

2020 年新疆生产建设兵团中考数学试卷

一、选择题

1. 下列各数中，是负数的是（ ）

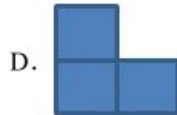
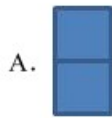
A. -1

B. 0

C. 0.2

D. $\frac{1}{2}$

2. 如图所示，该几何体的俯视图是（ ）



3. 下列计算正确的是（ ）

A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

B. $x^6 \div x^3 = x^3$

C. $x^3 + x^3 = 2x^6$

D. $(-2x)^3 = 6x^3$

4. 实数 a , b 在数轴上的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



A. $a > b$

B. $|a| > |b|$

C. $-a < b$

D. $a+b > 0$

5. 下列一元二次方程中，有两个不相等实数根的是（ ）

A. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

B. $x^2 + 2x + 4 = 0$

C. $x^2 - x + 2 = 0$

D. $x^2 - 2x = 0$

6. 不等式组 $\begin{cases} 2(x-2) \leq 2-x \\ \frac{x+2}{2} > \frac{x+3}{3} \end{cases}$ 的解集是（ ）

A. $0 < x \leq 2$

B. $0 < x \leq 6$

C. $x > 0$

D. $x \leq 2$

7. 在四张背面完全相同的卡片上分别印有正方形、正五边形、正六边形、圆的图案，现将印有图案的一面朝下，混合后从中随机抽取两张，则抽到卡片上印有的图案都是中心对称图形的概率为（ ）

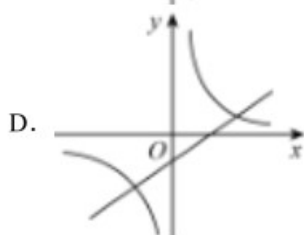
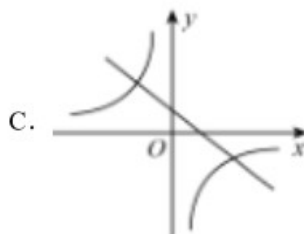
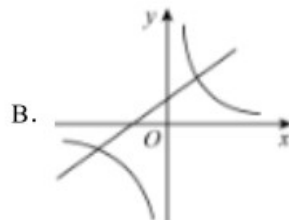
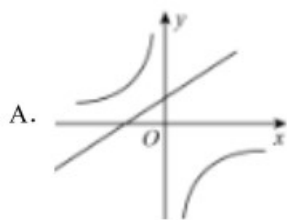
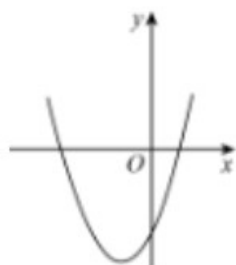
A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

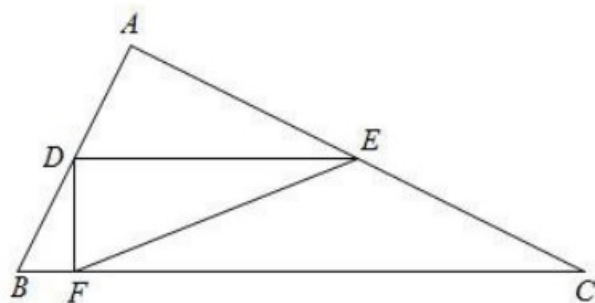
C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{4}$

8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则一次函数 $y = ax + b$ 和反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是（ ）



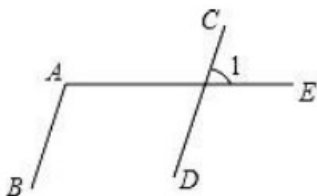
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， D 是 AB 的中点，过点 D 作 BC 的平行线交 AC 于点 E ，作 BC 的垂线交 BC 于点 F ，若 $AB = CE$ ，且 $\triangle DFE$ 的面积为 1，则 BC 的长为（ ）



- A. 10 B. 5 C. $4\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}$

二、填空题

10. 如图, 若 $AB \parallel CD$, $\angle A = 110^\circ$, 则 $\angle 1 = \underline{\quad\quad}^\circ$.



11. 分解因式 $am^2 - an^2 = \underline{\quad\quad}$.

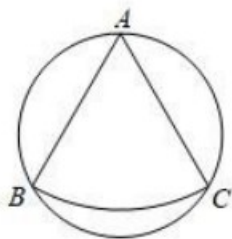
12. 表中记录了某种苹果树苗在一定条件下移植成活的情况:

移植的棵数 n	200	500	800	2000	5000	12000
成活的棵数 m	187	446	730	1790	4510	10836
成活的频率 $\frac{m}{n}$	0.935	0.892	0.913	0.895	0.902	0.903

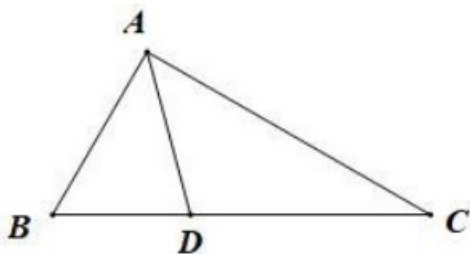
由此估计这种苹果树苗移植成活的概率约为 $\underline{\quad\quad}$ (精确到 0.1)

13. 在 x 轴, y 轴上分别截取 OA , OB , 使 $OA = OB$, 再分别以点 A , B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径画弧, 两弧交于点 P . 若点 P 的坐标为 $(a, 2a-3)$, 则 a 的值为 $\underline{\quad\quad}$.

