### (19) 中华人民共和国国家知识产权局





# (12) 发明专利申请

(10)申请公布号 CN 103331756 A (43)申请公布日 2013.10.02

- (21)申请号 201310220063.3
- (22)申请日 2013.06.04
- (71) 申请人 浙江工业大学 地址 310014 浙江省杭州市下城区朝晖六区 潮王路 18 号
- (72) 发明人 董辉 黄文嘉 黄胜 邢科新 李林鑫 高阳 吴祥
- (74) 专利代理机构 杭州斯可睿专利事务所有限 公司 33241

代理人 王利强

(51) Int. CI.

B25J 13/00 (2006.01)

权利要求书3页 说明书5页 附图1页

#### (54) 发明名称

一种机械臂运动控制方法

#### (57) 摘要

一种机械臂运动控制方法,包括以下步骤:
(1)建立完整对应的 n 个连杆的变换转移矩阵,计算出各连杆的线速度和角速度;(2) 计算连杆质心得出惯性张量,计算出机械臂的总动能和总势能,对总动能与总势能之差关于机械臂广义坐标q求取偏导,得到驱动力矢量 τ 与**q**,**q**的关系,并建立数学模型;(3)对应每一时刻的点,使用变增益迭代控制算法迭代计算设定次数,获取每个时间点与期望位姿 q<sub>a</sub>的误差,并与当前位姿 q(0)相减获得初始误差**è**<sub>1</sub>(0),以驱动力矢量 τ 为系统输入,然后由变增益迭代控制算法迭代计算设定次数,获得每一时刻点所需要给出的驱动力矢量 τ 为多少来控制机械臂走到期望位姿。本发明控制精度较高、灵活性良好、适用于非线性和时变场合。



CN 103331756 A

- 1. 一种机械臂运动控制方法,其特征在于:所述方法包括以下步骤:
- (1)根据机械臂实际参数,建立完整对应的 n 个连杆的变换转移矩阵并由此进一步计算出各连杆的线速度和角速度;
- (2) 计算连杆质心,得出惯性张量,并由此计算出机械臂的总动能和总势能,对总动能与总势能之差关于机械臂广义坐标q求取偏导,得到驱动力矢量 τ 与**q**, **q**的关系,所述**q**对应为各关节速度,并以此建立数学模型;
- (3) 对应每一时刻的点,使用变增益迭代控制算法迭代计算设定次数,获取每个时间点与期望位姿  $q_d$ 的误差,并与当前位姿 q(0) 相减获得初始误差  $\dot{e}_1(0)$ ,以驱动力矢量  $\tau$  为系统输入,然后由变增益迭代控制算法公式  $u_{k+1}(t) = u_k(t) + K_{d1}(k+1)\dot{e}_{k+1}(t) + K_{d2}(t)\dot{e}_k(t)$  迭代计算设定次数,获得每一时刻点所需要给出的驱动力矢量  $\tau$  为多少来控制机械臂走到期望位姿。
- 2. 如权利要求 1 所述的机械臂运动控制方法, 其特征在于: 所述步骤 (1) 中, 使用标准 D-H 法获取各个连杆的杆件扭角  $\alpha_i$ 、杆件长度  $a_i$ 、关节转角  $\theta_i$ 、关节距离  $d_i$ ,由此可得第 i+1 个连杆相对于第 i 个连杆的转移矩阵 i+1 .

$$\begin{aligned} & \stackrel{i+1}{i}T = \operatorname{Trans}_{z}(d_{i})\operatorname{Rot}_{z}(\theta_{i})\operatorname{Trans}_{x}(a_{i})\operatorname{Rot}_{x}(\alpha_{i}) \\ & = \begin{bmatrix} c_{i} & -c\alpha_{i}s_{i} & s\alpha_{i}s_{i} & a_{i}c_{i} \\ s_{i} & c\alpha_{i}c_{i} & -s\alpha_{i}c_{i} & a_{i}s_{i} \\ 0 & s\alpha_{i} & c\alpha_{i} & d_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中,  $s_i \triangleq sin\theta_i$ ,  $c_i \triangleq cos\theta_i$ ,  $s\alpha_i \triangleq sin\alpha_i$ ,  $c\alpha_i \triangleq cos\alpha_i$ ;

