



## CHƯƠNG 5: PHÉP CHIẾU – PROJECTION

ĐOÀN VŨ THỊNH  
BỘ MÔN KỸ THUẬT PHẦN MỀM  
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

## 5.1. KHÁI NIỆM CHUNG

### 5.1.1. Nguyên lý về 3D (three-Dimension)

- ❑ Đồ họa 3 chiều (3D computer graphics) bao gồm việc bổ xung kích thước về chiều sâu của đối tượng, cho phép ta biểu diễn chúng trong thế giới thực một cách chính xác và sinh động hơn.
- ❑ Tuy nhiên các thiết bị truy xuất hiện tại đều là 2 chiều, do vậy việc biểu diễn được thực thi thông qua phép tô trát (render) để gây ảo giác (illusion) về độ sâu
- ❑ Đồ họa 3D là việc chuyển thế giới tự nhiên dưới dạng các mô hình biểu diễn trên các thiết bị hiển thị thông qua kỹ thuật tô trát (rendering).

## 5.1. KHÁI NIỆM CHUNG

### 5.1.2. Đặc điểm của kỹ thuật đồ hoạ 3D

- ☐ Có các đối tượng phức tạp hơn các đối tượng trong không gian 2D:
  - Bao bởi các mặt phẳng hay các bề mặt
  - Có các thành phần trong và ngoài
- ☐ Các phép biến đổi hình học phức tạp
- ☐ Các phép biến đổi hệ tọa độ phức tạp hơn
- ☐ Thường xuyên phải bổ xung thêm phép chiếu từ không gian 3D vào 2D
- ☐ Luôn phải xác định các bề mặt hiển thị



## 5.1. KHÁI NIỆM CHUNG

### 5.1.3. Các phương pháp hiển thị 3D

- ❑ Với các thiết bị hiển thị 2D thì chúng ta có các phương pháp sau để biểu diễn đối tượng 3D:
  - Kỹ thuật chiếu (projection): Trục giao (orthographic)/phối cảnh (perspective)
  - Kỹ thuật đánh dấu độ sâu (depth cueing)
  - Nét khuất (visible line/surface identification)
  - Tô trát bề mặt (surface rendering)
  - Cắt lát (exploded/cutaway scenes, cross-sections)
- ❑ Các thiết bị hiển thị 3D:
  - Kính stereo - Stereoscopic displays\*
  - Màn hình 3D – Holograms

## 5.1. KHÁI NIỆM CHUNG

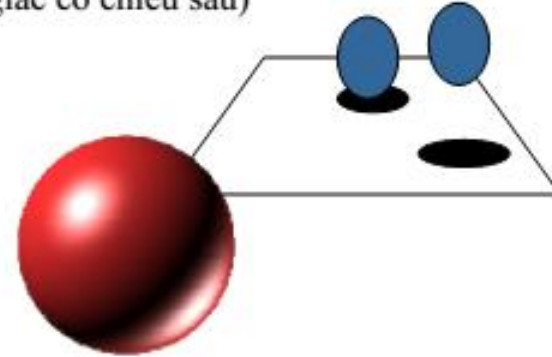
Exploded/cutaway  
scenes (cắt lát)



Perspective (phối  
cảnh) and Depth of  
Field (chiều sâu)



Shadows as depth cues (tạo bóng cảm  
giác có chiều sâu)



