TRƯỜNG ĐẠI HỌC NHA TRANG
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN

XÁC SUẤT – THỐNG KÊ

PHẦN 1.
XÁC SUẤT

CHƯƠNG 1.
XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Ra đời từ thế kỉ XVII, lý thuyết xác suất nghiên cứu quy luật của các hiện tượng ngẫu nhiên. Dựa vào các thành tựu của lý thuyết xác suất, thống kê toán xây dựng các phương pháp ra quyết định trong điều kiện thông tin không đầy đủ. Hơn 300 năm phát triển, đến nay nội dung và các phương pháp xác suất và thống kê toán rất phong phú, được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực tự nhiên và xã hội khác nhau.

PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN

Trong thực tế, ta thường gặp rất nhiều những hành động mà các kết quả không thể xác định trước được.

Chẳng hạn như làm một thí nghiệm hay quan sát một hiện tượng nào đó.

Ta gọi chúng là phép thử ngẫu nhiên.

BIẾN CỐ

Kết quả của phép thử gọi là biến cố.

Kết quả đơn giản nhất gọi là biến cố sơ cấp.

Kết quả không thể xảy ra gọi là biến cố không thể (Ø).

Kết quả luôn xảy ra gọi là biến cố chắc chắn (Ω).

Kết quả có thể xảy ra, cũng có thể không xảy ra gọi là biến cố ngẫu nhiên (A, B, C, …).

VÍ DỤ. Gieo con xúc xắc và quan sát số nốt xuất hiện ở mặt trên của con xúc xắc.

- **Các biến cố: xuất hiện mặt 1, xuất hiện mặt 2, xuất hiện mặt 3, xuất hiện mặt 4, xuất hiện mặt 5, xuất hiện mặt 6 là các biến cố đơn giản nhất. Đây là các biến cố sơ cấp.**
- **Biến cố xuất hiện mặt lẻ là biến cố xuất hiện mặt 1, 3 hoặc 5. Ký hiệu {1, 3, 5}. Đây là biến cố ngẫu nhiên.**
- **Biến cố xuất hiện mặt chẵn là biến cố xuất hiện mặt 2, 4 hoặc 6. Ký hiệu {2, 4, 6}. Đây là biến cố ngẫu nhiên.**
- **Biến cố xuất hiện một trong các mặt 1, 2, 3, 4, 5 hoặc 6 là biến cố chắc chắn. {1, 2, 3, 4, 5, 6} = Ω.**
- **Biến cố xuất hiện mặt 7 là biến cố không thể. {7} = Ø.**

Ω - không gian các biến cố sơ cấp.

Ω - không gian mẫu.

Biến cố sơ cấp.

Biến cố ngẫu nhiên.

Biến cố không thể.

Biến cố chắc chắn.

VÍ DỤ. Kiểm tra 3 sản phẩm.

Có không quá 3 sp tốt là biến cố chắc chắn.

Có 4 phế phẩm là biến cố không thể.

Có 2 sản phẩm tốt là biến cố ngẫu nhiên.

Quan sát các sự kiện ngẫu nhiên ta thấy rằng khả năng xuất hiện của chúng nói chung không đồng đều. Một số sự kiện thường hay xảy ra, một số khác thường ít xảy ra. Từ đó nảy sinh vấn đề tìm cách đo lường "độ chắc" của một sự kiện. Muốn vậy người ta tìm cách gán cho mỗi sự kiện một số P(A), số này được gọi là xác suất của A.

XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ
là một con số biểu thị khả năng xảy ra biến cố đó khi thực hiện phép thử.

XÁC SUẤT THEO CỔ ĐIỂN

Xét phép thử hữu hạn các biến cố sơ cấp đồng khả năng. Ta định nghĩa xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

n – tổng số trường hợp sơ cấp của phép thử.

m – số trường hợp sơ cấp thuộc biến cố A.

VÍ DỤ. Trong một thành phố 1 triệu dân có 2000 người mắc bệnh tim. Lấy ngẫu nhiên 1 người. Tìm xác suất người đó mắc bệnh tim ?

Biến cố A: người đó mắc bệnh tim.

Tổng số trường hợp: n = 1.000.000

Số trường hợp của A: m = 2000

P(A) = m / n = 2000 / 1000000 = 0,002

Tỉ lệ người mắc bệnh tim trong thành phố là 0,2%.

TÍNH CHẤT.

$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$0 \le P(A) \le 1$$

GIẢI TÍCH TỔ HỢP

Quy tắc nhân

Hoán vị

Tổ hợp

Chỉnh hợp

QUY TẮC NHÂN

A có n cách.

B có m cách.

A và B có n . m cách.