14. 如图, 圆的半径是 2, 扇形 BAC 的圆心角为 60° , 若将扇形 BAC 剪下, 围成一个圆锥, 则此圆锥的底面圆的半径为 $\underline{\quad\quad}$.



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 2$, 若 D 是 BC 边上的动点, 则 $2AD + DC$ 的最小值为 $\underline{\quad\quad}$.

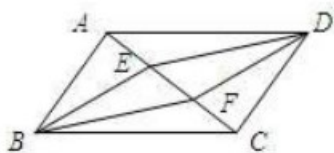


三、解答题

16. 计算: $(-1)^2 + |-\sqrt{2}| + (\pi - 3)^0 - \sqrt{4}$.

17. 先化简, 再求值: $(x-2)^2 - 4x(x-1) + (2x+1)(2x-1)$, 其中 $x = -\sqrt{2}$.

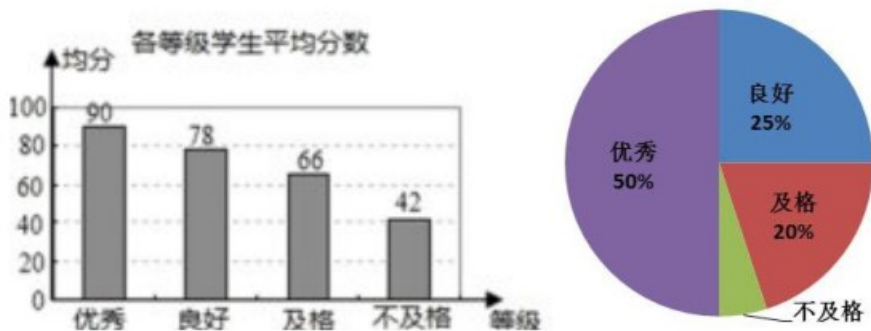
18. 如图, 四边形 ABCD 是平行四边形, $DE \parallel BF$, 且分别交对角线 AC 于点 E, F, 连接 BE, DF.



(1) 求证: $AE = CF$;

(2) 若 $BE = DE$, 求证: 四边形 EBF D 为菱形.

19. 为了解某校九年级学生的体质健康状况, 随机抽取了该校九年级学生的 10% 进行测试, 将这些学生的测试成绩 (x) 分为四个等级: 优秀 $85 \leq x \leq 100$; 良好 $75 \leq x < 85$; 及格 $60 \leq x < 75$; 不及格 $0 \leq x < 60$, 并绘制成以下两幅统计图.



根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 在抽取的学生中不及格人数所占的百分比是_____;

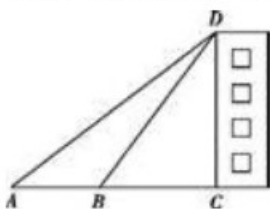
(2) 计算所抽取学生测试成绩的平均分;

(3) 若不及格学生的人数为 2 人, 请估算出该校九年级学生中优秀等级的人数.

20. 如图, 为测量建筑物 CD 的高度, 在点 A 测得建筑物顶部 D 点的仰角是 22° , 再向建筑

物 CD 前进 30 米到达 B 点，测得建筑物顶部 D 点的仰角为 58° (A, B, C 在同一直线上)，求建筑物 CD 的高度。(结果保留整数.参考数据：

$\sin 22^\circ \approx 0.37, \cos 22^\circ \approx 0.93, \tan 22^\circ \approx 0.40, \sin 58^\circ \approx 0.85, \cos 58^\circ \approx 0.53, \tan 58^\circ \approx 1.60$)

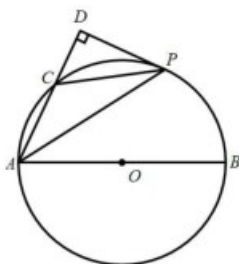


21. 某超市销售 A、B 两款保温杯，已知 B 款保温杯的销售单价比 A 款保温杯多 10 元，用 480 元购买 B 款保温杯的数量与用 360 元购买 A 款保温杯的数量相同。

(1) A、B 两款保温杯的销售单价各是多少元？

(2) 由于需求量大，A、B 两款保温杯很快售完，该超市计划再次购进这两款保温杯共 120 个，且 A 款保温杯的数量不少于 B 款保温杯数量的两倍。若 A 款保温杯的销售单价不变，B 款保温杯的销售单价降低 10%，两款保温杯的进价每个均为 20 元，应如何进货才能使这批保温杯的销售利润最大，最大利润是多少元？

22. 如图，在 $\odot O$ 中，AB 为 $\odot O$ 的直径，C 为 $\odot O$ 上一点，P 是 \widehat{BC} 的中点，过点 P 作 AC 的垂线，交 AC 的延长线于点 D。



(1) 求证：DP 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AC=5$, $\sin \angle APC = \frac{5}{13}$, 求 AP 的长。

23. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点是 A(1, 3)，将 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° 后得到 OB，点 B 恰好在抛物线上，OB 与抛物线的对称轴交于点 C。

1. A

【分析】

根据小于 0 的数为负数，可作出正确的选择.

