Bài tập Điều khiển quá trình

Ôn tập thi cuối kỳ

Thực hiện: Thi Minh Nhựt – Lê Thị Thu Ngân

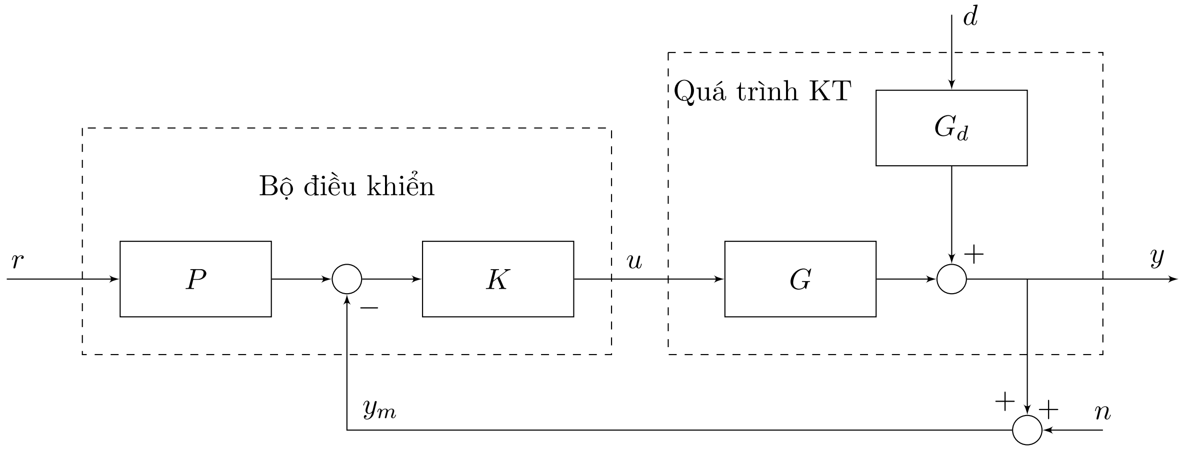
Thời gian: Ngày 11 tháng 11 năm 2017

Mục lục

1 Phân tích hệ thống điều khiển phản hồi

Điều khiển phản hồi Dựa trên nguyên lý đo liên tục giá trị của biến được điều khiển và phản hồi thông tin về bộ điều khiển để tính toán lại giá trị biến điều khiển.

1.1 Cấu hình chuẩn của hệ thống điều khiển phản hồi



Hình 1: *Cấu hình chuẩn của điều khiển phản hồi*

Giải thích các ký hiệu trên **Hình 1**:

- r: tín hiệu đặt, giá trị đặt.
- u: tín hiệu điều khiển.
- y: tín hiệu ra được điều khiển.
- y_m: tín hiệu đo, tín hiệu phản hồi.
- d: nhiễu quá trình (không đo được).
- n: nhiễu đo.
- G: mô hình đối tượng.
- G_d: mô hình nhiễu.
- K: khâu điều chỉnh.
- P: khâu lọc trước.

1.2 Lưu đồ P&ID đối với hệ thống điều khiển phản hồi

Cần thể hiện các thành phần bên dưới:

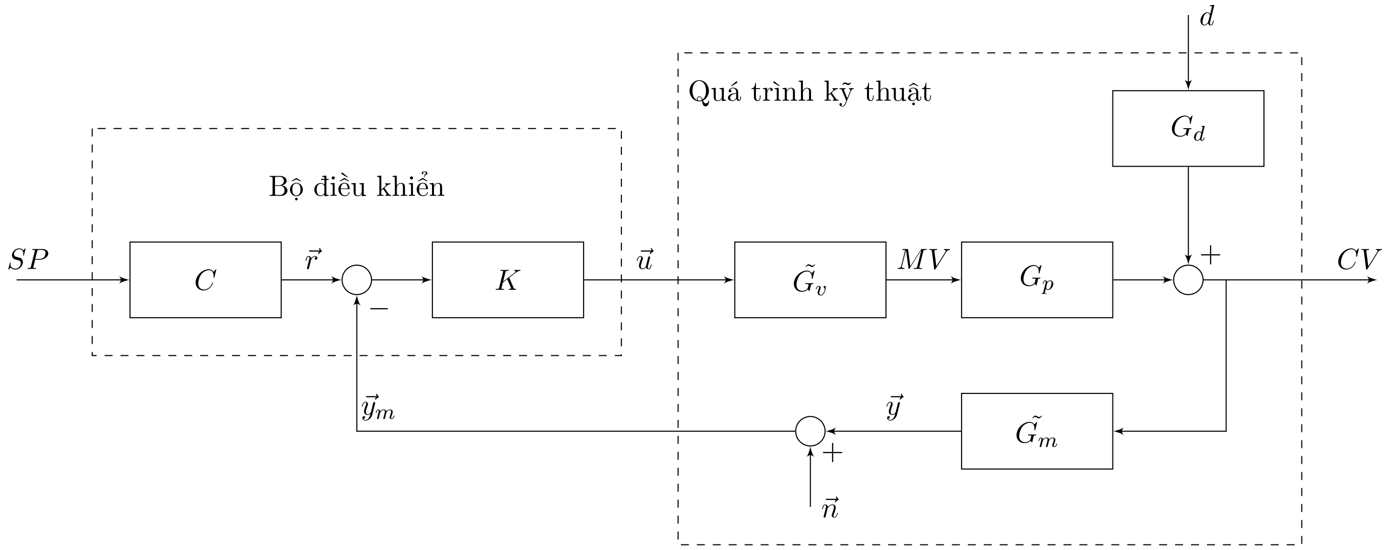
- Đường tín hiệu và dạng tín hiệu điều khiển.
- Thiết bị đo. Ví dụ:
  - Thiết bị chuyển đổi mức LT (level transmitter).
  - Thiết bị phân tích thành phần AT (Analysis).
- Bộ điều khiển. Ví dụ:
  - Bộ điều khiển mức LC (Level Controller).

- Bộ điều khiển thành phần AC (Analysis Controller).

- Giá trị đặt của biến được điều khiển.

1.3 Sơ đồ khối và mô hình hàm truyền đạt

Sơ đồ khối Từ cấu hình của điều khiển phản hồi trên **Hình 1**, ta được sơ đồ như **Hình 2**.



Hình 2: *Sơ đồ khối của điều khiển phản hồi*

Mô hình hàm truyền đạt

- Khâu tạo tín hiệu đặt C: thường chọn bằng k_m hoặc $\tilde{G_m}(s)$.
- Khâu điều chỉnh chỉnh K: là hàm truyền của bộ điều khiển P, PI, PID.
- Mô hình hàm truyền của van điều khiển: $\tilde{G_v}(s) = \dfrac{k_v}{\tau_v s + 1}$.
- Mô hình của thiết bị đo: $\tilde{G_m}(s) = \dfrac{k_m}{\tau_m s + 1}$.
- Mô hình hàm truyền của các biến điều khiển trong quá trình G_p: dựa vào hàm truyền xác định được từ phương trình động học.
- Mô hình hàm truyền của các biến nhiễu trong quá trình G_d: dựa vào hàm truyền xác định được từ phương trình động học.
- Các ký hiệu: SP – giá trị đặt, MV – biến điều khiển, CV – biến cần điều khiển

2 Chỉnh định bộ điều khiển PID

2.1 Xấp xỉ mô hình bậc cao theo phương pháp Skogestad (luật chia đôi)

Cho mô hình của đối tượng có dạng như sau:

$$G(s) = \frac{k\prod_{i=1}^{m}(-\tau_{zi}s+1)}{\prod_{j=1}^{n}(\tau_{pj}s+1)}e^{-\tau_0 s} \qquad \text{với } \tau_{p1} > \tau_{p2} > \tau_{p3} > \cdots$$

- Xấp xỉ về khâu quán tính bậc nhất có trễ với mô hình: $\tilde{G}(s) = \dfrac{ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$, trong đó:

$$\tau = \tau_{p1} + \frac{\tau_{p2}}{2}; \qquad \theta = \tau_0 + \frac{\tau_{p2}}{2} + \sum_{j=3}^{n}\tau_{pj} + \sum_{i=1}^{m}\tau_{zi}$$
$$= \tau_0 + \frac{\tau_{p2}}{2} + (\tau_{p3} + \tau_{p4} + \cdots + \tau_{pn}) + (\tau_{z1} + \tau_{z2} + \cdots + \tau_{zm})$$

- Xấp xỉ về khâu quán tính bậc hai có trễ với mô hình: $\tilde{G}(s) = \dfrac{ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$, trong đó:

$$\tau_1 = \tau_{p1}; \quad \tau_2 = \tau_{p2} + \frac{\tau_{p3}}{2}; \quad \theta = \tau_0 + \frac{\tau_{p3}}{2} + \sum_{j=4}^{n}\tau_{pj} + \sum_{i=1}^{m}\tau_{zi}$$
$$= \tau_0 + \frac{\tau_{p3}}{2} + (\tau_{p4} + \tau_{p5} + \cdots + \tau_{pn}) + (\tau_{z1} + \tau_{z2} + \cdots + \tau_{zm})$$

