



CHƯƠNG 4: CÁC GIẢI THUẬT ĐỒ HOẠ CƠ SỞ

ĐOÀN VŨ THỊNH
BỘ MÔN KỸ THUẬT PHẦN MỀM - KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
ĐẠI HỌC NHA TRANG (2019)

24Slides

HỆ TỌA ĐỘ VÀ MÔ HÌNH CHUYỂN ĐỔI

4.1. Các hệ thống tọa độ trong đồ họa

- Một hình ảnh được tạo ra bằng máy tính thường trình bày một khung xem (viewing) từng phần của quang cảnh lớn. Giống hệt như ta nhìn cảnh vật qua cửa sổ hay một kính ngắm camera.
- Để tạo ra hình ảnh đối tượng trên các thiết bị hiển thị bắt buộc người sử dụng phải có bước biến đổi trung gian.

Hệ tọa độ thực (WCS – World Coordinate System)

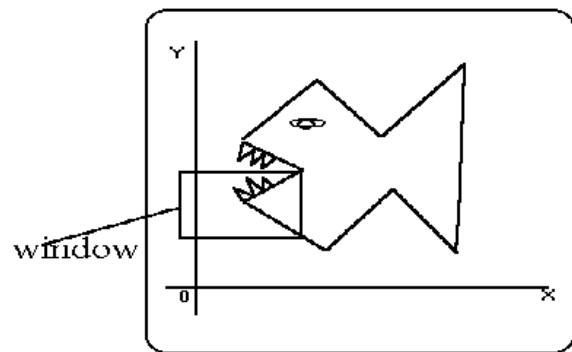
- Hệ tọa độ của đối tượng được các chương trình ứng dụng sử dụng để mô tả tọa độ các đối tượng trong thế giới thực.
- Đơn vị trong hệ thống tọa độ phụ thuộc vào không gian và kích thước của đối tượng được mô tả: A^0 , nm, mm, m, km...

HỆ TỌA ĐỘ VÀ MÔ HÌNH CHUYỂN ĐỔI

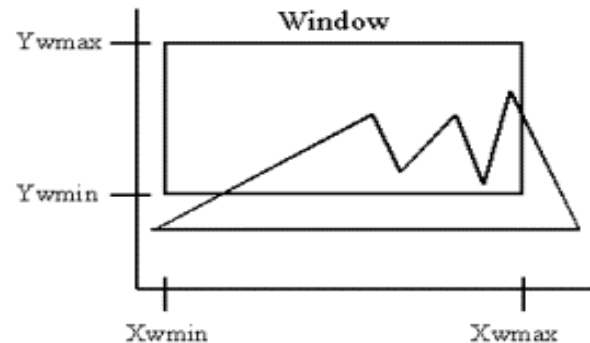
4.1. Các hệ thống tọa độ trong đồ họa

Hệ tọa độ thiết bị (DCS – Device Coordinate System)

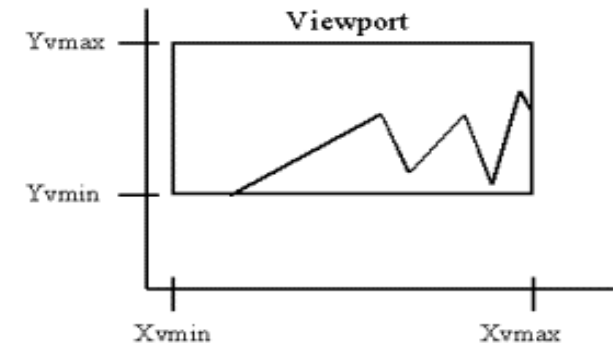
- Là hệ thống tọa độ của thiết bị nơi hiển thị hình ảnh và không gian của đối tượng mà ứng dụng mô tả. Không gian của hệ thống của tọa độ này chính là kích thước của thiết bị hiển thị được sử dụng.
- Ví dụ: màn hình VGA 640x480, SVGA 600x800...



Picture in world coordinate system



World Coordinates



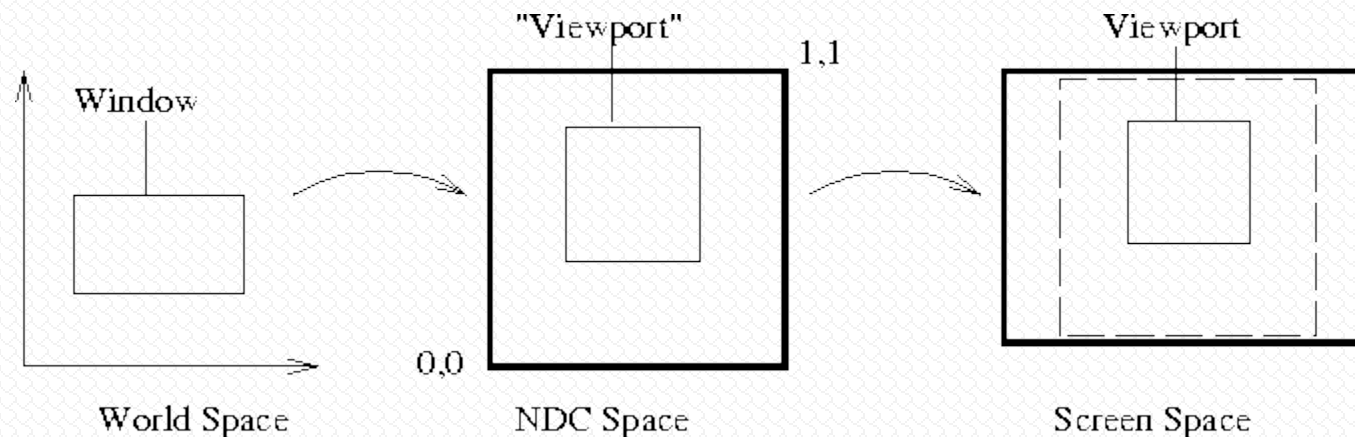
Device Coordinates

HỆ TỌA ĐỘ VÀ MÔ HÌNH CHUYỂN ĐỔI

4.1. Các hệ thống tọa độ trong đồ họa

Hệ tọa độ thiết bị chuẩn (NDCS – Normalized Device Coordinate System)

- Qui trình để chuyển đổi các đối tượng trong WCS sang NDCS được gọi là phép ánh xạ cửa sổ sang cổng xem hay phép biến đổi chuẩn hoá (Window to Viewport mapping or Normalization Transformation)
- Qui trình có thể áp các tọa độ thiết bị hiển thị chuẩn hoá sang các thiết bị rời rạc được gọi là phép biến đổi trạm làm việc (Workstation Transformation)



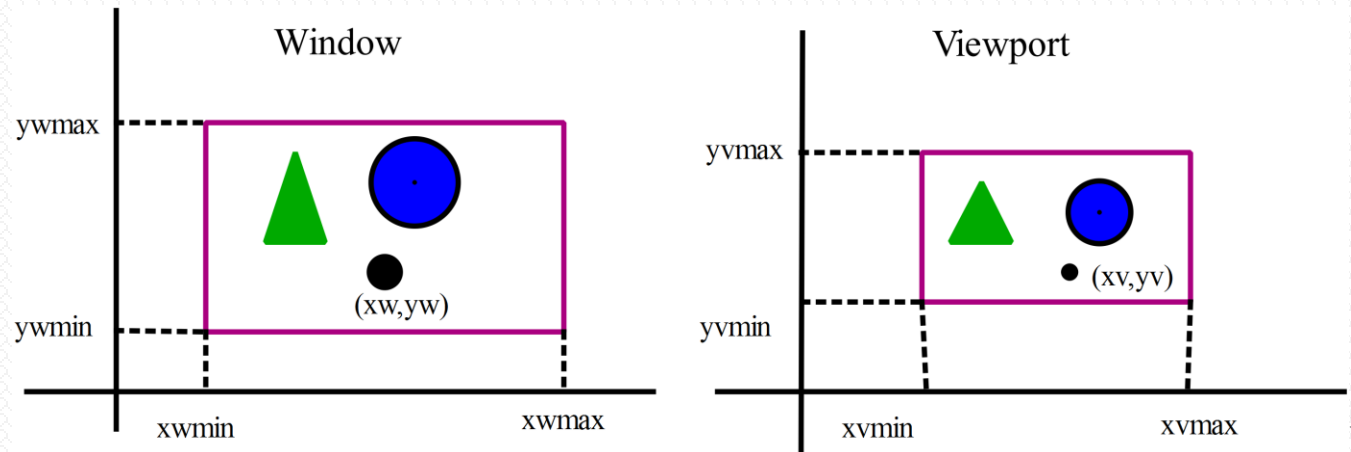
HỆ TỌA ĐỘ VÀ MÔ HÌNH CHUYỂN ĐỔI

4.2. Phép ánh xạ từ cửa sổ vào cổng xem

- Một cửa sổ (window) được chỉ định bởi bốn tọa độ thực (WCS): X_{wmin} , X_{wmax} , Y_{wmin} , Y_{wmax}
- Một cổng xem (viewport) được mô tả bởi bốn tọa độ thiết bị chuẩn hoá (NDCS): X_{vmin} , X_{vmax} , Y_{vmin} , Y_{vmax}
- Mục đích của phép ánh xạ này là chuyển đổi các tọa độ thực (X_w, Y_w) của một điểm tùy ý sang thiết bị chuẩn hoá tương ứng (X_v, Y_v). Để giữ lại khoảng cách của điểm trong cổng xem bằng với khoảng cách của điểm trong cửa sổ, với yêu cầu:

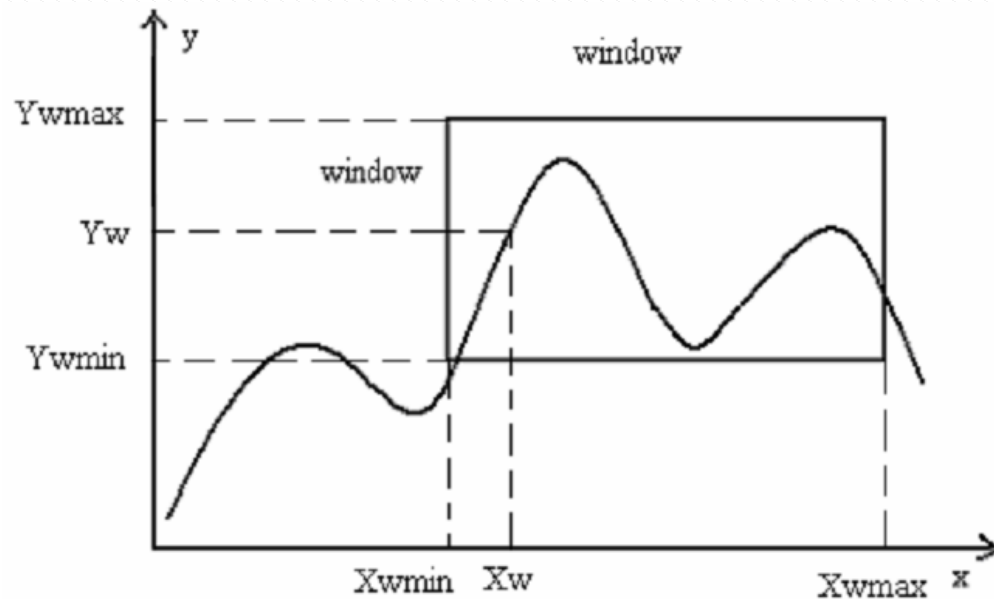
$$\frac{x_v - x_{vmin}}{x_{vmax} - x_{vmin}} = \frac{x_w - x_{wmin}}{x_{wmax} - x_{wmin}}$$

$$\frac{y_v - y_{vmin}}{y_{vmax} - y_{vmin}} = \frac{y_w - y_{wmin}}{y_{wmax} - y_{wmin}}$$