【详解】

解：A、 $-1 < 0$ ，是负数，故选项正确；

B、0 既不是正数，也不是负数，故选项错误；

C、 $0.2 > 0$ ，是正数，故选项错误；

D、 $\frac{1}{2} > 0$ ，是正数，故选项错误.

故选：A.

【点睛】

本题考查了负数，能够准确理解负数的概念是解题的关键.

2. C

【分析】

根据俯视图是从上边看的到的视图，可得答案.

【详解】

解：从上边可以看到 4 列，每列都是一个小正方形，故 C 符合题意；

故选 C.

【点睛】

本题考查了简单组合体的三视图，从上边看的到的视图是俯视图. 掌握俯视图的含义是解题的关键.

3. B

【分析】

A 选项：底数不变，指数相加；

B 选项：底数不变，指数相减；

C 选项：根据“同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变”进行计算；

D 选项：根据积的乘方（把积中的每一个乘数分别乘方，再把所得的幂相乘）进行计算.

【详解】

A 选项： $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ ，计算错误，不符合题意；

B 选项： $x^6 \div x^3 = x^3$ ，计算正确，符合题意；

C 选项: $x^3+x^3=2x^6$, 计算错误, 不符合题意;

D 选项: $(-2x)^3=-8x^3$, 计算错误, 不符合题意.

故选: B.

【点睛】

考查了同底数幂乘法、积的乘方和合并同类项, 解题关键是熟记其计算法则.

4. B

【分析】

根据比较 a 、 b 在数轴上的位置进行解答即可.

【详解】

解: 如图所示:

A、 $a < b$, 故此选项错误;

B、 $|a| > |b|$, 正确;

C、 $-a > b$, 故此选项错误;

D、 $a+b < 0$, 故此选项错误;

故选: B.

【点睛】

本题主要考查了根据点在数轴上的位置确定式子的正负, 掌握数形结合思想是解答本题的关键.

5. D

【分析】

逐一分析四个选项中方程的根的判别式的符号, 由此即可得出结论.

【详解】

A. 此方程判别式 $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times \frac{1}{4} = 0$, 方程有两个相等的实数根, 不符合题意;

B. 此方程判别式 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 4 = -12 < 0$, 方程没有实数根, 不符合题意;

C. 此方程判别式 $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7 < 0$, 方程没有实数根, 不符合题意;

D. 此方程判别式 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 4 > 0$, 方程有两个不相等的实数根, 符合题意;

故答案为: D.

【点睛】

此题考查了一元二次方程根的判别式，根的判别式的值大于 0，方程有两个不相等的实数根；根的判别式的值等于 0，方程有两个相等的实数根；根的判别式的值小于 0，方程没有实数根。

6. A

【分析】

分别解不等式组中的两个不等式，再取解集的公共部分即可。

【详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2(x-2) \leq 2-x & \text{①} \\ \frac{x+2}{2} > \frac{x+3}{3} & \text{②} \end{cases}$$

由①得： $2x-4 \leq 2-x$

$\therefore 3x \leq 6,$

$\therefore x \leq 2,$

由②得： $3(x+2) > 2(x+3)$

$\therefore x > 0,$

\therefore 不等式组的解集是 $0 < x \leq 2.$

故选 A.

【点睛】

本题考查的是解不等式组，掌握解不等式组的方法是解题的关键。

7. C

【分析】

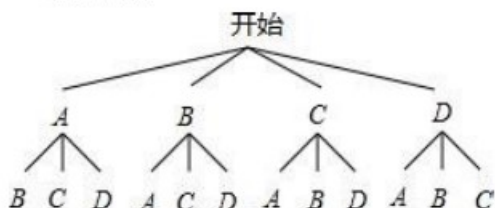
首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与抽到卡片上印有的图案都是中心对称图形的情况，再利用概率公式求解即可求得答案。

【详解】

解：分别用 A、B、C、D 表示正方形、正五边形、正六边形、圆，

其中正方形、正六边形、圆是中心对称图形，

画树状图得：



∵共有 12 种等可能的结果，抽到卡片上印有的图案都是中心对称图形的有 6 种情况，

∴抽到卡片上印有的图案都是轴对称图形的概率为： $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ．

故选：C．

【点睛】

本题考查的是中心对称图形的概念，用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．注意概率=所求情况数与总情况数之比．

8. A

【分析】

根据二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象开口向上，得出 $a > 0$ ，与 y 轴交点在 y 轴的负半轴，得出 $c < 0$ ，利用对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ，得出 $b > 0$ ，进而对照四个选项中的图象即可得出结论．

【详解】

因为二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象开口向上，得出 $a > 0$ ，与 y 轴交点在 y 轴的负半轴，得出 $c < 0$ ，利用对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ，得出 $b > 0$ ，

所以一次函数 $y = ax + b$ 经过一、二、三象限，反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 位于二、四象限，

