

## 2023 年新疆中考数学试题

一、单项选择题（本大题共 9 小题,每小题 4 分,共 36 分. 请按答题卷中的要求作答）

1.  $-5$  的绝对值是（ ）

- A. 5                                      B.  $-5$                                       C.  $-\frac{1}{5}$                                       D.  $\frac{1}{5}$

2. 下列交通标志中是轴对称图形的是（ ）



3. 我国自主研发的全球最大集装箱船“地中海泰莎”号的甲板面积近似于 4 个标准足球场,可承载 240000 吨的货物,数字 240000 用科学记数法可表示为（ ）

- A.  $2.4 \times 10^5$                       B.  $0.24 \times 10^6$                       C.  $2.4 \times 10^6$                       D.  $24 \times 10^4$

4. 一次函数  $y = x + 1$  的图象不经过（ ）

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

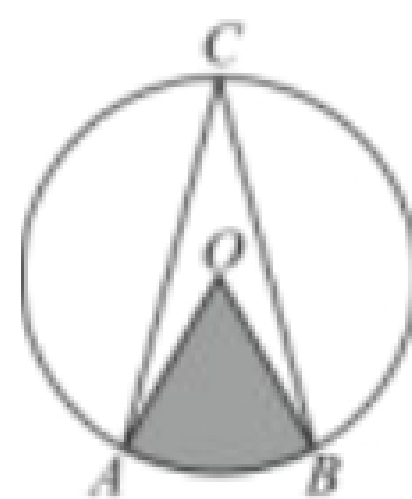
5. 计算  $4a \cdot 3a^2b \div 2ab$  的结果是（ ）

- A.  $6a$                                       B.  $6ab$                                       C.  $6a^2$                                       D.  $6a^2b^2$

6. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 6x + 8 = 0$ ,配方后得到的方程是（ ）

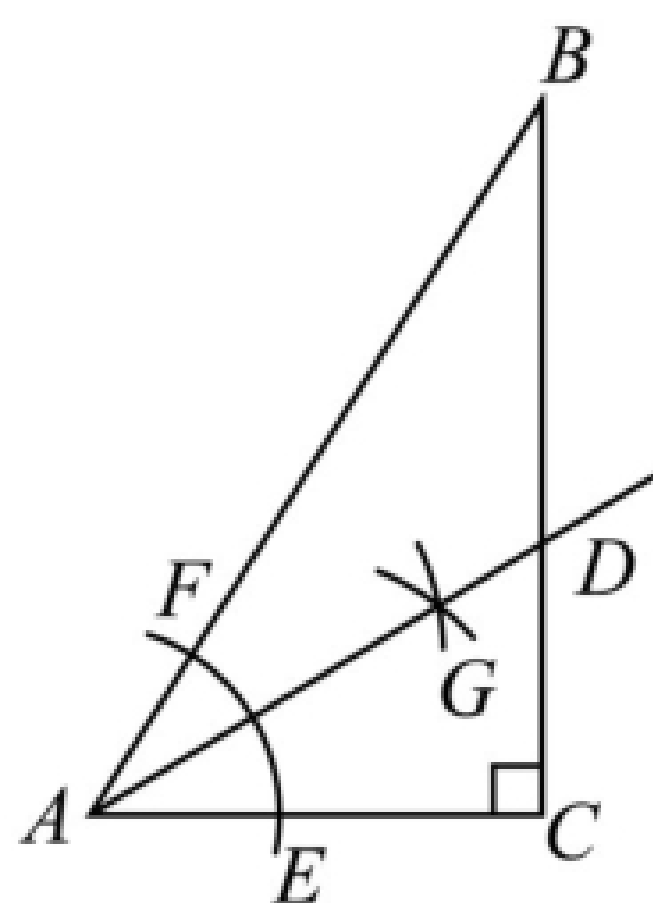
- A.  $(x+6)^2 = 28$       B.  $(x-6)^2 = 28$       C.  $(x+3)^2 = 1$       D.  $(x-3)^2 = 1$

7. 如图,在  $\odot O$  中,若  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $OA = 6$ ,则扇形  $OAB$  (阴影部分)的面积是( )