$$\begin{aligned} & \operatorname{Tran}_{z}(\mathbf{d}_{i}) \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \operatorname{Rot}_{z}(\theta_{i}) \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{z}(\theta_{i}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ & \operatorname{Tran}_{z}(\mathbf{a}_{i}) \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \operatorname{Rot}_{x}(\alpha_{i}) \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{x}(\alpha_{i}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3. 如权利要求 1 或 2 所述的机械臂运动控制方法,其特征在于:所述步骤(1)中,根据 所述转移矩阵  $^{i+1}T$ 求得各关节之间的旋转变换矩阵  $^{i+1}R$ 和平移变换矩阵  $^{i+1}P$ ,机械臂 的广义坐标为 q,由此得到各关节的线速度与角速度,

设定机械臂的基座是固定的,得到: ${}^{\circ}w_{\circ}=0$ , ${}^{\circ}v_{\circ}=0$ ;

对于第 i+1 个关节为旋转关节时,有角速度和线速度公式如下:

$$\mathbf{w}_{i+1} = \mathbf{v}_{i+1}^{i+1} \mathbf{R}^{i} \mathbf{w}_{i} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{i+1}^{i+1} \hat{\boldsymbol{Z}}_{i+1}$$

$$\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{r}_{i}^{i+1} \mathbf{R}(\mathbf{v}_{i} + \mathbf{w}_{i} \times \mathbf{P}_{i+1})$$

对于第 i+1 个关节为移动关节时,相应的关系变为:

$$^{i+1}\boldsymbol{w}_{i+1} = ^{i+1}\boldsymbol{R}^{i}\boldsymbol{w}_{i}$$

$${}^{i+1}\mathbf{v}_{i+1}\!\!=\!\!{}^{i+1}_{i}\!\mathbf{R}\!({}^{i}\mathbf{v}_{i}\!+\!{}^{i}\mathbf{w}_{i}\!\!\times\!{}^{i}\mathbf{P}_{i+1})\!+\!\dot{d}_{i+1}{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1}$$

其中, $^{i+1}$ w<sub>i+1</sub>表示连杆坐标系 {i+1} 的角速度, $^{i+1}$ v<sub>i+1</sub>表示连杆坐标系 {i+1} 的线速度, $^{i+1}$ Ž<sub>i+1</sub>表示 z 轴旋转微量。

4. 如权利要求 1 或 2 所述的机械臂运动控制方法,其特征在于:所述步骤(2)中,各连杆的质量  $m_i$ ,各连杆的长度分别为  $1_i$ ,重力加速度为 g,并由此计算得各连杆的惯性张量  $C_i$   $\mathbf{I}$  .

$${}^{C_i}\mathbf{I}_i = egin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

假定  $C_i$  是连杆 i 的质心  $v_{Ci}$  表示连杆的质心速度;

对于连杆 i+1 来说,它的质心线速度表示为:

$$\mathbf{v}_{C_{i+1}} = {}^{i+1}\mathbf{v}_{i+1} + {}^{i+1}\mathbf{w}_{i+1} \times {}^{i+1}P_{C_{i+1}}$$

其中, $^{i+1}P_{C_{i+1}}$ 表示质心  $C_{i+1}$  在连杆坐标系  $\{i+1\}$  中的位置矢量,

所以第 i 个连杆的动能 k, 表示为:

$$k_i = \frac{1}{2} \, \mathbf{m}_i \mathbf{v}_{c_i}^T \mathbf{v}_{c_i} + \frac{1}{2} {}^i \mathbf{w}_i^{T \, C_i} \mathbf{I}_i^{T \, I} \mathbf{w}_i$$