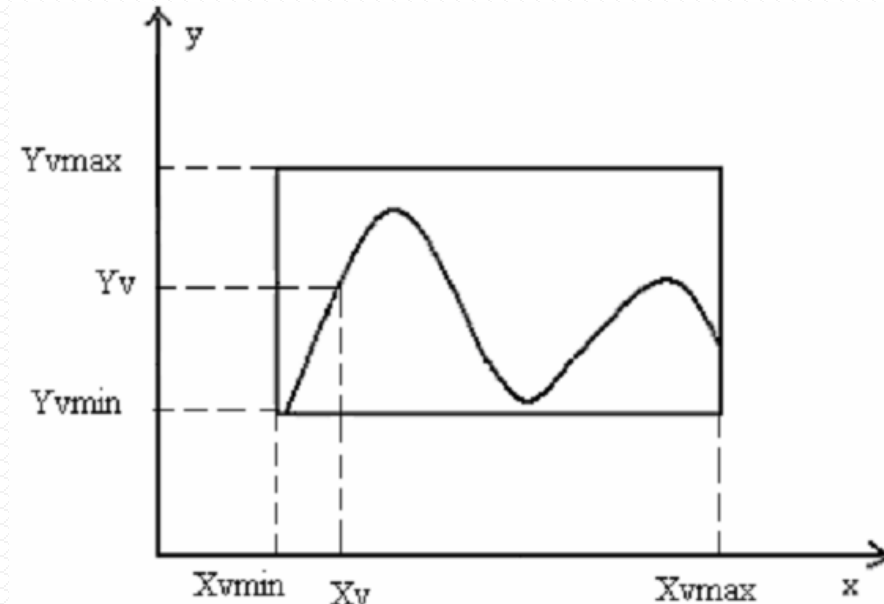


HỆ TỌA ĐỘ VÀ MÔ HÌNH CHUYỂN ĐỔI

4.2. Phép ánh xạ từ cửa sổ vào cổng xem



Đối tượng trong cửa sổ



Đối tượng tại cổng xem

HỆ TỌA ĐỘ VÀ MÔ HÌNH CHUYỂN ĐỔI

4.2. Phép ánh xạ từ cửa sổ vào cổng xem

- Từ pt: $\frac{x_v - x_{vmin}}{x_{vmax} - x_{vmin}} = \frac{x_w - x_{wmin}}{x_{wmax} - x_{wmin}}$
- Ta có: $x_v - x_{vmin} = (x_{vmax} - x_{vmin}) \left(\frac{x_w - x_{wmin}}{x_{wmax} - x_{wmin}} \right)$
- $x_v - x_{vmin} = (x_w - x_{wmin}) \left(\frac{x_{vmax} - x_{vmin}}{x_{wmax} - x_{wmin}} \right) = (x_w - x_{wmin}) \cdot SX$
- $x_v = x_{vmin} + (x_w - x_{wmin}) \cdot SX$
- Tương tự: $y_v = y_{vmin} + (y_w - y_{wmin}) \cdot SY$

HỆ TỌA ĐỘ VÀ MÔ HÌNH CHUYỂN ĐỔI

4.2. Phép ánh xạ từ cửa sổ vào cổng xem

➤ Xác định tọa độ của điểm sau khi ánh xạ từ window vào viewport

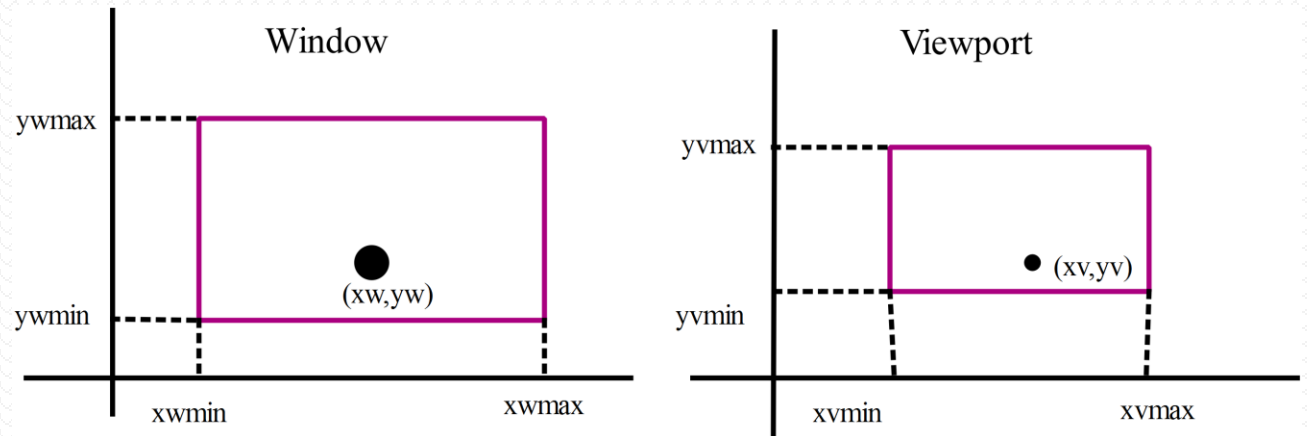
➤ $x_{vmin} = 30$ $x_{wmin} = 20$

➤ $x_{vmax} = 60$ $x_{wmax} = 80$

➤ $y_{vmin} = 40$ $y_{wmin} = 40$

➤ $y_{vmax} = 60$ $y_{wmax} = 80$

➤ $x_w, y_w = (30, 80)$ $x_v, y_v = ?$



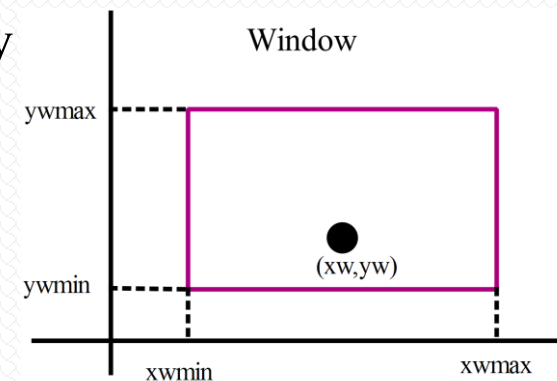
➤ $\frac{x_v - x_{vmin}}{x_{vmax} - x_{vmin}} = \frac{x_w - x_{wmin}}{x_{wmax} - x_{wmin}} \leftrightarrow \frac{x_v - 30}{60 - 30} = \frac{30 - 20}{80 - 20} \rightarrow x_v = 35$

➤ $\frac{y_v - y_{vmin}}{y_{vmax} - y_{vmin}} = \frac{y_w - y_{wmin}}{y_{wmax} - y_{wmin}} \leftrightarrow \frac{y_v - 40}{60 - 40} = \frac{80 - 40}{80 - 40} \rightarrow y_v = 60$

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Khái niệm

- Xén tỉa là tiến trình xác định các điểm của một đối tượng nằm trong hay ngoài cửa sổ hiển thị. Nằm trong được hiển thị, nằm ngoài loại bỏ.
- Việc loại từng điểm ảnh của đối tượng thường chậm nhất là khi đối tượng mà phần lớn nằm ngoài cửa sổ hiển thị.

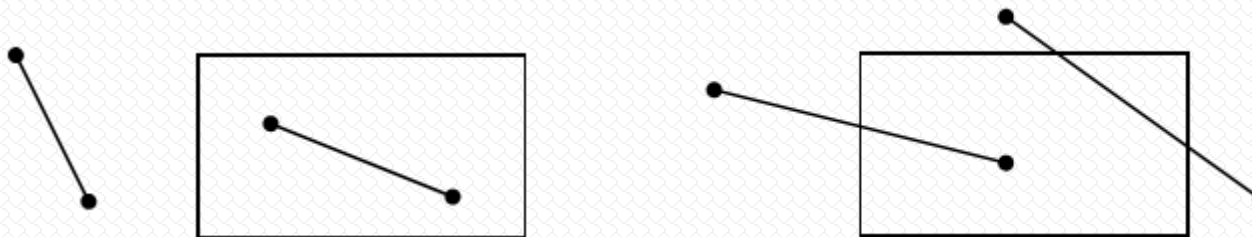


Clipping điểm

- Giả sử (x,y) là tọa độ của một điểm, vậy điểm đó được hiển thị khi thỏa mãn:

- $Xw_{min} \leq x \leq Xw_{max}$

- $Yw_{min} \leq y \leq Yw_{max}$



Xén tỉa đoạn thẳng

Các đoạn thẳng không cắt cửa sổ thì: Nếu đoạn thẳng cắt cửa sổ thì phân chia qua điểm cắt phần nằm trong và phần nằm ngoài

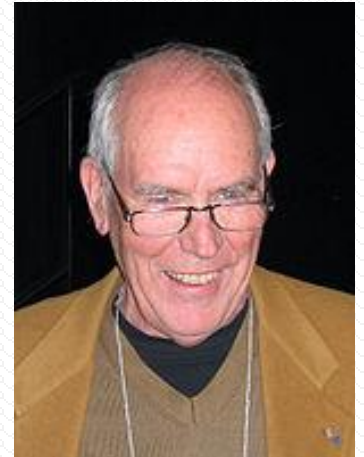
CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland



Daniel Cohen (sinh ra ở Israel) là một nhà khoa học máy tính chuyên về mạng máy tính. Ông đã tham gia vào dự án ARPAnet và giúp phát triển một số ứng dụng cơ bản cho Internet. Ông có lẽ được biết đến nhiều nhất qua bài báo "Về các cuộc chiến tranh thần thánh và lời thỉnh cầu cho hòa bình" năm 1980. Cohen phục vụ cho lĩnh vực khoa học máy tính tại một số trường đại học, cũng như làm việc trong ngành công nghiệp tư nhân.

Ivan Edward Sutherland (sinh ngày 16 tháng 5 năm 1938) là một nhà khoa học máy tính và nhà tiên phong Internet của Mỹ, được nhiều người coi là "cha đẻ của đồ họa máy tính". Ông giảng dạy về đồ họa máy tính cùng với David C. Evans tại Đại học Utah vào những năm 1970. Sutherland, Evans và các sinh viên của họ thời đó đã phát minh ra một số nền tảng của đồ họa máy tính hiện đại. Ông đã nhận được giải thưởng Turing từ Hiệp hội Máy tính vào năm 1988 cho phát minh ra Sketchpad, tiền thân của loại giao diện người dùng đồ họa.



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland

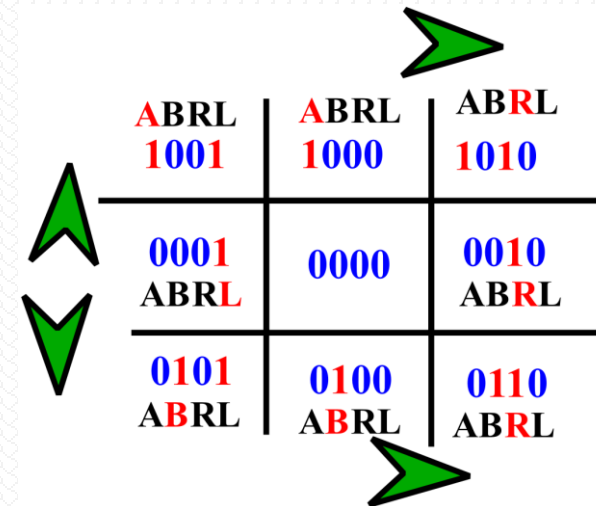
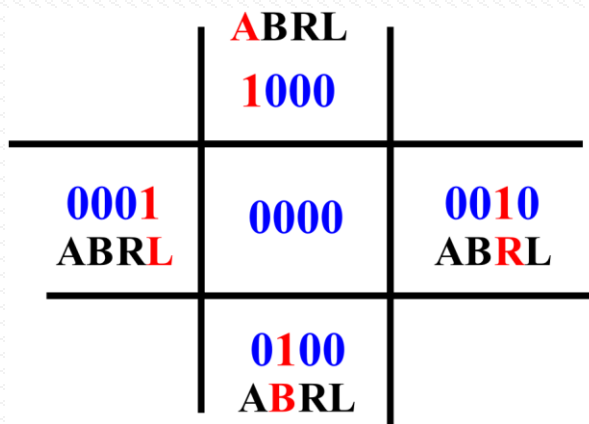
Ý tưởng: Các đoạn thẳng có thể rơi vào các trường hợp sau:

- Hiện thị (visible): cả hai đầu cuối của đoạn thẳng đều nằm bên trong cửa sổ
- Không hiện thị (invisible): đoạn thẳng xác định nằm ngoài cửa sổ. Điều này xảy ra khi đoạn thẳng từ (x_1, y_1) đến (x_2, y_2) thoả mãn bất kỳ một trong bốn bất đẳng thức sau:
 - $X_1, X_2 > X_{\max}$ $y_1, y_2 > y_{\max}$
 - $X_1, X_2 < X_{\min}$ $y_1, y_2 < y_{\min}$
- Xén tỉa: đoạn thẳng cần xén tỉa
- Việc cài đặt giải thuật chia làm hai bước:

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland

- Gán mã vùng 4-bit cho mỗi điểm cuối của đoạn thẳng ABRL – Above Below – Right - Left
- Mã vùng được xác định theo 9 vùng của mặt phẳng mà các điểm cuối nằm vào đó. Một bit được cài đặt true (1) hoặc false (0).