HOÁN VỊ

Cho n phần tử khác nhau.

Hoán vị của n là hoán đổi vị trí n phần tử (xếp n phần tử vào n vị trí).

Tổng số hoán vị của n bằng:

$$n\,(n-1)\,(n-2)\,\ldots\,2\,.\,1 = n!$$

TỔ HỢP

Tổ hợp chập k của n phần tử là một nhóm không thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho.

Số tổ hợp chập k từ n phần tử là:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} \qquad (k \leq n)$$

CHỈNH HỢP

Chỉnh hợp chập k của n phần tử là một nhóm có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho.

Số chỉnh hợp chập k từ n phần tử là:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \qquad (k \le n)$$

$$C^1_n = A^1_n = n$$

$$C^n_n = 1$$

$$A^n_n = n!$$

$$C^k_n = C^{n-k}_n$$

VÍ DỤ. **Rút ngẫu nhiên 5 con bài từ bộ bài 52 con. Tính xác suất được:**

a. Ba con A và hai con 10.

b. Hai con cơ, một con rô, hai con bích.

c. Hai con màu đỏ và ba con màu đen.

a. Rút ngẫu nhiên 5 con bài.

Tổng số trường hợp: $n = C^{5}_{52}$

Biến cố A: được ba con A và hai con 10.

Bộ bài: bốn con A, bốn con 10, …

Số trường hợp của A: $m = C^{3}_{4} . C^{2}_{4}$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{24}{2598960} \approx 0{,}000009.$$

b. Biến cố B: được 2 con cơ, 1 con rô và 2 con bích.

Bộ bài: 13 cơ, 13 rô, 13 chuồn, 13 bích.

Số trường hợp của B:

$$m = C^2_{13} \cdot C^1_{13} \cdot C^2_{13}$$

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{79092}{2598960} \approx 0{,}0304.$$

c. Biến cố C: được hai con màu đỏ và ba con màu đen.

Bộ bài: 26 con màu đỏ, 26 con màu đen.

Số trường hợp của C:

$m = C^2_{26} \cdot C^3_{26}$

$$P(C) = \frac{m}{n} = \frac{845000}{2598960} \approx 0,3251.$$

NHẬN XÉT.

Muốn tính được xác suất theo cổ điển thì phép thử phải thỏa hai yêu cầu:

1. Tổng số biến cố sơ cấp phải hữu hạn.

2. Các biến cố sơ cấp phải đồng khả năng.

Điều đó không phải bao giờ cũng có.

XÁC SUẤT THEO THỐNG KÊ

Thực hiện phép thử n lần, thấy biến cố A xảy ra k lần.

k được gọi là tần số của A.

k/n được gọi là tần suất của A.

Người ta thấy rằng khi n tăng thì tần suất luôn dần tới một số nào đó.

Giá trị giới hạn của tần suất gọi là xác suất theo thống kê.

Thực tế, P(A) được tính xấp xỉ bởi tần suất khi n đủ lớn.

$$\lim_{n \to \infty} \frac{k}{n} \approx P(A)$$

VÍ DỤ.

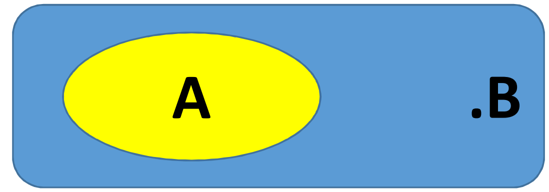
Người làm thí nghiệm	Số lần tung đồng xu	Số lần mặt sấp	Tần suất
Buffon	4040	2048	0,5069
Pearson	12000	6019	0,5016
Pearson	24000	12012	0,5005

Tần suất xuất hiện mặt sấp ≈ 0,5.

VÍ DỤ. **Thống kê 1000 lần bắn của một xạ thủ, thấy 800 viên trúng đích. Có thể nói xác suất xạ thủ đó bắn trúng bia khoảng 80%.**

NHẬN XÉT. Định nghĩa xác suất dạng thống kê chỉ cho ta giá trị xấp xỉ và mức độ chính xác của việc xấp xỉ tùy thuộc vào số lần thực hiện phép thử.

XÁC SUẤT THEO HÌNH HỌC



Giả sử có một miền Ω.

Cho một chất điểm rơi ngẫu nhiên vào trong miền Ω.

Cả miền Ω xem như là **biến cố chắc chắn**.

Mỗi miền con A xem như là một **biến cố ngẫu nhiên**.

Mỗi điểm của miền xem như là một **biến cố sơ cấp**.

Tập rỗng không có điểm nào là **biến cố không thể**.