*Các cách mô tả đối tượng 3D*



Hình chiếu cạnh



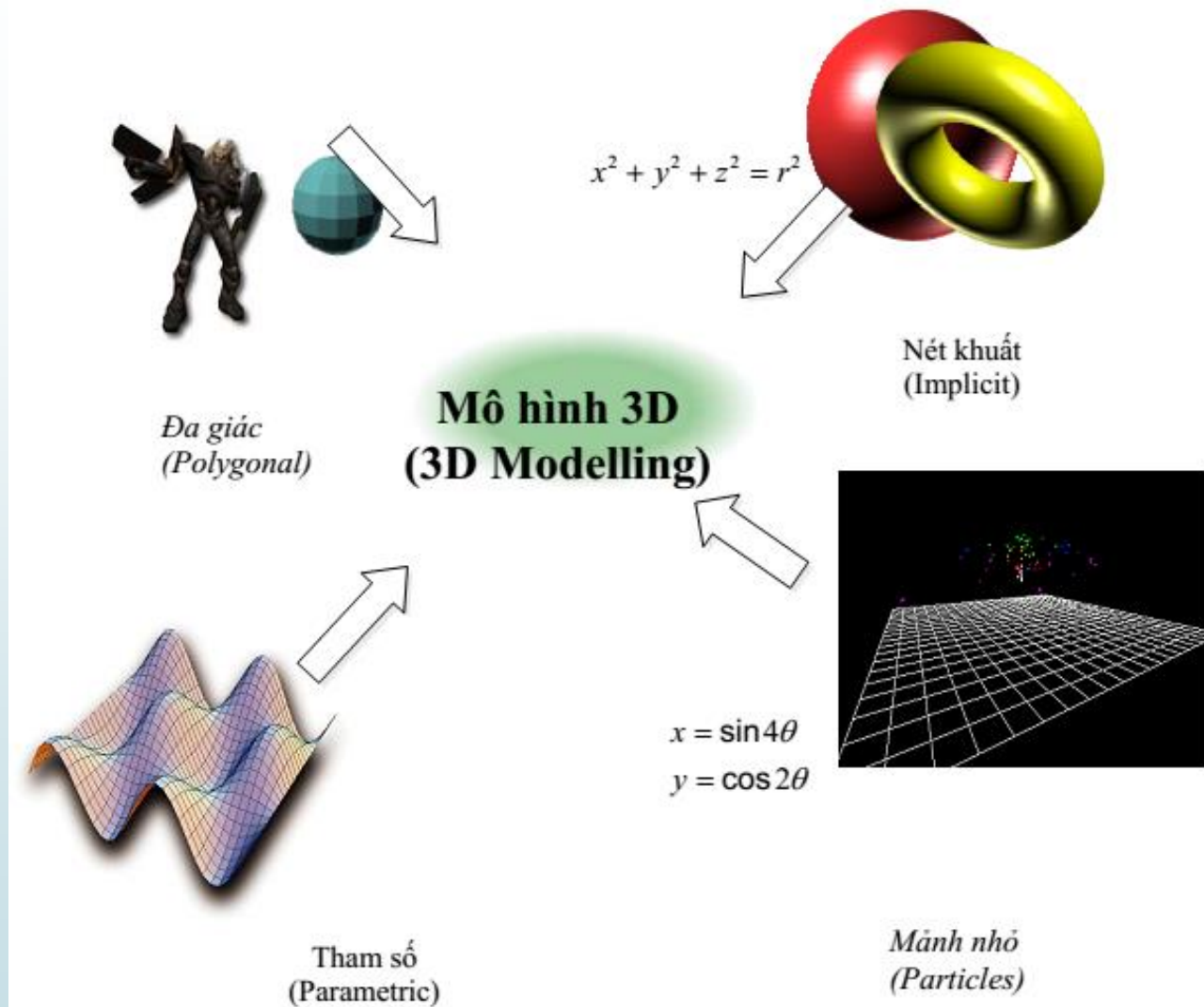
Hình chiếu bằng



Hình chiếu đứng

*Các góc nhìn khác nhau của mô hình 3D*

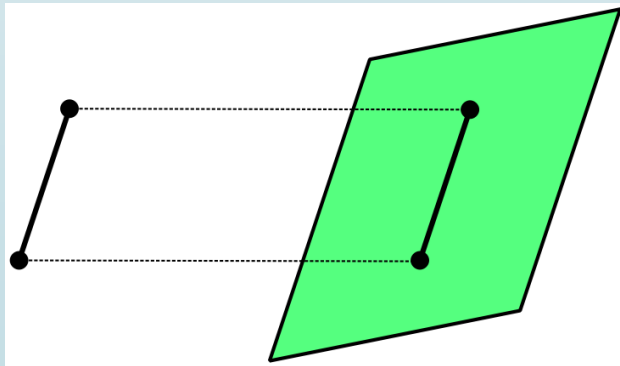
## 5.1. KHÁI NIỆM CHUNG



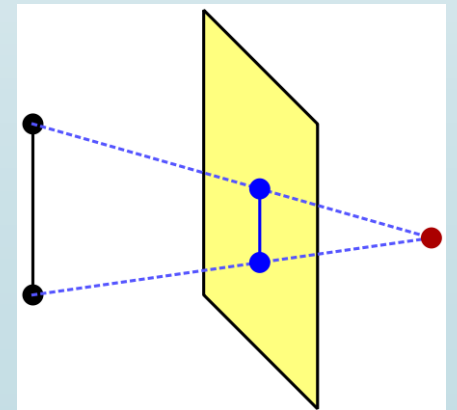
**Các cách mô tả đối tượng 3D**

## 5.2. PHÉP CHIẾU

- ❑ Phép chiếu song song (Parallel Projections) là phép chiếu mà ở đó các tia chiếu song song với nhau hay xuất phát từ điểm vô cùng.
- ❑ Phân loại phép chiếu song song dựa trên hướng của tia chiếu (*Direction Of Projection*) và mặt phẳng chiếu (*projection plane*).



- ❑ Phép chiếu phối cảnh là phép chiếu mà các tia chiếu không song song với nhau mà xuất phát từ 1 điểm gọi là tâm chiếu. Phép chiếu phối cảnh tạo ra hiệu ứng về luật xa gần tạo cảm giác về độ sâu của đối tượng trong thế giới thật mà phép chiếu song song không lột tả được.
- ❑ Các đoạn thẳng song song của mô hình 3D sau phép chiếu hội tụ tại 1 điểm gọi là điểm triệt tiêu - vanishing point



## 5.2. PHÉP CHIẾU

- ❑ *Định nghĩa về phép chiếu:* Một cách tổng quát, phép chiếu là phép chuyển đổi những điểm của đối tượng trong hệ thống tọa độ  $n$  chiều thành những điểm trong hệ thống tọa độ có số chiều nhỏ hơn  $n$ .
- ❑ *Định nghĩa về hình chiếu:* Ảnh của đối tượng trên mặt phẳng chiếu được hình thành từ phép chiếu bởi các đường thẳng gọi là tia chiếu (projector) xuất phát từ một điểm gọi là tâm chiếu (center of projection) đi qua các điểm của đối tượng giao với mặt chiếu (projection plan).



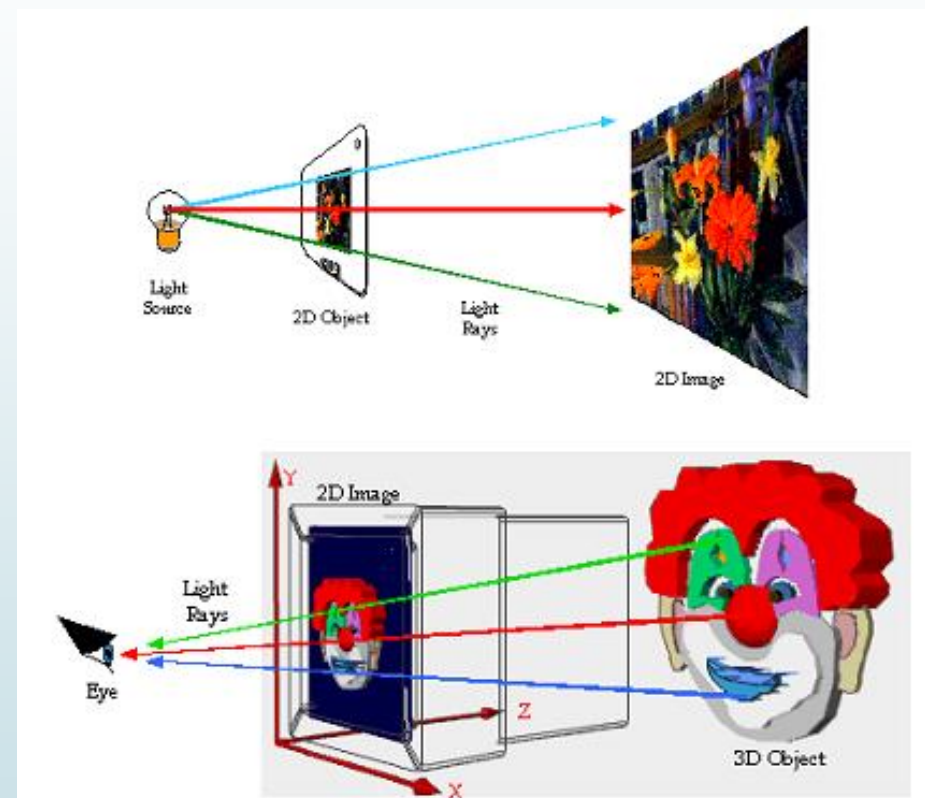
## 5.2. PHÉP CHIẾU

❑ *Các bước xây dựng hình chiếu:*

❶ Đối tượng trong không gian 3D với tọa độ thực được cắt theo một không gian xác định gọi là view volume.