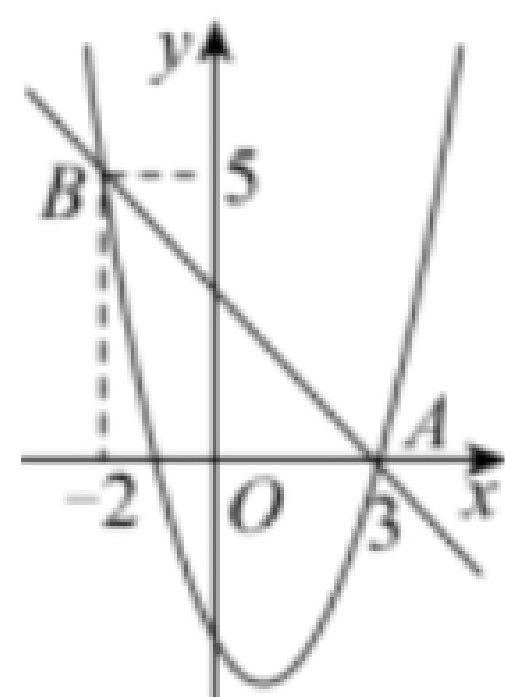
- A.  $12\pi$                                       B.  $6\pi$                                       C.  $4\pi$                                       D.  $2\pi$

8. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,以点 A 为圆心,适当长为半径作弧,交  $AB$  于点  $F$ ,交  $AC$  于点  $E$ ,分别以点  $E, F$  为圆心,大于  $\frac{1}{2}EF$  长为半径作弧,两弧在  $\angle BAC$  的内部交于点  $G$ ,作射线  $AG$  交  $BC$  于点  $D$ . 若  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ ,则  $CD$  的长为( )



- A.  $\frac{7}{8}$                       B. 1                      C.  $\frac{3}{2}$                       D. 2

9. 如图,在平面直角坐标系中,直线  $y_1 = mx + n$  与抛物线  $y_2 = ax^2 + bx - 3$  相交于点  $A, B$ . 结合图象,判断下列结论: ①当  $-2 < x < 3$  时,  $y_1 > y_2$ ; ②  $x = 3$  是方程  $ax^2 + bx - 3 = 0$  的一个解; ③若  $(-1, t_1), (4, t_2)$  是抛物线上的两点,则  $t_1 < t_2$ ; ④对于抛物线,  $y_2 = ax^2 + bx - 3$ , 当  $-2 < x < 3$  时,  $y_2$  的取值范围是  $0 < y_2 < 5$ . 其中正确结论的个数是 ( )



- A. 4 个                      B. 3 个                      C. 2 个                      D. 1 个

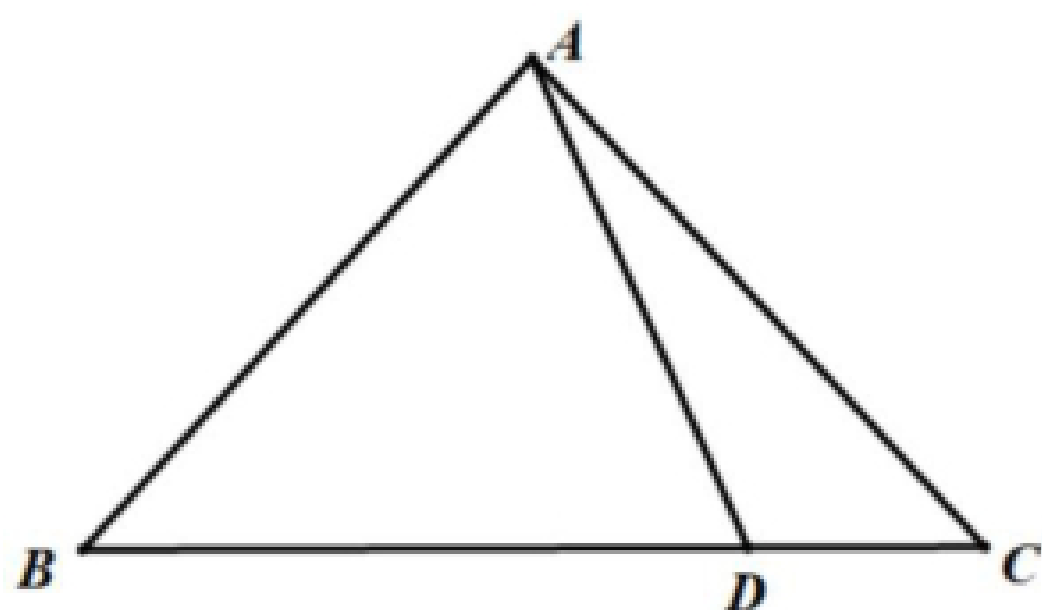
二、填空题 (本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分. 请按答题卷中的要求作答)

10. 要使分式  $\frac{1}{x-5}$  有意义,则  $x$  需满足的条件是\_\_\_\_\_.