式中,第一项是表示由连杆质心线速度产生的动能,而第二项表示由连杆的角速度产生的动能,其中 $\mathbf{v}_{\mathbf{q}+\mathbf{i}}$ 和  $\mathbf{w}_{\mathbf{i}}$  是关于关节位置  $\mathbf{q}$  和关节速度  $\mathbf{q}$  的函数矢量,所以整个机械臂的动能即各个连杆的动能之和为:

$$k(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \sum_{i=1}^{n} k_i$$

记  ${}^{\circ}g$  是参考坐标系 0 中的重力加速度矢量, ${}^{\circ}P_{C_i}$  是连杆质心  $C_i$  在参考坐标系 0 中的位置矢量,则得第 i 个连杆的势能为:

$$u_i = -m_i^{\ 0} \boldsymbol{g}^{T \ 0} \boldsymbol{P}_{C_i}$$

所以机械臂的总势能表示为:

$$\mathbf{u}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{n} u_i$$

5. 如权利要求 4 所述的机械臂运动控制方法,其特征在于:所述步骤(2)中,机械臂的 拉格朗日函数表示为:

$$L(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = k(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) - u(\boldsymbol{q})$$

则用拉格朗日方程描述的动力学方程为:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{r}$$

其中, τ 是 n×1 的驱动力矩矢量,对于机械臂来说,方程可变为:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial k}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial k}{\partial q} + \frac{\partial u}{\partial q} = \tau$$

由步骤(3) 已求得的动能  $\mathbf{k}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 以及势能  $\mathbf{u}(\mathbf{q})$ ,将公式带入后并进行整理成为以下矩阵形式:

$$\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$$

由此即得到动力矢量矩阵 T 与机器人广义坐标 q 之间的关系。

6. 如权利要求 4 所述的机械臂运动控制方法, 其特征在于: 所述步骤(3)中, 使用可变增益的迭代学习方式, 以动力矢量矩阵  $\tau$  为输入 u(t), 机器人广义坐标 q 为输出 y(t), 使用变增益反馈 D 型迭代学习控制律

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + K_{d1}(k+1)\dot{e}_{k+1}(t) + K_{d2}(t)\dot{e}_k(t)$$

其中,反馈增益  $K_{d1}(k) = s(k)K_{d1}(0)$ , $K_{di} \in \mathbb{R}^{m \times r}$  为学习增益矩阵,s(k) > 1 是关于迭代次数 k 的一个递增函数;即为当前给出的输入量  $^{k+1}\tau$  由上一次的输入量  $^k\tau$  加上上一次的误差变化量  $^k\dot{\mathbf{e}}$  (  $^k\dot{\mathbf{e}} = ^kq(t) - ^{k-1}q(t)$ ) 乘以反馈矩阵  $K_{d1}(k+1)$  以及当前的误差变化量  $^{k+1}\dot{\mathbf{e}}$  (  $^{k+1}\dot{\mathbf{e}} = ^{k+1}q(t) - ^kq(t)$ ) 乘以学习增益矩阵  $K_{d2}(t)$  而得到。

## 一种机械臂运动控制方法

#### 技术领域

[0001] 本发明属于运动控制技术领域,适用于机械臂运动控制方法。

#### 背景技术

[0002] 目前,国内机械臂行业发展迅速,控制器的种类繁多。然而,对于多自由度水平多关节机械臂,由于机器人存在惯性力、关节耦合、重力负载变化等特性,使其控制系统是一个非线性、强耦合、多变量、相对复杂的控制系统,难以对其建立精确的模型,这给机器人的控制带来了很大的困难。出于实现和经济上的考虑,目前大多数商业机器人的控制系统设计方法,仍然是把机器人的每个关节当作一个简单的伺服机构来处理的,这种控制方法虽然历经发展,已经可以使机器人的运动达到很高的精确定位精度,但是还是存在着很多缺点。

#### 发明内容

[0003] 为了克服现有的机械臂传统控制系统的控制精度较低、缺乏灵活性、只适用于一些线性、时不变环境的不足,本发明提供了一种控制精度较高、灵活性良好、适用于非线性和时变场合的机械臂运动控制方法。

[0004] 本发明解决其技术问题所采用的技术方案如下:

[0005] 一种机械臂运动控制方法,所述方法包括以下步骤:

[0006] (1)根据机械臂实际参数,建立完整对应的 n 个连杆的变换转移矩阵并由此进一步计算出各连杆的线速度和角速度;