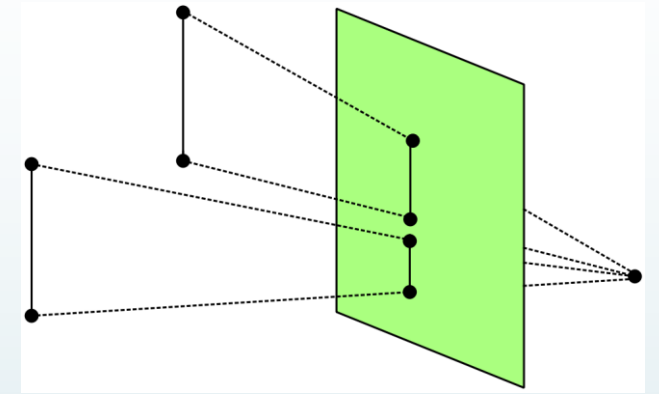
❷ View volume được chiếu lên mặt phẳng chiếu. Diện tích chiếm bởi view volume trên mặt phẳng chiếu đó sẽ cho chúng ta khung nhìn.

❸ Là việc ánh xạ khung nhìn vào trong một công nhìn bất kỳ cho trước trên màn hình để hiển thị hình ảnh.

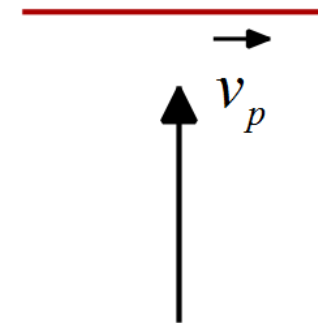


## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG

- Chúng ta có thể định nghĩa một phép chiếu song song với một vectơ chiếu xác định độ lệch cho các đường chiếu. Khi hình chiếu vuông góc với mặt phẳng khung nhìn, chúng ta có hình chiếu song song trực giao.
- Ngược lại, ta có phép chiếu xiên

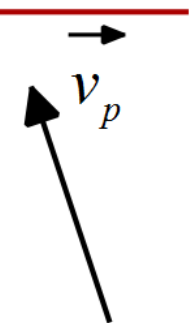


phép chiếu trực giao



orthographic  
parallel projection

phép chiếu xiên



oblique  
parallel projection

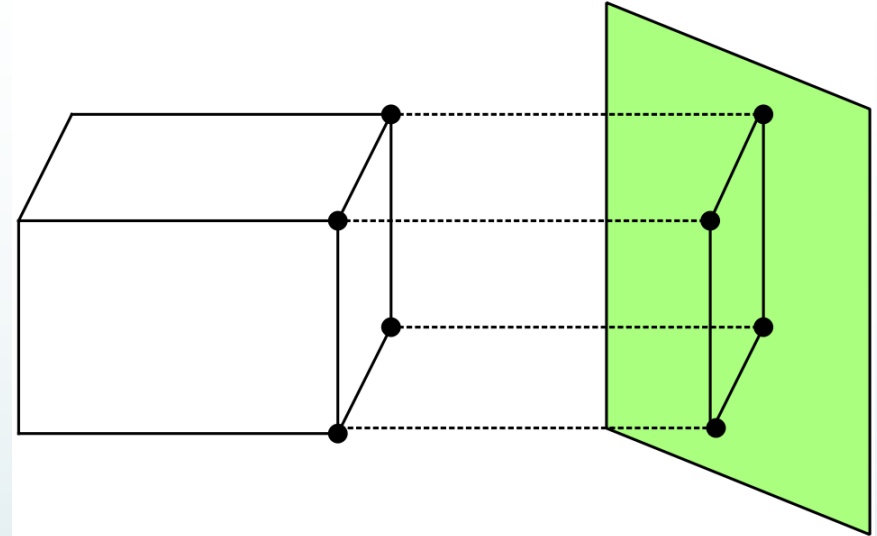
## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG

- ❑ **5.3.1. Phép chiếu trực giao** (Orthographic projection) là phép chiếu song song và tia chiếu vuông góc với mặt phẳng chiếu thường dùng mặt phẳng  $z=0$
- ❑ Ứng với mỗi mặt phẳng chiếu ta có 1 ma trận chiếu tương ứng

$$[T_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_x] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

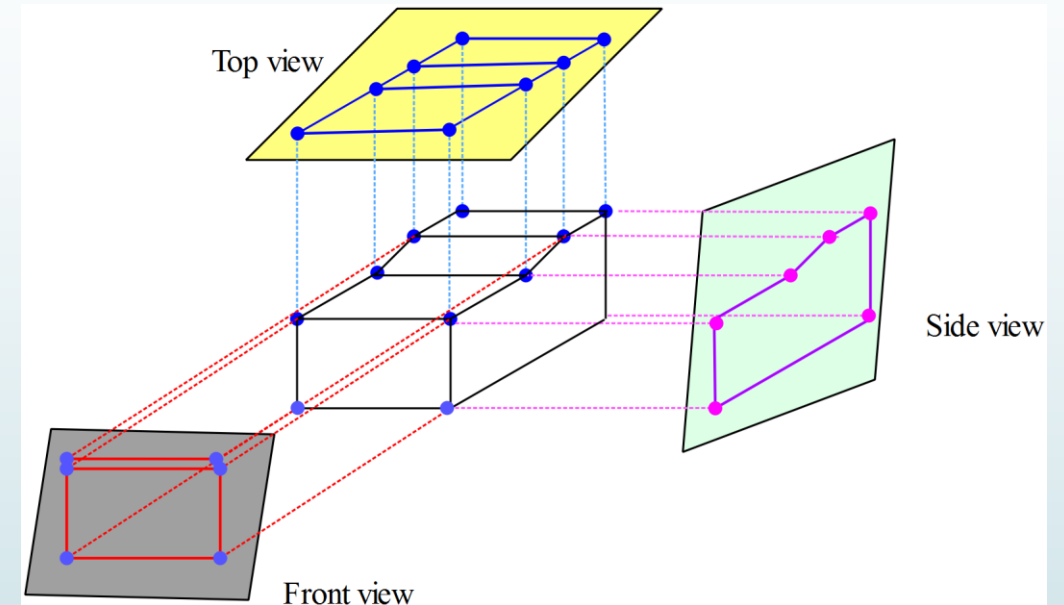
$$[T_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections)