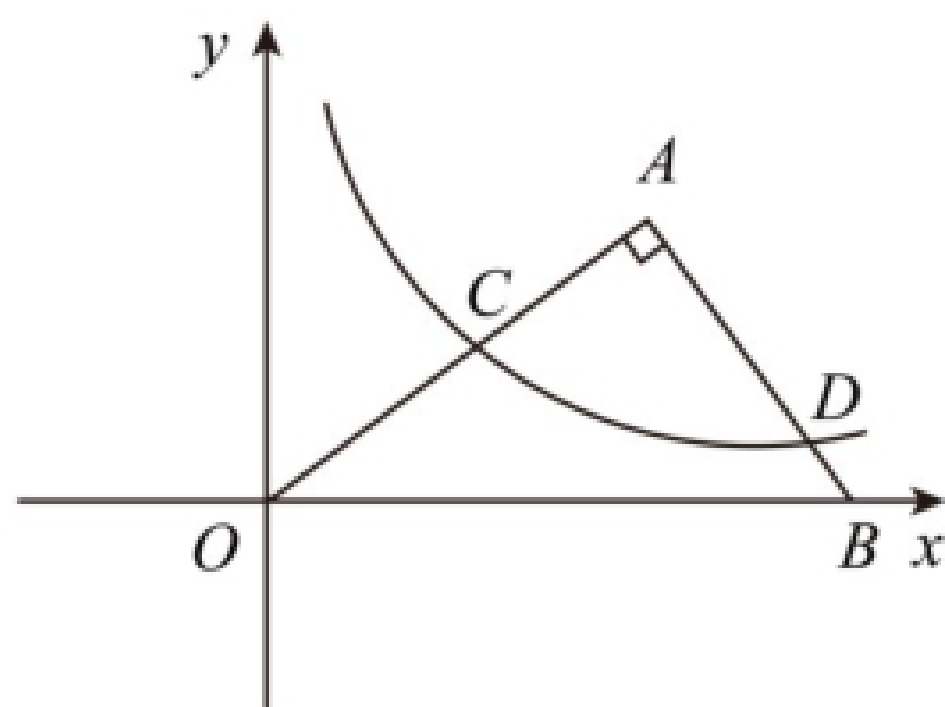
11. 若正多边形的一个内角等于  $144^\circ$ ,则这个正多边形的边数是 \_\_\_\_\_.

12. 在平面直角坐标系中有五个点,分别是  $A(1, 2), B(-3, 4), C(-2, -3), D(4, 3), E(2, -3)$ , 从中任选一个点恰好在第一象限 概率是\_\_\_\_\_.

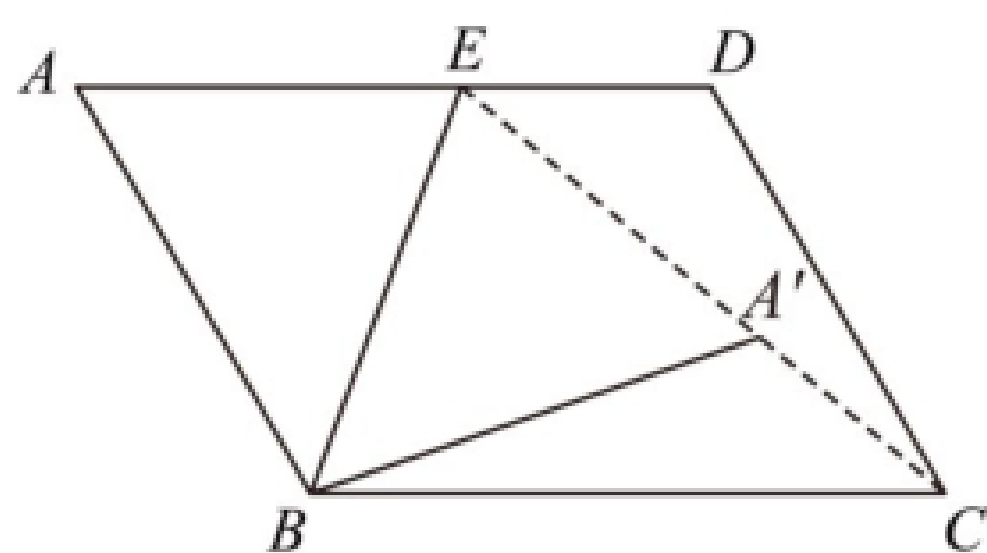
13. 如图,在  $\triangle ABC$  中,若  $AB = AC, AD = BD, \angle CAD = 24^\circ$ ,则  $\angle C =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