2.2 Hàm truyền của bộ điều khiển PI và PID

- Hàm truyền của bộ điều khiển PI cho khâu quán tính bậc nhất có dạng:

$$K(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$$

- Hàm truyền của bộ điều khiển PID cho khâu quán tính bậc hai có dạng:

$$K(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

2.3 Phương pháp xác định các thông số của bộ điều khiển PI và PID dựa trên mô hình mẫu

2.3.1 Phương pháp Haalman

- Với khâu quán tính bậc nhất $\tilde{G}(s) = \dfrac{ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$ (mô hình FOPDT), sử dụng bộ điều khiển PI:

$$K(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) \quad \text{với} \quad K_P = \frac{2\tau}{3k\theta}; \quad T_I = \tau$$

- Với khâu quán tính bậc hai $\tilde{G}(s) = \dfrac{ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$ (mô hình SOPDT), sử dụng bộ điều khiển PID:

$$K(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \quad \text{với} \quad K_P = \frac{2(\tau_1 + \tau_2)}{3k\theta}; \quad T_I = \tau_1 + \tau_2; \quad T_D = \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$$

2.3.2 Phương pháp tổng hợp trực tiếp (Direct Synthesis – DS)

- Với khâu quán tính bậc nhất $\tilde{G}(s) = \dfrac{ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$ (mô hình FOPDT), sử dụng bộ điều khiển PI:

$$K(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) \quad \text{với} \quad K_P = \frac{\tau}{k(\tau_c + \theta)}; \quad T_I = \tau$$

  với τ_c là hằng số thời gian quán tính.

- Với khâu quán tính bậc hai $\tilde{G}(s) = \dfrac{ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$ (mô hình SOPDT), sử dụng bộ điều khiển PID:

$$K(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) \quad \text{với} \quad K_P = \frac{\tau_1 + \tau_2}{k(\tau_c + \theta)}; \quad T_I = \tau_1 + \tau_2; \quad T_D = \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$$

  với τ_c là hằng số thời gian quán tính.

2.3.3 Bảng tổng hợp xác định thông số của bộ điều khiển PI, PID theo phương pháp Haalman và phương pháp tổng hợp trực tiếp

Khâu quán tính bậc nhất (FOPDT) $\tilde{G}(s) = \dfrac{ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$ $K_{PI}(s) = K_P\left(1 + \dfrac{1}{T_I s}\right)$		Khâu quán tính bậc hai (SOPDT) $\tilde{G}(s) = \dfrac{ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$ $K_{PID}(s) = K_P\left(1 + \dfrac{1}{T_I s} + T_D s\right)$	
Phương pháp Haalman	Phương pháp DS	Phương pháp Haalman	Phương pháp DS
$K_P = \dfrac{2\tau}{3k\theta}$	$K_P = \dfrac{\tau}{k(\tau_c + \theta)}$	$K_P = \dfrac{2(\tau_1 + \tau_2)}{3k\theta}$	$K_P = \dfrac{\tau_1 + \tau_2}{k(\tau_c + \theta)}$
$T_I = \tau$	$T_I = \tau$	$T_I = \tau_1 + \tau_2$	$T_I = \tau_1 + \tau_2$
		$T_D = \dfrac{\tau_1\tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$	$T_D = \dfrac{\tau_1\tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$

Bảng 1: *Xác định các thông số của bộ điều khiển PI, PID theo phương pháp Haalman và phương pháp tổng hợp trực tiếp*

2.4 Bài tập áp dụng

Bài tập 2.1 Cho một thiết bị trao đổi nhiệt với hàm truyền từ tín hiệu điều khiển van dòng mang nhiệt và tín hiệu đo nhiệt độ ra của dòng quá trình là:

$$G(s) = \frac{0.75e^{-1.21s}}{(30s+1)(5s+1)(2s+1)}$$

1. Xấp xỉ hàm truyền theo quy tắc Skogestad:
   (a) Xấp xỉ hàm truyền $G(s)$ về dạng bậc nhất có trễ sử dụng quy tắc Skogestad.
   (b) Xấp xỉ hàm truyền $G(s)$ về dạng bậc hai có trễ sử dụng quy tắc Skogestad.
2. Thiết kế bộ điều khiển sử dụng phương pháp Haalman:
   (a) Thiết kế bộ điều khiển PI sử dụng phương pháp Haalman.
   (b) Thiết kế bộ điều khiển PID sử dụng phương pháp Haalman.
3. Thiết kế bộ điều khiển sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis – DS:
   (a) Thiết kế bộ điều khiển PI sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis, biết hằng số thời gian của hệ kín là $\tau_c = 3.17$.
   (b) Thiết kế bộ điều khiển PID sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis, biết hằng số thời gian của hệ kín là $\tau_c = 3.17$.

Bài giải 2.1

Ta có hàm truyền $G(s) = \dfrac{0.75e^{-1.21s}}{(30s+1)(5s+1)(2s+1)}$, nên:

$$k = 0.75; \quad \tau_{p1} = 30; \tau_{p2} = 5; \tau_{p3} = 2; \quad \tau_0 = 1.21$$

1. **Xấp xỉ hàm truyền theo quy tắc Skogestad:**
   (a) Xấp xỉ hàm truyền $G(s)$ về dạng bậc nhất có trễ sử dụng quy tắc Skogestad.

$$\begin{cases} \tau = \tau_{p1} + \dfrac{\tau_{p2}}{2} = 30 + \dfrac{5}{2} = 32.5 \\ \theta = \tau_0 + \left(\dfrac{\tau_{p2}}{2} + \tau_{p3}\right) + 0 = 1.21 + \left(\dfrac{5}{2} + 2\right) + 0 = 5.71 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \tilde{G}(s) = \frac{ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} = \frac{0.75e^{-5.71s}}{32.5s+1}$$

   (b) Xấp xỉ hàm truyền $G(s)$ về dạng bậc hai có trễ sử dụng quy tắc Skogestad.

$$\begin{cases} \tau_1 = \tau_{p1} = 30 \\ \tau_2 = \tau_{p2} + \dfrac{\tau_{p3}}{2} = 5 + \dfrac{2}{2} = 6 \\ \theta = \tau_0 + \dfrac{\tau_{p3}}{2} + 0 = 1.21 + \dfrac{2}{2} + 0 = 2.21 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \tilde{G}(s) = \frac{ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)} = \frac{0.75e^{-2.21s}}{(30s+1)(6s+1)}$$

2. **Thiết kế bộ điều khiển sử dụng phương pháp Haalman:**

   (a) Thiết kế bộ điều khiển PI sử dụng phương pháp Haalman.

   - Ta có: $\tilde{G}(s) = \dfrac{0.75e^{-5.71s}}{32.5s+1}$, suy ra: $k = 0.75; \theta = 5.71; \tau = 32.5$
   - Tính giá trị các thông số K_P và K_I:

$$\begin{cases} K_P = \dfrac{2\tau}{3k\theta} = \dfrac{2 \times 32.5}{3 \times 0.75 \times 5.71} = 5.06 \\ T_I = \tau = 32.5 \end{cases}$$

   - Kết luận: $K(s) = K_P\left(1 + \dfrac{1}{T_I s}\right) = 5.06\left(1 + \dfrac{1}{32.5s}\right)$

   (b) Thiết kế bộ điều khiển PID sử dụng phương pháp Haalman.

   - Ta có: $\tilde{G}(s) = \dfrac{0.75e^{-2.21s}}{(30s+1)(6s+1)}$, suy ra: $k = 0.75; \theta = 2.21; \tau_1 = 30; \tau_2 = 6$
   - Tính giá trị các thông số K_P và K_I:

$$\begin{cases} K_P = \dfrac{2(\tau_1+\tau_2)}{3k\theta} = \dfrac{2(30+6)}{3 \times 0.75 \times 2.21} = 14.48 \\ T_I = \tau_1 + \tau_2 = 30 + 6 = 36 \\ T_D = \dfrac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2} = \dfrac{30 \times 6}{30+6} = 5 \end{cases}$$

   - Kết luận: $K(s) = K_P\left(1 + \dfrac{1}{T_I s} + T_D s\right) = 14.48\left(1 + \dfrac{1}{36s} + 5s\right)$

3. **Thiết kế bộ điều khiển sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis – DS:**

   (a) Thiết kế bộ điều khiển PI sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis, biết hằng số thời gian của hệ kín là $\tau_c = 3.17$.