故选：A．

【点睛】

本题考查了反比例函数的图象、一次函数的图象以及二次函数的图象，根据二次函数图象，得出 $a > 0$ 、 $b > 0$ 、 $c < 0$ 是解题的关键．

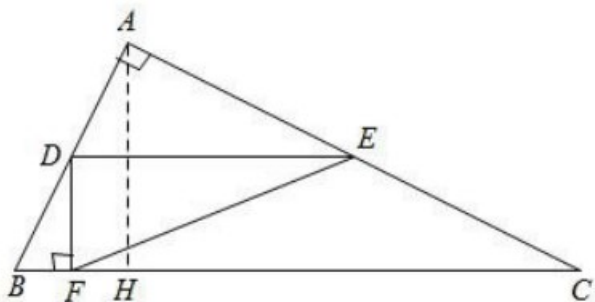
9. D

【分析】

过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H ，先证明 DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线， DF 为 $\triangle ABH$ 的中位线，可得到 $BC = 2DE$ ， $AH = 2DF$ ，从而得到 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2} \times 2DE \cdot 2DF = 4$ ，进而得到 $AB \cdot AC = 8$ ，再由 $AB = CE$ ，可得 $AB = 2$ ，再由勾股定理，即可求解．

【详解】

解：如图，过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H ，



$\because D$ 是 AB 的中点,

$$\therefore AD=BD,$$

$\because DE \parallel BC,$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{AD}{BD}, \text{ 即 } AE=CE,$$

$\therefore DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore BC=2DE,$$

$\because DF \perp BC,$

$\therefore DF \parallel AH, DF \perp DE,$

$$\therefore \frac{BF}{FH} = \frac{BD}{AD},$$

$$\therefore BF=HF,$$

$\therefore DF$ 为 $\triangle ABH$ 的中位线,

$$\therefore AH=2DF,$$

$\because \triangle DFE$ 的面积为 1,

$$\therefore \frac{1}{2} DE \cdot DF = 1,$$

$$\therefore DE \times DF = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} \times 2DE \cdot 2DF = 4,$$

$\because \angle A = 90^\circ,$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 4$$

$$\therefore AB \cdot AC = 8,$$

$\because AB=CE,$

$$\therefore AC=2AB,$$

$\therefore 2AB \cdot AB = 8$, 解得: $AB=2$ 或 -2 (舍去),

$$\therefore AC=4,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2\sqrt{5}.$$

故选：D

【点睛】

本题考查了三角形中位线定理，三角形的面积的计算，勾股定理，平行线的判定和性质，正确的识别图形是解题的关键.

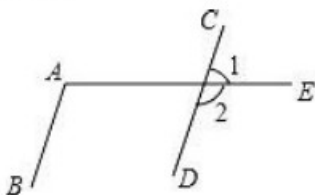
10. 70

【分析】

先根据平行线的性质求出 $\angle 2 = \angle A = 110^\circ$ ，再由平角的定义求出 $\angle 1$ 的度数即可.

【详解】

如图，



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle A = 110^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$

故答案为：70.

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质，掌握并熟练运用“两直线平行，同位角相等”是解答此题的关键.

$$11. a(m+n)(m-n)$$

【分析】

原式提取 a ，再利用平方差公式分解即可.

【详解】

$$\text{原式} = a(m^2 - n^2) = a(m+n)(m-n),$$

$$\text{故答案为 } a(m+n)(m-n)$$

【点睛】

此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键．因式分解常用的方法有：①提公因式法；②公式法；③十字相乘法；④分组分解法．因式分解必须分解到每个因式都不能再分解为止．

12. 0.9

【分析】

根据概率是大量重复实验的情况下，频率的稳定值可以作为概率的估计值，即次数越多的频率越接近于概率进行分析即可．

【详解】

解：概率是大量重复实验的情况下，频率的稳定值可以作为概率的估计值，即次数越多的频率越接近于概率，

∴这种苹果树苗移植成活率的概率约为 0.9.

故答案为：0.9.

【点睛】

本题主要考查利用频率估计概率，大量反复试验下频率的稳定值即概率．

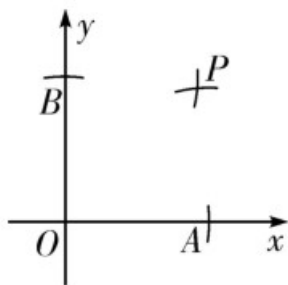
13. 3

【分析】

利用角平分线的性质即可求解．

【详解】

解：如图：



由作法可知点 P 在 $\angle BOA$ 的平分线上，故横坐标与纵坐标相等，

∵点 P 的坐标为 $(a, 2a-3)$ ，

∴ $a = 2a - 3$ ，

∴ $a = 3$ ．

故答案为：3.

【点睛】

本题考查了尺规作图：作一个角的平分线，角平分线的性质，明确题中的作图方法及角平分线的性质是解题的关键。

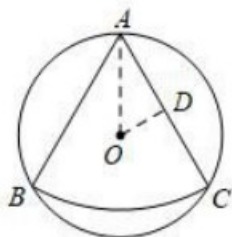
14. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【分析】

由题意根据圆的半径为 2，那么过圆心向 AC 引垂线，利用相应的三角函数可得 AC 的一半的长度，进而求得 AC 的长度，利用弧长公式可求得弧 BC 的长度，圆锥的底面圆的半径=圆锥的弧长 $\div 2\pi$ 进行计算即可求解。