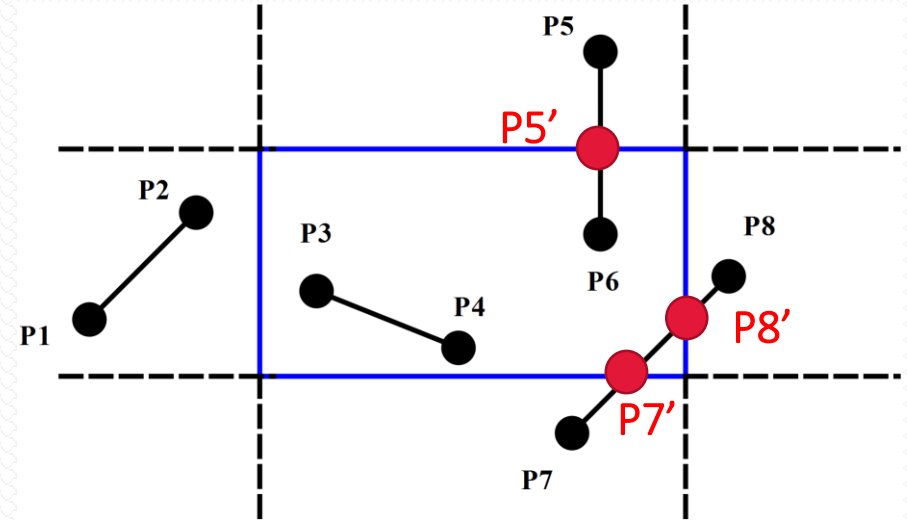


CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland

➤ Áp dụng thuộc tính các đường thẳng sau

- ❑ $P1 \ \& \ P2 = 0001(\#0) \text{ AND } 0001(\#0) = 0001 \ \# \ 0000$: Loại
- ❑ $P3 \ \& \ P4 = 0000(=0) \text{ AND } 0000(=0) = 0000$: Đã xén
- ❑ $P5 \ \& \ P6 = 1000(\#0) \text{ AND } 0000(=0) = 0000$: Cần xén
- ❑ Xét $P5' \ \& \ P6 = 0000 \text{ AND } 0000 = 0000$.
- ❑ Vậy đoạn cắt bỏ là: $P5'P6$
- ❑ $P7 \ \& \ P8 = 0100(\#0) \text{ AND } 0010(<>0) = 0000 \ \# \ 0000$
- ❑ Xét $P7' \ \& \ P8 = 0000(=0) \text{ AND } 0010(\#0) = 0000$
- ❑ Xét $P8' \ \& \ P7' = 0000(=0) \text{ AND } 0000(=0) = 0000$
- ❑ Vậy đoạn cắt bỏ là: $P7 \ P7'$ và $P8 \ P8'$



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland

❶ Nếu mã của P1 hoặc P2 đều = 0000 thì toàn bộ đoạn thẳng thuộc phần hiển thị.

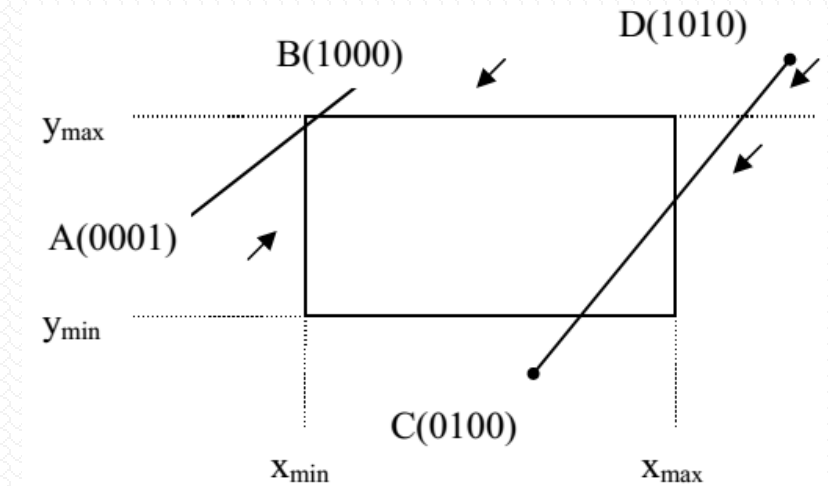
- If (P1.Mã OR P2.Mã == 0000) then “ cả đoạn thẳng thuộc cửa sổ hiển thị”

❷ Nếu mã của P1 và P2 có cùng một vị trí mà ở đó P1 và P2 => cùng phía

- If (P1.Mã AND P2.Mã != 0000) then “ 2 điểm nằm về 1 phía của cửa sổ”

❸ Xét giao điểm:

- Tìm giao điểm của đường thẳng với cửa sổ, (với phần mở rộng của đường biên).
- Chú ý: các đường biên mà điểm cuối được chọn sẽ “đẩy ngang qua” nhằm thay đổi mã “1” thành “0”

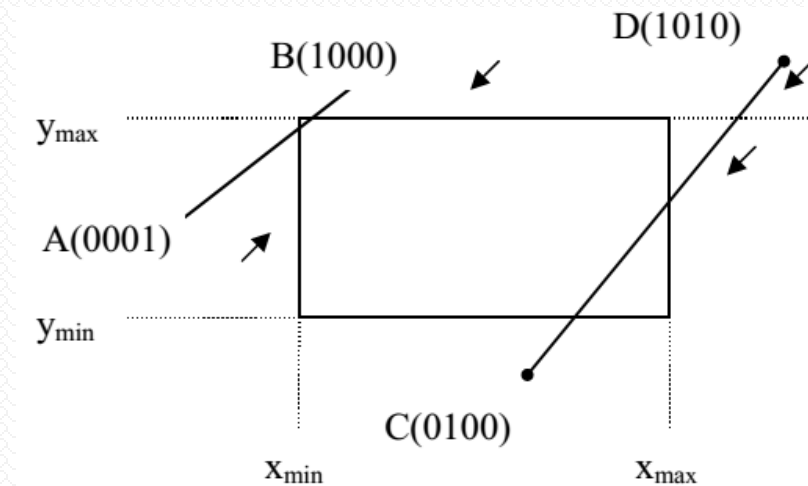


CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland

➤ Nếu:

- Bít 1 là 1: cắt $y=y_{\max}$
- Bít 2 là 1: cắt $y=y_{\min}$
- Bít 3 là 1: cắt $x=x_{\max}$
- Bít 4 là 1: cắt $x=x_{\min}$



- Nhìn trên hình ta có: gọi điểm cuối của đoạn (x_1, y_1) .
- Nếu C được chọn thì đường $y=y_{\min}$ chọn để tính phần cắt nhau (bít 2 = 1)
- Nếu D được chọn thì $y=y_{\max}$ hoặc $x=x_{\max}$ (bít 1 và bít 3 =1)

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland

➤ Tìm điểm cắt (x,y) của (x_1,y_1) (x_2,y_2)

➤ Ta có:

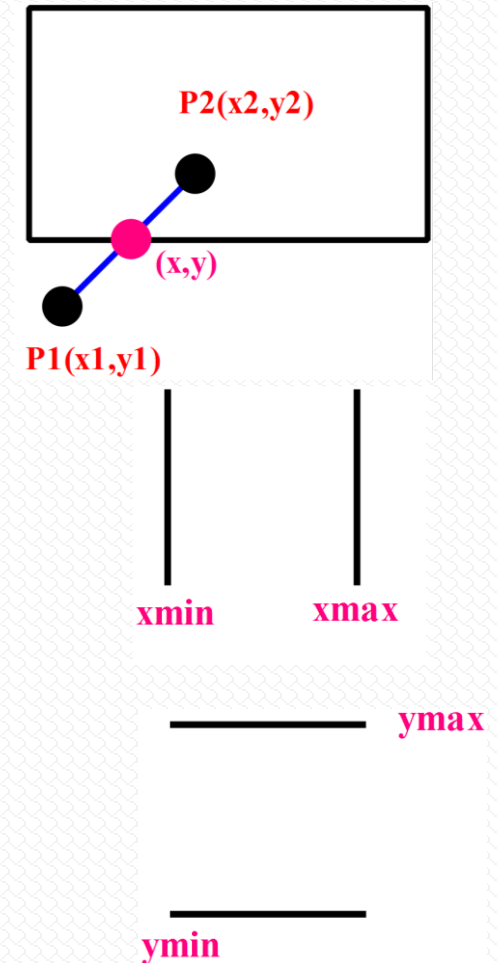
$$m = \frac{(y-y_1)}{(x-x_1)} \text{ hay } y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y = y_1 + m(x - x_1)$$

➤ Nếu y nằm trên đường thẳng đứng: $\begin{cases} x = x_{min} \\ x = x_{max} \end{cases}$

➤ Nếu x nằm trên đường thẳng nằm ngang:

$$\text{Từ phương trình: } m = \frac{(y-y_1)}{(x-x_1)} \rightarrow (x - x_1) = \frac{(y-y_1)}{m} \text{ hay } x = x_1 + \frac{(y-y_1)}{m}$$

$$\text{và } \begin{cases} y = y_{min} \\ y = y_{max} \end{cases}$$



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland

- Ví dụ: Cho cửa sổ cắt tỉa hình chữ nhật có tọa độ A(50,10); B(80,10); C(80,40); D(50,40). Hãy tìm mã vùng dành cho các điểm cuối của đoạn thẳng có P1(40,15), P2(75,15)

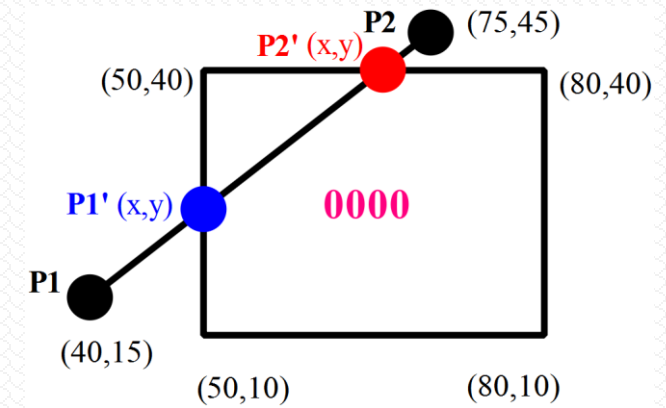
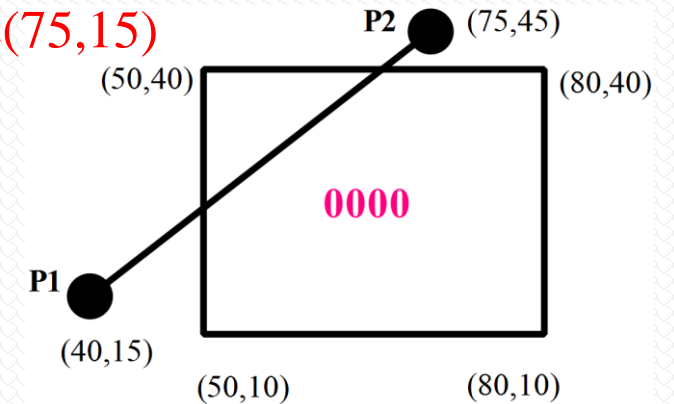
- Ta có: $x = x_1 + \frac{(y-y_1)}{m}$ và $y = y_1 + m(x - x_1)$

$$x_{wmin}=50; x_{wmax}=80; y_{wmin}=10; y_{wmax}=40; m = \frac{(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)} = \frac{6}{7}$$