14. 如图,在平面直角坐标系中, $\triangle OAB$ 为直角三角形, $\angle A=90^\circ$ , $\angle AOB=30^\circ$ , $OB=4$ . 若反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过  $OA$  的中点  $C$ ,交  $AB$  于点  $D$ ,则  $k=$ \_\_\_\_\_.



15. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB=6$ , $BC=8$ , $\angle ABC=120^\circ$ ,点  $E$  是  $AD$  上一动点,将  $\triangle ABE$  沿  $BE$  折叠得到  $\triangle A'BE$ ,当点  $A'$  恰好落在  $EC$  上时, $DE$  的长为\_\_\_\_\_.



三、解答题（本大题共 8 小题,共 90 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

16. 计算：

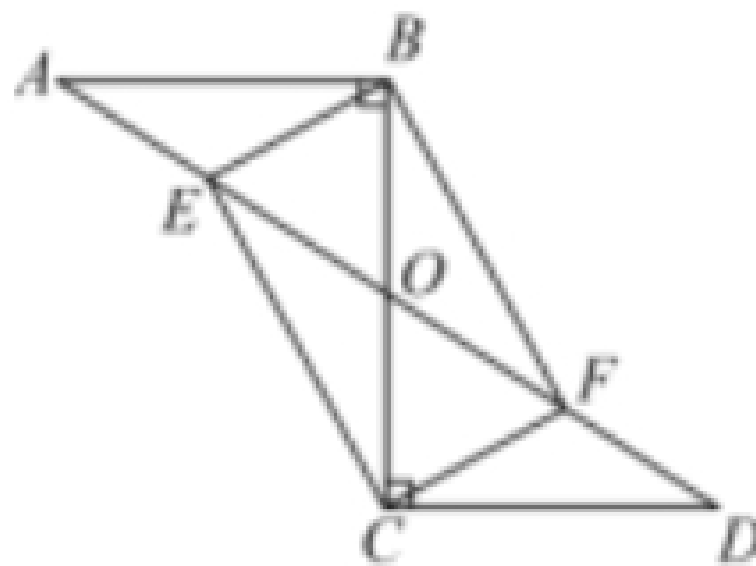
(1)  $(-1)^3 + \sqrt{4} - (2 - \sqrt{2})^0$ ;

(2)  $(a+3)(a-3) - a(a-2)$ .

17. (1) 解不等式组： 
$$\begin{cases} 2x < 16 \text{ ①} \\ 3x > 2x + 3 \text{ ②} \end{cases}$$

(2) 金秋时节,新疆瓜果飘香．某水果店  $A$  种水果每千克 5 元, $B$  种水果每千克 8 元,小明买了  $A,B$  两种水果共 7 千克花了 41 元． $A,B$  两种水果各买了多少千克？

18. 如图,  $AD$  和  $BC$  相交于点  $O$ ,  $\angle ABO = \angle DCO = 90^\circ$ ,  $OB = OC$ . 点  $E, F$  分别是  $AO, DO$  的中点.



- (1) 求证:  $OE = OF$ ;
- (2) 当  $\angle A = 30^\circ$  时, 求证: 四边形  $BECF$  是矩形.