[0007] (2) 计算连杆质心,得出惯性张量,并由此计算出机械臂的总动能和总势能,对总动能与总势能之差关于机械臂广义坐标 q 求取偏导,得到驱动力矢量 τ 与**q**,**q**的关系,所述**q**对应为各关节速度,并以此建立数学模型;

[0008] (3)对应每一时刻的点,使用变增益迭代控制算法迭代计算设定次数,获取每个时间点与期望位姿 q<sub>d</sub>的误差,并与当前位姿 q(0)相减获得初始误差 e<sub>1</sub>(0),以驱动力矢量 τ 为系统输入,然后由变增益迭代控制算法公式

 $u_{k+1}(t) = u_k(t) + K_{d1}(k+1)\dot{e}_{k+1}(t) + K_{d2}(t)\dot{e}_k(t)$  迭代计算设定次数, 获得每一时刻点所需要给出的驱动力矢量  $\tau$  为多少来控制机械臂走到期望位姿。

[0009] 本发明使用一种可变增益的迭代学习算法的机械臂控制系统,在先验知识很少的情况下,对期望工作轨迹迭代,逐渐消除误差,并最终实现对期望轨迹(包括位置、速度、加速度的期望轨迹)的跟踪。且方法计算过程简单,易于实现,使得整个控制过程的快速完成。

[0010] 本发明的有益效果主要表现在:操作方便、精度较高,实现了对机械臂控制的快速响应和完全跟踪。本系统不仅具有独立控制能力,可以通过示教盒单独对机械臂进行运

动控制和规划,而且还可以通过与PC机通信协作实现对机械臂更精确地在线控制。

#### 附图说明

[0011] 图 1 为运动控制系统的结构图。

[0012] 图 2 为变增益迭代控制算法的实现流程图。

#### 具体实施方式

[0013] 下面结合附图对本发明做进一步描述。

[0014] 参照图 1 和图 2,一种机械臂运动控制方法,所述方法包括以下步骤:

[0015] (1)根据机械臂实际参数,建立完整对应的 n 个连杆的变换转移矩阵并由此进一步计算出各连杆的线速度和角速度:

[0016] (2) 计算连杆质心,得出惯性张量,并有此计算出机械臂的总动能和总势能,对总动能与总势能之差关于机械臂广义坐标 q 求取偏导,得到驱动力矢量 τ 与**q**, **q**的关系,所述**q**对应为各关节速度,并以此建立数学模型:

[0017] (3) 对应每一时刻的点,使用变增益迭代控制算法迭代计算设定次数,获取每个时间点与期望位姿  $q_a$  的误差,并与当前位姿 q(0) 相减获得初始误差  $\dot{e}_1(0)$ ,以驱动力矢量  $\tau$  为系统输入,然后由变增益迭代控制算法公式  $u_{k+1}(t) = u_k(t) + K_{d1}(k+1)\dot{e}_{k+1}(t) + K_{d2}(t)\dot{e}_k(t)$  迭代计算设定次数,获得每一时刻点所需要给出的驱动力矢量  $\tau$  为多少来控制机械臂走到期望位姿。

[0018] 本实施例中,机械臂迭代学习的实现采用的硬件平台是基于 ARM Cortex™-M4 为内核的 STM32F407 芯片的运动控制模块,并与 PC 机通过 232 串口通信协作实现对机械臂更精确地在线控制。其中所采用的伺服电机和配套驱动器分别为 ECMA-C20604GS 和 ASD-B2-0421-B。

[0019] (1)机械臂轨迹的生成都可以由机械臂的末端位置变化来的到,而末端位置的变化过程也就是连杆参数的变化过程。对连杆参数进行 分析,使用标准 D-H 法获取各个连杆的杆件扭角  $\alpha_i$ 、杆件长度  $a_i$ 、关节转角  $\theta_i$ 、关节距离  $d_i$ (其中只有一个是变量,其余为常量),由此可得第 i+1 个连杆相对于第 i 个连杆的转移矩阵 i+1 T.