### 5.3.1 Phép chiếu trực giao

- ❑ Phép nhìn từ phía trước (front-view): Tia chiếu song song với trục  $x$  và mặt phẳng quan sát là  $yz$ . Phép chiếu này loại bỏ thành phần  $x$  của  $P$ .
- ❑ Phép nhìn từ phía bên cạnh (side-view): Tia chiếu song song với trục  $y$  và mặt phẳng quan sát là  $xz$ . Phép chiếu này loại bỏ thành phần  $y$  của  $P$ .
- ❑ Phép nhìn từ phía bên trước (front-view): Tia chiếu song song với trục  $z$  và mặt phẳng quan sát là  $xy$ . Phép chiếu này loại bỏ thành phần  $z$  của  $P$ .



## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.2. Phép chiếu trục lượng (Axonometric)

- ❑ Phép chiếu trục lượng là phép chiếu trục giao mà hình chiếu thu được sau khi quay đối tượng sao cho ba mặt của đối tượng được trông thấy rõ nhất (thường mặt phẳng chiếu là  $z=0$ ).
- ❑ Có 3 phép chiếu:
  - Phép chiếu Trimetric
  - Phép chiếu Dimetric
  - Phép chiếu Isometric



## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.2.1. Phép chiếu Trimetric

- ❑ Là phép chiếu hình thành từ việc quay tự do đối tượng trên một trục hay tất cả các trục của hệ tọa độ và chiếu đối tượng đó bằng phép chiếu song song lên mặt phẳng chiếu (thường là mặt phẳng  $z = 0$ ) vuông góc với tia chiếu trên cơ sở tỉ lệ co - SF của ảnh đối tượng trên mỗi trục là khác nhau. Việc tính các giá trị SF này của các trục tương ứng dựa vào công thức  $[U]^* [T]$ .

$$\square [U] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [T] = \begin{bmatrix} x'_x & y'_x & 0 & 1 \\ x'_y & y'_y & 0 & 1 \\ x'_z & y'_z & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ❑  $[U]$ : là ma trận vector đơn vị của các trục x, y, z bất biến
- ❑  $[T]$ : là ma trận chiếu tổng hợp tương ứng

SF- tỉ lệ co theo các trục là:

$$f_x = \sqrt{x'^2_x + y'^2_x}$$

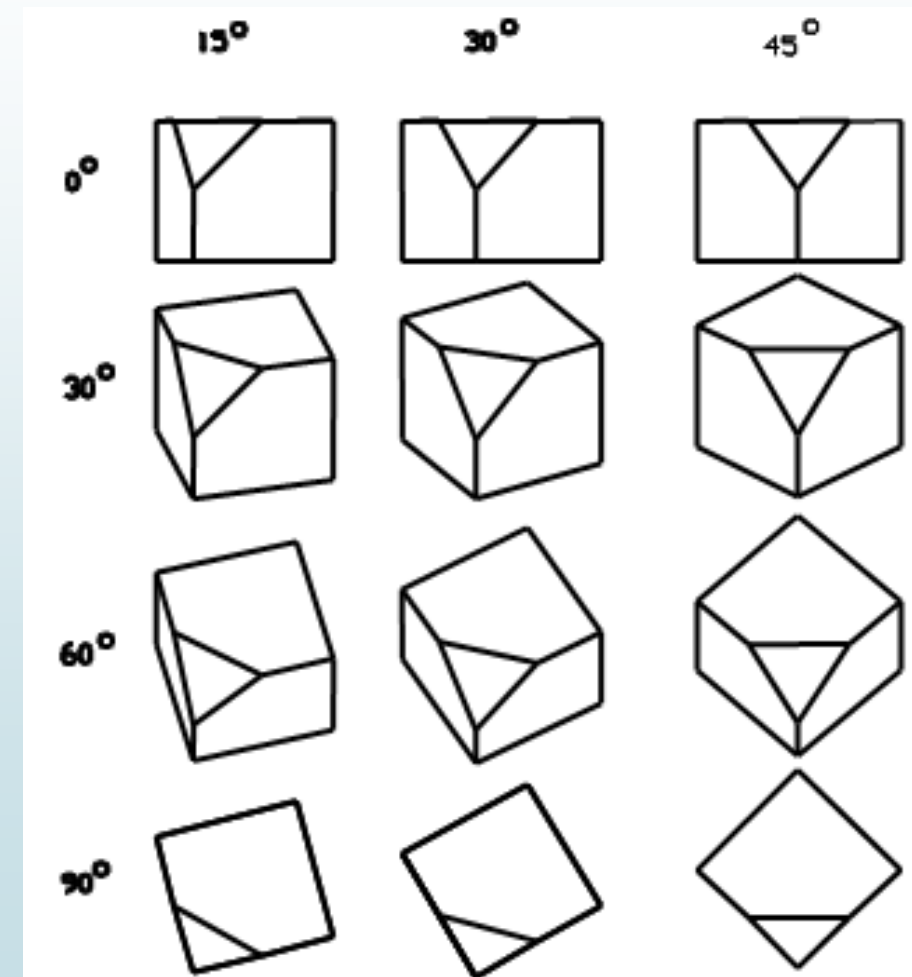
$$f_y = \sqrt{x'^2_y + y'^2_y}$$

$$f_z = \sqrt{x'^2_z + y'^2_z}$$

## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.2.1. *Phép chiếu Dimetric*

