $k$ . Để  $F$  là nhỏ nhất thì góc  $\beta$  phải thỏa điều kiện nào sau đây?

- A.  $\beta = \arcsin k$
- B.  $\beta = \arccos k$
- C.  $\beta = \arctan k$
- D.  $\beta = \operatorname{arccot} k$



cuu duong than cong . com

### Trả lời 2.3

- Định luật 2 Newton trên  $x, y$  khi vật **trượt đều**:

$$0 = F \cos \beta - mg \sin \alpha - kN \quad (1)$$

$$0 = N + F \sin \beta - mg \cos \alpha \quad (2)$$

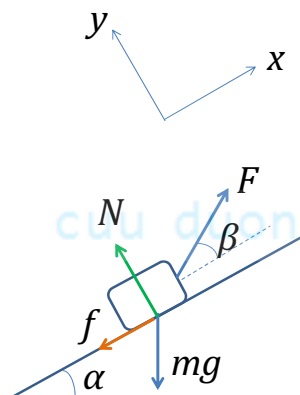
- (1) +  $k \times (2)$  cho ta:

$$F = mg \frac{\sin \alpha + k \cos \alpha}{\cos \beta + k \sin \beta}$$

- $F$  cực tiểu:

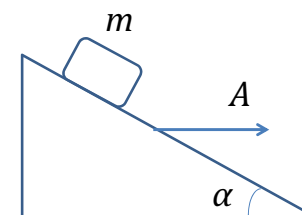
$$\frac{dF}{d\beta} = 0 \Rightarrow \beta = \arctan k$$

Trả lời: C



### 2.4

Một vật khối lượng  $m$  có thể trượt không ma sát trên mặt nghiêng của một nêm. Hỏi phải đẩy nêm trượt sang phải với gia tốc tối thiểu  $A$  bằng bao nhiêu để  $m$  **đứng yên đối với nêm**.

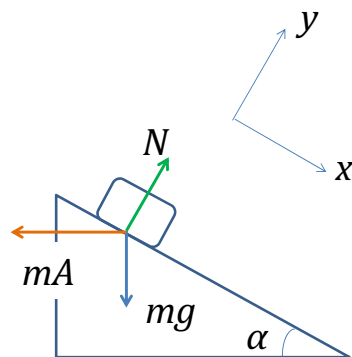


### Trả lời 2.4

- Trong hệ quy chiếu gắn liền với nêm  $m$  có gia tốc bằng không, và chịu lực quán tính hướng ngược chiều gia tốc  $A$ .
- Định luật 2 trên  $x$  cho:  

$$0 = mg \sin \alpha - mA \cos \alpha$$

$$\Rightarrow A = g \tan \alpha$$
- Nếu  $A < g \tan \alpha$  thì  $F_{qt}$  không đủ để tạo cân bằng:  $m$  trượt xuống.

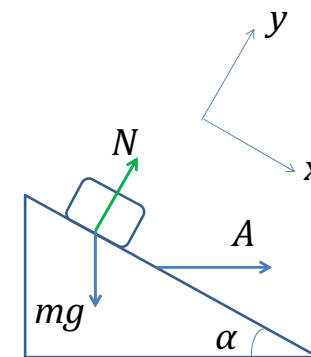


### Trả lời 2.4 (tt)

- Cũng có thể xét hệ quy chiếu mặt đất.
- Khi  $m$  đứng yên đối với nêm, gia tốc của  $m$  đối với mặt đất cũng là  $A$ ,
- do đó định luật 2 Newton trên phương  $x$  cho ta:  

$$mA \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

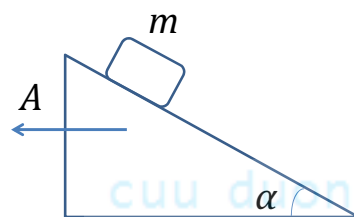
$$\Rightarrow A = g \tan \alpha$$



cuu duong than cong . com

### 2.5

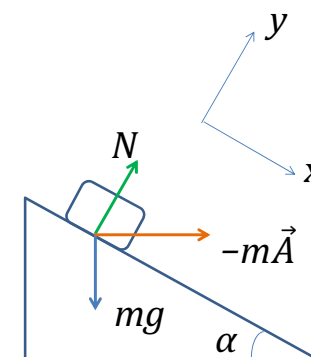
Một vật khối lượng  $m$  có thể trượt không ma sát trên mặt nghiêng của một nêm. Nêm trượt sang trái với gia tốc không đổi  $A$ . Gia tốc  $A$  phải thỏa điều kiện gì để  $m$  đứng yên đối với nêm?



cuu duong than cong . com

### Trả lời 2.5

- Trong  $hqc$  nêm  $m$  có gia tốc bằng không, và chịu lực quán tính ngược chiều gia tốc  $A$ .
- $F_{qt}$  có xu hướng làm vật rơi khỏi nêm về phía phải. Xu hướng này tăng khi  $A$  càng lớn.
- Khi  $N > 0$  thì  $m$  còn ép lên nêm, tức là còn chưa rơi.