   - Ta có: $\tilde{G}(s) = \dfrac{0.75e^{-5.71s}}{32.5s+1}$, suy ra: $k = 0.75; \theta = 5.71; \tau = 32.5$
   - Tính giá trị các thông số K_P, K_I và T_D:

$$\begin{cases} K_P = \dfrac{\tau}{k(\tau_c+\theta)} = \dfrac{32.5}{0.75 \times (3.17+5.71)} = 4.88 \\ T_I = \tau = 32.5 \end{cases}$$

   - Kết luận: $K(s) = K_P\left(1 + \dfrac{1}{T_I s}\right) = 4.88\left(1 + \dfrac{1}{32.5s}\right)$

   (b) Thiết kế bộ điều khiển PID sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis, biết hằng số thời gian của hệ kín là $\tau_c = 3.17$.

   - Ta có: $\tilde{G}(s) = \dfrac{0.75e^{-2.21s}}{(30s+1)(6s+1)}$, suy ra: $k = 0.75; \theta = 2.21; \tau_1 = 30; \tau_2 = 6$

- Tính giá trị các thông số K_P, K_I và T_D:

$$\begin{cases} K_P = \dfrac{\tau_1 + \tau_2}{k\left(\tau_c + \theta\right)} = \dfrac{30 + 6}{0.75 \times (3.17 + 2.21)} = 8.92 \\ T_I = \tau_1 + \tau_2 = 30 + 6 = 36 \\ T_D = \dfrac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = \dfrac{30 \times 6}{30 + 6} = 5 \end{cases}$$

- Kết luận: $K(s) = K_P\left(1 + \dfrac{1}{T_I s} + T_D s\right) = 8.92\left(1 + \dfrac{1}{36s} + 5s\right)$

Bài tập 2.2 Một quá trình bao gồm cả cảm biến và van điều khiển có thể được mô hình hoá bởi hàm truyền trong các trường hợp sau:

$$G(s) = \frac{0.5e^{-6s}}{(10s+1)(8s+1)(3s+1)(s+1)}$$
$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(0.2s+1)(0.04s+1)(0.08s+1)}$$
$$G(s) = \frac{100(-0.1s+1)}{(5s+1)(3s+1)(0.04s+1)(0.5s+1)}$$
$$G(s) = \frac{100(1-s)e^{-s}}{(12s+1)(3s+1)(0.2s+1)(0.05s+1)}$$
$$G(s) = \frac{2(s+0.5)(3s+1)e^{-5s}}{(s+2)(s+1)(6s+1)}$$
$$G(s) = \frac{2(-6s^2+s+1)e^{3s}}{(s+2)(s+1)(12s^2+17s+6)}$$

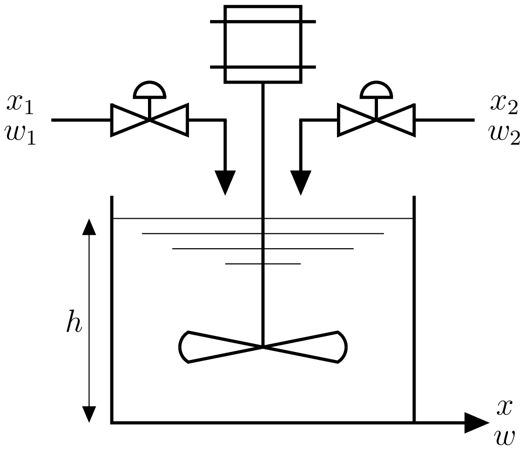
Thực hiện các yêu cầu bên dưới cho từng hàm truyền $G(s)$.

1. Xấp xỉ hàm truyền theo quy tắc Skogestad:
   (a) Xấp xỉ hàm truyền $G(s)$ về dạng bậc nhất có trễ sử dụng quy tắc Skogestad.
   (b) Xấp xỉ hàm truyền $G(s)$ về dạng bậc hai có trễ sử dụng quy tắc Skogestad.
2. Thiết kế bộ điều khiển sử dụng phương pháp Haalman:
   (a) Thiết kế bộ điều khiển PI sử dụng phương pháp Haalman.
   (b) Thiết kế bộ điều khiển PID sử dụng phương pháp Haalman.
3. Thiết kế bộ điều khiển sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis – DS:
   (a) Thiết kế bộ điều khiển PI sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis, biết hằng số thời gian của hệ kín là $\tau_c = 0.51$.
   (b) Thiết kế bộ điều khiển PID sử dụng phương pháp tổng hợp trực tiếp Direct Synthesis, biết hằng số thời gian của hệ kín là $\tau_c = 0.51$.

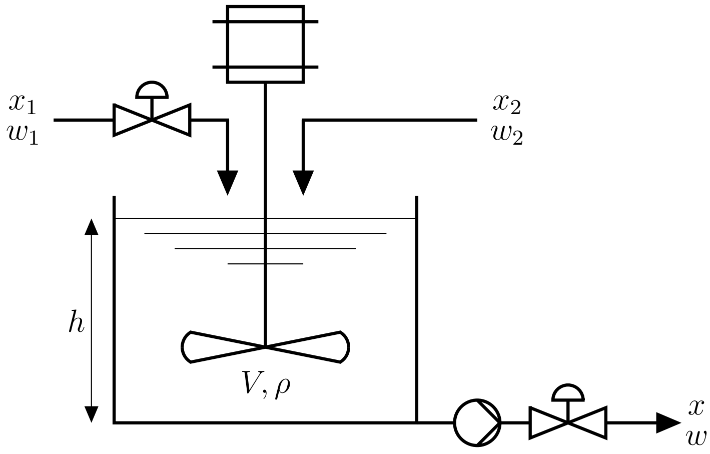
3 Bài tập Mô hình hóa lý thuyết và Thiết kế điều khiển

3.1 Bài tập về thiết bị khuấy trộn liên tục

3.1.1 Mô hình về thiết bị khuấy trộn liên tục



(a) *Mô hình 1*



(b) *Mô hình 2*

Hình 3: *Các mô hình về thiết bị khuấy trộn liên tục*

Các đại lượng trên mô hình

- w_1, w_2: Lưu lượng khối lượng nguyên liệu của hai dòng nguyên liệu (kg/s) hoặc $\big(kg/phút\big)$.
- x_1, x_2: Thành phần của 2 dòng nguyên liệu.
- w: Lưu lượng khối lượng dòng sản phẩm ra (kg/s) hoặc $\big(kg/phút\big)$.
- x: Thành phần của sản phẩm ra.
- h: Mức chất lỏng trong bình (m).

Mô tả quá trình Hai dòng nguyên liệu có thành phần chất A lần lượt là x_1 và x_2 được đưa vào thiết bị khuấy trộn, tạo ra một dòng sản phẩm có nồng độ x theo yêu cầu. Lưu lượng dòng nguyên liệu được điều khiển qua các van. Quá trình pha chế được hỗ trợ bởi một hệ thống khuấy trộn gắn động cơ.

3.1.2 Xác định các biến quá trình

- Mô hình trong **Hình 3a**:

Biến vào: x_1, x_2 và w, w_1, w_2	Biến điều khiển: w_1, w_2
Biến ra: x, h	Biến cần điều khiển: x, h
	Biến nhiễu: x_1, x_2 và w

- Mô hình trong **Hình 3b**:

Biến vào: x_1, x_2 và w, w_1, w_2	Biến điều khiển: w, w_1
Biến ra: x, h	Biến cần điều khiển: x, h
	Biến nhiễu: x_1, x_2 và w_2

3.1.3 Xây dựng phương trình toán học

- Giả thiết:
  - Bỏ qua trễ do vận chuyển.
  - Quá trình khuấy trộn được xem là lý tưởng, chất lỏng đồng nhất tại mọi vị trí trong thiết bị.
  - Khối lượng riêng của hỗn hợp trong thiết bị được coi là thay đổi không đáng kể.
- Công thức tính thể tích $V = Ah$ với A là tiết diện của bình chứa.
- Áp dụng phương trình cân bằng vật chất:

$$\rho\frac{dV}{dt} = w_1 + w_2 - w \Longleftrightarrow \rho\frac{d\left(Ah\right)}{dt} = w_1 + w_2 - w \Longleftrightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A}\left(w_1 + w_2 - w\right)$$

- Phương trình cân bằng thành phần:

$$\rho\frac{d\left(Vx\right)}{dt} = w_1x_1 + w_2x_2 - wx$$

- Khai triển đạo hàm riêng cho vế trái, ta có phương trình:

$$\begin{aligned}
&\rho V\frac{dx}{dt} + \rho x\frac{dV}{dt} = w_1x_1 + w_2x_2 - wx \\
\Longleftrightarrow\ &\rho V\frac{dx}{dt} + x\left(w_1 + w_2 - w\right) = w_1x_1 + w_2x_2 - wx \\
\Longleftrightarrow\ &\rho V\frac{dx}{dt} = w_1x_1 + w_2x_2 - \left(w_1 + w_2\right)x \\
\Longleftrightarrow\ &\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho V}\left[w_1x_1 + w_2x_2 - \left(w_1 + w_2\right)x\right] \\
\Longleftrightarrow\ &\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho Ah}\left[w_1x_1 + w_2x_2 - \left(w_1 + w_2\right)x\right]
\end{aligned}$$