【详解】

解：作 $OD \perp AC$ 于点 D，连接 OA，



$$\therefore \angle OAD = 30^\circ, AC = 2AD,$$

$$\therefore AC = 2OA \times \cos 30^\circ = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \widehat{BC} = \frac{60\pi \times 2\sqrt{3}}{180} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi,$$

$$\therefore \text{圆锥的底面圆的半径} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi \div (2\pi) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】

本题考查圆锥的计算；注意掌握圆锥的侧面展开图弧长等于圆锥的底面周长；解题的关键是得到扇形的半径。

15. 6

【分析】

取 AC 的中点 F，过 F 作 $FG \perp BC$ 于 G，延长 FG 至 E，使 $EG = FG$ ，连接 AE 交 BC 于 D，则 $FD + AD = AD + DE = AE$ ，此时 $AD + FD$ 最短，证明此时 D 为 BC 的中点，证明 $CD = 2DF$ ，从而可得答案。

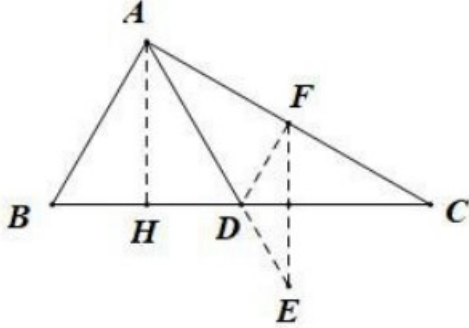
【详解】

解：如图， $\because \angle BAC = 90^\circ, \angle B = 60^\circ, AB = 2$,

$$\therefore \angle C = 30^\circ, BC = 4, AC = 2\sqrt{3},$$

取 AC 的中点 F，过 F 作 $FG \perp BC$ 于 G，延长 FG 至 E，使 $EG = FG$ ，连接 AE 交 BC 于 D，

则 $FD + AD = AD + DE = AE$ ，此时 $AD + FD$ 最短，



$$\because \angle C = 30^\circ, CF = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3},$$

$$\therefore FG = EG = \frac{\sqrt{3}}{2}, CG = \frac{3}{2},$$

过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H，则由 $\frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2}BC \cdot AH$,

$$\therefore AH = \sqrt{3},$$

$$\therefore BH = 1, HG = 4 - 1 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\because AH \perp BC, FG \perp BC,$$

$$\therefore AH \parallel FG$$

$$\therefore \triangle EDG \sim \triangle ADH,$$

$$\therefore \frac{EG}{AH} = \frac{DG}{DH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore DG = \frac{1}{2}, DH = 1,$$

$$\therefore BD = 2,$$

$\therefore D$ 为 BC 的中点，

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC = 2, FD = \frac{1}{2}AB = 1 = DE,$$

$$\therefore AD + FD = 3,$$

$$\therefore 2DF = DC,$$

$$\therefore 2AD + CD = 2AD + 2DF = 2(AD + DF) = 6,$$

即 $2AD + CD$ 的最小值为 6.

故答案为：6.

【点睛】

本题考查的是利用轴对称求最小值问题，考查了锐角三角函数，三角形的相似的判定与性质，直角三角形的性质，勾股定理的应用，掌握以上知识是解题的关键.

16. $\sqrt{2}$

【分析】

按照绝对值的性质、乘方、零指数幂、二次根式的运算法则计算.

【详解】

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= 1 + \sqrt{2} + 1 - 2 \\ &= \sqrt{2}.\end{aligned}$$

【点睛】

本题考查绝对值的性质、乘方、零指数幂、二次根式的运算法则，比较基础.

17. $x^2 + 3$, 5.

【分析】

先利用整式的乘除与加减运算化简代数式，再代入求值即可.

【详解】

$$\begin{aligned}\text{解：} & (x-2)^2 - 4x(x-1) + (2x+1)(2x-1) \\ &= x^2 - 4x + 4 - 4x^2 + 4x + 4x^2 - 1 \\ &= x^2 + 3.\end{aligned}$$

$$\text{当 } x = -\sqrt{2}, \text{ 上式} = (-\sqrt{2})^2 + 3 = 5.$$

【点睛】

本题考查的是整式的化简求值，二次根式的乘方运算，掌握整式加减乘除运算是解题的关键.

18. (1) 见解析；(2) 见解析.

【分析】

(1) 结合题目条件，通过证明 $\triangle BCF \cong \triangle DAE$ 来证明 $AE=CF$ 即可；

(2) 由 $\triangle BCF \cong \triangle DAE$ ，得到 $BF=DE$ ，而 $DE \parallel BF$ ，得到四边形 $BFDE$ 为平行四边形，结合 $BE=DE$ ，即可得证.

【详解】

(1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

$\therefore AD \parallel BC, AD=BC$

$\therefore \angle BCF = \angle DAE;$

又 $\because DE \parallel BF$

$\therefore \angle BFE = \angle DEF;$

$\therefore \angle BFC = \angle DEA;$

在 $\triangle BCF$ 和 $\triangle DAE$ 中:

$$\begin{cases} \angle BFC = \angle DEA \\ \angle BCF = \angle DAE \\ BC = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCF \cong \triangle DAE$ (AAS)

$\therefore CF = AE$

(2) 由 (1) 得 $\triangle BCF \cong \triangle DAE;$

$\therefore BF = DE;$

又 $\because BF \parallel DE;$

\therefore 四边形 $BFDE$ 为平行四边形;

又 $\because BE = DE;$

\therefore 平行四边形 $BFDE$ 为菱形

【点睛】

本题主要考察了全等三角形的判定和性质，平行四边形的性质和判定以及菱形的判定，解题的关键是熟练掌握并运用相关的判定和性质进行推理证明.