- Bit code (ABRL) P1: 0001 #0
- Bit code (ABRL) P2: 1000 #0
- AND(P1,P2)=0000 nên P1P2 thỏa điều kiện cần xén
- Xác định điểm cắt thứ nhất P1'(50,y):

$$y = y_1 + m(x - x_1) = 15 + \frac{6}{7}(50 - 40) = 23.571$$

- Xác định điểm cắt thứ hai P2'(x,40):

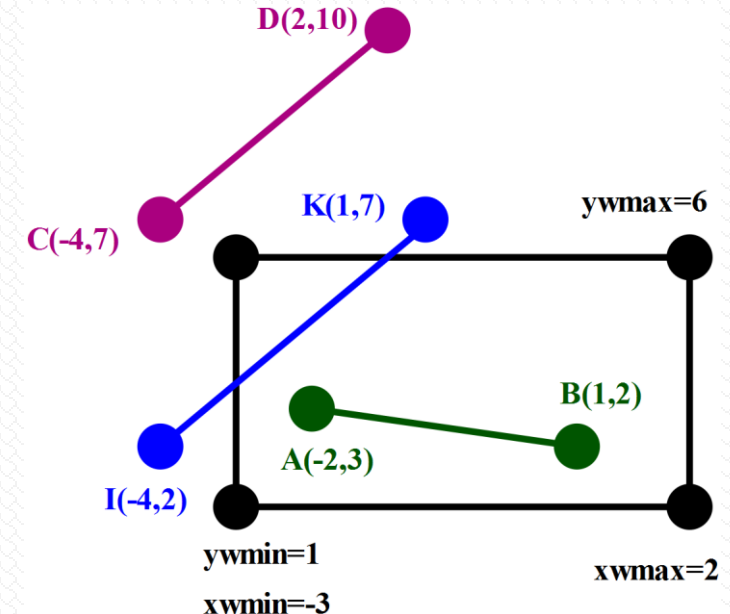
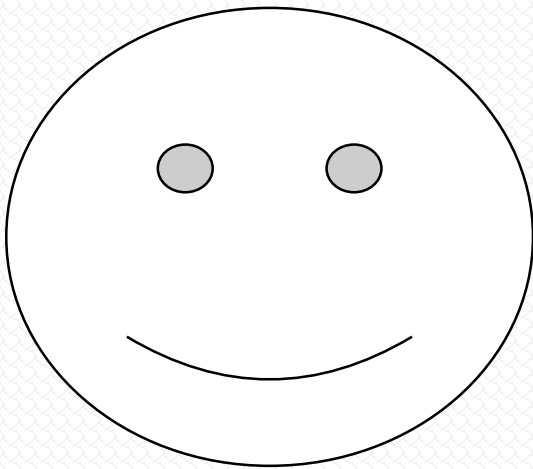


03/05/2019 ○ $x = x_1 + \frac{(y-y_1)}{m} = 75 + \frac{7}{6}(40 - 45) = 69.20$

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Cohen-Sutherland

- Ví dụ 2: Cho cửa sổ cắt tỉa hình chữ nhật có góc trái dưới $L(-3,1)$, góc phải trên $R(2,6)$. Hãy tìm mã vùng dành cho các điểm cuối của các đoạn AB có $A(-2,3)$, $B(1,2)$; CD có $C(-4,7)$, $D(-2,10)$; IK có $I(-4,2)$, $K(-1,7)$. Tìm hạng mục cắt tỉa của chúng



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Liang-Barsky

Trong đồ họa máy tính, thuật toán Liang-Barsky (được đặt theo tên của You-Dong Liang và Brian A. Barsky). Liang-Barsky sử dụng phương trình tham số của đường thẳng và bất đẳng thức mô tả phạm vi của cửa sổ cắt để xác định các giao điểm giữa đường thẳng và cửa sổ cắt. Với các giao điểm này, nó biết phần nào của đường nên được vẽ. Thuật toán này hiệu quả hơn đáng kể so với Cohen-Sutherland.

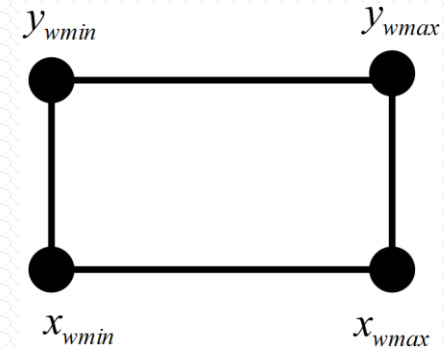
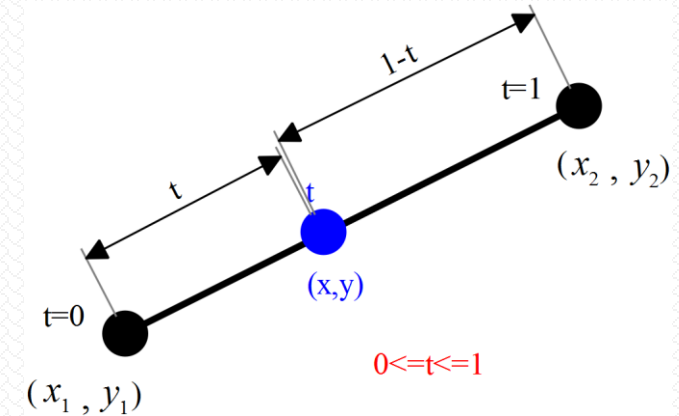


Brian A. Barsky là giáo sư tại Đại học California, Berkeley, làm việc trong ngành đồ họa máy tính và mô hình hình học cũng như về khoa học thị giác. Ông cũng là thành viên của Nhóm nghiên cứu sau đại học về Kỹ thuật sinh học, một chương trình liên trường, giữa UC Berkeley và UC San Francisco.

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Liang–Barsky

- Xét đường thẳng đi qua 2 điểm (x_1, y_1) và (x_2, y_2) như sau:
- Gọi $t=0$ tại điểm (x_1, y_1) và $t=1$ tại điểm (x_2, y_2)
- Xét 1 điểm thuộc đường thẳng có tọa độ (x, y) . Khi đó:
 - $x = t.x_2 + (1 - t)x_1 = t.x_2 + x_1 - t.x_1 = x_1 + t(x_2 - x_1) = x_1 + t.\Delta x$
 - $y = y_1 + t.\Delta y$; với $0 < t < 1$
- Xét cửa sổ clip được giới hạn bởi (x_{wmin}, y_{wmin}) , (x_{wmax}, y_{wmax})
- Do vậy:
 - $x_{wmin} \leq x \leq x_{wmax}$
 - $y_{wmin} \leq y \leq y_{wmax}$
- Hay:
 - $x_{wmin} \leq x_1 + t.\Delta x \leq x_{wmax}$
 - $y_{wmin} \leq y_1 + t.\Delta y \leq y_{wmax}$

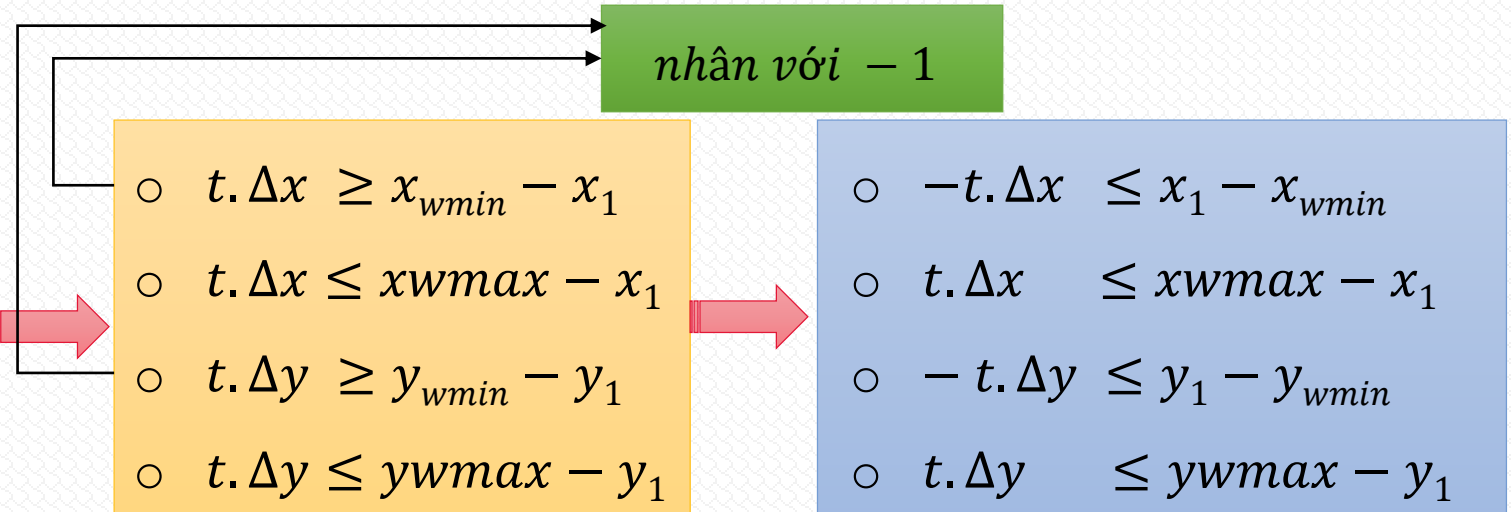


CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Liang–Barsky

➤ Ta có 4 bất đẳng thức sau:

- $x_1 + t.\Delta x \geq x_{wmin}$
- $x_1 + t.\Delta x \leq x_{wmax}$
- $y_1 + t.\Delta y \geq y_{wmin}$
- $y_1 + t.\Delta y \leq y_{wmax}$



➤ Tổng quát ta có: $t.p_k \leq q_k$ với $k = 1, 2, 3, 4$

➤ Từ đó, ta có:

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| ○ $p_1 = -\Delta x$ | ○ $q_1 = x_1 - x_{wmin}$ |
| ○ $p_2 = \Delta x$ | ○ $q_2 = x_{wmax} - x_1$ |
| ○ $p_3 = -\Delta y$ | ○ $q_3 = y_1 - y_{wmin}$ |
| ○ $p_4 = \Delta y$ | ○ $q_4 = y_{wmax} - y_1$ |

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Liang–Barsky

➤ Nếu $p_k = 0$: điều đó tương đương với việc đoạn thẳng đang xét song song với cạnh thứ k của hình chữ nhật clipping.

❶ Nếu $q_k < 0$ đoạn thẳng nằm ngoài cửa sổ (hệ bất phương trình trên vô nghiệm)

❷ Nếu $q_k > 0$ thì đoạn thẳng nằm trong 1 phần của cửa sổ clipping

❸ Nếu $q_k = 0$ thì đoạn thẳng nằm trên đường biên của cạnh k

➤ Nếu $p_k < 0$, từ bất đẳng thức $t \cdot p_k \leq q_k \rightarrow$ xác định $t1$.

❹ Ta có: $t1 = \max(0, \frac{q_k}{p_k})$

$$x = x_1 + t1 \cdot \Delta x; y = y_1 + t1 \cdot \Delta y$$

➤ Nếu $p_k > 0$, từ bất đẳng thức $t \cdot p_k \leq q_k \rightarrow$ xác định $t2$.