- ❑ Là phép chiếu Trimetric với 2 hệ số tỉ lệ co bằng nhau, giá trị thứ 3 còn lại là tùy ý.
- ❑ Phép chiếu được xây dựng bằng cách:
  - Quay đối tượng quanh trục y theo một góc  $\phi$
  - Tiếp đó quanh trục ox một góc  $\varphi$
  - Và sau cùng là phép chiếu trên mặt phẳng  $z=0$  với tâm chiếu tại vô tận.
- ❑  $[T]=[R_x][R_y][P_z]$



## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.2.1. *Phép chiếu Dimetric*

$$\square [T]=[R_x][R_y][P_z]$$

$$\square [T] = \begin{bmatrix} \cos\emptyset & 0 & -\sin\emptyset & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\emptyset & 0 & \cos\emptyset & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\square [T] = \begin{bmatrix} \cos\emptyset & \sin\emptyset\sin\varphi & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & 0 & 0 \\ \sin\emptyset & -\cos\theta\sin\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_x & y'_x & 0 & 1 \\ x'_y & y'_y & 0 & 1 \\ x'_z & y'_z & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.2.1. *Phép chiếu Dimetric*

$$\square f_x^2 = (x'_x{}^2 + y'_x{}^2) = \cos^2 \varnothing + \sin^2 \varnothing \cdot \sin^2 \varphi$$

$$\square f_y^2 = (x'_y{}^2 + y'_y{}^2) = \cos^2 \varphi$$

$\square$  Tỷ lệ co trên x và y bằng nhau nên ta có:

$$\square \cos^2 \varphi = \cos^2 \varnothing + \sin^2 \varnothing \cdot \sin^2 \varphi$$

$$\square 1 - \sin^2 \varphi = 1 - \sin^2 \varnothing + \sin^2 \varnothing \cdot \sin^2 \varphi$$

$$\square \sin^2 \varnothing (\sin^2 \varphi - 1) = -\sin^2 \varphi$$

$$\square \sin^2 \varnothing = \frac{\sin^2 \varphi}{(1 - \sin^2 \varphi)}$$

## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.2.1. *Phép chiếu Dimetric*

$$\square f_z^2 = (x_z'^2 + y_z'^2) = \sin^2 \varnothing + \cos^2 \varnothing \cdot \sin^2 \varphi$$

$$\square = \sin^2 \varnothing + (1 - \sin^2 \varnothing) \cdot \sin^2 \varphi$$

$$\square \sin^2 \varnothing = \frac{f_z^2 - \sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi} = \frac{\sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi}$$

$$\square \sin^2 \varphi = \frac{f_z^2}{2}$$

$$\square \varnothing = \sin^{-1} \left( \pm \sqrt{\frac{f_z}{2 - f_z^2}} \right)$$

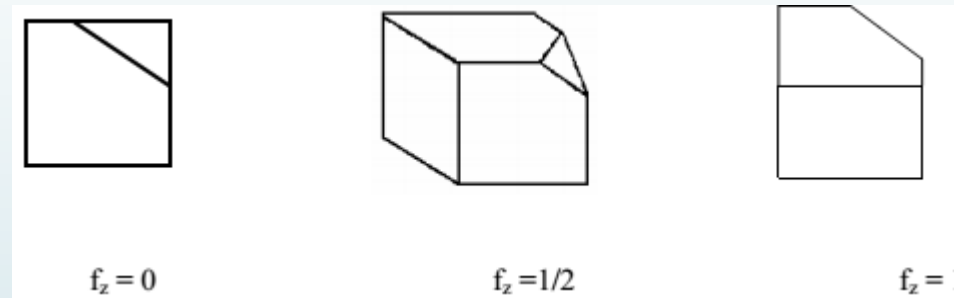
$$\square \varphi = \sin^{-1} \left( \pm \frac{f_z}{\sqrt{2}} \right)$$



## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.2.1. *Phép chiếu Dimetric*

- ❑ Ta thấy tỷ lệ co thuộc khoảng  $[0 \ 1]$ , với mỗi  $f_z$  ta có bốn khả năng của phép chiếu.



*Phép chiếu hình hộp với  $f=0$ ,  $f=1/2$  và  $f=1$*

- ❑ Khi  $f_z=1/2$  thì
- ❑  $\varphi = \sin^{-1}(\pm \frac{1}{2\sqrt{2}}) \approx \sin^{-1}(\pm 0.35355) \approx \pm 20.705^\circ$
- ❑  $\varnothing = \sin^{-1}(\pm \frac{1/2}{\sqrt{7/4}}) \approx \sin^{-1}(\pm 0.378) \approx \pm 22.208^\circ$

## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections)

### 5.3.2.2. Phép chiếu Isometric

- ❑ Là phép chiếu trực lượng mà ở đó hệ số co cạnh trên 3 trục là bằng nhau.
- ❑ Góc quay tương ứng là  $35.26^0$  và  $45^0$
- ❑ Được ứng dụng nhiều trong việc xây dựng các góc quan sát chuẩn cho đối tượng trong các hệ soạn thảo đồ họa.

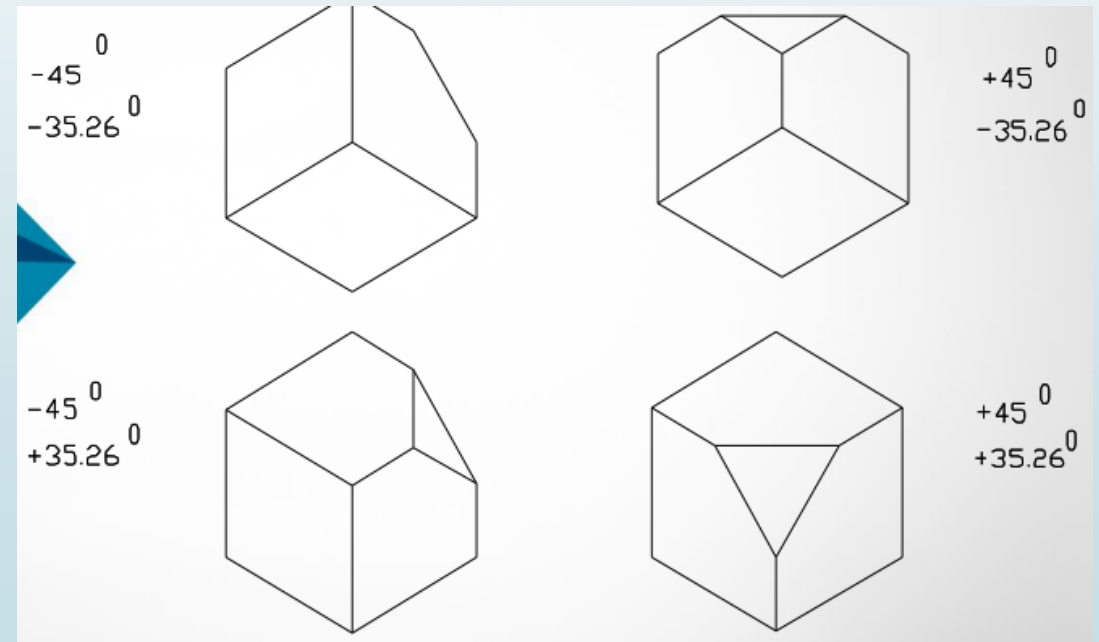
$$\sin^2 \varnothing = \frac{1-2 \sin^2 \varphi}{1-\sin^2 \varphi} = \frac{\sin^2 \varphi}{1-\sin^2 \varphi}$$

