

CHƯƠNG 4.

KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ

Ví dụ có một máy đóng các bao gạo xuất khẩu hoạt động một thời gian dài và người ta báo lại rằng hiện nay lượng gạo mỗi bao do máy đóng lúc nhiều lúc ít, không đúng trọng lượng qui định là 50 (kg).

Bạn là người đi kiểm tra. Bạn chọn ngẫu nhiên 100 bao gạo để cân và xác định được các trung bình của mẫu, độ lệch chuẩn của mẫu. Bạn sẽ kết luận như thế nào về tình trạng hoạt động của máy sau khi có các số liệu đó ?

GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ

Giả sử dấu hiệu nghiên cứu trong tổng thể là biến ngẫu nhiên X .

Giả thuyết thống kê là giả thuyết về:

- Dạng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên.**
- Các tham số đặc trưng của biến ngẫu nhiên.**
- Tính độc lập của các biến ngẫu nhiên.**

Giả thuyết thống kê đưa ra được ký hiệu là H_0 và được gọi là **giả thuyết gốc**.

Khi đưa ra một giả thuyết thống kê, người ta còn nghiên cứu kèm theo nó mệnh đề mâu thuẫn với nó, gọi là **giả thuyết đối** và ký hiệu là H_1 để khi giả thuyết H_0 bị bác bỏ thì thừa nhận giả thuyết H_1 . H_0 và H_1 tạo nên cặp giả thuyết thống kê.

Vì các giả thuyết thống kê có thể đúng hoặc sai nên cần kiểm định, tức là tìm ra kết luận về tính thừa nhận được hay không thừa nhận được của giả thuyết đó. Việc kiểm định này gọi là **kiểm định thống kê** vì nó dựa vào thông tin thực nghiệm của mẫu để kết luận.

BÀI TOÁN KIỂM ĐỊNH

Giả thuyết H_0 / Đối thuyết H_1 .

Chọn H_0 (bác bỏ H_1).

Chọn H_1 (bác bỏ H_0).

Phương pháp chung để kiểm định một giả thuyết thống kê như sau: **Trước hết giả sử H_0 đúng** và từ đó dựa vào thông tin của mẫu rút ra từ tổng thể tìm được một biến cố A nào đó sao cho xác suất xảy ra biến cố A bằng α bé đến mức có thể sử dụng nguyên lý biến cố hiếm tức là có thể coi A không xảy ra trong một phép thử về biến cố này. Lúc đó trên một mẫu cụ thể, thực hiện một phép thử đối với biến cố A, nếu A xảy ra thì điều đó chứng tỏ H_0 sai và bác bỏ nó, còn nếu A không xảy ra thì ta chưa có cơ sở để bác bỏ H_0 .

TIÊU CHUẨN KIỂM ĐỊNH

Từ tổng thể lấy ra mẫu ngẫu nhiên kích thước n . Lập thống kê K .

Điều kiện đặt ra đối với thống kê K là nếu H_0 đúng thì quy luật phân phối xác suất của K hoàn toàn xác định.

Thống kê K được gọi là tiêu chuẩn kiểm định.

MIỀN BÁC BỎ GIẢ THUYẾT H_0

Sau khi đã chọn được tiêu chuẩn kiểm định K , do quy luật phân phối xác suất của K đã biết nên với một xác suất khá bé bằng α cho trước, có thể tìm được miền $W(\alpha)$ tương ứng sao cho với điều kiện giả thuyết H_0 đúng, xác suất để K nhận giá trị thuộc miền $W(\alpha)$ bằng α . Điều kiện này được viết như sau: $P(K \in W(\alpha) \mid H_0 \text{ đúng}) = \alpha$.

Biến cố ($K \in W(\alpha)$) đóng vai trò như biến cố A nói trên và vì α khá bé nên theo nguyên lý biến cố hiếm, có thể coi như nó không xảy ra trong một phép thử.

Giá trị α được gọi là mức ý nghĩa của kiểm định.

Miền $W(\alpha)$ được gọi là miền bác bỏ giả thuyết H_0 .