Nếu chất điểm rơi trúng vào biến cố nào thì xem như biến cố đó xảy ra. Một cách tự nhiên, ta định nghĩa:

P(A) = diện tích (A) / diện tích (Ω)

NHẬN XÉT. **Xét biến cố sơ cấp B.**

P(B) = diện tích (B) / diện tích (Ω) = 0

Tuy nhiên, khi một chất điểm rơi vào trong miền Ω thì chất điểm đó vẫn có thể rơi vào trúng điểm B, tức là biến cố B vẫn có thể xảy ra. Như vậy, tồn tại các biến cố có xác suất bằng 0 mà vẫn có thể xảy ra.

Biến cố B: biến cố hầu không thể.

NHẬN XÉT. **Xét biến cố đối lập với B là $\overline{B}$.**

$P(\overline{B})$ = diện tích $(\overline{B})$ / diện tích (Ω)

= [dtích (Ω) – dtích (B)] / dtích (Ω) = 1

Khả năng điểm đó không rơi vào $\overline{B}$ vẫn xảy ra. Như vậy, tồn tại các biến cố có xác suất bằng 1 mà vẫn có thể không xảy ra.

Biến cố $\overline{B}$: biến cố hầu chắc chắn.

Hợp của hai biến cố A và B là một biến cố C mà nó xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất một trong hai biến cố A hoặc B xảy ra.

Ký hiệu: C = A U B

VÍ DỤ. **Hai xạ thủ cùng bắn vào một bia, mỗi xạ thủ bắn một viên đạn.**

Biến cố A: xạ thủ I bắn trúng bia.

Biến cố B: xạ thủ II bắn trúng bia.