19. 跳绳是某校体育活动的特色项目. 体育组为了了解七年级学生 1 分钟跳绳次数情况, 随机抽取 20 名七年级学生进行 1 分钟跳绳测试 (单位: 次), 数据如下:

100    110    114    114    120    122    122    131    144    148  
 152    155    156    165    165    165    165    174    188    190

对这组数据进行整理和分析, 结果如下:

平均数	众数	中位数
145	$a$	$b$

请根据以上信息解答下列问题:

- (1) 填空:  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 学校规定 1 分钟跳绳 165 次及以上为优秀, 请你估计七年级 240 名学生中, 约有多少名学生能达到优秀?
- (3) 某同学 1 分钟跳绳 152 次, 请推测该同学的 1 分钟跳绳次数是否超过年级一半的学生? 说明理由.

20. 烽燧即烽火台, 是古代军情报警的一种措施, 史册记载, 夜间举火称“烽”, 白天放烟称“燧”. 克孜尔尕哈烽燧是古丝绸之路北道上新疆境内时代最早、保存最完好、规模最大的古代烽燧 (如图 1). 某数学兴趣小组利用无人机测量该烽燧的高度, 如图 2, 无人机飞至距地面高度 31.5 米的  $A$  处, 测得烽燧  $BC$  的顶部  $C$  处的俯角为  $50^\circ$ , 测得烽燧  $BC$  的底部  $B$  处的俯角为  $65^\circ$ , 试根据提供的数据计算烽燧  $BC$  的高度. (参数数据:  $\sin 50^\circ \approx 0.8$ ,  $\cos 50^\circ \approx 0.6$ ,  $\tan 50^\circ \approx 1.2$ ,  $\sin 65^\circ \approx 0.9$ ,  $\cos 65^\circ \approx 0.4$ ,  $\tan 65^\circ \approx 2.1$ )



图1

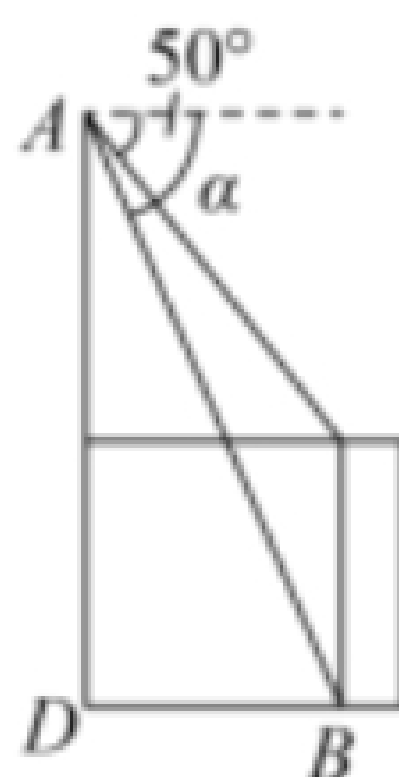


图2

21. 随着端午节的临近,  $A$ ,  $B$  两家超市开展促销活动, 各自推出不同的购物优惠方案, 如下表:

	A 超市	B 超市
优惠方案	所有商品按八折出售	购物金额每满 100 元返 30 元

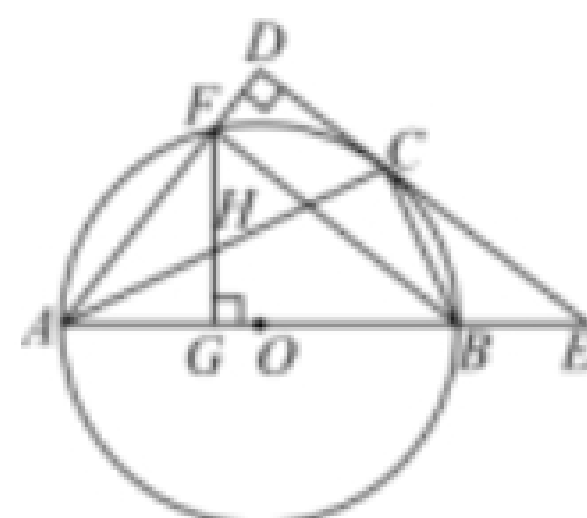
(1) 当购物金额为 80 元时, 选择超市\_\_\_\_\_ (填“ $A$ ”或“ $B$ ”) 更省钱;

当购物金额为 130 元时, 选择超市\_\_\_\_\_ (填“ $A$ ”或“ $B$ ”) 更省钱;

(2) 若购物金额为  $x$  ( $0 \leq x < 200$ ) 元时, 请分别写出它们的实付金额  $y$  (元) 与购物金额  $x$  (元) 之间的函数解析式, 并说明促销期间如何选择这两家超市去购物更省钱?