- Kết luận, mô hình toán của hệ thống là:

$$\begin{cases}
\dfrac{dh}{dt} = \dfrac{1}{\rho A}\left(w_1 + w_2 - w\right) \\
\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{\rho Ah}\left[w_1x_1 + w_2x_2 - \left(w_1 + w_2\right)x\right]
\end{cases}$$

3.1.4 Tuyến tính hóa phương trình quanh điểm làm việc cân bằng

- Đặt: $h = \overline{h} + \Delta h$; $x = \overline{x} + \Delta x$; $w_1 = \overline{w}_1 + \Delta w_1$; $w_2 = \overline{w}_2 + \Delta w_2$; $w = \overline{w} + \Delta w$; $x_1 = \overline{x}_1 + \Delta x_1$; $x_2 = \overline{x}_2 + \Delta x_2$.
- Tại điểm làm việc cân bằng $(\overline{h}, \overline{x}, \overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{w}_1, \overline{w}_2, \overline{w})$, ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{dh}{dt} = \dfrac{1}{\rho A}\left(\overline{w}_1 + \overline{w}_2 - \overline{w}\right) = 0 \\ \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{\rho A\overline{h}}\left[\overline{w}_1\overline{x}_1 + \overline{w}_2\overline{x}_2 - \left(\overline{w}_1 + \overline{w}_2\right)\overline{x}\right] = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \overline{w}_1 + \overline{w}_2 = \overline{w} \\ \overline{w}_1\overline{x}_2 + \overline{w}_2\overline{x}_2 - \left(\overline{w}_1 + \overline{w}_2\right)\overline{x} = 0 \end{cases}$$

- Ta có: $\dfrac{dh}{dt} = \dfrac{1}{\rho A}\left(w_1 + w_2 - w\right)$ đã tuyến tính hóa, nên:

$$\dot{h} = \Delta\dot{h} = \frac{1}{\rho A}\left(\Delta w_1 + \Delta w_2 - \Delta w\right)$$

- Khai triển Taylor cho $f(h, x, x_1, x_2, w_1, w_2, w) = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{\rho A h}\left[w_1 x_1 + w_2 x_2 - \left(w_1 + w_2\right)x\right]$ tại điểm làm việc cân bằng $(\overline{h}, \overline{x}, \overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{w}_1, \overline{w}_2, \overline{w})$, ta có:

$$\begin{aligned} \dot{x} = \Delta\dot{x} = & \underbrace{f(\overline{h}, \overline{x}, \overline{x}_1, \overline{x}_2, \overline{w}_1, \overline{w}_2, \overline{w})}_{0} + \frac{df}{dh}\Delta h + \frac{df}{dx}\Delta x + \frac{df}{dx_1}\Delta x_1 + \frac{df}{dx_2}\Delta x_2 + \frac{df}{dw_1}\Delta w_1 \\ & + \frac{df}{dw_2}\Delta w_2 + \frac{df}{dw}\Delta w \\ = & \frac{-1}{\rho A\overline{h}^2}\underbrace{\left[\overline{w}_1\overline{x}_1 + \overline{w}_2\overline{x}_2 - \left(\overline{w}_1 + \overline{w}_2\right)\overline{x}\right]}_{0}\Delta h + \frac{-1}{\rho A\overline{h}}\underbrace{\left(\overline{w}_1 + \overline{w}_2\right)}_{\overline{w}}\Delta x + \frac{\overline{w}_1}{\rho A\overline{h}}\Delta x_1 + \frac{\overline{w}_2}{\rho A\overline{h}}\Delta x_2 \\ & + \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta w_1 + \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta w_2 + 0 \\ = & -\frac{\overline{w}}{\rho A\overline{h}}\Delta x + \frac{\overline{w}_1}{\rho A\overline{h}}\Delta x_1 + \frac{\overline{w}_2}{\rho A\overline{h}}\Delta x_2 + \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta w_1 + \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta w_2 \end{aligned}$$

- Kết luận, mô hình tuyến tính hóa theo khai triển Taylor có dạng:

$$\begin{cases} \Delta\dot{h} = \dfrac{1}{\rho A}\left(\Delta w_1 + \Delta w_2 - \Delta w\right) \\ \Delta\dot{x} = -\dfrac{\overline{w}}{\rho A\overline{h}}\Delta x + \dfrac{\overline{w}_1}{\rho A\overline{h}}\Delta x_1 + \dfrac{\overline{w}_2}{\rho A\overline{h}}\Delta x_2 + \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta w_1 + \dfrac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta w_2 \end{cases}$$

3.1.5 Xây dựng hàm truyền và vẽ sơ đồ khối mô tả quá trình

- Ta có $\Delta\dot{h} = \dfrac{1}{\rho A}\left(\Delta w_1 + \Delta w_2 - \Delta w\right)$, khai triển Laplace:

$$\begin{aligned} s\Delta H(s) &= \frac{1}{\rho A}\left[\Delta W_1(s) + \Delta W_2(s) - \Delta W(s)\right] \\ \iff \Delta H(s) &= \frac{1}{\rho A s}\Delta W_1(s) + \frac{1}{\rho A s}\Delta W_2(s) - \frac{1}{\rho A s}\Delta W(s) \end{aligned}$$

- Đặt $k_{wh} = \dfrac{1}{\rho A}$, ta có: $\Delta H(s) = \dfrac{k_{wh}}{s}\Delta W_1(s) + \dfrac{k_{wh}}{s}\Delta W_2(s) - \dfrac{k_{wh}}{s}\Delta W(s)$

- Ta có $\Delta\dot{x} = -\frac{\overline{w}}{\rho A\overline{h}}\Delta x + \frac{\overline{w}_1}{\rho A\overline{h}}\Delta x_1 + \frac{\overline{w}_2}{\rho A\overline{h}}\Delta x_2 + \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta w_1 + \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta w_2$, khai triển Laplace:

$$sX(s) = -\frac{\overline{w}}{\rho A\overline{h}}\Delta X(s) + \frac{\overline{w}_1}{\rho A\overline{h}}\Delta X_1(s) + \frac{\overline{w}_2}{\rho A\overline{h}}\Delta X_2(s) + \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta W_1(s) + \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\rho A\overline{h}}\Delta W_2(s)$$
$$\Longleftrightarrow \rho A\overline{h}sX(s) + \overline{w}\Delta X(s) = \overline{w}_1\Delta X_1(s) + \overline{w}_2\Delta X_2(s) + (\overline{x}_1 - \overline{x})\Delta W_1(s) + (\overline{x}_2 - \overline{x})\Delta W_2(s)$$
$$\Longleftrightarrow \left(\frac{\rho A\overline{h}}{\overline{w}}s + 1\right)\Delta X(s) = \frac{\overline{w}_1}{\overline{w}}\Delta X_1(s) + \frac{\overline{w}_2}{\overline{w}}\Delta X_2(s) + \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\overline{w}}\Delta W_1(s) + \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\overline{w}}\Delta W_2(s)$$

- Đặt $\tau = \frac{\rho A\overline{h}}{\overline{w}}$; $k_{x1x} = \frac{\overline{w}_1}{\overline{w}}$; $k_{x2x} = \frac{\overline{w}_2}{\overline{w}}$; $k_{w1x} = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\overline{w}}$; $k_{w2x} = \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\overline{w}}$, ta có:

$$(\tau s + 1)\Delta X(s) = k_{x1x}\Delta X_1(s) + k_{x2x}\Delta X_2(s) + k_{w1x}\Delta W_1(s) + k_{w2x}\Delta W_2(s)$$
$$\Longleftrightarrow \Delta X(s) = \frac{k_{x1x}}{\tau s + 1}\Delta X_1(s) + \frac{k_{x2x}}{\tau s + 1}\Delta X_2(s) + \frac{k_{w1x}}{\tau s + 1}\Delta W_1(s) + \frac{k_{w2x}}{\tau s + 1}\Delta W_2(s)$$

- Kết luận:

$$\begin{cases} \Delta H(s) = \frac{k_{wh}}{s}\Delta W_1(s) + \frac{k_{wh}}{s}\Delta W_2(s) - \frac{k_{wh}}{s}\Delta W(s) \\ \Delta X(s) = \frac{k_{x1x}}{\tau s + 1}\Delta X_1(s) + \frac{k_{x2x}}{\tau s + 1}\Delta X_2(s) + \frac{k_{w1x}}{\tau s + 1}\Delta W_1(s) + \frac{k_{w2x}}{\tau s + 1}\Delta W_2(s) \\ k_{wh} = \frac{1}{\rho A}; \tau = \frac{\rho A\overline{h}}{\overline{w}}; k_{x1x} = \frac{\overline{w}_1}{\overline{w}}; k_{x2x} = \frac{\overline{w}_2}{\overline{w}}; k_{w1x} = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\overline{w}}; k_{w2x} = \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\overline{w}} \end{cases}$$