[0020] 
$$i+1 \atop iT = \text{Trans}_z(d_i) \text{Rot}_z(\theta_i) \text{Trans}_x(a_i) \text{Rot}_x(\alpha_i)$$

$$[0021] = \begin{bmatrix} c_i & -c\alpha_i s_i & s\alpha_i s_i & a_i c_i \\ s_i & c\alpha_i c_i & -s\alpha_i c_i & a_i s_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[0022] 其中,  $s_i \triangleq sin\theta_i$ ,  $c_i \triangleq cos\theta_i$ ,  $s\alpha_i \triangleq sin\alpha_i$ ,  $c\alpha_i \triangleq cos\alpha_i$ 。

[0023] 
$$\operatorname{Tran}_{x}(\mathbf{d}_{t}) \triangleq \begin{bmatrix} I & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \operatorname{Rot}_{x}(\theta_{t}) \triangleq \begin{bmatrix} R_{x}(\theta_{t}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

[0024] 
$$\operatorname{Tran}_{z}(a_{i}) \triangleq \begin{bmatrix} I & \begin{bmatrix} a_{i} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \operatorname{Rot}_{x}(\alpha_{i}) \triangleq \begin{bmatrix} R_{x}(\alpha_{i}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[0025] (2) 由步骤(1) 中的转移矩阵 [1] 求得各关节之间的旋转变换矩阵 [1] R和平移变换矩阵 [1] 。机械臂的广义坐标为(即机械臂各关节的关节角或连杆偏距矢量) q。由此我们可得各关节的线速度与角速度。

[0026] 由于机械臂的基座一般是固定的,得到:<sup>°</sup>W。=0, <sup>°</sup>V。=0

[0027] 对于第 i+1 个关节为旋转关节时,有角速度和线速度公式如下:

[0028] 
$$\mathbf{w}_{i+1} = \mathbf{k}^{i+1} \mathbf{R}^i \mathbf{w}_i + \dot{\theta}_{i+1}^{i+1} \hat{Z}_{i+1}$$

[0029] 
$$v_{i+1} = v_{i+1}^{i+1} R(v_i + w_i \times P_{i+1})$$

[0030] 对于第 i+1 个关节为移动关节时,相应的关系变为:

[0031] 
$$w_{i+1} = {i+1 \choose i} R^i w_i$$

[0032] 
$$i^{i+1} \mathbf{v}_{i+1} = i^{i+1} \mathbf{R} (i \mathbf{v}_i + i \mathbf{w}_i \times i \mathbf{P}_{i+1}) + \dot{d}_{i+1} \hat{Z}_{i+1}$$

[0033] 其中, $^{i+1}w_{i+1}$  表示连杆坐标系  $\{i+1\}$  的角速度, $^{i+1}v_{i+1}$  表示连杆坐标系  $\{i+1\}$  的线速度, $^{i+1}\hat{Z}_{i+1}$  表示 z 轴旋转微量。

[0034] (3)根据机械臂的实际物理参数设计,确定各连杆的质量  $m_i$ ,各连杆的长度分别为  $1_i$ ,重力加速度为  $g_o$ 并由此计算得各连杆的惯性张量  ${}^{C_i}$   ${}^{I}$ .

$$[0035] \quad {}^{C_{i}}\mathbf{I}_{i} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

[0036] 假定  $C_i$  是连杆 i 的质心  $v_{Ci}$  表示连杆的质心速度。

[0037] 由于连杆质心线速度与关节的运动无关,因此无论是旋转关节还是移动关节,对于连杆 i+1 来说,它的质心线速度可表示为:

[0038] 
$$\mathbf{v}_{C_{i+1}} = {}^{i+1}\mathbf{v}_{i+1} + {}^{i+1}\mathbf{w}_{i+1} \times {}^{i+1}P_{C_{i+1}}$$

[0039] 其中, $^{i+1}P_{G_{1:1}}$ 表示质心  $C_{i+1}$  在连杆坐标系  $\{i+1\}$  中的位置矢量。

[0040] 所以第 i 个连杆的动能 k<sub>i</sub> 可以表示为:

$$[0041] k_i = \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_{C_i}^T \mathbf{v}_{C_i} + \frac{1}{2} \mathbf{w}_i^{TC_i} \mathbf{I}_i^T \mathbf{w}_i$$