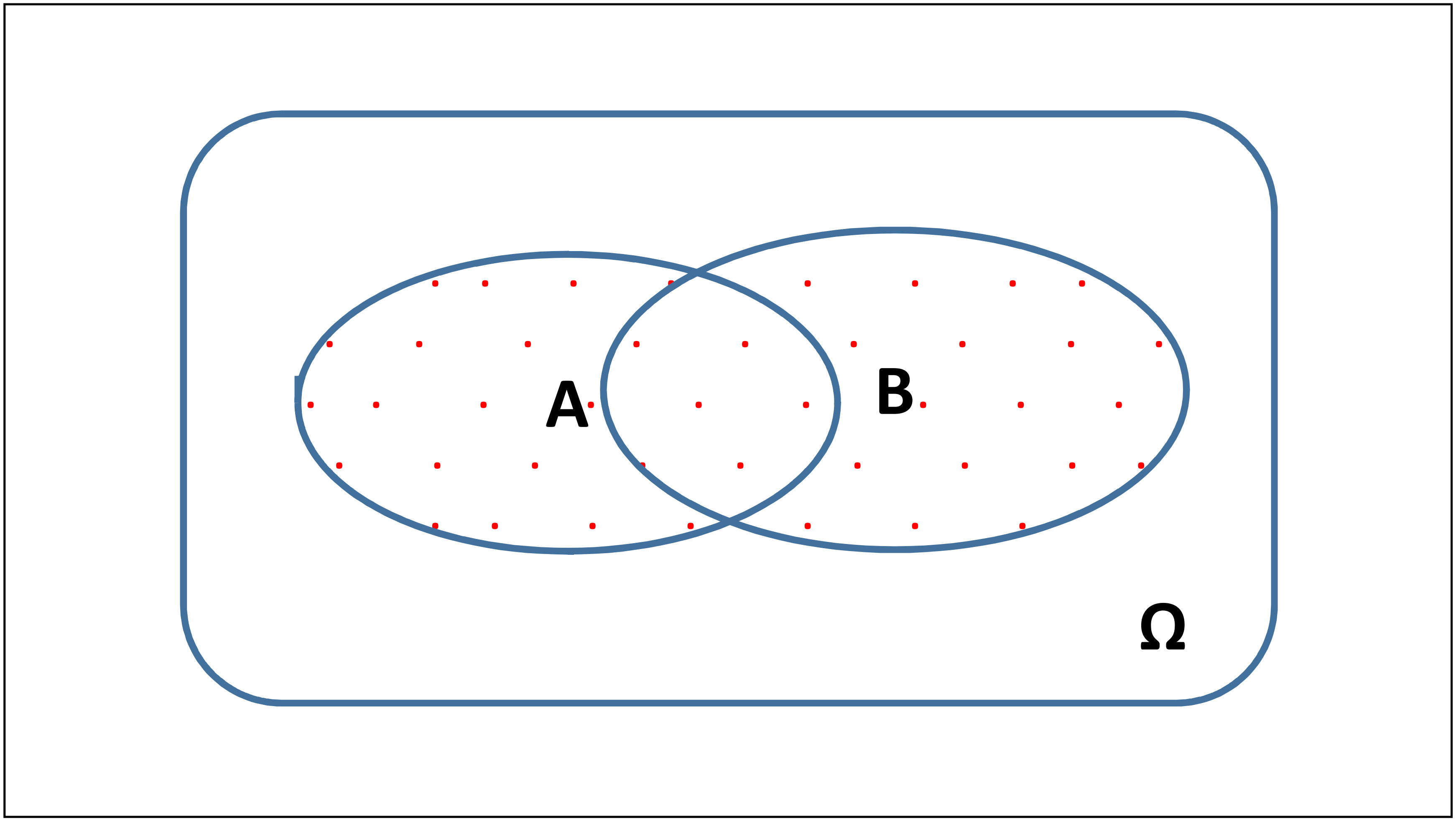
Biến cố C: bia trúng đạn. C = A U B

Có ít nhất một người bắn trúng:

- Xạ thủ I bắn trúng, xạ thủ II bắn trượt.

- Xạ thủ I bắn trượt, xạ thủ II bắn trúng.

- Xạ thủ I bắn trúng, xạ thủ II bắn trúng.


A
B
Ω

MỞ RỘNG.

Hợp của nhiều biến cố:

$A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$

Giao của hai biến cố A và B là một biến cố C mà nó xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B đều xảy ra.

Ký hiệu: $C = A \cap B = AB$

VÍ DỤ. Hai xạ thủ cùng bắn vào một bia, mỗi xạ thủ bắn một viên đạn.

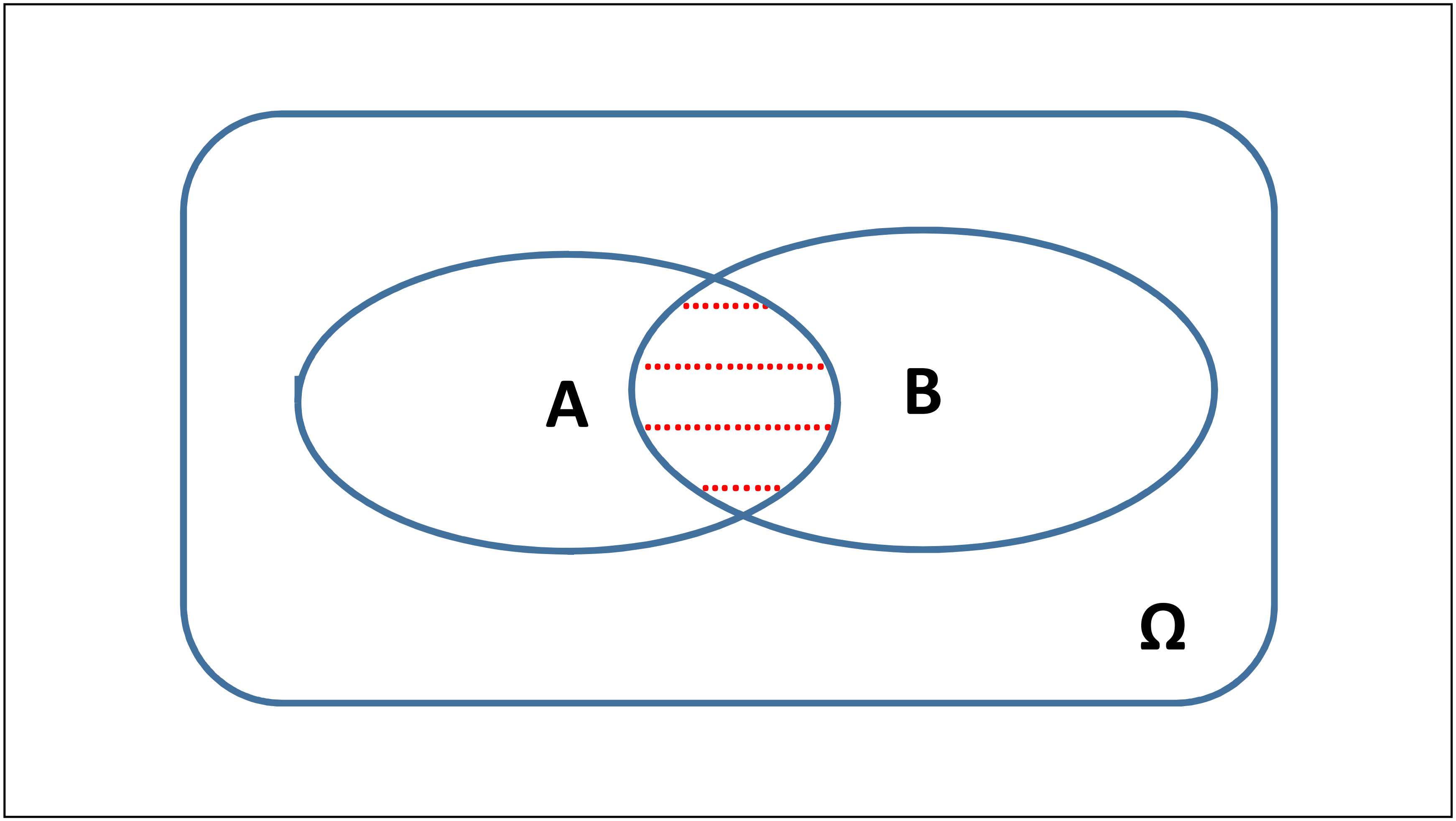
Biến cố D: xạ thủ I bắn trượt.