- Ta có các hàm truyền mô tả hệ thống như sau:

$$\begin{cases} \frac{H(s)}{W_1(s)} = \frac{k_{wh}}{s}; \frac{H(s)}{W_2(s)} = \frac{k_{wh}}{s}; \frac{H(s)}{W(s)} = -\frac{k_{wh}}{s}; \frac{H(s)}{X_1(s)} = 0; \frac{H(s)}{X_2(s)} = 0 \\ \frac{X(s)}{W_1(s)} = \frac{k_{w1x}}{\tau s + 1}; \frac{X(s)}{W_2(s)} = \frac{k_{w2x}}{\tau s + 1}; \frac{X(s)}{X_1(s)} = \frac{k_{x1x}}{\tau s + 1}; \frac{X(s)}{X_2(s)} = \frac{k_{x2x}}{\tau s + 1}; \frac{X(s)}{W(s)} = 0 \\ k_{wh} = \frac{1}{\rho A}; \tau = \frac{\rho A\overline{h}}{\overline{w}}; k_{x1x} = \frac{\overline{w}_1}{\overline{w}}; k_{x2x} = \frac{\overline{w}_2}{\overline{w}}; k_{w1x} = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\overline{w}}; k_{w2x} = \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\overline{w}} \end{cases}$$

- Giả thiết: thiết bị khuấy trộn liên tục có tiết diện đều $A = 0.8\ m^2$ và khối lượng riêng của chất lỏng $\rho = 1.25\ kg/\text{lít} = 1.25 \times 10^3\ kg/m^3$, được vận hành với các thông số tại điểm làm việc cân bằng như sau: $\overline{w}_2 = 200\ kg/\text{phút}$, $\overline{x} = 0.4$, $\overline{x}_1 = 0.8$, $\overline{x}_2 = 0.2$, $\overline{h} = 1\ m$.

  - Từ điều kiện cân bằng, ta có: $\begin{cases} \overline{w}_1 + \overline{w}_2 = \overline{w} \\ \overline{w}_1\overline{x}_1 + \overline{w}_2\overline{x}_2 - (\overline{w}_1 + \overline{w}_2)\overline{x} = 0 \end{cases}$, thay các giá trị vào, ta được:

$$\begin{cases} \overline{w}_1 + 200 = \overline{w} \\ \overline{w}_1 \times 0.8 + 200 \times 0.2 - (\overline{w}_1 + 200) \times 0.4 = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \overline{w}_1 + 200 = \overline{w} \\ 0.8\overline{w}_1 + 40 - 0.4\overline{w}_1 - 80 = 0 \end{cases}$$
$$\Longleftrightarrow \begin{cases} \overline{w}_1 + 200 = \overline{w} \\ 0.4\overline{w}_1 - 40 = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \overline{w} = 100 + 200 \\ \overline{w}_1 = 100 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \overline{w} = 300\ kg/\text{phút} \\ \overline{w}_1 = 100\ kg/\text{phút} \end{cases}$$

– Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} k_{wh} = \dfrac{1}{\rho A} = \dfrac{1}{1.25 \times 10^3 \times 0.8} = 0.001\ m/kg; \\ \tau = \dfrac{\rho A \overline{h}}{\overline{w}} = \dfrac{1.25 \times 10^3 \times 0.8 \times 1}{300} = \dfrac{10}{3}\ \text{phút}; \\ k_{x1x} = \dfrac{\overline{w}_1}{\overline{w}} = \dfrac{100}{300} = \dfrac{1}{3}; \qquad k_{x2x} = \dfrac{\overline{w}_2}{\overline{w}} = \dfrac{200}{300} = \dfrac{2}{3}; \\ k_{w1x} = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}}{\overline{w}} = \dfrac{0.8 - 0.4}{300} = \dfrac{1}{750}\ \text{phút}/kg; \\ k_{w2x} = \dfrac{\overline{x}_2 - \overline{x}}{\overline{w}} = \dfrac{0.2 - 0.4}{300} = \dfrac{1}{1500}\ \text{phút}/kg \end{cases}$$

- Với quá trình được mô tả trên **Hình 3a**:

– Đặt: $y = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta x \end{bmatrix}; \qquad u = \begin{bmatrix} \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \end{bmatrix}; \qquad d = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta w \end{bmatrix}$

– Suy ra: $y(s) = G_p u(s) + G_d d(s)$, với các ma trận G_p và G_d như sau:

$$G_p = \begin{bmatrix} \dfrac{k_{wh}}{s} & \dfrac{k_{wh}}{s} \\ \dfrac{k_{w1x}}{\tau s + 1} & \dfrac{k_{w2x}}{\tau s + 1} \end{bmatrix}; \qquad G_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\dfrac{k_{wh}}{s} \\ \dfrac{k_{x1x}}{\tau s + 1} & \dfrac{k_{x2x}}{\tau s + 1} & 0 \end{bmatrix}$$

– Sơ đồ khối: **Hình 4**.

- Với quá trình được mô tả trên **Hình 3b**:

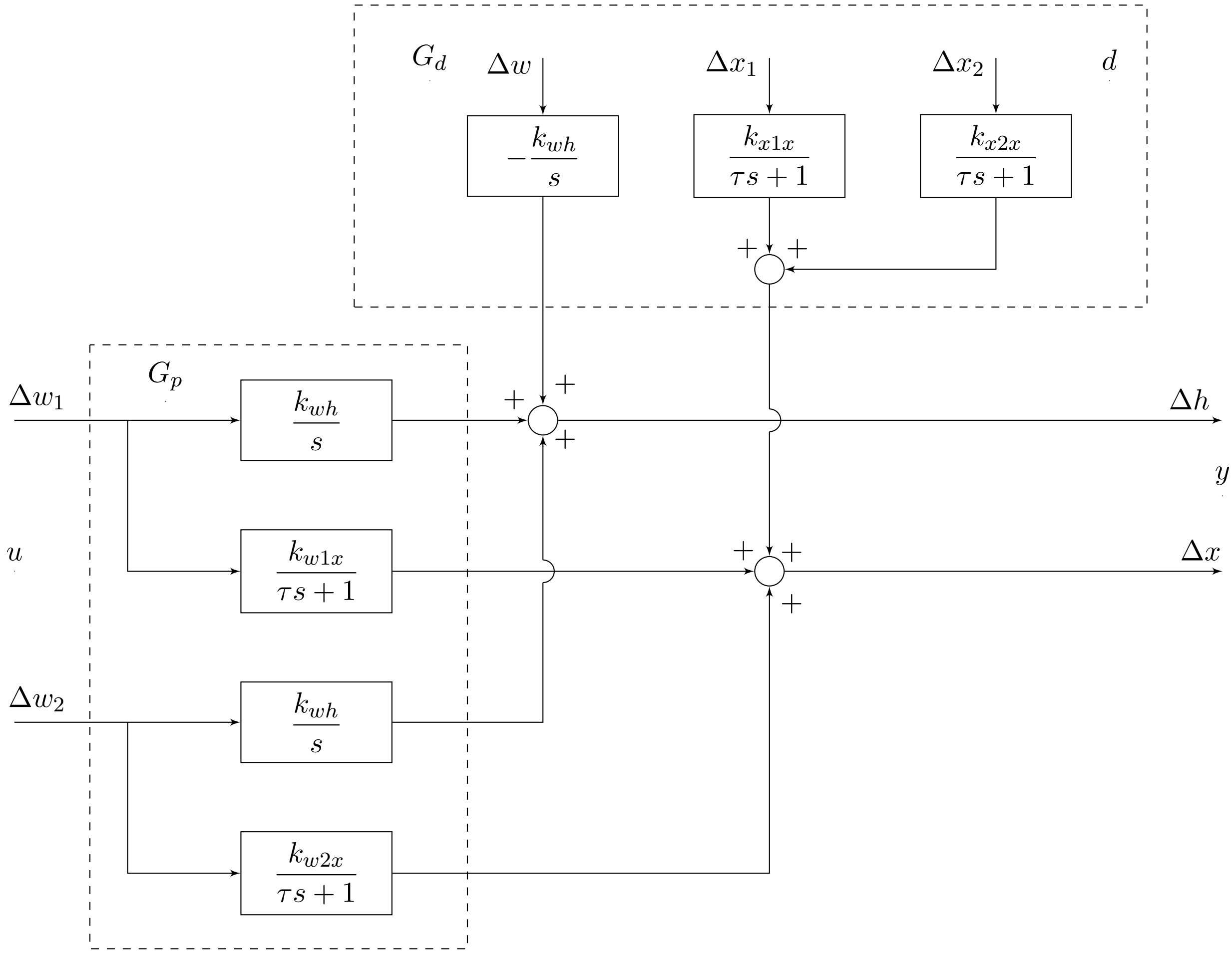
– Đặt: $y = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta x \end{bmatrix}; \qquad u = \begin{bmatrix} \Delta w_1 \\ \Delta w \end{bmatrix}; \qquad d = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta w_2 \end{bmatrix}$