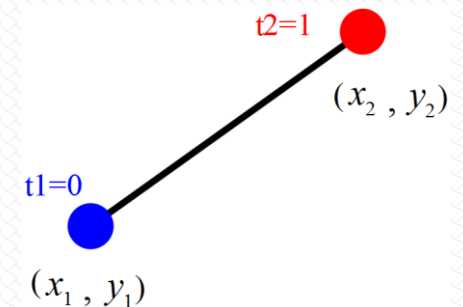
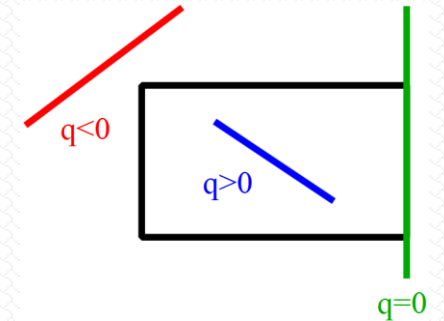
❺ Ta có: $t2 = \min(1, \frac{q_k}{p_k})$

$$x = x_1 + t2 \cdot \Delta x; y = y_1 + t2 \cdot \Delta y$$

Nếu $t1 < 0$ và $t2 > 1$ thì cả 2 điểm đều nằm bên ngoài cửa sổ clipping

Nếu $t1 = 0$ và $t2 = 1$ thì cả 2 điểm đều nằm bên trong cửa sổ clipping

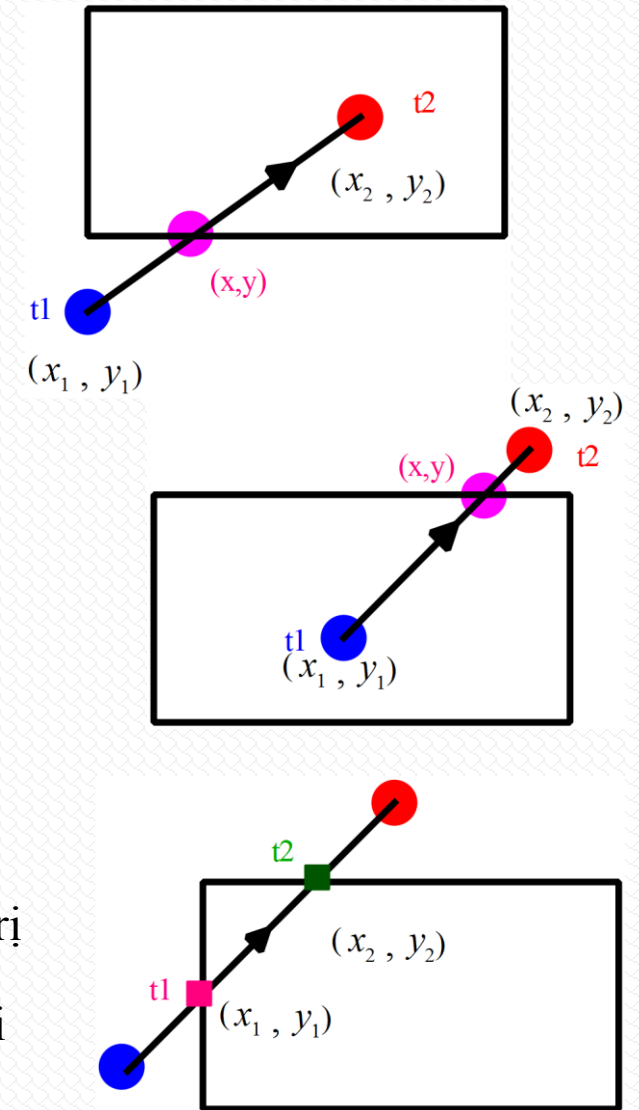
Nếu $0 < t1$ và $t2 < 1$ thì cả 2 điểm đều cần được xem xét



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Liang–Barsky

- Nhận xét: $t1 = \max(0, \frac{q_k}{p_k})$; $t2 = \min(1, \frac{q_k}{p_k})$
- Nếu $t1$ thay đổi giá trị tăng dần từ 0 đến $\max(\frac{q_k}{p_k})$, có nghĩa là đường thẳng có chiều từ ngoài vào trong cửa sổ clipping.
 - Nếu $t2$ thay đổi giá trị giảm dần từ 1 đến $\min(\frac{q_k}{p_k})$, có nghĩa là đường thẳng có chiều trong cửa sổ clipping ra ngoài.
 - Nếu $t1$ thay đổi giá trị tăng dần từ 0 đến $\max(\frac{q_k}{p_k})$ còn $t2$ thay đổi giá trị giảm dần từ 1 đến $\min(\frac{q_k}{p_k})$, có nghĩa là đường thẳng có chiều từ ngoài cửa sổ clipping ra bên ngoài cửa sổ clipping.



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Liang–Barsky

➤ Ví dụ: cho cửa sổ cắt tỉa hình chữ nhật có: $x_{wmin}=5$; $y_{wmin}=5$; $x_{wmax}=9$; $y_{wmax}=9$. Tìm các hạng mục cắt tỉa cho đoạn thẳng đi qua 2 điểm P1(4,12); P2(8,8)

$$\circ p_1 = -\Delta x = -(8 - 4) = -4$$

$$\circ p_2 = \Delta x = 8 - 4 = 4$$

$$\circ p_3 = -\Delta y = -(8 - 12) = 4$$

$$\circ p_4 = \Delta y = 8 - 12 = -4$$

$$\circ q1 = x_1 - x_{wmin} = 4 - 5 = -1$$

$$\circ q2 = x_{wmax} - x_1 = 9 - 4 = 5$$

$$\circ q3 = y_1 - y_{wmin} = 12 - 5 = 7$$

$$\circ q4 = y_{wmax} - y_1 = 9 - 12 = -3$$

➤ Xét trường hợp $P_k < 0$ (ứng với P1 và P4)

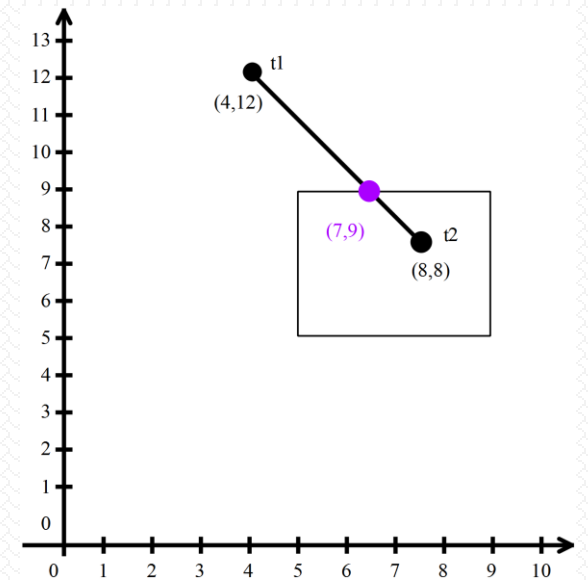
$$\circ t1 = \max\left(0, \frac{q_1}{p_1}, \frac{q_4}{p_4}\right) = \max\left(0, \frac{-1}{-4}, \frac{-3}{-4}\right) = 3/4$$

$$\circ x = x_1 + t_1 \cdot \Delta x = 4 + \frac{3}{4} * 4 = 7 \quad ; y = y_1 + t_1 \cdot \Delta y = 12 + \frac{3}{4} * -4 = 9$$

➤ Xét trường hợp $P_k > 0$ (ứng với P2 và P3)

03/05/2019

$$\circ t2 = \min\left(1, \frac{q_2}{p_2}, \frac{q_3}{p_3}\right) = \min\left(1, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}\right) = 1$$



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Liang–Barsky

➤ Ví dụ: cho cửa sổ cắt tỉa hình chữ nhật có: $x_{wmin}=0$; $y_{wmin}=0$; $x_{wmax}=10$; $y_{wmax}=10$. Tìm các hạng mục cắt tỉa cho đoạn thẳng đi qua 2 điểm $P1(-5,3)$; $P2(15,9)$

- $p_1 = -\Delta x = -(15 - -5) = -20$

- $p_2 = \Delta x = 15 - -5 = 20$

- $p_3 = -\Delta y = -(9 - 3) = -6$

- $p_4 = \Delta y = 9 - 3 = 6$

➤ Xét trường hợp $P_k < 0$ (ứng với $P1$ và $P3$)

- $t1 = \max\left(0, \frac{q_1}{p_1}, \frac{q_3}{p_3}\right) = \max\left(0, \frac{-5}{-20}, \frac{3}{-6}\right) = \frac{5}{20} = 1/4$

- $x = x_1 + t_1 \cdot \Delta x = -5 + \frac{1}{4} * 20 = 0$; $y = y_1 + t_1 \cdot \Delta y = 3 + \frac{1}{4} * 6 = 4.5$

➤ Xét trường hợp $P_k > 0$ (ứng với $P2$ và $P4$)

- $t2 = \min\left(1, \frac{q_2}{p_2}, \frac{q_4}{p_4}\right) = \min\left(1, \frac{15}{20}, \frac{7}{6}\right) = \frac{3}{4}$

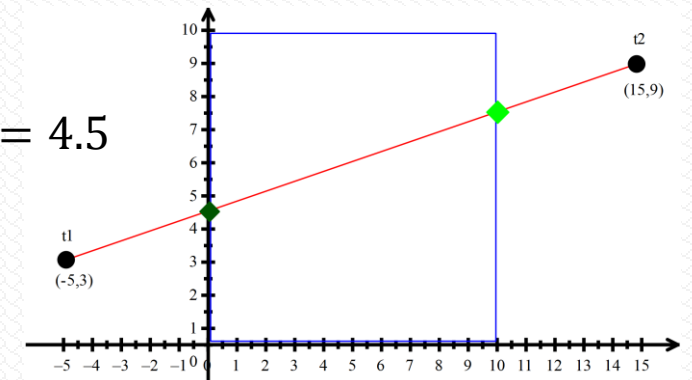
- $x = x_1 + t_2 \cdot \Delta x = -5 + \frac{3}{4} * 20 = 10$; $y = y_1 + t_2 \cdot \Delta y = 3 + \frac{3}{4} * 6 = 7.5$

- $q1 = x_1 - x_{wmin} = -5 - 0 = -5$

- $q2 = x_{wmax} - x_1 = 10 - -5 = 15$

- $q3 = y_1 - y_{wmin} = 3 - 0 = 3$

- $q4 = y_{wmax} - y_1 = 10 - 3 = 7$



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Thuật toán Liang–Barsky

➤ Ví dụ: cho cửa sổ cắt tỉa hình chữ nhật có: $x_{wmin}=0$; $y_{wmin}=0$; $x_{wmax}=10$; $y_{wmax}=10$. Tìm các hạng mục cắt tỉa cho đoạn thẳng đi qua 2 điểm P1(-8,2); P2(2,14)

- $p_1 = -\Delta x = -(2 - -8) = -10$

- $p_2 = \Delta x = 2 - -8 = 10$

- $p_3 = -\Delta y = -(14 - 2) = -12$

- $p_4 = \Delta y = 14 - 2 = 12$

➤ Xét trường hợp $P_k < 0$ (ứng với P1 và P3)

- $t1 = \max\left(0, \frac{q_1}{p_1}, \frac{q_3}{p_3}\right) = \max\left(0, \frac{-8}{-10}, \frac{2}{-12}\right) = \frac{-2}{12} = -\frac{1}{6} < 0$: Không xét

➤ Xét trường hợp $P_k > 0$ (ứng với P2 và P4)