QUY TẮC KIỂM ĐỊNH

Sau khi đã tính được giá trị của tiêu chuẩn kiểm định K , ta so sánh giá trị này với miền bác bỏ $W(\alpha)$ và kết luận theo quy tắc sau:

- Nếu giá trị của tiêu chuẩn kiểm định K thuộc miền $W(\alpha)$ thì điều đó có thể giải thích rằng H_0 sai và do đó ta bác bỏ H_0 , thừa nhận H_1 .
- Nếu giá trị của tiêu chuẩn kiểm định K không thuộc miền $W(\alpha)$ thì điều đó chưa khẳng định rằng H_0 đúng mà chỉ có nghĩa là qua mẫu cụ thể này chưa khẳng định được H_0 là sai. Do đó ta chỉ có thể nói: qua mẫu cụ thể này, chưa có cơ sở để bác bỏ H_0 (trên thực tế là vẫn thừa nhận H_0).

Với quy tắc kiểm định như trên, có thể mắc hai loại sai lầm:

Sai lầm loại 1: Bác bỏ giả thuyết H_0 trong khi H_0 đúng.

Xác suất mắc sai lầm loại 1 bằng α .

Sai lầm này có thể sinh ra do kích thước mẫu quá nhỏ, do phương pháp lấy mẫu, ...

Sai lầm loại 2: Thừa nhận giả thuyết H_0 trong khi H_0 sai.

Xác suất mắc sai lầm loại 2 bằng β .

KIỂM ĐỊNH ĐÚNG

- Chọn H_0 và thực tế H_0 đúng.
- Bác bỏ H_0 và thực tế H_0 sai.

KIỂM ĐỊNH SAI

- Bác bỏ H_0 nhưng thực tế H_0 đúng. (Sai lầm loại 1)
- Chọn H_0 nhưng thực tế H_0 sai. (Sai lầm loại 2)

Tình huống	H_0 đúng	H_0 sai
Quyết định		
Bác bỏ H_0	Sai lầm loại 1 Xác suất α	Quyết định đúng Xác suất $1 - \beta$
Chọn H_0	Quyết định đúng Xác suất $1 - \alpha$	Sai lầm loại 2 Xác suất β

Ta thấy rằng sai lầm loại 1 và sai lầm loại 2 mâu thuẫn nhau, tức là với một mẫu kích thước n xác định thì không thể cùng một lúc giảm xác suất mắc hai loại sai lầm nói trên được. Khi ta giảm α đi thì đồng thời sẽ làm tăng β và ngược lại. Chẳng hạn nếu lấy $\alpha = 0$ thì sẽ không bác bỏ bất kỳ giả thuyết nào, kể cả giả thuyết sai, như vậy β sẽ đạt cực đại.

Trong thực tế, người ta tiến hành như sau: Sau khi đã ấn định một mức ý nghĩa α và với mẫu kích thước n xác định thì trong vô số các miền bác bỏ $W(\alpha)$ tương ứng có thể tìm được, ta chọn ra miền bác bỏ $W(\alpha)$ sao cho xác suất mắc sai lầm loại 2 là nhỏ nhất.

Khi kiểm định giả thuyết thống kê, ta phải hạn chế khả năng mắc phải hai loại sai lầm 1 và 2. Thường ta làm như sau:

- Ấn định trước mức ý nghĩa α (cũng là xác suất mắc sai lầm loại 1).**
- Tìm miền bác bỏ $W(\alpha)$ sao cho xác suất mắc sai lầm loại 2 là nhỏ nhất.**

Người ta thường chọn mức ý nghĩa α nhỏ, khoảng 1% đến 5%.

Ta đừng lầm tưởng rằng với một bài toán kiểm định cụ thể, mức ý nghĩa α càng bé thì kết quả kiểm định “càng tốt”. Điều đó là không đúng, bởi vì khi mức ý nghĩa α quá bé thì đúng là tỉ lệ mắc sai lầm loại 1 là rất bé nhưng ngược lại tỉ lệ mắc sai lầm loại 2 là rất lớn.