– Suy ra: $y(s) = G_p u(s) + G_d d(s)$, với các ma trận G_p và G_d như sau:

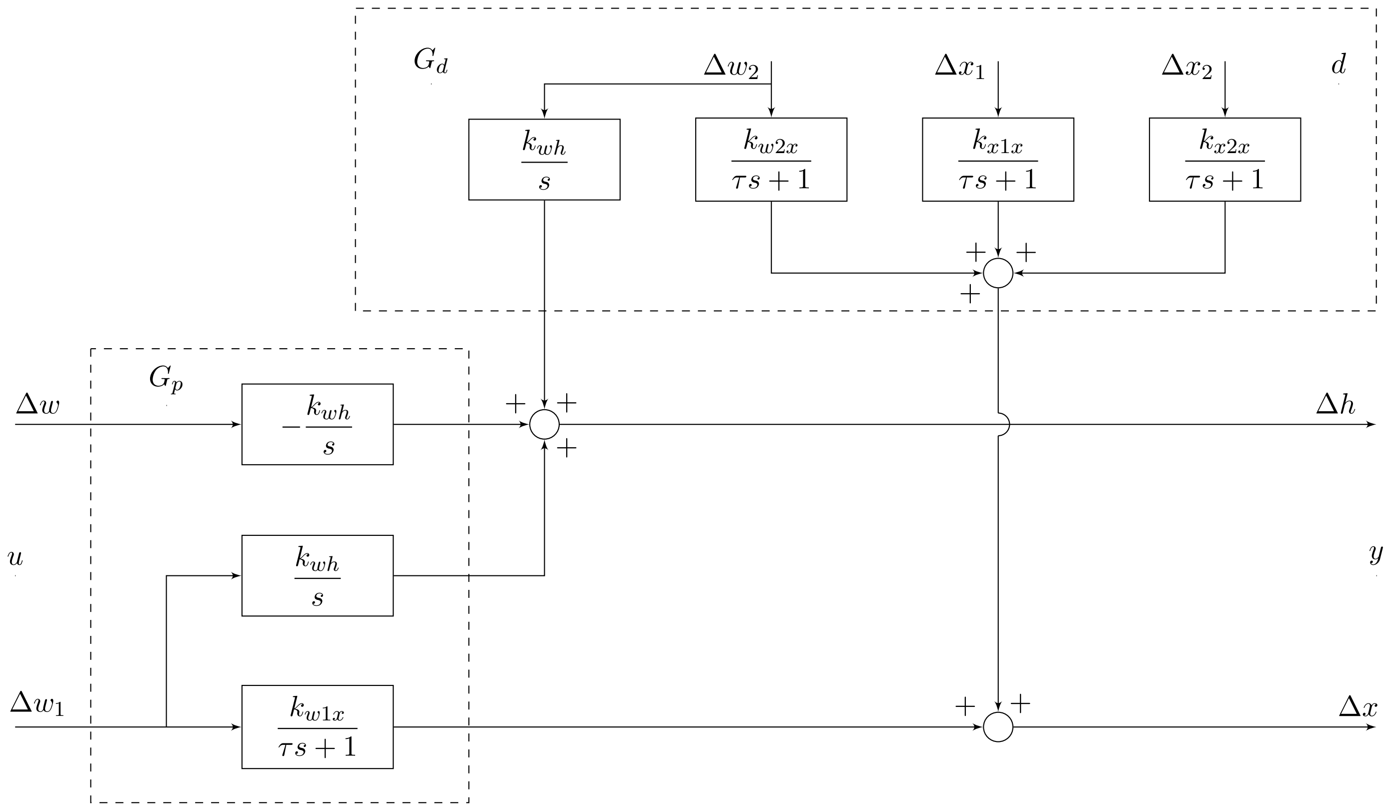
$$G_p = \begin{bmatrix} \dfrac{k_{wh}}{s} & -\dfrac{k_{wh}}{s} \\ \dfrac{k_{w1x}}{\tau s + 1} & 0 \end{bmatrix}; \qquad G_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dfrac{k_{wh}}{s} \\ \dfrac{k_{x1x}}{\tau s + 1} & \dfrac{k_{x2x}}{\tau s + 1} & 0 \end{bmatrix}$$

– Sơ đồ khối: **Hình 5**.

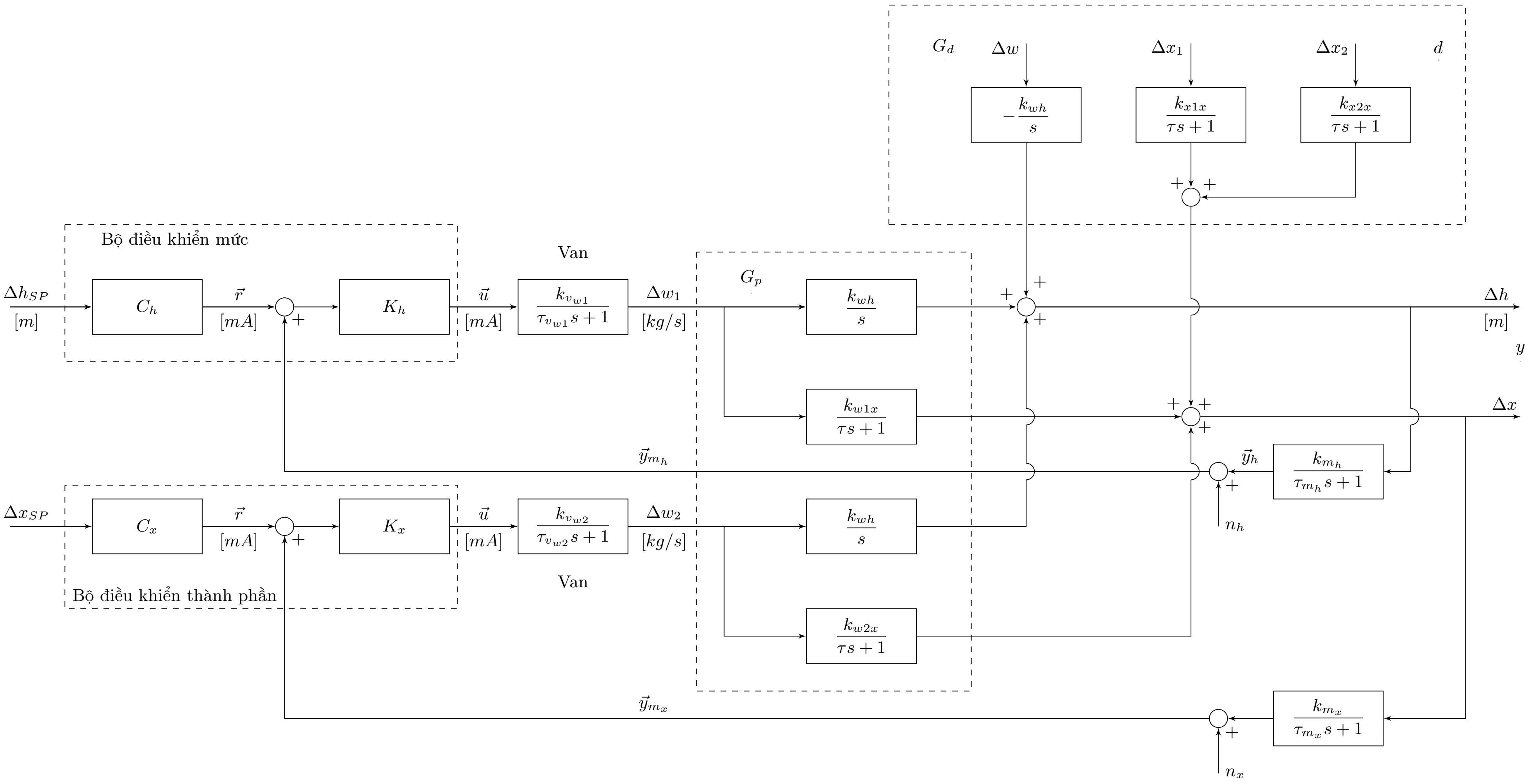
3.1.6 Vẽ sơ đồ khối cho cấu trúc điều khiển phản hồi



