

Bài tập Điều khiển quá trình

Chủ đề Mô hình hóa lý thuyết

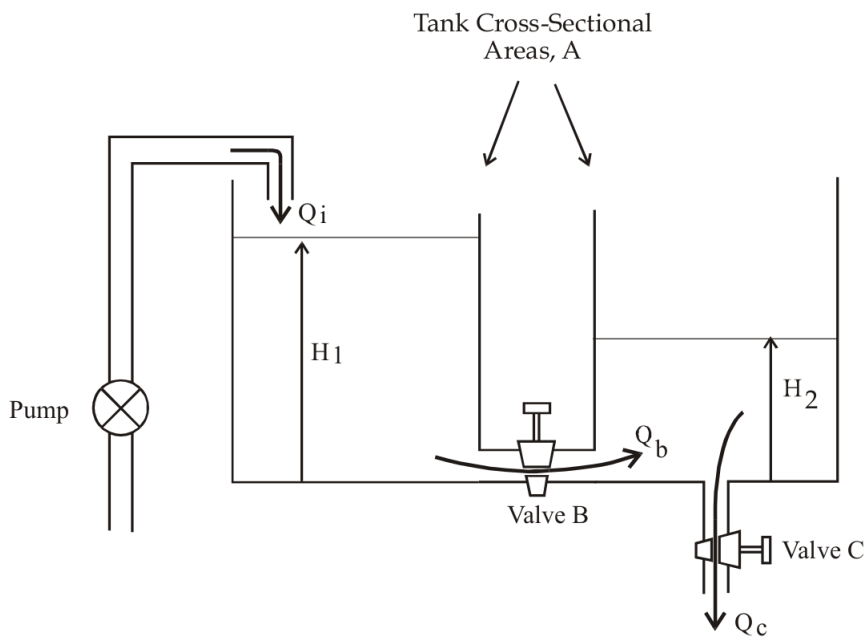
Sưu tầm: Thi Minh Nhựt

Email: thiminhnhut@gmail.com

Thời gian: Ngày 25 tháng 9 năm 2017

1 Bài tập 1

Giả thiết Cho hệ thống như hình 1: Bình chứa thứ nhất có tiết diện là A_1 và bình chứa thứ hai có tiết diện là A_2 . Các lưu lượng ra Q_b và Q_c được xác định như sau: $Q_b = C_{db}a_b\sqrt{2g(H_1 - H_2)}$ và $Q_c = C_{dc}a_c\sqrt{2gH_2}$



Hình 1: Hệ thống 2 bình chứa

Yêu cầu

- Xác định các biến vào, biến ra, biến điều khiển, biến cần điều khiển và biến nhiễu.
- Viết phương trình mô tả quan hệ giữa các biến.
- Tuyến tính hóa mô hình tại điểm làm việc cân bằng.
- Tìm hàm truyền $G(s) = \frac{H_2(s)}{Q_i(s)}$

Bài giải

a. Xác định các biến vào, biến ra, biến điều khiển, biến cần điều khiển và biến nhiễu.

- Biến vào: Q_i, Q_b, Q_c .
- Biến ra: H_1, H_2 .
- Biến điều khiển: Q_b, Q_c .
- Biến cần điều khiển: H_1, H_2 .
- Biến nhiễu: Q_i .

b. Viết phương trình mô tả quan hệ giữa các biến.

- Phương trình cho bình chứa 1:

– Bình chứa 1:

$$\frac{dV_1}{dt} = Q_i - Q_b \iff \frac{d(A_1 H_1)}{dt} = Q_i - Q_b \iff \frac{dH_1}{dt} = \frac{1}{A_1} (Q_i - Q_b) \quad (1)$$

– Thay $Q_b = C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)}$ vào (1), ta có:

$$\frac{dH_1}{dt} = \frac{1}{A_1} (Q_i - Q_b) = \frac{1}{A_1} \left[Q_i - C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)} \right] \quad (2)$$

- Phương trình cho bình chứa 2:

– Bình chứa 2:

$$\frac{dV_2}{dt} = Q_b - Q_c \iff \frac{d(A_2 H_2)}{dt} = Q_b - Q_c \iff \frac{dH_2}{dt} = \frac{1}{A_2} (Q_b - Q_c) \quad (3)$$

– Thay $Q_b = C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)}$ và $Q_c = C_{dc} a_c \sqrt{2gH_2}$ vào (3), ta có:

$$\frac{dH_2}{dt} = \frac{1}{A_2} (Q_b - Q_c) = \frac{1}{A_2} \left[C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)} - C_{dc} a_c \sqrt{2gH_2} \right] \quad (4)$$

- Kết luận, hệ phương trình mô tả quá trình:

$$\begin{cases} \frac{dH_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[Q_i - C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)} \right] \\ \frac{dH_2}{dt} = \frac{1}{A_2} \left[C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)} - C_{dc} a_c \sqrt{2gH_2} \right] \end{cases} \quad (5)$$

c. Tuyến tính hóa mô hình tại điểm làm việc cân bằng.