- Để tìm  $N$  ta dùng định luật 2 Newton trên phương  $y$ :

$$0 = N + m A \sin \alpha - mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow N = m(g \cos \alpha - A \sin \alpha)$$

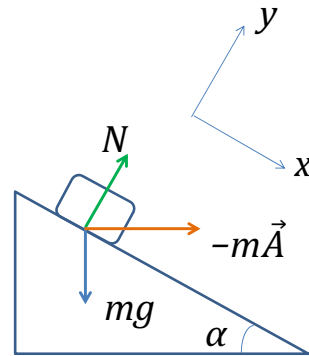
$$N > 0 \Leftrightarrow A < g \cot \alpha$$

- Ngược lại, vật sẽ rơi khỏi nêm khi:

$$A \geq g \cot \alpha$$

- Dấu  $=$  là khi  $N$  bắt đầu bằng không.

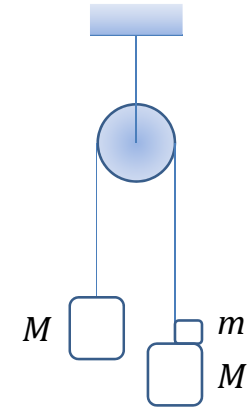
### Trả lời 2.5 (tt)



### 2.6

Cho cơ hệ như hình vẽ, khối lượng ròng rọc và dây treo không đáng kể,  $M = 1$  (kg),  $m = 0,5$  (kg),  $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>). Áp lực giữa  $M$  và  $m$  là:

- A. 4 (N)
- B. 5 (N)
- C. 6 (N)
- D. 0 (N)



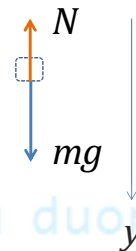
cuu duong than cong . com

- Đây là máy Atwood với khối lượng  $(m + M)$  và  $M$  ở hai nhánh. Nhánh phải sẽ đi xuống với gia tốc (xem bài giảng):

$$a = g \frac{m}{2M + m}$$

- Khi  $m$  ép vào  $M$  một lực, thì  $M$  tác động ngược lại một lực trực đối, đó chính là phản lực vuông góc  $N$ .
- Để tìm  $N$ , ta dùng định luật 2 Newton cho  $m$ . Trả lời: 4 (N)

### Tip 2.6

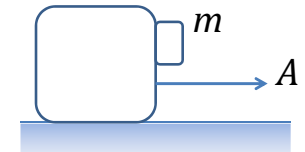


cuu duong than cong . com

### 2.7

Cho cơ hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa vật  $m$  và bề mặt phẳng đứng của khối vuông là  $k = 0,1$ . Cho  $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>).

Để  $m$  không trượt xuống, cần cho khối vuông chuyển động sang phải với gia tốc  $A$  tối thiểu là bao nhiêu?



### Trả lời 2.7

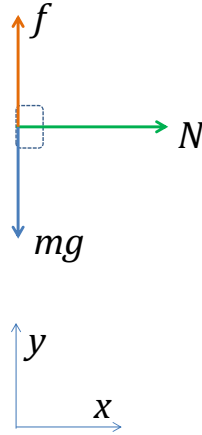
- Định luật 2 cho  $m$  trên phương  $x, y$ , lưu ý là vật có gia tốc  $A$  hướng sang phải:

$$mA = N \quad (1)$$

$$0 = f - mg \quad (2)$$

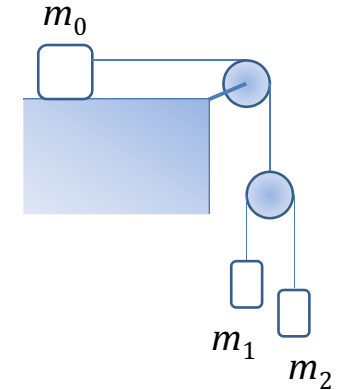
- Từ (2) ta có:  $f = mg$
- Ma sát tĩnh phải thỏa điều kiện:  $f \leq kN$

$$\Rightarrow N \geq \frac{mg}{k} \Leftrightarrow A \geq \frac{g}{k} \quad A_{\min} = 100(m/s^2)$$



### 2.8

Cho hệ như hình vẽ. Tìm hệ thức liên hệ giữa gia tốc của các vật.