Hình 4: *Sơ đồ khối cho mô hình 1*



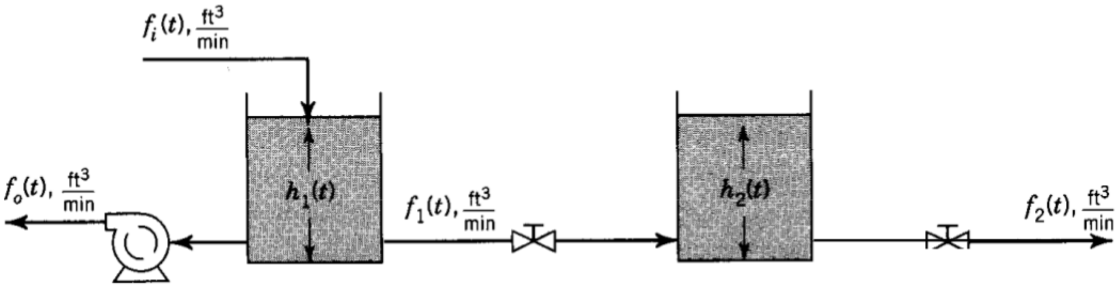
Hình 5: *Sơ đồ khối cho mô hình 2*



Hình 6: *Sơ đồ khối cho cấu trúc điều khiển phản hồi thiết bị khuấy trộn liên tục*

3.2 Bài tập về thiết bị khuấy trộn liên tục

3.2.1 Mô hình về hai bình chứa chất lỏng nối tiếp nhau



Hình 7: *Mô hình về hai bình chứa chất lỏng nối tiếp nhau*

Các đại lượng trên mô hình

- f_i, f_o, f_1, f_2: Lưu lượng lưu lượng dòng nguyên liệu $\left(ft^3/min\right)$.
- h_1, h_2: Mức chất lỏng trong bình (m).
- A_1, A_2: Tiết diện của bình chứa $\left(m^2\right)$.
- Giả sử đặc tính qua van tuyến tính và lưu lượng qua van được xác định bằng công thức sau: $F = C_v\sqrt{\frac{\Delta P}{G_f}}$ với C_v là hệ số van $\left(ft^3/s.kPa^{1/2}\right)$, ΔP là độ chêch lệnh áp suất qua van (kPa) và G_f là trọng lượng riêng của chất lỏng.

Mô tả quá trình Duy trì mức chất lỏng trong mỗi bình ở mức h_1 và h_2.

3.2.2 Xác định các biến quá trình

Biến vào: f_i, f_o, f_1, f_2	Biến điều khiển: f_1, f_2
Biến ra: h_1, h_2	Biến cần điều khiển: h_1, h_2
	Biến nhiễu: f_1, f_o

3.2.3 Xây dựng phương trình toán học

- Xác định lưu lượng dòng chảy qua mỗi van:
  - Van 1, ta có: $\Delta P = (\rho g h_1 + P_a) - (\rho g h_2 + P_a) = \rho g h_1 - \rho g h_2 = \rho g\,(h_1 - h_2)$, nên: $f_1 = C_{v_1}\sqrt{\frac{\Delta P}{G_f}} = C_{v_2}\sqrt{\frac{\rho g\,(h_1 - h_2)}{G_f}} = C^*_{v_1}\sqrt{h_1 - h_2}$ với $C^*_{v_1} = C_{v_1}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f}}$.
  - Van 2, ta có: $\Delta P = (\rho g h_2 + P_a) - P_a = \rho g h_2$, nên: $f_2 = C_{v_2}\sqrt{\frac{\Delta P}{G_f}} = C_{v_2}\sqrt{\frac{\rho g h_2}{G_f}} = C^*_{v_2}\sqrt{h_2}$ với $C^*_{v_2} = C_{v_2}\sqrt{\frac{\rho g}{G_f}}$.

- Công thức tính thể tích $V = Ah$ với A là tiết diện của bình chứa.

- Áp dụng phương trình cân bằng vật chất cho bình chứa 1:

$$\frac{dV_1}{dt} = f_i - (f_o + f_1) \iff \frac{d\left(A_1 h_1\right)}{dt} = f_i - f_o - f_1 \iff \frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A_1}\left(f_i - f_o - f_1\right)$$

- Áp dụng phương trình cân bằng vật chất cho bình chứa 1:

$$\frac{dV_2}{dt} = f_1 - f_2 \iff \frac{d\left(A_2 h_2\right)}{dt} = f_1 - f_2 \iff \frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{A_2}\left(f_1 - f_2\right)$$

- Kết luận, mô hình toán của hệ thống là:

$$\begin{cases} \dfrac{dh_1}{dt} = \dfrac{1}{A_1}\left(f_i - f_o - f_1\right) \\[2ex] \dfrac{dh_2}{dt} = \dfrac{1}{A_2}\left(f_1 - f_2\right) \end{cases}$$

- Thay $f_1 = C^*_{v_1}\sqrt{h_1 - h_2}$ và $f_2 = C^*_{v_2}\sqrt{h_2}$ (với $C^*_{v_1} = C_{v_1}\sqrt{\dfrac{\rho g}{G_f}}$ và $C^*_{v_2} = C_{v_2}\sqrt{\dfrac{\rho g}{G_f}}$), ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{dh_1}{dt} = \dfrac{1}{A_1}\left(f_i - f_o - C^*_{v_1}\sqrt{h_1 - h_2}\right) \\[2ex] \dfrac{dh_2}{dt} = \dfrac{1}{A_2}\left(C^*_{v_1}\sqrt{h_1 - h_2} - C^*_{v_2}\sqrt{h_2}\right) \\[2ex] C^*_{v_1} = C_{v_1}\sqrt{\dfrac{\rho g}{G_f}}; \quad C^*_{v_2} = C_{v_2}\sqrt{\dfrac{\rho g}{G_f}} \end{cases}$$

3.2.4 Tuyến tính hóa phương trình quanh điểm làm việc cân bằng

- Đặt: $h_1 = \overline{h}_1 + \Delta h_1$; $h_2 = \overline{h}_2 + \Delta h_2$; $f_i = \overline{f}_i + \Delta f_i$; $f_o = \overline{f}_o + \Delta f_o$.

- Tại điểm làm việc cân bằng $(\overline{h}_1, \overline{h}_2, \overline{f}_i, \overline{f}_o)$, ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{dh_1}{dt} = \dfrac{1}{A_1}\left(\overline{f}_i - \overline{f}_o - C^*_{v_1}\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}\right) = 0 \\[2ex] \dfrac{dh_2}{dt} = \dfrac{1}{A_2}\left(C^*_{v_1}\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2} - C^*_{v_2}\sqrt{\overline{h}_2}\right) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \overline{f}_i - \overline{f}_o - C^*_{v_1}\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2} = 0 \\[2ex] C^*_{v_1}\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2} - C^*_{v_2}\sqrt{\overline{h}_2} = 0 \end{cases}$$

- Khai triển Taylor cho $f(f_i, f_o, h_1, h_2) = \dfrac{dh_1}{dt} = \dfrac{1}{A_1}\left(f_i - f_o - C^*_{v_1}\sqrt{h_1 - h_2}\right)$ tại điểm làm việc cân bằng $(\overline{h}_1, \overline{h}_2, \overline{f}_i, \overline{f}_o)$:

$$\begin{aligned} \dot{h_1} = \Delta\dot{h_1} &= \underbrace{f(\overline{h}_1, \overline{h}_2, \overline{f}_i, \overline{f}_o)}_{0} + \frac{df}{df_i}\Delta f_i + \frac{df}{df_o}\Delta f_0 + \frac{df}{dh_1}\Delta h_1 + \frac{df}{dh_2}\Delta h_2 \\ &= \frac{1}{A_1}\left[\Delta f_i - \Delta f_o - \frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_1 + \frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_2\right] \end{aligned}$$

- Khai triển Taylor cho $g(f_i, f_o, h_1, h_2) = \dfrac{dh_2}{dt} = \dfrac{1}{A_2}\left(C^*_{v_1}\sqrt{h_1 - h_2} - C^*_{v_2}\sqrt{h_2}\right)$ tại điểm làm việc cân bằng (f_i, f_o, h_1, h_2), ta có:

$$\begin{aligned}\dot{h}_2 = \Delta\dot{h}_2 &= \underbrace{g(\overline{h}_1, \overline{h}_2, \overline{f}_i, \overline{f}_o)}_{0} + \frac{dg}{df_i}\Delta f_i + \frac{dg}{df_o}\Delta f_0 + \frac{dg}{dh_1}\Delta h_1 + \frac{dg}{dh_2}\Delta h_2 \\ &= \frac{1}{A_2}\left[\frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_1 - \frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_2 - \frac{C^*_{v_2}}{2\sqrt{\overline{h}_2}}\Delta h_2\right]\end{aligned}$$