$$\sin \varphi = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = \pm 35.26^0$$

$$\sin^2 \varnothing = \frac{\sin^2 \varphi}{1-\sin^2 \varphi} = \frac{1/3}{1-1/3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \varnothing = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varnothing = \pm 45^0$$

$$f = \sqrt{\cos^2 \varnothing} = \sqrt{2/3} = 0.8165$$



## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.3. Phép chiếu xiên

#### 5.3.3.1. Phép chiếu Cavalier

- ❑ Phép chiếu cavalier là phép chiếu xiên được tạo thành khi các tia chiếu làm thành với mặt phẳng chiếu một góc  $45^0$

- ❑  $a = f \cdot \cos\alpha \quad b = f \cdot \sin\alpha \quad [T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -f \cdot \cos\alpha & -f \cdot \sin\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

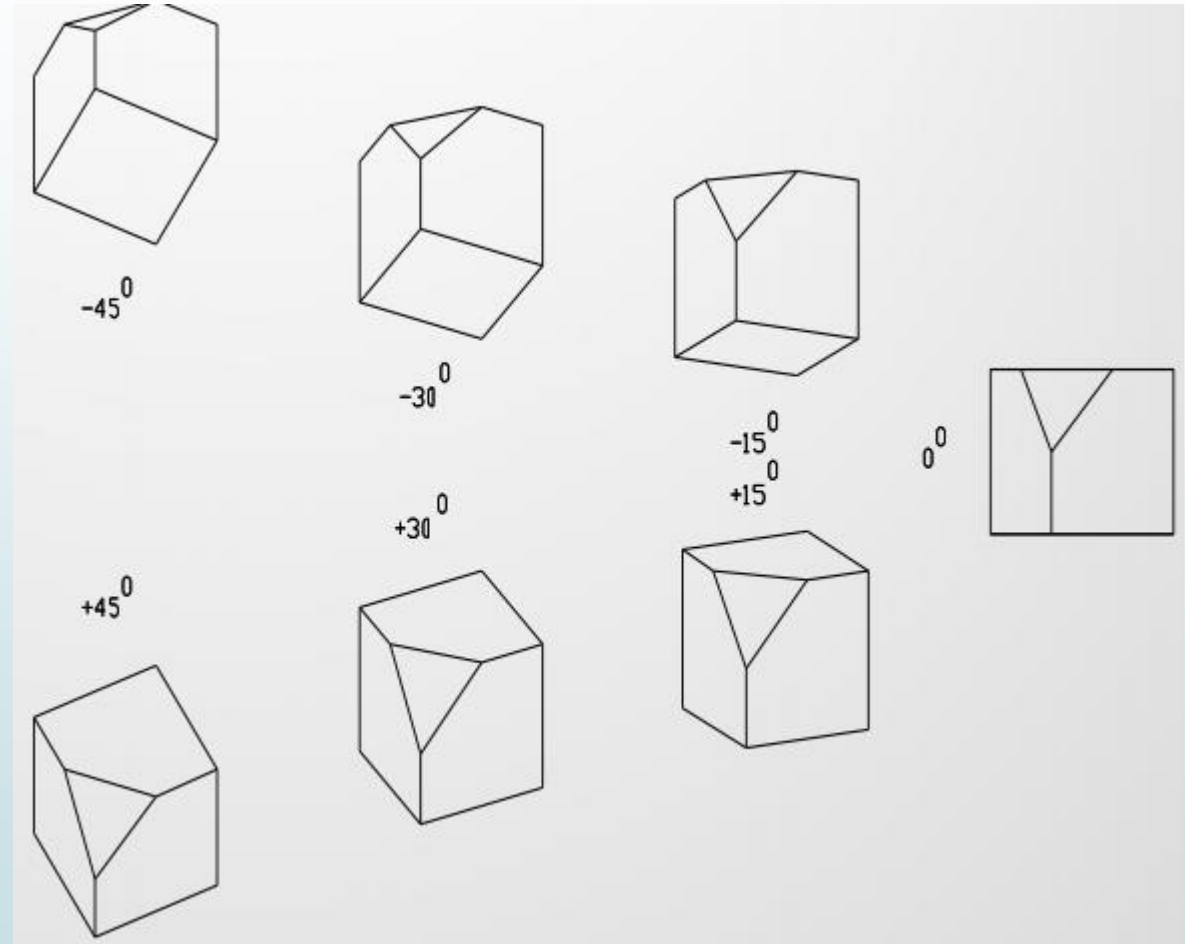
- ❑  $[T''] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

### 5.3.3. Phép chiếu xiên

#### 5.3.3.1. Phép chiếu Cavalier

- ❑ Khi  $f = 0$ ,  $\alpha = 90^\circ$  phép chiếu sẽ trở thành phép chiếu trực giao.
- ❑ Còn với  $f = 1$  kích thước của hình chiếu bằng kích thước của đối tượng  $\Rightarrow$  cavalier
- ❑ Phép chiếu Cavalier cho phép giá trị của  $\alpha$  biến đổi một cách tự do ( $30^\circ - 45^\circ$ )