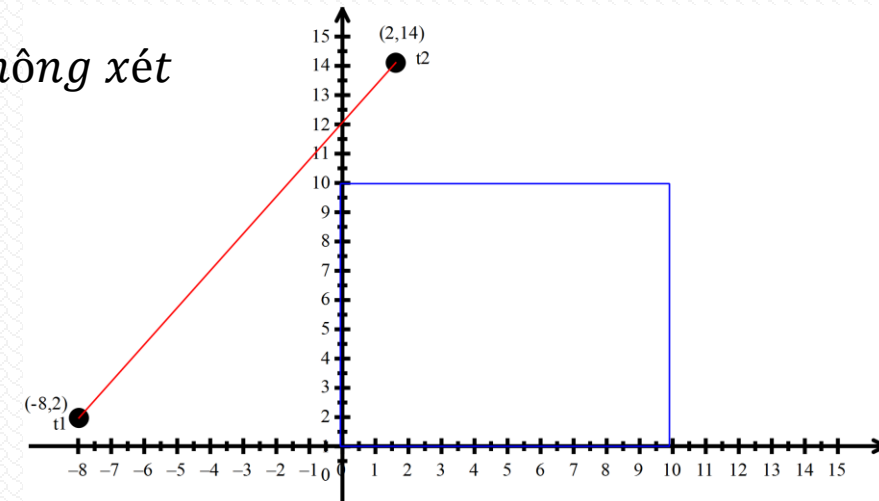
- $t2 = \min\left(1, \frac{q_2}{p_2}, \frac{q_4}{p_4}\right) = \min\left(1, \frac{18}{10}, \frac{12}{8}\right) = 1$: Không xét

- $q1 = x_1 - x_{wmin} = -8 - 0 = -8$

- $q2 = x_{wmax} - x_1 = 10 - -8 = 18$

- $q3 = y_1 - y_{wmin} = 2 - 0 = 2$

- $q4 = y_{wmax} - y_1 = 10 - 2 = 8$



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ *Khái niệm*

- Đa giác lồi: là đa giác có đường thẳng nối bất kỳ 2 điểm bên trong nào của đa giác đều nằm trọn trong đa giác. Đa giác không lồi là đa giác lõm.
- Theo qui ước: một đa giác với các đỉnh P_1, \dots, P_N (các cạnh là $P_{i-1}P_i$ và P_NP_1) được gọi là theo hướng dương nếu các hình theo thứ tự đã cho tạo thành mạch ngược chiều kim đồng hồ.
- Nếu bàn tay dọc theo bất kỳ cạnh $P_{i-1}P_i$ hoặc P_NP_1 cũng chỉ về bên trong đa giác.

➤ Quy tắc khác:

➤ Tính tổng các cạnh của đa giác:

$$(x_2 - x_1)(y_2 + y_1)$$

Nếu kết quả cho số dương thì chiều của đa giác thuận chiều kim đồng hồ và ngược lại.

- $\text{point}[0] = (5,0)$ $\text{edge}[0]: (6-5)(4+0) = 4$
- $\text{point}[1] = (6,4)$ $\text{edge}[1]: (4-6)(5+4) = -18$
- $\text{point}[2] = (4,5)$ $\text{edge}[2]: (1-4)(5+5) = -30$
- $\text{point}[3] = (1,5)$ $\text{edge}[3]: (1-1)(0+5) = 0$
- $\text{point}[4] = (1,0)$ $\text{edge}[4]: (5-1)(0+0) = 0$
- Total: -44 (đa giác có chiều âm)

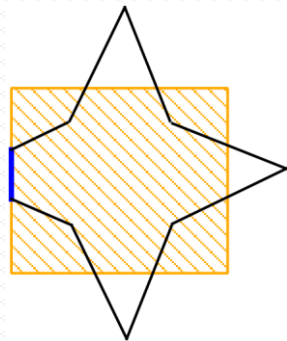
CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

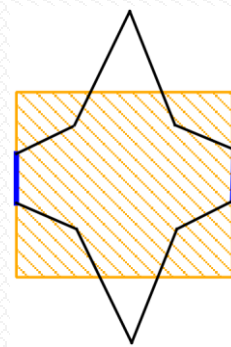
➤ *Giải thuật Hodgman*

- Cho P_1, \dots, P_N là danh sách các đỉnh của đa giác. Cho cửa sổ cắt tỉa ABCD. Thứ tự các trường hợp sẽ được xén như sau:

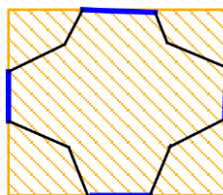
○ Trái (Left)



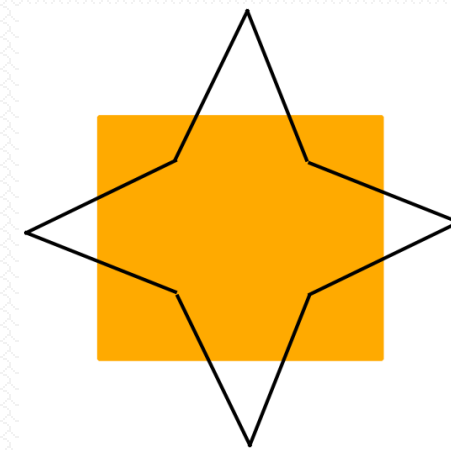
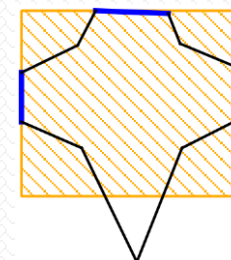
Phải (Right)



○ Dưới (Bottom)



Trên (Top)

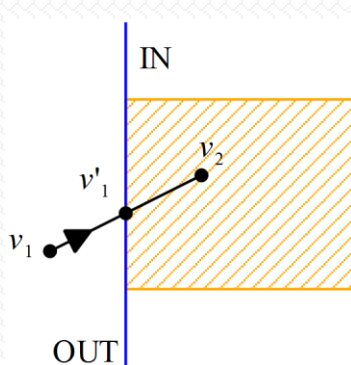


CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

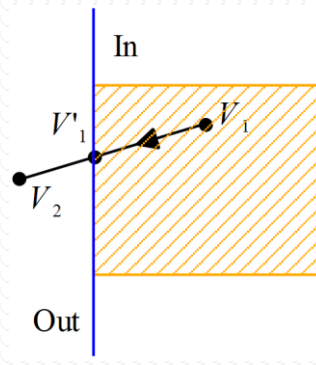
Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ *Giải thuật Hodgman*

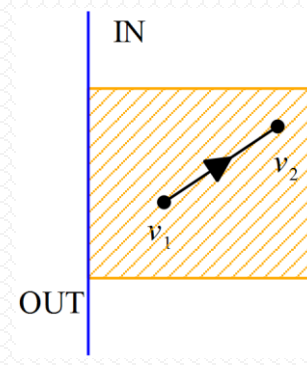
Xét 4 trường hợp:



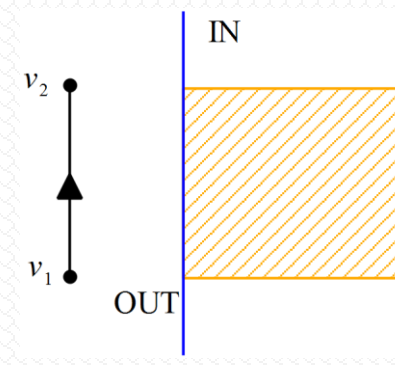
Output (Out-In): v'_1v_2



Output (In-Out): v'_1



Output (In-In): v_2



Output: NULL

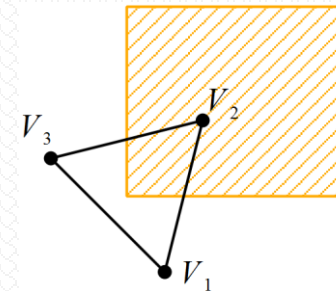
CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ Giải thuật Hodgman

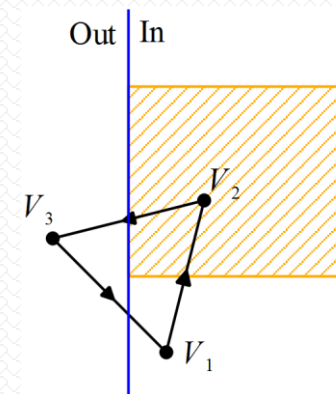
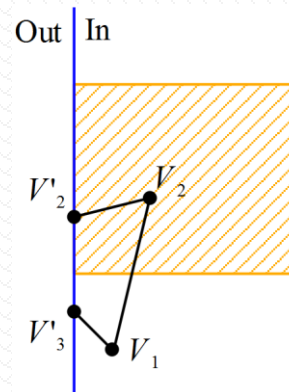
➤ Cho đa giác dương sau và cửa sổ cắt, hãy xác định các đỉnh cắt:

➤ **Bước 0.** Áp dụng quy tắc bàn tay trái cho đa giác dương để xác định chiều của các cạnh



➤ Bước 1. Cắt bên trái

- Xét cạnh V_1-V_2 (In-In): V_2
- Xét cạnh V_2-V_3 (In-Out): V'_2
- Xét cạnh V_3-V_1 (Out-In): $V'_3-V'_3$

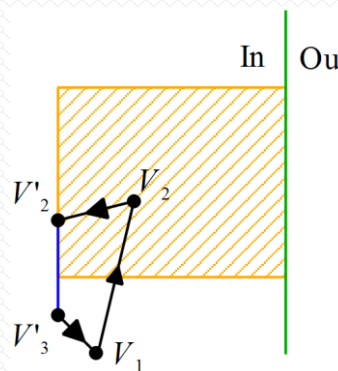


CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ *Giải thuật Hodgman*

➤ Cho đa giác dương sau và cửa sổ cắt, hãy xác định các đỉnh cắt:



➤ *Bước 2. Cắt bên phải*

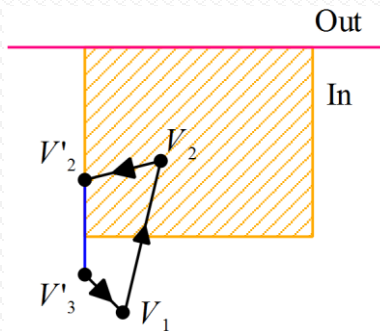
- Xét cạnh V_1-V_2 (In-In): V_2
- Xét cạnh $V_2-V'_2$ (In-In): V'_2
- Xét cạnh $V'_2-V'_3$ (In-In): V'_3
- Xét cạnh V'_3-V_1 (In-In): V_1

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

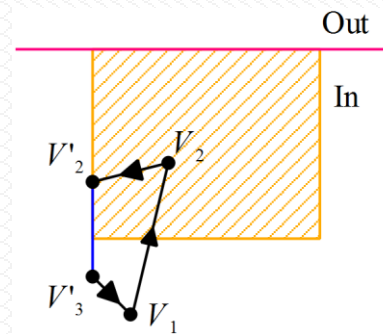
➤ *Giải thuật Hodgman*

➤ Cho đa giác dương sau và cửa sổ cắt, hãy xác định các đỉnh cắt:



➤ *Bước 3. Cắt bên trên*

- Xét cạnh V_1-V_2 (In-In): V_2
- Xét cạnh $V_2-V'_2$ (In-In): V'_2
- Xét cạnh $V'_2-V'_3$ (In-In): V''_3
- Xét cạnh V'_3-V_1 (Out-Out): NULL



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

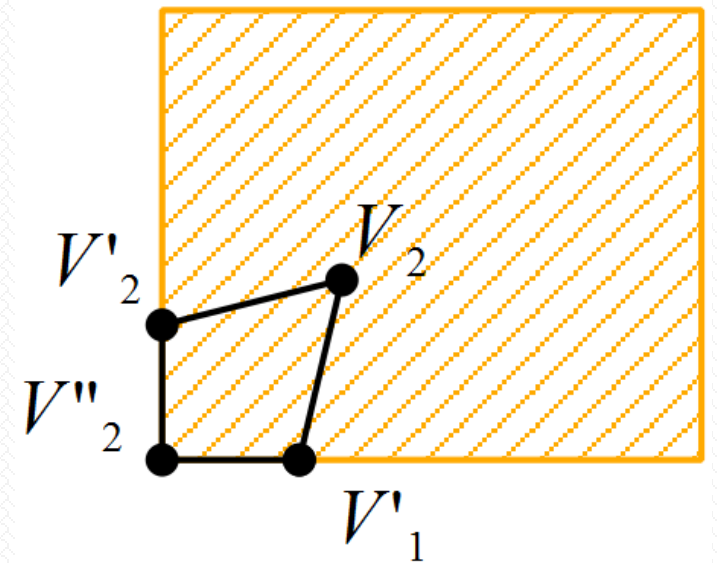
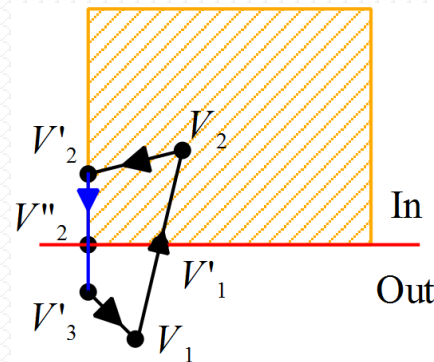
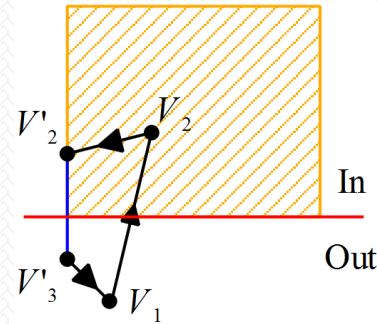
Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ Giải thuật Hodgman