Biến cố E: xạ thủ II bắn trượt.

Biến cố F: bia không trúng đạn. $F = D \cap E$

Cả hai xạ thủ đều bắn trượt:

Xạ thủ I bắn trượt, xạ thủ II bắn trượt.


A
B
Ω

MỞ RỘNG.

Giao của nhiều biến cố:

$A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n$

$A_1 A_2 \ldots A_n$

Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu chúng không thể cùng xảy ra trong một phép thử.

VÍ DỤ. Kiểm tra 5 sản phẩm.

Biến cố A: có 1 phế phẩm.

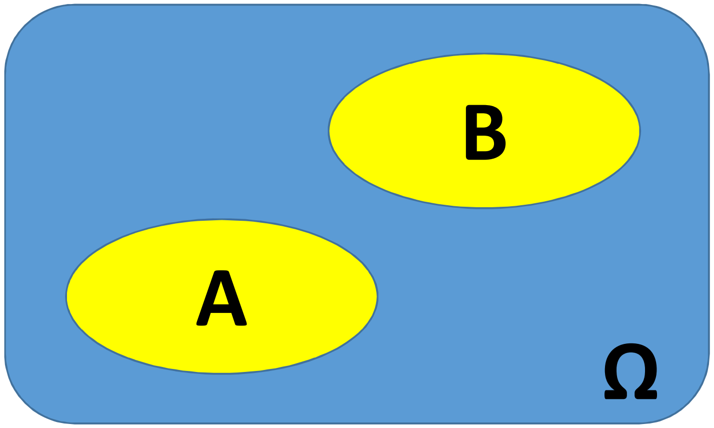
Biến cố B: có 2 phế phẩm.

A và B xung khắc nhau.

TÍNH CHẤT. **Nếu A và B xung khắc thì A và B là hai tập rời nhau.**

AB = Ø

P(AB) = 0



NHẬN XÉT.

Nếu A và B xung khắc nhau thì:

A xảy ra, B không xảy ra.

A không xảy ra, B xảy ra.

A không xảy ra, B không xảy ra.

Biến cố đối của A là biến cố mà nó xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra.

Ký hiệu: $\bar{A}$

VÍ DỤ. Gieo một con xúc xắc.

Biến cố A: xuất hiện mặt 1.

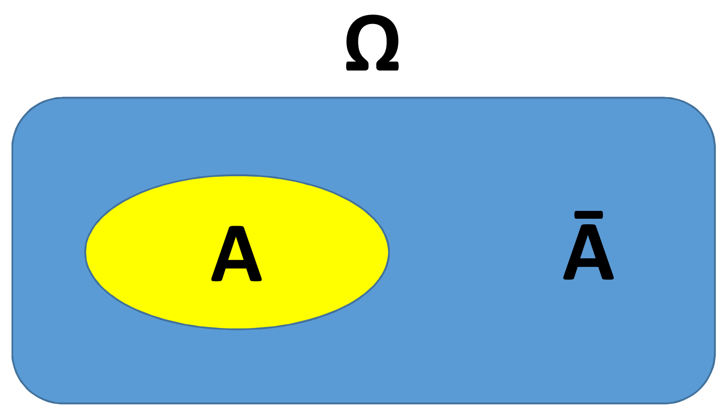
Biến cố $\bar{A}$: không xuất hiện mặt 1.

$\bar{A} = \{2, 3, 4, 5, 6\} = \Omega \setminus A$

TÍNH CHẤT.

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

$$A \cup \bar{A} = \Omega$$



NHẬN XÉT. Hai biến cố đối lập thì xung khắc, nhưng ngược lại thì chưa chắc.

VÍ DỤ. Gieo một con xúc xắc.

$A = \{1\}$ và $\bar{A} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ đối lập nhau.

A và $\bar{A}$ cũng xung khắc nhau.