[0042] 式中,第一项是表示由连杆质心线速度产生的动能,而第二项表示由连杆的角速度产生的动能。其中 $\mathbf{v}_{\mathbf{G+1}}$  和  $\mathbf{i}_{\mathbf{w}_i}$  是关于关节位置 q 和关节速度  $\mathbf{q}$  的函数矢量,所以整个机械臂的动能即各个连杆的动能之和为:

[0043] 
$$k(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \sum_{i=1}^{n} k_{i}$$

[0044] 记  ${}^{\circ}g$  是参考坐标系 0 中的重力加速度矢量, ${}^{\circ}P_{C_i}$  是连杆质心  $C_i$  在参考坐标系 0 中的位置矢量。则可得第 i 个连杆的势能为:

[0045] 
$$u_i = -m_i^{\ 0} \mathbf{g}^{T \ 0} \mathbf{P}_{C_i}$$

[0046] 所以机械臂的总势能可以表示为:

[0047] 
$$u(q) = \sum_{i=1}^{n} u_i$$

[0048] (4) 机械臂的拉格朗日函数(一个机械系统的动能和势能的差值) 可表示为:

[0049] 
$$L(q, \dot{q}) = k(q, \dot{q}) - u(q)$$

[0050] 则用拉格朗日方程描述的动力学方程为:

[0051] 
$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{r}$$

[0052] 其中, τ 是 n×1 的驱动力矩矢量。对于机械臂来说,方程可变为:

[0053] 
$$\frac{d}{dt}\frac{\partial k}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial k}{\partial q} + \frac{\partial u}{\partial q} = \tau$$

[0054] 由步骤(3)已求得的动能  $\mathbf{k}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 以及势能  $\mathbf{u}(\mathbf{q})$ 。将公式带入后并进行整理可得以下矩阵形式:

[0055] 
$$\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$$

[0056] 由此即可得到动力矢量矩阵 τ 与机器人广义坐标 q 之间的关系。

[0057] (5) 使用可变增益的迭代学习方式,以动力矢量矩阵  $\tau$  为输入 u(t),机器人广义 坐标 q 为输出 y(t)。使用变增益反馈 D 型迭代学习控制律

[0058] 
$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + K_{d1}(k+1)\dot{e}_{k+1}(t) + K_{d2}(t)\dot{e}_k(t)$$

[0059] 其中,反馈增益  $K_{d1}(k) = s(k) K_{d1}(0)$ ,  $K_{di} \in R^{m \times r}$  为学习增益矩阵, s(k) > 1 是关于迭代次数 k 的一个递增函数。即为当前给出的输入量  $^{k+1}\tau$  由上一次的输入量  $^k\tau$  加上上一次的误差变化量  $^k$   $\hat{a}$  (  $^k$   $\hat{e} = {}^kq(t) - {}^{k-1}q(t)$ ) 乘以反馈矩阵  $K_{d1}(k+1)$  以及当前的误差

变化量 $^{k+1}$ ė( $^{k+1}$ ė= $^{k+1}q(t)-^{k}q(t)$ )乘以学习增益矩阵  $K_{a2}(t)$  而得到,从而加快了 迭代控制的收敛速度,并可以避免驱动执行机构的运行时产生的激荡。且为了相对快速的 获取数据,并保持较好的精度,本方案的迭代次数为 15 次,选取的学习增益为:

[0060] 
$$\boldsymbol{K}_{d1}(0) = \begin{bmatrix} 450 & 0 & 0 \\ 0 & 450 & 0 \\ 0 & 0 & 400 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{K}_{d2} = \begin{bmatrix} 750 & 0 & 0 \\ 0 & 750 & 0 \\ 0 & 0 & 700 \end{bmatrix}, \ s(k) = k.$$

[0061] 最终通过此种迭代算法,计算出每一步所需的驱动力矢量  $\tau$ ,即可控制机械臂达到期望姿态。