➤ Cho đa giác dương sau và cửa sổ cắt, hãy xác định các đỉnh cắt:

➤ Bước 4. Cắt bên dưới

- Xét cạnh V_1-V_2 (Out-In): V'_1V_2
- Xét cạnh $V_2-V'_2$ (In-In): V'_2
- Xét cạnh $V'_2-V'_3$ (In-Out): V''_2
- Xét cạnh V'_3-V_1 (Out-Out): NULL

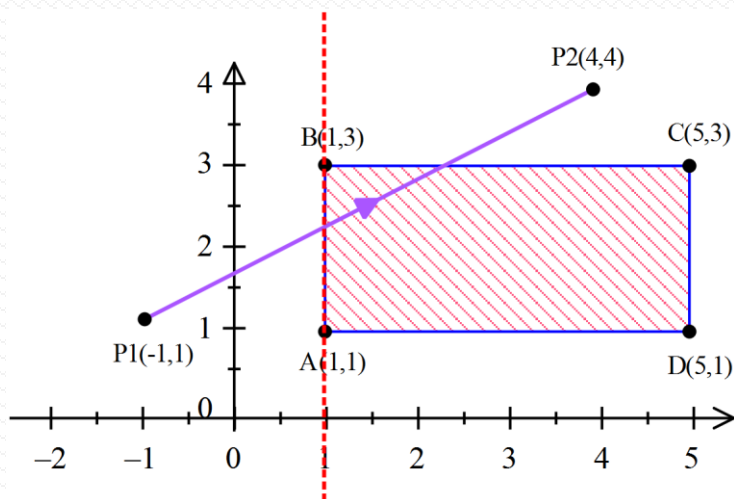


CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ **Minh họa Giải thuật Hodgman**

- Ví dụ 2: hãy sử dụng thuật toán Hodgman để cắt xén đoạn thẳng nối $P_1(-1,2)$ đến $P_2(6,4)$ trên cửa sổ $A(1,1)$, $B(1,3)$, $D(3,5)$ và $E(5,3)$



Theo thuật toán Hodgman ta xén P_1P_2 dựa trên từng cạnh.

❶ AB:

Điểm P_1 nằm bên trái AB

Điểm P_2 nằm bên phải AB

Chiều Out-IN

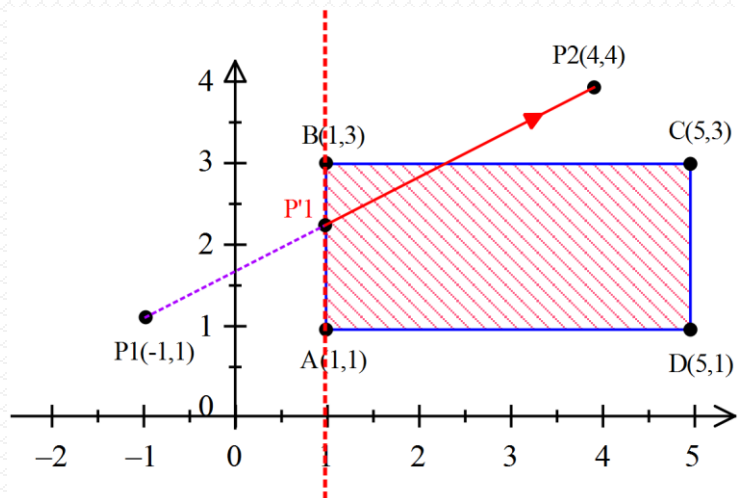
Vậy $P'_1 P_2$ được lưu

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ Minh họa Giải thuật Hodgman

- Ví dụ 2: hãy sử dụng thuật toán Hodgman để cắt xén đoạn thẳng nối P1(-1,2) đến P2(6,4) trên cửa sổ A(1,1), B(1,3), D(3,5) và E(5,3)



Tìm giao điểm P'_1 thuộc đường thẳng P_1P_2

$$m = \frac{4 - 1}{4 + 1} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{cases} x_{P'} = 1 \\ y_{P'} = y_{P_1} + (x_{P'} - x_{P_1})m = 1 + (1 - (-1))\frac{3}{5} = \frac{11}{5} \end{cases}$$

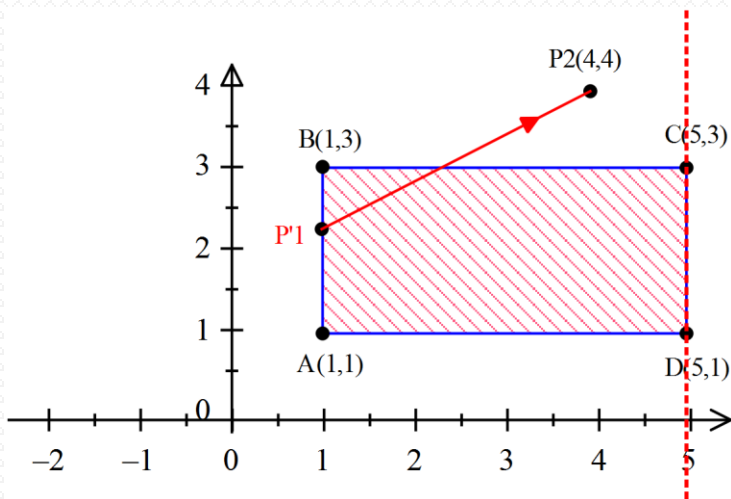
P'1(1;11/5)

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ **Minh họa Giải thuật Hodgman**

- Ví dụ 2: hãy sử dụng thuật toán Hodgman để cắt xén đoạn thẳng nối $P_1(-1,2)$ đến $P_2(6,4)$ trên cửa sổ $A(1,1)$, $B(1,3)$, $D(3,5)$ và $E(5,3)$



Theo thuật toán Hodgman ta xén P'_1P_2 dựa trên cạnh.

② DE:

Điểm P'_1 : nằm bên trái DE

Điểm P_2 : nằm bên trái DE

Chiều In-In

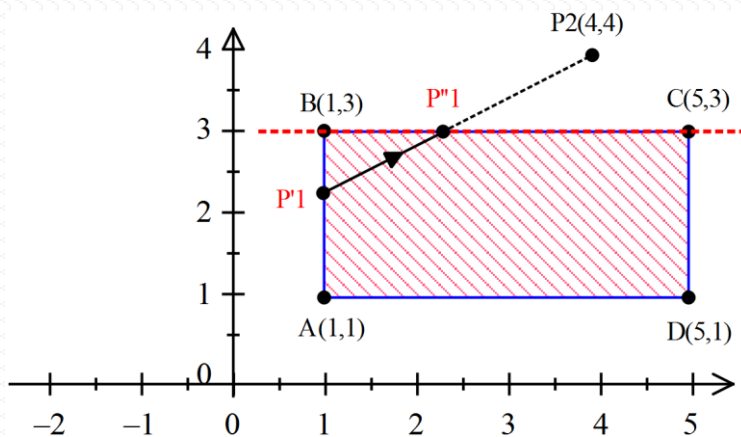
Vậy P_2 được lưu, với $P_2(4,4)$

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ **Minh họa Giải thuật Hodgman**

- Ví dụ 2: hãy sử dụng thuật toán Hodgman để cắt xén đoạn thẳng nối $P1(-1,2)$ đến $P2(6,4)$ trên cửa sổ $A(1,1)$, $B(1,3)$, $D(3,5)$ và $E(5,3)$



Theo thuật toán Hodgman ta xén P'_1P_2 dựa trên cạnh

❶ BD:

Điểm P'_1 : nằm bên trong BD

Điểm P_2 : nằm bên ngoài BD

Chiều In - Out

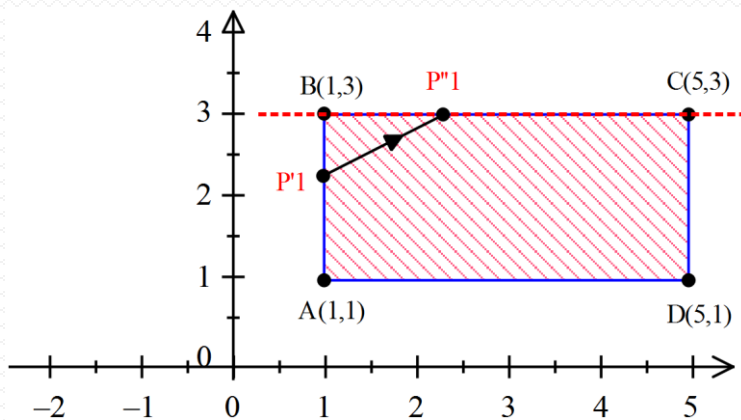
Vậy P''_1 được lưu

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ Minh họa Giải thuật Hodgman

- Ví dụ 2: hãy sử dụng thuật toán Hodgman để cắt xén đoạn thẳng nối P1(-1,2) đến P2(6,4) trên cửa sổ A(1,1), B(1,3), D(3,5) và E(5,3)



Tìm giao điểm P''_1 thuộc đường thẳng P'_1P_2

$$m = \frac{4 - 11/5}{4 - 1} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{cases} y_{P''_1} = 3 \\ x_{P''_1} = x_{P'_1} + (y_{P''_1} - y_{P'_1})/m = 1 + (3 - 11/5) \frac{5}{3} = \frac{7}{3} \end{cases}$$

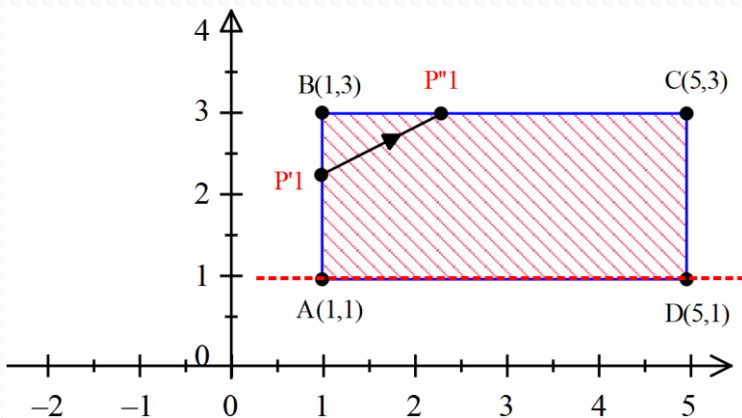
$P''_1(7/3, 3)$

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

➤ **Minh họa Giải thuật Hodgman**

- Ví dụ 2: hãy sử dụng thuật toán Hodgman để cắt xén đoạn thẳng nối $P1(-1,2)$ đến $P2(6,4)$ trên cửa sổ $A(1,1)$, $B(1,3)$, $D(3,5)$ và $E(5,3)$



Theo thuật toán Hodgman ta xén $P'_1P''_1$ dựa trên từng cạnh.