19. (1) 5%; (2) 所抽取学生测试成绩的平均分 79.8 (分); (3) 估算出该校九年级学生中优秀等级的人数为 200 人.

【分析】

(1) 用 100% 减去优秀，良好，和及格部分对应的百分比;

(2) 利用加权平均数的方法计算即可;

(3) 先算出抽取的总人数，再算出抽取人数中优秀的人数，再除以 10% 可得结果.

【详解】

解: (1) 由题意可得:

$$100\% - 50\% - 20\% - 25\% = 5\%,$$

\therefore 在抽取的学生中不及格人数所占的百分比是 5%;

(2) 由题意可得:

$$90 \times 50\% + 78 \times 25\% + 66 \times 20\% + 42 \times 5\% = 79.8 \text{ (分)},$$

\therefore 所抽取学生测试成绩的平均分为 79.8 分;

(3) \because 不及格学生的人数为 2 人,

$$\therefore 2 \div 5\% \times 50\% \div 10\% = 200 \text{ (人)},$$

\therefore 该校九年级学生中优秀等级的人数为 200 人.

【点睛】

本题考查了条形统计图和扇形统计图, 加权平均数, 样本估计总体, 解题的关键是从图表中获取信息, 正确进行计算.

20. CD 的高度是 16 米.

【分析】

设建筑物 CD 的高度为 x m, 在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, 由于 $\angle CBD = 58^\circ$, 用含 x 的代数式表示 BC, 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 利用 22° 的锐角三角函数求出 x , 即可得到答案.

【详解】

解: 设建筑物 CD 的高度为 x m;

$$\text{由 } \tan 58^\circ = \frac{DC}{BC},$$

$$\therefore BC = \frac{x}{1.60},$$

$$\text{由 } \tan 22^\circ = \frac{DC}{AC},$$

$$\therefore DC = 0.40 AC,$$

$$\therefore x = 0.40(30 + \frac{x}{1.60})$$

解得: $x = 16$.

答: CD 的高度是 16 米.

【点睛】

本题考查的是解直角三角形的应用, 掌握锐角三角函数的含义及应用是解题的关键.

21. (1) A 款保温杯的销售单价是 30 元, B 款保温杯的销售单价是 40 元

(2) 进货方式为购进 B 款保温杯数量为 40 个, A 款保温杯数量为 80 个, 最大利润是 1440 元

【分析】

(1) 设 A 款保温杯的销售单价是 x 元, B 款保温杯的销售单价是 $(x+10)$ 元, 根据用 480 元购买 B 款保温杯的数量与用 360 元购买 A 款保温杯的数量相同列分式方程解答即可;

(2) 设购进 B 款保温杯数量为 y 个, 则 A 款保温杯数量为 $(120-y)$ 个, 根据题意求出 $0 < y \leq 40$, 设总销售利润为 W 元, 列出一元一次函数, 根据一次函数的性质求解即可.

(1)

解: 设 A 款保温杯的销售单价是 x 元, B 款保温杯的销售单价是 $(x+10)$ 元,

$$\frac{480}{x+10} = \frac{360}{x},$$

解答 $x=30$,

经检验, $x=30$ 是原方程的解,

$$\therefore x+10=40,$$

答: A 款保温杯的销售单价是 30 元, B 款保温杯的销售单价是 40 元;

(2)

B 款保温杯销售单价为 $40 \times (1-10\%) = 36$ 元,

设购进 B 款保温杯数量为 y 个, 则 A 款保温杯数量为 $(120-y)$ 个,

$$120-y \geq 2y,$$

解得 $y \leq 40$,

$$\therefore 0 < y \leq 40,$$

设总销售利润为 W 元,

$$W = (30-20)(120-y) + (36-20)y = 6y + 1200,$$

$\therefore W$ 随 y 的增大而增大,

\therefore 当 $y=40$ 时, 利润 W 最大, 最大为 $6 \times 40 + 1200 = 1440$ 元,

进货方式为购进 B 款保温杯数量为 40 个, A 款保温杯数量为 80 个, 最大利润是 1440 元.

【点睛】

此题考查了分式方程的实际应用, 一次函数的实际应用, 正确理解题意是解题的关键.

22. (1) 见解析; (2) $AP = 3\sqrt{13}$.

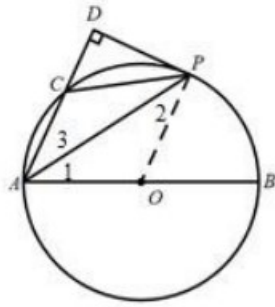
【分析】

(1) 根据题意连接 OP , 直接利用切线的定理进行分析证明即可;

(2) 根据题意连接 BC , 交于 OP 于点 G , 利用三角函数和勾股定理以及矩形的性质进行综合分析计算即可.