$A = \{1\}$ và $B = \{2\}$ xung khắc nhau.

A và B không đối lập nhau ($A \cup B \neq \Omega$).

Hệ biến cố $A_1, \ldots, A_n$ gọi là đầy đủ nếu: $A_1 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$

Hệ biến cố $A_1, \ldots, A_n$ gọi là xung khắc nếu: $A_i \cap A_j = \emptyset$

Ω	A_1	…	A_n

VÍ DỤ. **Kiểm tra ba sản phẩm.**

Biến cố A: có 0 sản phẩm tốt.

Biến cố B: có 1 sản phẩm tốt.

Biến cố C: có 2 sản phẩm tốt.

Biến cố D: có 3 sản phẩm tốt.

Hệ các biến cố trên là một hệ đầy đủ và xung khắc.

CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

CÔNG THỨC XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT

CÔNG THỨC XÁC SUẤT ĐẦY ĐỦ

CÔNG THỨC BAYES

CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Nếu A và B là hai biến cố <u>xung khắc</u> thì:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Nếu A và $\bar{A}$ là hai biến cố <u>đối lập</u> thì:

$$P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$$

$$= P(\Omega) = 1 \quad \Rightarrow \quad P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

MỞ RỘNG.

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

Nếu A, B, C xung khắc nhau thì:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

VÍ DỤ. **Một hộp 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm, 8 chính phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ hộp ra 6 sản phẩm. Tính xác suất có không quá 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra ?**

Hộp có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm.

Lấy ngẫu nhiên 6 sản phẩm từ hộp => $n = C^6_{10}$

Biến cố A: có không quá 1 phế phẩm.

Biến cố A_1: có 0 phế phẩm, 6 chính phẩm.

Biến cố A_2: có 1 phế phẩm, 5 chính phẩm.

A_1, A_2 xung khắc nhau.

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$

$$= \frac{C^6_8}{C^6_{10}} + \frac{C^1_2\, C^5_8}{C^6_{10}} = \frac{140}{210} \approx 0{,}6667.$$

CÔNG THỨC XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Xét phép thử với biến cố A đã xảy ra.

Xác suất của biến cố B được tính với điều kiện biến cố A đã xảy ra được gọi là xác suất xảy ra B với điều kiện A.

Ký hiệu: P(B|A)

$$P(B \mid A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A)\,P(B|A)$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \Rightarrow P(AB) = P(B)\,P(A|B)$$

VÍ DỤ. Một túi đựng 5 viên kim cương, trong đó có 2 viên màu trắng, 3 viên màu xanh. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại lần lượt từ túi ra 2 viên kim cương. Tính xác suất: lần đầu lấy được viên màu trắng và lần sau lấy được viên màu xanh ?

Xác suất lần đầu lấy được viên màu trắng (A_1) và lần sau lấy được viên màu xanh (A_2):

$$P(A_1A_2) = P(A_1) \, . \, P(A_2|A_1)$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = 0{,}3$$

Lần đầu: Túi có 2 viên trắng, 3 viên xanh.

Lần sau: Túi có 1 viên trắng, 3 viên xanh.

Hai biến cố A và B được gọi là độc lập nếu biến cố này xảy ra hay không cũng không ảnh hưởng đến khả năng xảy ra của biến cố kia.

Khi đó: $P(A|B) = P(A)$

$P(B|A) = P(B)$

Nếu A và B độc lập thì:

$P(AB) = P(A) . P(B)$

Ngược lại, A và B không độc lập (phụ thuộc) khi:

$$P(A|B) \neq P(A)$$

$$P(B|A) \neq P(B)$$

MỞ RỘNG.

$$P(ABC) = P(A)\,P(B|A)\,P(C|AB)$$

Các biến cố độc lập nhau thì:

$$P(ABC) = P(A)\,P(B)\,P(C)$$

VÍ DỤ. Ba xạ thủ độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng của ba xạ thủ tương ứng là 0,7, 0,8 và 0,9. Tính xác suất:

a. Có duy nhất một xạ thủ bắn trúng.

b. Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

a. **Biến cố A: có duy nhất một xạ thủ bắn trúng.**

Biến cố A_1: xạ thủ I bắn trúng. $P(A_1) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{A}_1) = 0,3$

Biến cố A_2: xạ thủ II bắn trúng. $P(A_2) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{A}_2) = 0,2$

Biến cố A_3: xạ thủ III bắn trúng. $P(A_3) = 0,9 \Rightarrow P(\bar{A}_3) = 0,1$

$P(A) = P[(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1A_2\bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)]$

$= P(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1A_2\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)$

$= P(A_1)\,P(\bar{A}_2)\,P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)\,P(A_2)\,P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)\,P(\bar{A}_2)\,P(A_3)$

$= (0,7 \,.\, 0,2 \,.\, 0,1) + (0,3 \,.\, 0,8 \,.\, 0,1) + (0,3 \,.\, 0,2 \,.\, 0,9)$

$= 0,092.$

b. **Biến cố B: có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.**

(một xạ thủ bắn trúng, hai xạ thủ bắn trúng, hoặc ba xạ thủ bắn trúng).