- Gọi $(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})$ là điểm làm việc cân bằng của hệ thống gồm 2 bình chứa.
- Gọi $Q_i = \overline{Q_i} + \Delta Q_i, H_1 = \overline{H_1} + \Delta H_1, H_2 = \overline{H_2} + \Delta H_2$.
- Đặt $f(Q_i, H_1, H_2) = \dot{H}_1 = \frac{1}{A_1} \left[Q_i - C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)} \right]$
 - Tại điểm làm việc cân bằng $(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})$ thì

$$f(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2}) = 0 \iff \frac{1}{A_1} \left[\overline{Q_i} - C_{db} a_b \sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})} \right] = 0 \quad (6)$$

- Khai triển Taylor cho $f(Q_i, H_1, H_2) = \dot{H}_1 = \frac{1}{A_1} [Q_i - C_{db}a_b\sqrt{2g(H_1 - H_2)}]$, ta có:

$$\dot{H}_1 = \Delta H_1 = f(\overline{Q_i} + \Delta Q_i, \overline{H_1} + \Delta H_1, \overline{H_2} + \Delta H_2) \quad (7)$$

$$\approx \underbrace{f(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})}_0 + \left. \frac{\partial f}{\partial Q_i} \right|_{(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})} \Delta Q_i + \left. \frac{\partial f}{\partial H_1} \right|_{(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})} \Delta H_1 \quad (8)$$

$$\approx \frac{1}{A_1} \left[\Delta Q_i - \frac{2gC_{db}a_b}{2\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} \Delta H_1 \right] \quad (9)$$

$$\approx \frac{1}{A_1} \left[\Delta Q_i - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} \Delta H_1 \right] \quad (10)$$

- Thay $\Delta Q_i = Q_i$ và $\Delta H_1 = H_1$, ta có:

$$\frac{dH_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[Q_i - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} H_1 \right] \quad (11)$$

- Đặt $g(Q_i, H_1, H_2) = \dot{H}_2 = \frac{1}{A_2} [C_{db}a_b\sqrt{2g(H_1 - H_2)} - C_{dc}a_c\sqrt{2gH_2}]$

- Tại điểm làm việc cân bằng $(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})$ thì:

$$g(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2}) = 0 \iff \frac{1}{A_2} [C_{db}a_b\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})} - C_{dc}a_c\sqrt{2g\overline{H_2}}] = 0 \quad (12)$$

- Khai triển Taylor cho $g(Q_i, H_1, H_2) = \dot{H}_2 = \frac{1}{A_2} [C_{db}a_b\sqrt{2g(H_1 - H_2)} - C_{dc}a_c\sqrt{2gH_2}]$, ta có:

$$\dot{H}_2 = \Delta H_2 = g(\overline{Q_i} + \Delta Q_i, \overline{H_1} + \Delta H_1, \overline{H_2} + \Delta H_2) \quad (13)$$

$$\approx \underbrace{g(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})}_0 + \left. \frac{\partial g}{\partial H_1} \right|_{(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})} \Delta H_1 + \left. \frac{\partial g}{\partial H_2} \right|_{(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})} \Delta H_2 \quad (14)$$

$$\approx \frac{1}{A_2} \left[\frac{2gC_{db}a_b}{2\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} \Delta H_1 + \frac{-2gC_{db}a_b}{2\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} \Delta H_2 - \frac{2gC_{dc}a_c}{2\sqrt{2g\overline{H_2}}} \Delta H_2 \right] \quad (15)$$

$$\approx \frac{1}{A_2} \left[\frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} \Delta H_1 - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} \Delta H_2 - \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H_2}}} \Delta H_2 \right] \quad (16)$$

- Thay $\Delta H_1 = H_1$ và $\Delta H_2 = H_2$, ta có:

$$\frac{dH_2}{dt} = \frac{1}{A_2} \left[\frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} H_1 - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} H_2 - \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H_2}}} H_2 \right] \quad (17)$$