## 5.3. PHÉP CHIẾU SONG SONG (Parallel Projections )

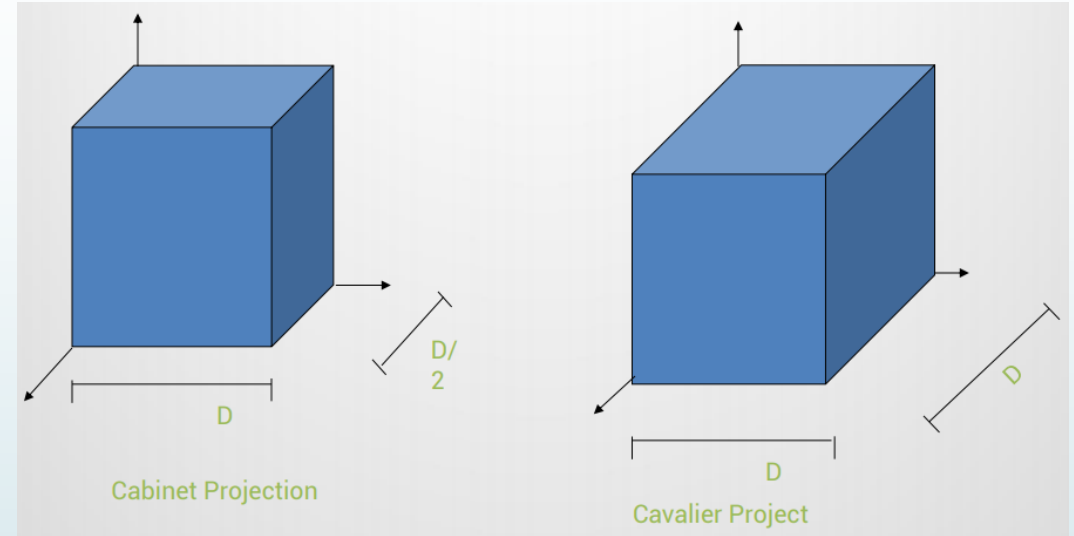
### 5.3.3. *Phép chiếu xiên*

#### 5.3.3.1. *Phép chiếu Cabinet*

❑ Phép chiếu xiên với hệ số co tỉ lệ  $f = 1/2$

❑  $\beta = \cos^{-1}\left(\frac{f}{\sqrt{1^2 + f^2}}\right)$

$$\cos^{-1}\left(\frac{1/2}{\sqrt{1^2 + 1/2^2}}\right) = 63.345^\circ$$

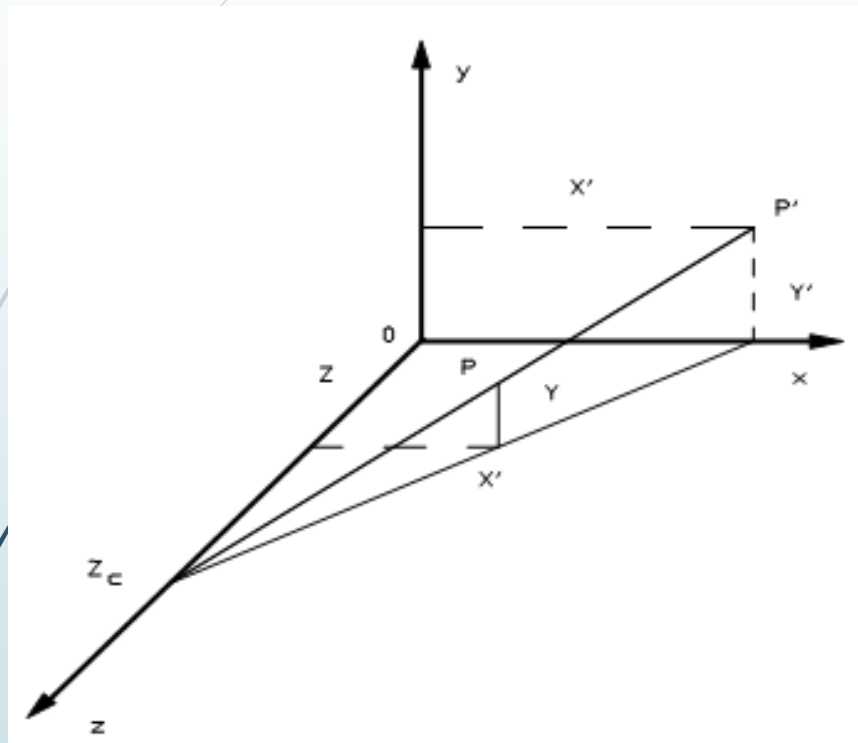




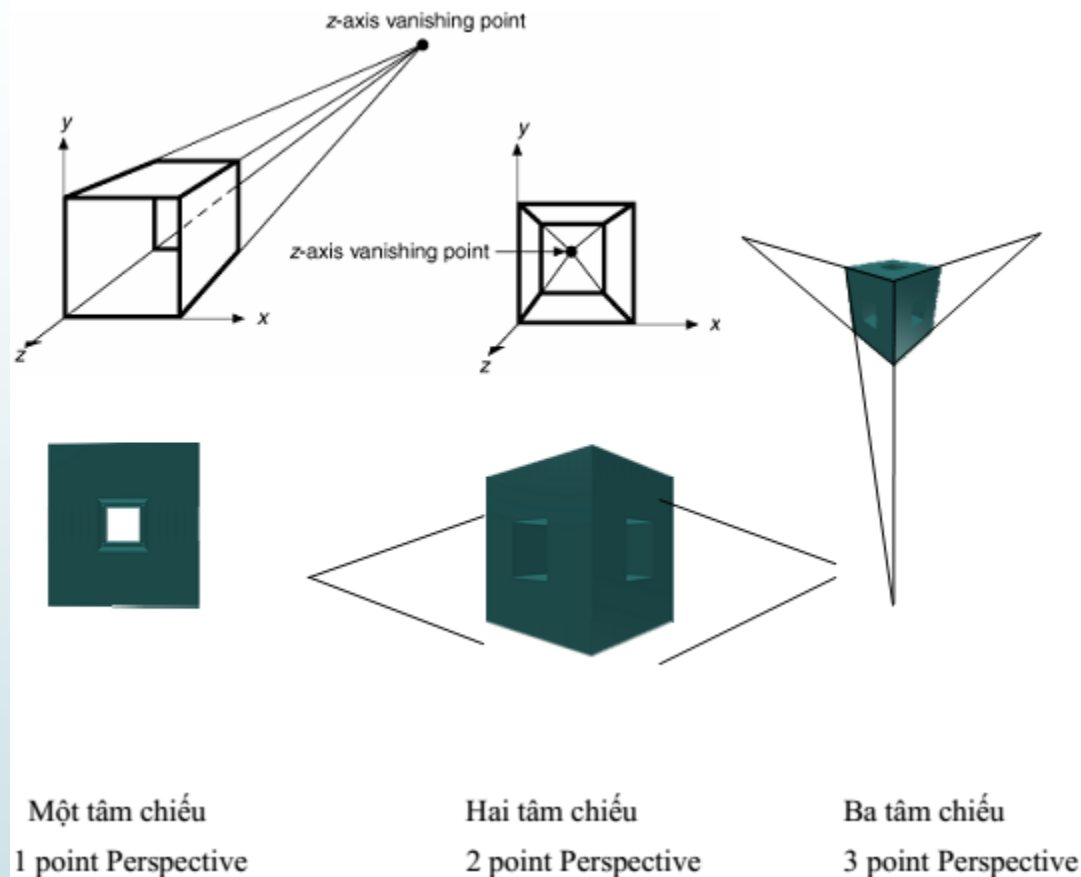
## 5.4. PHÉP CHIẾU PHỐI CẢNH (Perspective Projection)