Biến cố $\overline{B}$: không có xạ thủ nào bắn trúng

(cả ba xạ thủ bắn trượt).

$$P(\overline{B}) = P(\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3) = P(\bar{A}_1)\,P(\bar{A}_2)\,P(\bar{A}_3)$$

$$= 0{,}3 \,.\, 0{,}2 \,.\, 0{,}1$$

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0{,}006 = 0{,}994.$$

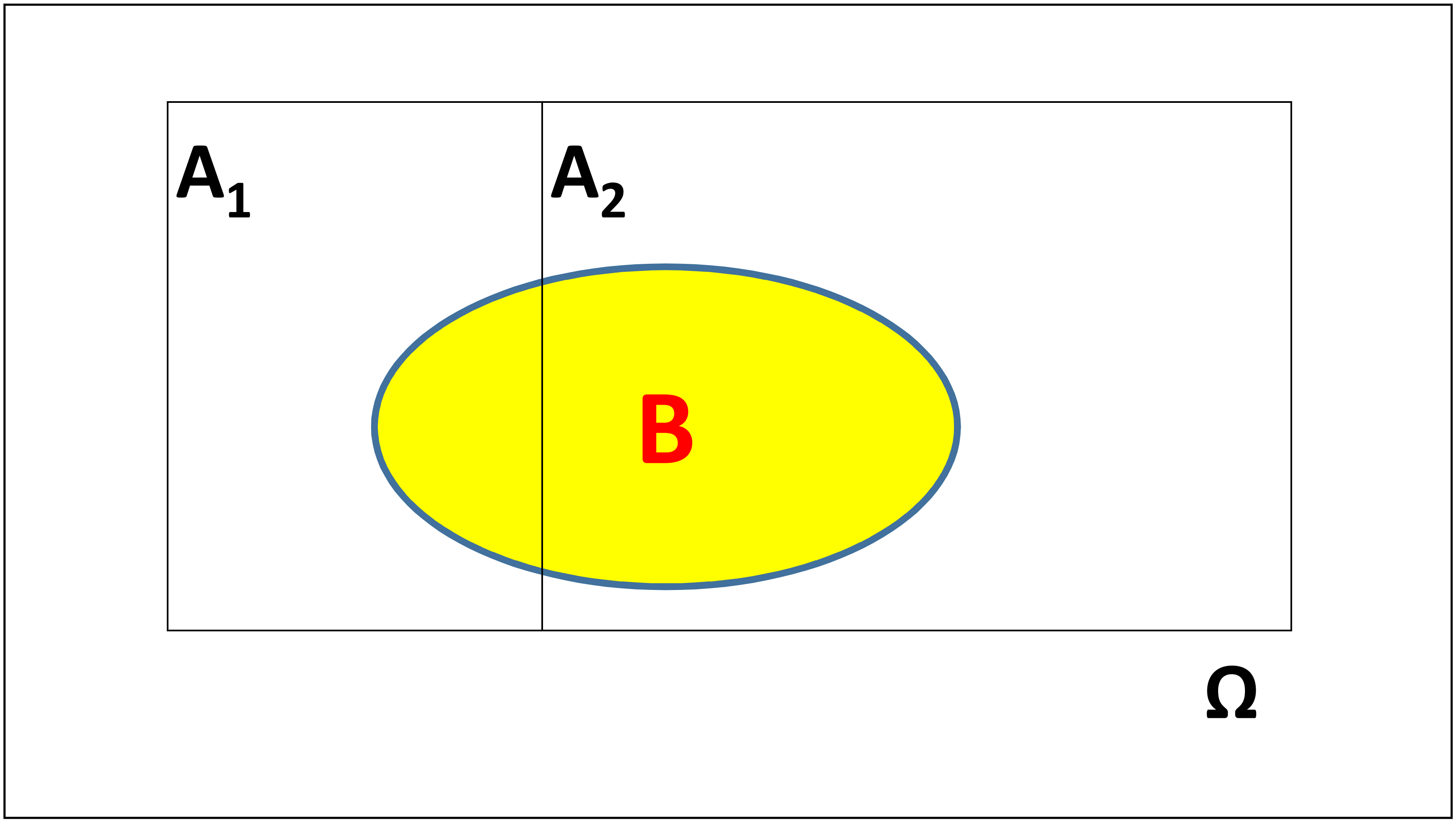
CÔNG THỨC XÁC SUẤT ĐẦY ĐỦ

Hệ biến cố A_1, A_2 đầy đủ và xung khắc.