【详解】

解：（1）证明：连接 OP ；



$$\because OP=OA;$$

$$\therefore \angle 1=\angle 2;$$

又 $\because P$ 为 \widehat{BC} 的中点;

$$\therefore \widehat{PC}=\widehat{PB}$$

$$\therefore \angle 1=\angle 3;$$

$$\therefore \angle 3=\angle 2;$$

$$\therefore OP \parallel DA;$$

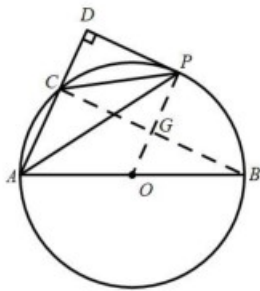
$$\because \angle D=90^{\circ};$$

$$\therefore \angle OPD=90^{\circ};$$

又 $\because OP$ 为 $\odot O$ 半径;

$\therefore DP$ 为 $\odot O$ 的切线;

（2）连接 BC ，交于 OP 于点 G ；



$\because AB$ 是圆 O 的直径;

$\therefore \angle ACB$ 为直角;

$$\because \sin \angle APC = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{5}{13}$$

AC=5, 则 AB=13, 半径为 $\frac{13}{2}$

由勾股定理的 $BC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$, 那么 $CG=6$

又 \because 四边形 DCGP 为矩形;

$$\therefore GP=DC=6.5-2.5=4$$

$$\therefore AD=5+4=9;$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADP \text{ 中, } AP = \sqrt{AD^2 + DP^2} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}.$$

【点睛】

本题考查圆的综合问题, 熟练掌握圆的切线定理和勾股定理以及三角函数和矩形的性质是解题的关键.

$$23. (1) y = -x^2 + 2x + 2; (2) \textcircled{1} \frac{4}{3} < m < 3; \textcircled{2} \text{存在, 满足 } m \text{ 的值为 } 6 - \sqrt{19} \text{ 或 } \frac{6 - \sqrt{39}}{3}.$$

【分析】

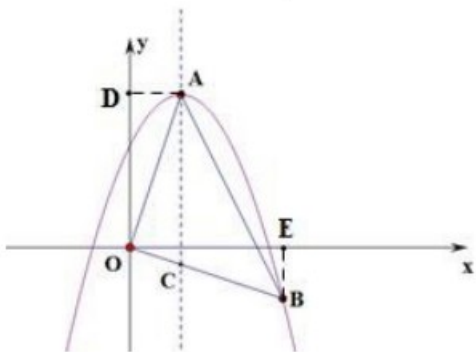
(1) 作 $AD \perp y$ 轴于点 D, 作 $BE \perp x$ 轴于点 E, 然后证明 $\triangle AOD \cong \triangle BOE$, 则 $AD=BE$, $OD=OE$, 即可得到点 B 的坐标, 然后利用待定系数法, 即可求出解析式;

(2) $\textcircled{1}$ 由点 P 为线段 AC 上的动点, 则讨论动点的位置是解题的突破口, 有点 P 与点 A 重合时; 点 P 与点 C 重合时, 两种情况进行分析计算, 即可得到答案;

$\textcircled{2}$ 根据题意, 可分为两种情况进行分析: 当点 M 在线段 OA 上, 点 N 在 AB 上时; 当点 M 在线段 OB 上, 点 N 在 AB 上时; 先求出直线 OA 和直线 AB 的解析式, 然后利用 m 的式子表示出两个三角形的面积, 根据等量关系列出方程, 解方程即可求出 m 的值.

【详解】

解: (1) 如图: 作 $AD \perp y$ 轴于点 D, 作 $BE \perp x$ 轴于点 E,



$$\therefore \angle ADO = \angle BEO = 90^\circ,$$

∵将 OA 绕点 O 逆时针旋转 90° 后得到 OB,

∴OA=OB, $\angle AOB=90^\circ$,

∴ $\angle AOD+\angle AOE=\angle BOE+\angle AOE=90^\circ$,

∴ $\angle AOD=\angle BOE$,

∴ $\triangle AOD\cong\triangle BOE$,

∴AD=BE, OD=OE,

∵顶点 A 为 (1, 3),

∴AD=BE=1, OD=OE=3,

∴点 B 的坐标为 (3, -1),

设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+3$,

把点 B 代入, 得

$$a(3-1)^2+3=-1,$$

$$\therefore a=-1,$$

∴抛物线的解析式为 $y=-(x-1)^2+3$,

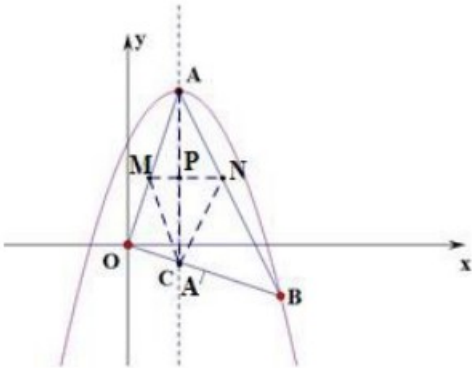
即 $y=-x^2+2x+2$;

(2) ①∵P 是线段 AC 上一动点,

$$\therefore m<3,$$

∵当 $\triangle A'MN$ 在 $\triangle OAB$ 内部时,

当点 A' 恰好与点 C 重合时, 如图:



∵点 B 为 (3, -1),

∴直线 OB 的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x$,

$$\text{令 } x=1, \text{ 则 } y=-\frac{1}{3},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (1, -\frac{1}{3}),$$

$$\therefore AC=3-(-\frac{1}{3})=\frac{10}{3},$$

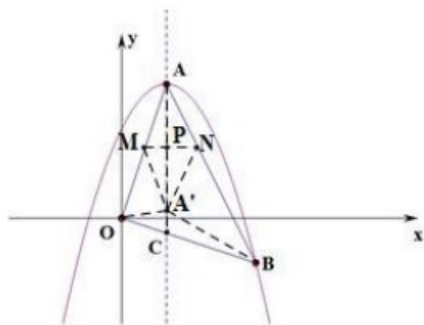
$\because P$ 为 AC 的中点,

$$\therefore AP=\frac{1}{2} \times \frac{10}{3}=\frac{5}{3},$$

$$\therefore m=3-\frac{5}{3}=\frac{4}{3},$$

$$\therefore m \text{ 的取值范围是 } \frac{4}{3} < m < 3;$$

②当点 M 在线段 OA 上, 点 N 在 AB 上时, 如图:



\because 点 P 在线段 AC 上, 则点 P 为 $(1, m)$,

\because 点 A' 与点 A 关于 MN 对称, 则点 A' 的坐标为 $(1, 2m-3)$,

$$\therefore A'P=3-m, \quad A'C=(2m-3)+\frac{1}{3}=2m-\frac{8}{3},$$

设直接 OA 为 $y=ax$, 直线 AB 为 $y=kx+b$,

分别把点 A , 点 B 代入计算, 得

直接 OA 为 $y=3x$; 直线 AB 为 $y=-2x+5$,

令 $y=m$,

则点 M 的横坐标为 $\frac{m}{3}$, 点 N 的横坐标为 $\frac{m-5}{-2}$,

$$\therefore MN=\frac{m-5}{-2}-\frac{m}{3}=\frac{5}{2}-\frac{5}{6}m;$$

$$\therefore S_{\triangle A'MN}=\frac{1}{2}MN \cdot A'P=\frac{1}{2} \cdot (\frac{5}{2}-\frac{5}{6}m) \cdot (3-m)=\frac{5}{12}m^2-\frac{5}{2}m+\frac{15}{4};$$

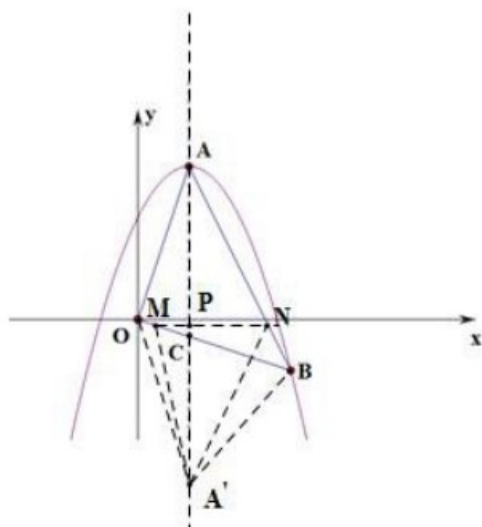
$$S_{\triangle OA'B}=\frac{1}{2} \cdot A'C \cdot 3=\frac{3}{2} \cdot (2m-\frac{8}{3})=3m-4;$$

$$\text{又} \because S_{\Delta A'MN} = \frac{5}{6} S_{\Delta OA'B},$$

$$\therefore \frac{5}{12} m^2 - \frac{5}{2} m + \frac{15}{4} = \frac{5}{6} \times (3m - 4),$$

解得: $m = 6 - \sqrt{19}$ 或 $m = 6 + \sqrt{19}$ (舍去);

当点 M 在边 OB 上, 点 N 在边 AB 上时, 如图:



把 $y = m$ 代入 $y = -\frac{1}{3}x$, 则 $x = -3m$,

$$\therefore MN = \frac{m-5}{-2} + 3m = \frac{5}{2}m + \frac{5}{2}, \quad A'C = -\frac{1}{3} - (2m-3) = \frac{8}{3} - 2m,$$

$$\therefore S_{\Delta A'MN} = \frac{1}{2} MN \cdot A'P = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{2}m + \frac{5}{2}\right) \cdot (3-m) = -\frac{5}{4}m^2 + \frac{5}{2}m + \frac{15}{4},$$

$$S_{\Delta OA'B} = \frac{1}{2} \cdot A'C \cdot 3 = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{8}{3} - 2m\right) = 4 - 3m,$$

$$\therefore S_{\Delta A'MN} = \frac{5}{6} S_{\Delta OA'B},$$

$$\therefore -\frac{5}{4}m^2 + \frac{5}{2}m + \frac{15}{4} = \frac{5}{6} \times (4 - 3m),$$

解得: $m = \frac{6 - \sqrt{39}}{3}$ 或 $m = \frac{6 + \sqrt{39}}{3}$ (舍去);

综合上述, m 的值为: $m = 6 - \sqrt{19}$ 或 $m = \frac{6 - \sqrt{39}}{3}$.

【点睛】

本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、图形的旋转、解一元二次方程、全等三角形的判定和性质、三角形的面积公式等, 解题的关键是熟练掌握所学的性质, 正确得到点 P 的位置. 注意运用数形结合思想和分类讨论的思想进行解题.