- ❑ *Phép chiếu phối cảnh* là phép chiếu mà các tia chiếu không song song với nhau mà xuất phát từ một điểm gọi là tâm chiếu.
- ❑ Phép chiếu phối cảnh tạo ra hiệu ứng về luật xa gần tạo cảm giác về độ sâu của đối tượng trong thế giới thật mà phép chiếu song song không lột tả được.
- ❑ Các đoạn thẳng song song của mô hình 3D sau phép chiếu hội tụ tại một điểm gọi là điểm triệt tiêu (vanishing point).
- ❑ *Phân loại phép chiếu phối cảnh* dựa vào tâm chiếu (*Centre Of Projection* -COP) và mặt phẳng chiếu projection plane

## 5.4. PHÉP CHIẾU PHỐI CẢNH (Perspective Projection)



*Phép chiếu với tâm chiếu trên trục  $z$*



*Phép biến đổi phối cảnh*

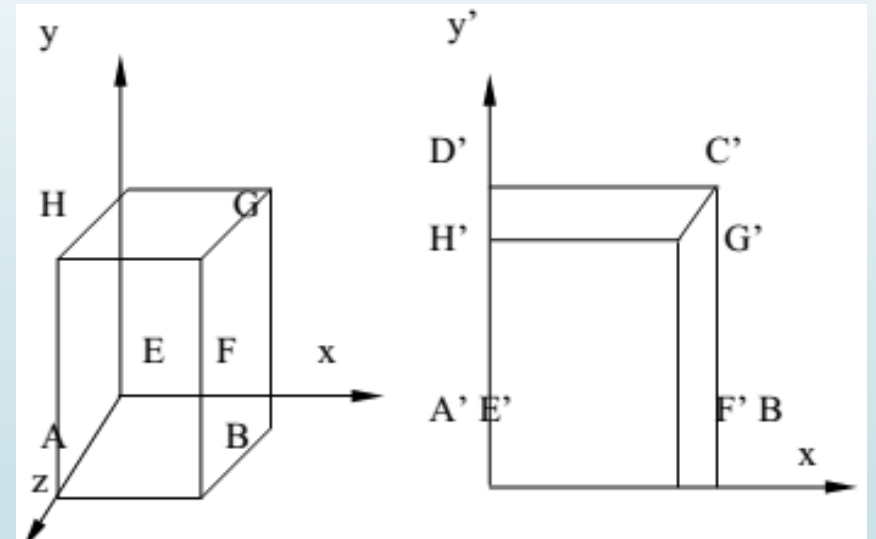
## 5.4. PHÉP CHIẾU PHỐI CẢNH (Perspective Projection)

### 5.4.1. Phép chiếu phối cảnh một tâm chiếu

- ❑ Giả sử khi mặt phẳng được đặt tại  $z = 0$  và tâm phép chiếu nằm trên trục  $z$ , cách trục  $z$  một khoảng  $z_c = -1/r$ .
- ❑ Nếu đối tượng cũng nằm trên mặt phẳng  $z = 0$  thì đối tượng sẽ cho hình ảnh thật.
- ❑ Phương trình biến đổi:  $[x \ y \ z \ 1][Tr] = [x \ y \ z \ rz+1]$ .
- ❑ Ma trận biến đổi một điểm phối cảnh  $[Tr]$  có dạng:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= [x \ y \ 0 \ rz + 1]$$

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = \left[ \frac{x}{rz + 1} \ \frac{y}{rz + 1} \ 0 \ 1 \right]$$



## 5.4. PHÉP CHIẾU PHỐI CẢNH (Perspective Projection)

### 5.4.2. Phép chiếu phối cảnh hai tâm chiếu

$$[T_{pq}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [x \quad y \quad z \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \quad y \quad 0 \quad (px + qy + 1)]$$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1] = \left[ \frac{x}{(px + qy + 1)} \quad \frac{y}{(px + qy + 1)} \quad 0 \quad 1 \right]$$

$$[T_c] = [T_{pq}][T_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2 tâm chiếu:

$$\begin{bmatrix} -1/p & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1/q & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

VP (Vanishing point) tương ứng trên 2 trục x và y là:

$$\begin{bmatrix} 1/p & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/q & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 5.4. PHÉP CHIẾU PHỐI CẢNH (Perspective Projection)

### 5.4.3. Phép chiếu phối cảnh ba tâm chiếu

$$[T_{pqr}] = [T_p][T_q][T_r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & p \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & (px + qy + rz + 1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{(px + qy + rz + 1)} & \frac{y}{(px + qy + rz + 1)} & \frac{z}{(px + qy + rz + 1)} & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T_c] = [T_{pqr}][T_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3 tâm chiếu:

$$\begin{bmatrix} -1/p & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1/q & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1/r & 1 \end{bmatrix}$$

VP (Vanishing point) tương ứng trên 2 trục x và y là:

$$\begin{bmatrix} 1/p & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/q & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1/r & 1 \end{bmatrix}$$