O algoritmo dual simplex

FASE I: Determine uma partição básica dual factível: $\mathbf{A} = [\mathbf{B} \;\; \mathbf{N}]$. A rigor, precisamos de dois vetores de índices básicos e não-básicos:

$$(B_1, B_2, \ldots, B_m) \text{ e } (N_1, N_2, \ldots, N_{n-m}).$$

Faça IT $= 0$.

FASE II: { *início da iteração dual simplex* }

Passo 1: { *cálculo da solução básica dual e custos relativos* }

$$\lambda^{\mathbf{T}} = \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{T}} \mathbf{B}^{-1} \qquad \text{(resolva o sistema } \mathbf{B}^{\mathbf{T}} \lambda = \mathbf{c}_{\mathbf{B}})$$

$$\widehat{c}_{N_j} = c_{N_j} - \lambda^T \mathbf{a}_{N_j}, \quad j = 1, 2, \ldots, n-m.$$

Passo 2: { *teste de otimalidade* }

2.1) { *cálculo da solução básica primal* }

$$\widehat{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \text{ (resolva o sistema } \mathbf{B}\widehat{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{b})$$

2.2) { *determinar variável a sair da base* }

$$\widehat{x}_{B_\ell} = \min \{\widehat{x}_{B_i}, i = 1, \ldots, m\}$$

Se $\widehat{x}_{B_\ell} \geq 0$, então pare, a solução atual é ótima.

Passo 3: { *cálculo da direção dual simplex* }

$$\eta_\ell = -(\mathbf{B}^{-1})^T \mathbf{e}_\ell \qquad \text{(resolva o sistema } \mathbf{B}^{\mathbf{T}} \eta_\ell = -\mathbf{e}_\ell)$$

Passo 4: { *determinar passo e variável a entrar na base* }

Se $\eta_\ell^{\mathbf{T}} \mathbf{a}_{\mathbf{N_j}} \leq \mathbf{0}, j = 1, \ldots, n-m$, então pare: o problema é infactível.

Caso contrário, determine:

$$\widehat{\delta} = \frac{\widehat{c}_{N_k}}{\eta_\ell^{\mathbf{T}} \mathbf{a}_{\mathbf{N_k}}} = \min_{j=1,\ldots,n-m} \left\{ \frac{\widehat{c}_{N_j}}{\eta_\ell^{\mathbf{T}} \mathbf{a}_{\mathbf{N_j}}} \text{ tal que } \eta_\ell^{\mathbf{T}} \mathbf{a}_{\mathbf{N_j}} > 0 \right\}.$$

A variável x_{N_k} entra na base.

Passo 5: { *atualização: nova partição básica* }

Troque a ℓ-ésima coluna de $\mathbf{B}$ pela k-ésima coluna de $\mathbf{N}$:

$$\mathbf{a}_{B_\ell} \longleftrightarrow \mathbf{a}_{N_k} \text{ ou } (B_\ell \longleftrightarrow N_k).$$

Faça IT $=$ IT $+1$.
Retorne ao Passo1.
{ *fim da iteração dual simplex* }