KIỂM ĐỊNH TRUNG BÌNH

KIỂM ĐỊNH TỶ LỆ

KIỂM ĐỊNH HAI TRUNG BÌNH

KIỂM ĐỊNH HAI TỶ LỆ

KIỂM ĐỊNH PHƯƠNG SAI

KIỂM ĐỊNH HAI PHƯƠNG SAI

KIỂM ĐỊNH QUY LUẬT PHÂN PHỐI XÁC SUẤT

KIỂM ĐỊNH TÍNH ĐỘC LẬP

KIỂM ĐỊNH TÍNH ĐỘC LẬP

Giả sử quan sát đồng thời hai dấu hiệu A và B trên một tổng thể.

Dấu hiệu A có các thành phần A_1, \dots, A_h .

Dấu hiệu B có các thành phần B_1, \dots, B_k .

Ta cần kiểm định:

H_0 : Hai dấu hiệu A và B trên tổng thể là độc lập.

H_1 : Bác bỏ H_0 .

	B	B_1	B_2	...	B_h	Tổng
A						
A_1		n_{11}	n_{12}	...	n_{1h}	n_1
A_2		n_{21}	n_{22}	...	n_{2h}	n_2
...	
A_k		n_{k1}	n_{k2}	...	n_{kh}	n_k
Tổng		m_1	m_2	...	m_h	n

Tiêu chuẩn kiểm định:

$$K = \left(\sum_{i,j} \frac{n_{ij}^2}{n_i \cdot m_j} - 1 \right) \cdot n$$

Miền bác bỏ giả thuyết H_0 : $W(\alpha) = (\chi^2_n(\alpha), +\infty)$

Tra bảng giá trị tới hạn phân phối χ^2 .

Kiểm tra: Nếu $\chi^2 \in W(\alpha)$ thì bác bỏ H_0 .

Nếu $\chi^2 \notin W(\alpha)$ thì chấp nhận H_0 .

Kết luận.

VÍ DỤ. Cần nghiên cứu tác dụng của các loại phân bón 1, 2, 3 đối với việc ra và không ra hoa của một loài hoa. Thí nghiệm bón ba loại phân cho một số cây loài hoa đó, ta có tình hình ra hoa của các cây như sau:

A	B	Phân bón 1	Phân bón 2	Phân bón 3
Có ra hoa		40	75	63
Không ra hoa		15	12	12

Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm định xem việc bón các loại phân khác nhau có ảnh hưởng tới việc ra hoa của loài hoa trên không ?

Kiểm định:

H_0 : Hai dấu hiệu A và B không ảnh hưởng nhau.

H_1 : Hai dấu hiệu A và B có ảnh hưởng nhau.

	B	Phân bón 1	Phân bón 2	Phân bón 3	Tổng
A					
Có ra hoa		40	75	63	178
Không ra hoa		15	12	12	39
Tổng		55	87	75	217

Tiêu chuẩn kiểm định:

$$K = \left(\sum_{i,j} \frac{n_{ij}^2}{n_i \cdot m_j} - 1 \right) \cdot n \simeq 4,4556$$

$$= \left(\frac{40^2}{178 \cdot 55} + \frac{75^2}{178 \cdot 87} + \frac{63^2}{178 \cdot 75} + \frac{15^2}{39 \cdot 55} + \frac{12^2}{39 \cdot 87} + \frac{12^2}{39 \cdot 75} - 1 \right) \cdot 217$$

Miền bác bỏ giả thuyết H_0 : $W(\alpha) = (\chi^2(\alpha), +\infty) = (5,991, +\infty)$

Tra bảng giá trị tới hạn phân phối χ^2 với $(h - 1)(k - 1)$ bậc tự do:

$$\chi^2_n(\alpha) = \chi^2_2(0,05) = 5,991$$

Kiểm tra: $K \notin W(\alpha) \Rightarrow$ Chấp nhận H_0 .

Có thể xem việc bón các loại phân khác nhau chưa ảnh hưởng rõ rệt tới việc ra hoa của loài hoa đó.