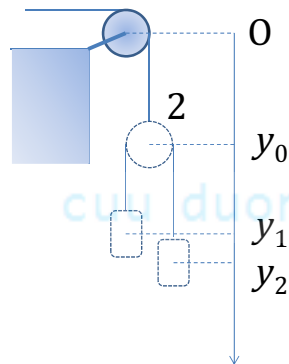
### Trả lời 2.8

- Chiều dài dây treo qua ròng rọc 2:

$$l = (y_1 - y_0) + (y_2 - y_0)$$

- $l$  không đổi vì dây không co giãn, vì vậy nếu lấy đạo hàm hai lần biểu thức trên theo thời gian ta được:

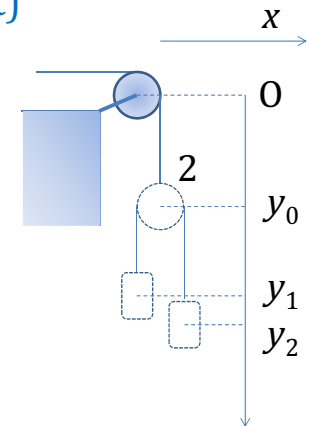
$$0 = \frac{d^2 y_1}{dt^2} + \frac{d^2 y_2}{dt^2} - 2 \frac{d^2 y_0}{dt^2} \Leftrightarrow 0 = a_1 + a_2 - 2a_0$$



### Trả lời 2.8 (tt)

- $a_0$  là gia tốc ròng rọc 2 trên  $y$ , cũng chính là gia tốc của  $m_0$  trên  $x$ .
- Do đó hệ thức giữa gia tốc của ba vật là:

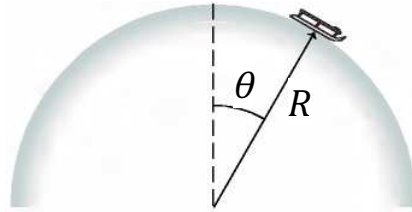
$$a_1 + a_2 = 2a_0$$



## 2.9

Một xe trượt khối lượng  $m$  trượt xuống từ đỉnh một ngọn đồi hình bán cầu không ma sát. Giả sử vận tốc ban đầu của xe là không đáng kể.

Hãy tìm góc  $\theta$  ứng với khi *xe bắt đầu rời khỏi ngọn đồi*.



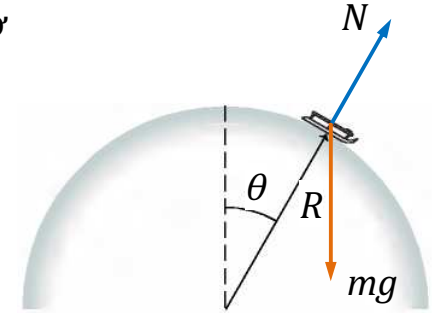
- Định luật 2 trên phương pháp tuyến ở vị trí có góc lệch  $\theta$ :

$$m \frac{v^2}{R} = mg \cos \theta - N$$

$$N = m \left( g \cos \theta - \frac{v^2}{R} \right)$$

- $v$  tăng dần, do đó  $N$  giảm dần.
- *Khi  $N = 0$  thì vật bắt đầu rời khỏi ngọn đồi.*

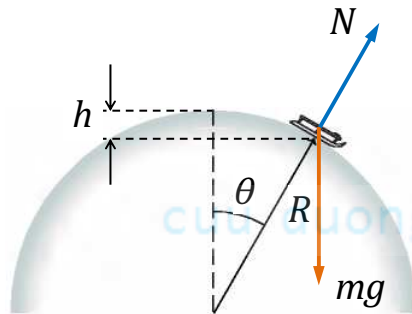
## Trả lời 2.9 - 1



cuu duong than cong . com

## Trả lời 2.9 - 2

- Khi đó:  
$$v^2 = gR \cos \theta \quad (1)$$
- Định lý động năng giữa vị trí  $\theta$  và vị trí ban đầu:  
$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$
$$= mgR(1 - \cos \theta)$$
- Suy ra:  
$$v^2 = 2gR(1 - \cos \theta) \quad (2)$$



cuu duong than cong . com

## Trả lời 2.9 - 3

- Từ (1) và (2) ta được:  
$$2gR(1 - \cos \theta) = gR \cos \theta$$
$$\cos \theta = \frac{2}{3}$$
$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{2}{3} \right) \approx 48^\circ$$
- Lúc ấy độ cao tính từ đỉnh đồi là:  
$$h = R \left( 1 - \frac{2}{3} \right) = \frac{R}{3}$$

## 2.10

Cho hai lực:

$$\vec{F}_1 = y\vec{i}$$

$$\vec{F}_2 = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Lực nào là lực thế?