Biến cố B là bất kỳ trong cùng phép thử.

Khi đó, xác suất xảy ra B là:

$$P(B) = P(A_1)\,P(B|A_1) + P(A_2)\,P(B|A_2)$$


A1
A2
B
Ω

MỞ RỘNG. Hệ biến cố $A_1, \ldots, A_n$ đầy đủ và xung khắc.

$$P(B) = P(A_1)\, P(B|A_1) + \ldots + P(A_n)\, P(B|A_n)$$

NHẬN XÉT. Hệ $A_1, \ldots, A_n$ đầy đủ và xung khắc thì:

$$P(A_1) + \ldots + P(A_n) = 1$$

VÍ DỤ. Một nhà máy có ba tổ độc lập cùng sản xuất một loại sản phẩm. Sản lượng của các tổ lần lượt là 50%, 35% và 15% tổng sản lượng của cả nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của các tổ lần lượt là 5%, 3% và 1%. Tất cả sản phẩm làm ra được xếp chung vào một kho. Hỏi tỉ lệ phế phẩm của kho là bao nhiêu ?

Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho.

Biến cố B: sản phẩm lấy ra là phế phẩm.

Tỉ lệ phế phẩm của kho chính là P(B) = ?

Biến cố A_i: sản phẩm lấy ra do tổ i sản xuất.

A_1, A_2, A_3 là hệ biến cố đầy đủ và xung khắc.

$$P(B) = P(A_1)\,P(B|A_1) + P(A_2)\,P(B|A_2) + P(A_3)\,P(B|A_3)$$

$$= 0{,}5 \,.\, 0{,}05 + 0{,}35 \,.\, 0{,}03 + 0{,}15 \,.\, 0{,}01$$

$$= 0{,}037$$

Tỉ lệ phế phẩm của kho là 3,7%.

CÔNG THỨC BAYES

Hệ biến cố A_1, A_2 đầy đủ và xung khắc.

Biến cố B là bất kỳ trong cùng phép thử.

$$P(B) = P(A_1)\,P(B|A_1) + P(A_2)\,P(B|A_2)$$

Suy ra:

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_iB)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(A_i)\,P(B|A_i)}{P(A_1)\,P(B|A_1) + P(A_2)\,P(B|A_2)}$$

MỞ RỘNG.

Hệ biến cố $A_1, \ldots, A_n$ đầy đủ và xung khắc.

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_iB)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(A_i)\, P(B|A_i)}{P(A_1)\, P(B|A_1) + \ldots + P(A_n)\, P(B|A_n)}$$

VÍ DỤ. Một nhà máy có ba tổ độc lập cùng sản xuất một loại sản phẩm. Sản lượng của các tổ lần lượt là 50%, 35% và 15% tổng sản lượng của cả nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của các tổ lần lượt là 5%, 3% và 1%. Tất cả sản phẩm làm ra được xếp chung vào một kho. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kiện hàng để kiểm tra. Nếu sản phẩm lấy ra là phế phẩm thì theo bạn sản phẩm đó là của tổ nào sản xuất ?

Biến cố B: sản phẩm lấy ra là phế phẩm.

Biến cố A_i: sản phẩm lấy ra do tổ i sản xuất.

A_1, A_2, A_3 là hệ biến cố đầy đủ và xung khắc.

$$P(B) = P(A_1)\,P(B|A_1) + P(A_2)\,P(B|A_2) + P(A_3)\,P(B|A_3)$$

$$= 0{,}5 \,.\, 0{,}05 + 0{,}35 \,.\, 0{,}03 + 0{,}15 \,.\, 0{,}01 = 0{,}037$$

Nếu sản phẩm lấy ra là phế phẩm, xác suất sản phẩm đó của tổ 1 sản xuất là:

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)\,P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{0{,}5 \,.\, 0{,}05}{0{,}037} = \frac{0{,}025}{0{,}037}$$

Tương tự $$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)\,P(B|A_2)}{P(B)} = \frac{0{,}35 \,.\, 0{,}03}{0{,}037} = \frac{0{,}0105}{0{,}037}$$

$$P(A_3|B) = \frac{P(A_3)\,P(B|A_3)}{P(B)} = \frac{0{,}15 \,.\, 0{,}01}{0{,}037} = \frac{0{,}0015}{0{,}037}$$

So sánh ta thấy phế phẩm lấy ra khả năng cao nhất là của tổ 1 sản xuất.