- Kết luận, phương trình tuyến tính hóa của mô hình tại điểm làm việc cân bằng $(\overline{Q_i}, \overline{H_1}, \overline{H_2})$:

$$\begin{cases} \frac{dH_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[Q_i - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} H_1 \right] \\ \frac{dH_2}{dt} = \frac{1}{A_2} \left[\frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} H_1 - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H_1} - \overline{H_2})}} H_2 - \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H_2}}} H_2 \right] \end{cases} \quad (18)$$

d. Tìm hàm truyền $G(s) = \frac{H_2(s)}{Q_i(s)}$

- Ta có: $\frac{dH_1}{dt} = \frac{1}{A_1} \left[Q_i - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_1 \right]$, thực hiện biến đổi Laplace 2 vế của phương trình ta có:

$$sH_1(s) = \frac{1}{A_1} \left[Q_i(s) - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_1(s) \right] \quad (19)$$

$$\Longleftrightarrow sA_1H_1(s) + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_1(s) = Q_i(s) \quad (20)$$

$$\Longleftrightarrow \left[sA_1 + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} \right] H_1(s) = Q_i(s) \quad (21)$$

$$\Longleftrightarrow H_1(s) = \frac{Q_i(s)}{sA_1 + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}}} \quad (22)$$

- Ta có: $\frac{dH_2}{dt} = \frac{1}{A_2} \left[\frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_1 - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_2 - \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H}_2}} H_2 \right]$, thực hiện biến đổi Laplace 2 vế của phương trình ta có:

$$sH_2(s) = \frac{1}{A_2} \left[\frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_1(s) - \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_2(s) - \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H}_2}} H_2(s) \right] \quad (23)$$

$$\Longleftrightarrow sA_2H_2(s) + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_2(s) + \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H}_2}} H_2(s) = \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_1(s) \quad (24)$$

$$\Longleftrightarrow \left[sA_2 + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} + \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H}_2}} \right] H_2(s) = \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} H_1(s) \quad (25)$$

$$\Longleftrightarrow \left[sA_2 + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} + \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H}_2}} \right] H_2(s) = \frac{gC_{db}a_b Q_i(s)}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)} \left[sA_1 + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} \right]} \quad (26)$$

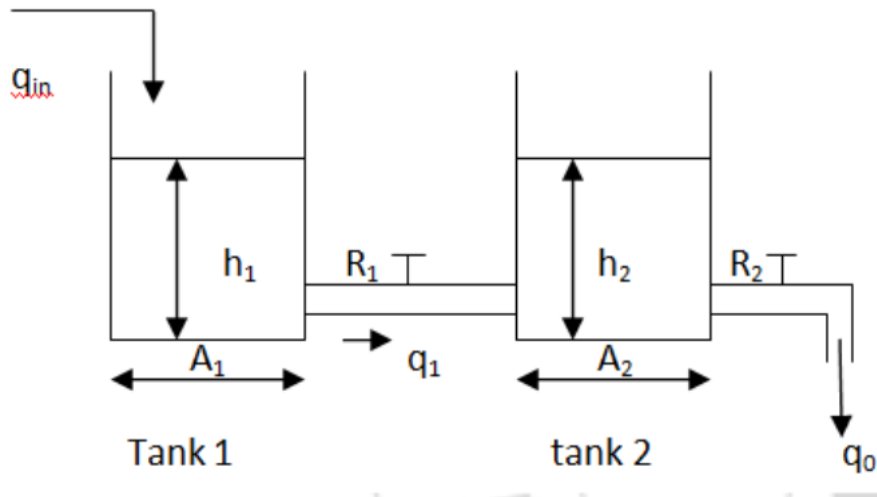
$$\Longleftrightarrow \left[sA_2 + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} + \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H}_2}} \right] H_2(s) = \frac{gC_{db}a_b Q_i(s)}{sA_1 \sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)} + gC_{db}a_b} \quad (27)$$

$$\Longleftrightarrow \frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{gC_{db}a_b}{\left[sA_2 + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)}} + \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\overline{H}_2}} \right] \left[sA_1 \sqrt{2g(\overline{H}_1 - \overline{H}_2)} + gC_{db}a_b \right]} \quad (28)$$

- Kết luận: $G(s) = \frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{gC_{db}a_b}{\left[sA_2 + \frac{gC_{db}a_b}{\sqrt{2g(\bar{H}_1 - \bar{H}_2)}} + \frac{gC_{dc}a_c}{\sqrt{2g\bar{H}_2}} \right] \left[sA_1\sqrt{2g(\bar{H}_1 - \bar{H}_2)} + gC_{db}a_b \right]}$

2 Bài tập 2

Giả thiết Cho hệ thống như hình 2: Các lưu lượng ra q_1 và q_0 được xác định như sau: $q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1}$ và $q_0 = \frac{h_2}{R_2}$



Hình 2: Hệ thống 2 bình chứa

Yêu cầu

- Xác định các biến vào, biến ra, biến điều khiển, biến cần điều khiển và biến nhiễu.
- Viết phương trình mô tả quan hệ giữa các biến.
- Tuyến tính hóa mô hình tại điểm làm việc cân bằng.
- Tìm hàm truyền $G(s) = \frac{H_2(s)}{Q_{in}(s)}$