## Trả lời 2.10

$$dW_1 = ydx$$

$$dW_2 = xdx + ydy = \frac{1}{2}d(x^2 + y^2)$$

$$W_1 = \int ydx$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \int d(x^2 + y^2) = \frac{1}{2} \Delta(x^2 + y^2)$$

- $W_1$  phụ thuộc  $y(x)$ : thay đổi theo quỹ đạo,  $F_1$  không phải là lực thế.
- $W_2$  chỉ phụ thuộc vị trí đầu và cuối,  $F_2$  là lực thế.

cuu duong than cong . com

## 2.11

Một vật khối lượng  $m$  trượt lên một mặt nghiêng góc  $\alpha$  với vận tốc đầu  $v_0$ . hệ số ma sát giữa vật với mặt nghiêng là  $k$ . Tìm quãng đường vật đi được cho đến khi dừng lại.

cuu duong than cong . com

## Trả lời 2.11

- Độ biến thiên cơ năng giữa vị trí cuối và đầu:

$$\Delta(K + U_g) = W_{ms}$$

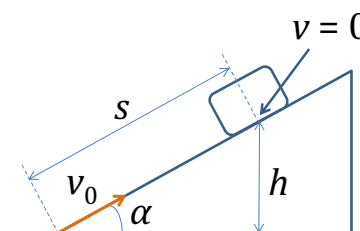
$$\Delta K = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Delta U_g = mgh = (mg \sin \alpha)s$$

- Công lực ma sát:

$$W_{ms} = -fs = -kNs = -k(mg \cos \alpha)s$$

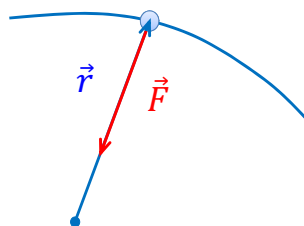
$$s = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + k \cos \alpha)}$$





## 2.12

Thế năng của một hạt trong một trường lực nào đó có dạng  $U = a/r^2 - b/r$ , với  $a, b$  là những hằng số dương và  $r$  là khoảng cách từ tâm của trường.



- Tìm vị trí cân bằng của hạt,
- và giá trị cực đại của lực hút.

Phải coi  $\vec{F}$  là lực xuyên tâm, tức là có phương nằm trên  $\vec{r}$ , mới có thể giải được.

## Trả lời 2.12 - 1

Vị trí cân bằng của hạt ứng với thế năng cực tiểu.

$$\frac{dU}{dr} = \frac{2a}{r^3} - \frac{b}{r^2} = 0 \rightarrow r_0 = \frac{2a}{b}$$

Công của lực thế bằng độ giảm thế năng:

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = F_r dr = -dU$$

$F_r$  là hình chiếu của  $\vec{F}$  trên phương  $\vec{r}$  ( $F = |F_r|$ ).

$$\rightarrow F_r = -\frac{dU}{dr} = \frac{2a}{r^3} - \frac{b}{r^2}$$

cuu duong than cong . com

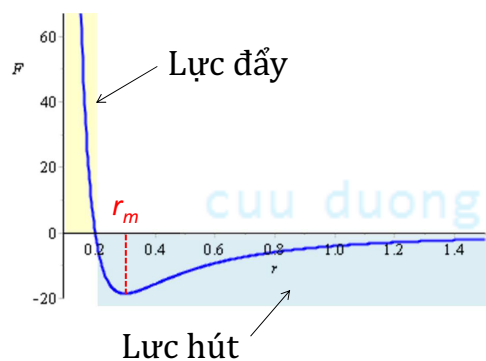
## Trả lời 2.12 - 2

Giản đồ của  $F_r$  ứng với  $a = 0.5, b = 5$ .

Ở khoảng cách nhỏ là lực đẩy ( $F_r > 0$ ),

còn ở khoảng cách lớn là lực hút ( $F_r < 0$ ).

Khoảng cách  $r_m$  ứng với lực hút cực đại.



## Trả lời 2.12 - 3

$r_m$  được xác định từ

$$dF_r/dr = 0:$$

$$r_m = \frac{3a}{b}$$

Thay  $r_m$  vào biểu thức của  $F_r$  ta suy ra lực hút cực đại:

$$F_{max} = \frac{b^3}{27a^2}$$