❶ AE:

Điểm P'_1 : nằm bên trong AE

Điểm P''_1 : nằm bên trong AE

Chiều In-In

Vậy $P'_1P''_1$ được lưu

CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Sutherland Hodgman)

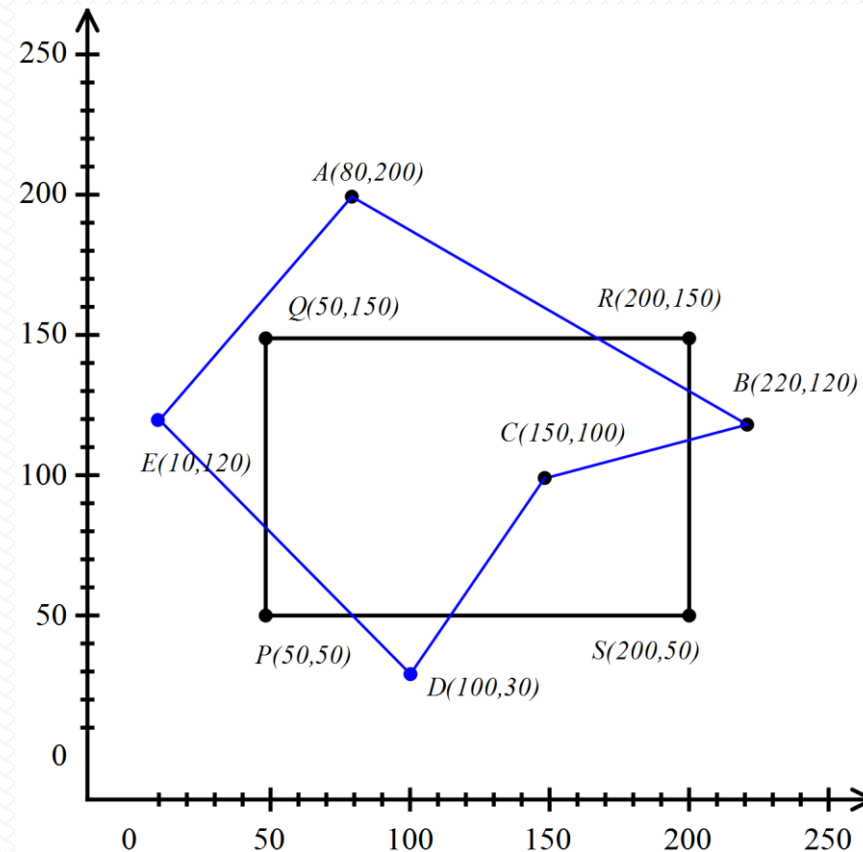
- **Minh họa Giải thuật Hodgman**
- Ví dụ 3: Hãy sử dụng thuật toán Hodgman để cắt xén:

đoạn thẳng nối:

A(80,200), B(220,120), C(150,100),
D(100,30), E(10,120)

trên cửa sổ:

P(200,50), Q(50,150), R(200,150) và
R(50,50)

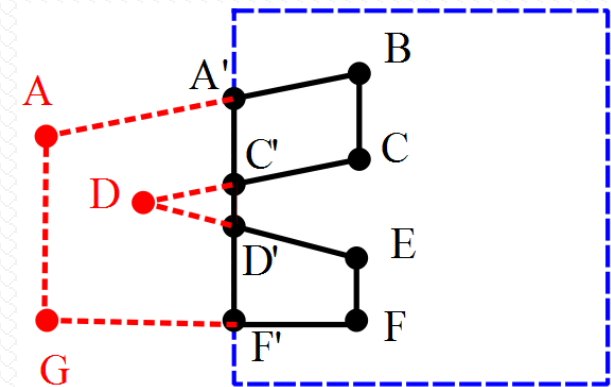
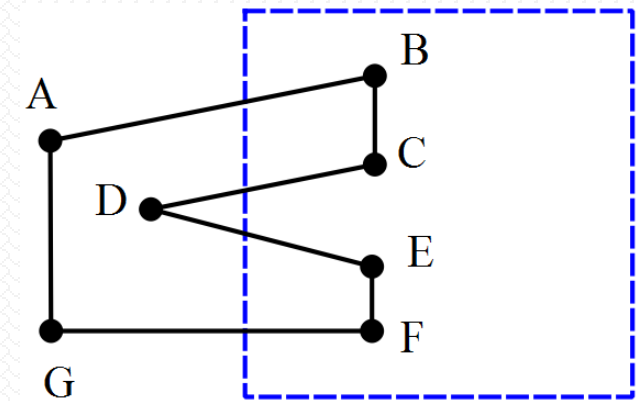


CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Weiler - Atherton)

- Cho danh sách các đỉnh của đa giác và cửa sổ cắt tỉa như hình.
- Sử dụng giải thuật Hodgman ta có:
 - Tập các đỉnh còn lại:
A'B,C,C',D'E,F,F'
 - Tập các cạnh tạo thành từ các đỉnh
(như hình)

Nhận xét: Các cạnh C'D' không nằm trong đa giác ban đầu

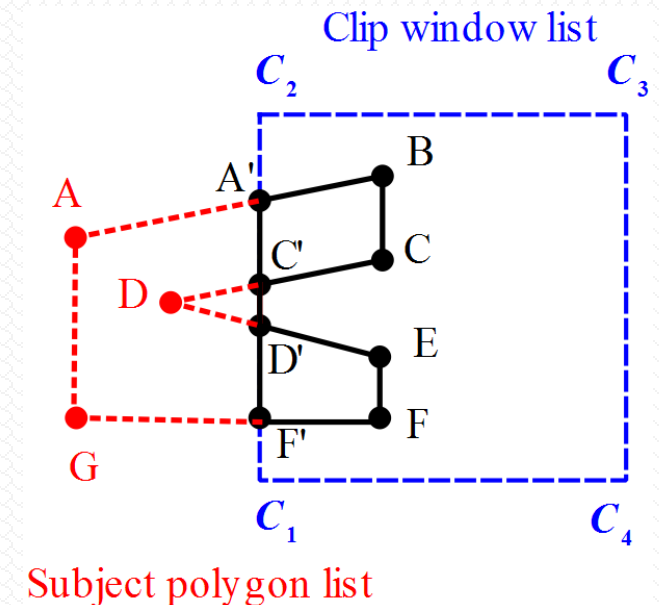
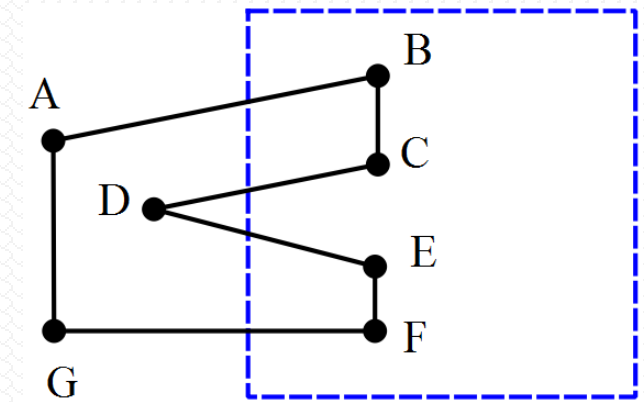


CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Weiler - Atherton)

- Từ đó, tạo ra 2 danh sách: Subject polygon list và Clip window list

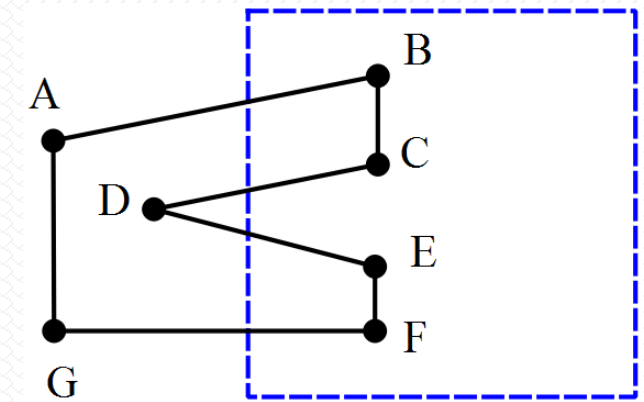
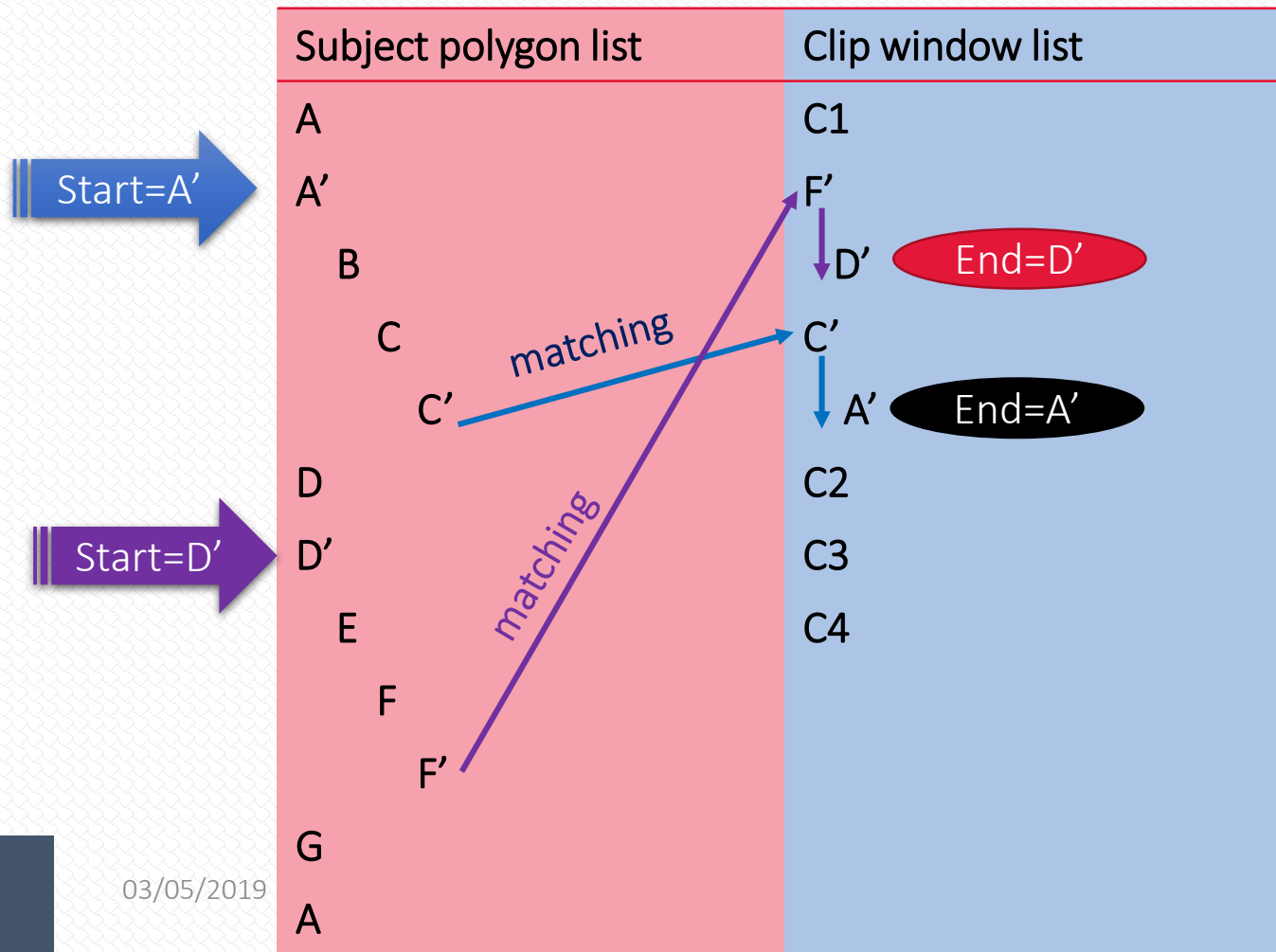
Subject polygon list	Clip window list
A	C1
A'	F'
B	D'
C	C'
C'	A'
D	C2
D'	C3
E	C4
F	
F'	
G	
A	



CÁC GIẢI THUẬT XÉN TỈA (CLIPPING)

Giải thuật xén tỉa đa giác (Weiler - Atherton)

- Điểm xuất phát là điểm nằm trong đa giác sau khi xén



- Tập các cạnh sau khi xén:

$A'BCC'A'$ $D'EFFF'D'$