- Kết luận, mô hình tuyến tính hóa theo khai triển Taylor có dạng:

$$\begin{cases}\Delta\dot{h}_1 = \dfrac{1}{A_1}\left[\Delta f_i - \Delta f_o - \dfrac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_1 + \dfrac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_2\right] \\ \Delta\dot{h}_2 = \dfrac{1}{A_2}\left[\dfrac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_1 - \dfrac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_2 - \dfrac{C^*_{v_2}}{2\sqrt{\overline{h}_2}}\Delta h_2\right]\end{cases}$$

3.2.5 Xây dựng hàm truyền và vẽ sơ đồ khối mô tả quá trình

- Ta có $\Delta\dot{h}_1 = \dfrac{1}{A_1}\left[\Delta f_i - \Delta f_o - \dfrac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_1 + \dfrac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_2\right]$, khai triển Laplace:

$$\begin{aligned}&s\Delta H_1(s) = \frac{1}{A_1}\left[\Delta F_i(s) - \Delta F_o(s) - \frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_1(s) + \frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_2(s)\right] \\ \iff &A_1 s\Delta H_1(s) + \frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_1(s) = \Delta F_i(s) - \Delta F_o(s) + \frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_2(s) \\ \iff &\frac{A_1}{\frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}} s\Delta H_1(s) + \Delta H_1(s) = \frac{1}{\frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}}\Delta F_i(s) - \frac{1}{\frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}}\Delta F_o(s) + \Delta H_2(s) \\ \iff &\left(\frac{A_1}{\frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}} s + 1\right)\Delta H_1(s) = \frac{1}{\frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}}\Delta F_i(s) - \frac{1}{\frac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}}\Delta F_o(s) + \Delta H_2(s)\end{aligned}$$

- Đặt $m_{h_1} = \dfrac{C^*_{v_1}}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}$, ta có:

$$\begin{aligned}&\left(\frac{A_1}{m_{h_1}}s + 1\right)\Delta H_1(s) = \frac{1}{m_{h_1}}\Delta F_i(s) - \frac{1}{m_{h_1}}\Delta F_o(s) + \Delta H_2(s) \\ \iff &\Delta H_1(s) = \frac{\frac{1}{m_{h_1}}}{\frac{A_1}{m_{h_1}}s + 1}\Delta F_i(s) - \frac{\frac{1}{m_{h_1}}}{\frac{A_1}{m_{h_1}}s + 1}\Delta F_o(s) + \frac{1}{\frac{A_1}{m_{h_1}}s + 1}\Delta H_2(s)\end{aligned}$$

- Đặt $k_{h_1} = \dfrac{1}{m_{h_1}}$ và $\tau_{h_1} = \dfrac{A_1}{m_{h_1}}$, ta có:

$$\Delta H_1(s) = \frac{k_{h_1}}{\tau_{h_1}s + 1}\Delta F_i(s) - \frac{k_{h_1}}{\tau_{h_1}s + 1}\Delta F_o(s) + \frac{1}{\tau_{h_1}s + 1}\Delta H_2(s)$$

- Ta có $\Delta\dot{h_2} = \dfrac{1}{A_2}\left[\dfrac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_1 - \dfrac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta h_2 - \dfrac{C_{v_2}^*}{2\sqrt{\overline{h}_2}}\Delta h_2\right]$, khai triển Laplace:

$$\begin{aligned}
sH_2(s) &= \frac{1}{A_2}\left[\frac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_1(s) - \frac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_2(s) - \frac{C_{v_2}^*}{2\sqrt{\overline{h}_2}}\Delta H_2(s)\right] \\
\Longleftrightarrow & A_2 s\Delta H_2(s) + \frac{C_{v_2}^*}{2\sqrt{\overline{h}_2}}\Delta H_2(s) + \frac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_2(s) = \frac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_1(s) \\
\Longleftrightarrow & \left(A_2 s + \frac{C_{v_2}^*}{2\sqrt{\overline{h}_2}} + \frac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\right)\Delta H_2(s) = \frac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}\Delta H_1(s) \\
\Longleftrightarrow & \left(\frac{A_2}{\dfrac{C_{v_2}^*}{2\sqrt{\overline{h}_2}} + \dfrac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}} s + 1\right)\Delta H_2(s) = \frac{\dfrac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}}{\dfrac{C_{v_2}^*}{2\sqrt{\overline{h}_2}} + \dfrac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}}\Delta H_1(s)
\end{aligned}$$

- Đặt $m_{h_2} = \dfrac{C_{v_2}^*}{2\sqrt{\overline{h}_2}} + \dfrac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}$, ta có:

$$\left(\frac{A_2}{m_{h_2}} s + 1\right)\Delta H_2(s) = \frac{\dfrac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}}{m_{h_2}}\Delta H_1(s)$$

- Đặt $\tau_{h_2} = \dfrac{A_2}{m_{h_2}}$ và $k_{h_2} = \dfrac{\dfrac{C_{v_1}^*}{2\sqrt{\overline{h}_1 - \overline{h}_2}}}{m_{h_2}}$, ta có:

$$(\tau_{h_2} s + 1)\Delta H_2(s) = k_{h_2}\Delta H_1(s) \Longleftrightarrow \Delta H_2(s) = \frac{k_{h_2}}{\tau_{h_2} s + 1}\Delta H_1(s) \Longleftrightarrow H_1(s) = \frac{\tau_{h_2} s + 1}{k_{h_2}}$$

- Ta có:

$$\begin{cases}
\Delta H_1(s) = \dfrac{k_{h_1}}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta F_i(s) - \dfrac{k_{h_1}}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta F_o(s) + \dfrac{1}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta H_2(s) \\[2ex]
\Delta H_1(s) = \dfrac{\tau_{h_2} s + 1}{k_{h_2}}\Delta H_2(s)
\end{cases}$$

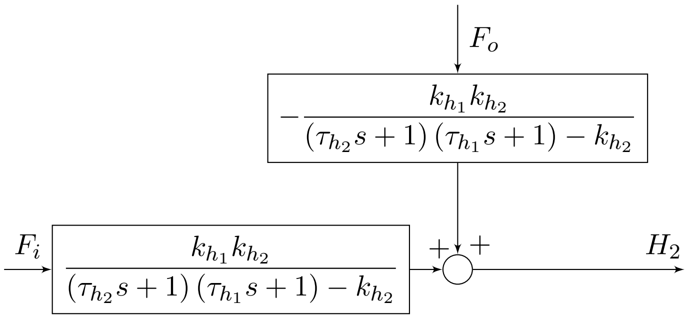
- Suy ra:

$$\begin{aligned}
\frac{\tau_{h_2} s + 1}{k_{h_2}}\Delta H_2(s) &= \frac{k_{h_1}}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta F_i(s) - \frac{k_{h_1}}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta F_o(s) + \frac{1}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta H_2(s) \\
\Longleftrightarrow & \left(\frac{\tau_{h_2} s + 1}{k_{h_2}} - \frac{1}{\tau_{h_1} s + 1}\right)\Delta H_2(s) = \frac{k_{h_1}}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta F_i(s) - \frac{k_{h_1}}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta F_o(s) \\
\Longleftrightarrow & \left[\frac{(\tau_{h_2} s + 1)(\tau_{h_1} s + 1) - k_{h_2}}{k_{h_2}(\tau_{h_1} s + 1)}\right]\Delta H_2(s) = \frac{k_{h_1}}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta F_i(s) - \frac{k_{h_1}}{\tau_{h_1} s + 1}\Delta F_o(s) \\
\Longleftrightarrow & \left[(\tau_{h_2} s + 1)(\tau_{h_1} s + 1) - k_{h_2}\right]\Delta H_2(s) = k_{h_1}k_{h_2}F_i(s) - k_{h_1}k_{h_2}F_o(s) \\
\Longleftrightarrow & \Delta H_2(s) = \frac{k_{h_1}k_{h_2}}{(\tau_{h_2} s + 1)(\tau_{h_1} s + 1) - k_{h_2}}F_i(s) - \frac{k_{h_1}k_{h_2}}{(\tau_{h_2} s + 1)(\tau_{h_1} s + 1) - k_{h_2}}F_o(s)
\end{aligned}$$

- Kết luận:

$$\left\{ \frac{H_2(s)}{F_i(s)} = \frac{k_{h_1}k_{h_2}}{(\tau_{h_2}s+1)(\tau_{h_1}s+1)-k_{h_2}}; \quad \frac{H_2(s)}{F_o(s)} = -\frac{k_{h_1}k_{h_2}}{(\tau_{h_2}s+1)(\tau_{h_1}s+1)-k_{h_2}} \right.$$

- Sơ đồ khối mô tả quá trình:



Hình 8: *Sơ đồ khối mô tả quá trình*

3.2.6 Vẽ sơ đồ khối cho cấu trúc điều khiển phản hồi