(3) 对于  $A$  超市的优惠方案, 随着购物金额的增大, 顾客享受的优惠率不变, 均为 20% (注: 优惠率 =  $\frac{\text{购物金额} - \text{实付金额}}{\text{购物金额}} \times 100\%$ ). 若在  $B$  超市购物, 购物金额越大, 享受的优惠率一定越大吗? 请举例说明.

22. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C, F$  是  $\odot O$  上的点, 且  $\angle CBF = \angle BAC$ , 连接  $AF$ , 过点  $C$  作  $AF$  的垂线, 交  $AF$  的延长线于点  $D$ , 交  $AB$  的延长线于点  $E$ , 过点  $F$  作  $FG \perp AB$  于点  $G$ , 交  $AC$  于点  $H$ .



(1) 求证:  $CE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $\tan E = \frac{3}{4}$ ,  $BE = 4$ , 求  $FH$  的长.

23. 【建立模型】(1) 如图 1, 点  $B$  是线段  $CD$  上的一点,  $AC \perp BC$ ,  $AB \perp BE$ ,  $ED \perp BD$ , 垂

足分别为  $C, B, D$ ,  $AB = BE$ . 求证:  $\triangle ACB \cong \triangle BDE$ ;

【类比迁移】(2)如图 2,一次函数  $y = 3x + 3$  的图象与  $y$  轴交于点  $A$ ,与  $x$  轴交于点  $B$ ,将线段  $AB$  绕点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $BC$ ,直线  $AC$  交  $x$  轴于点  $D$ .

①求点  $C$  的坐标;

②求直线  $AC$  的解析式;

【拓展延伸】(3) 如图 3,抛物线  $y = x^2 - 3x - 4$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点(点  $A$  在点  $B$  的左侧),与  $y$  轴交于  $C$  点,已知点  $Q(0, -1)$ ,连接  $BQ$ . 抛物线上是否存在点  $M$ ,使得  $\tan \angle MBQ = \frac{1}{3}$ ,若存在,求出点  $M$  的横坐标.

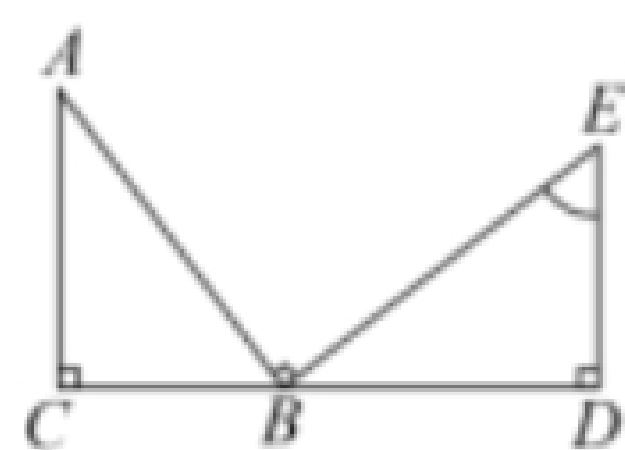


图1

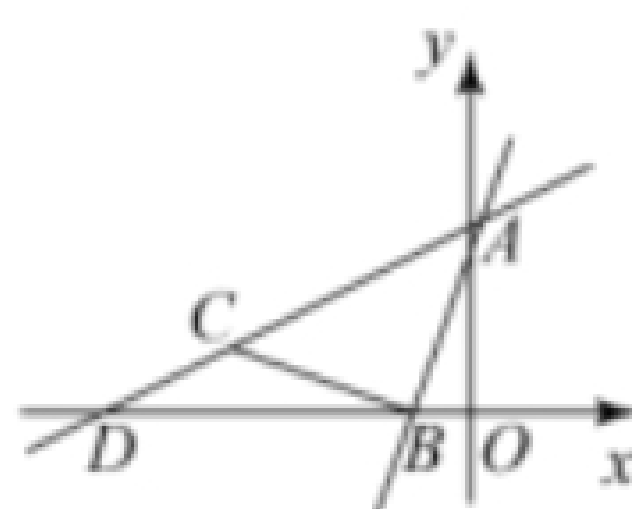


图2

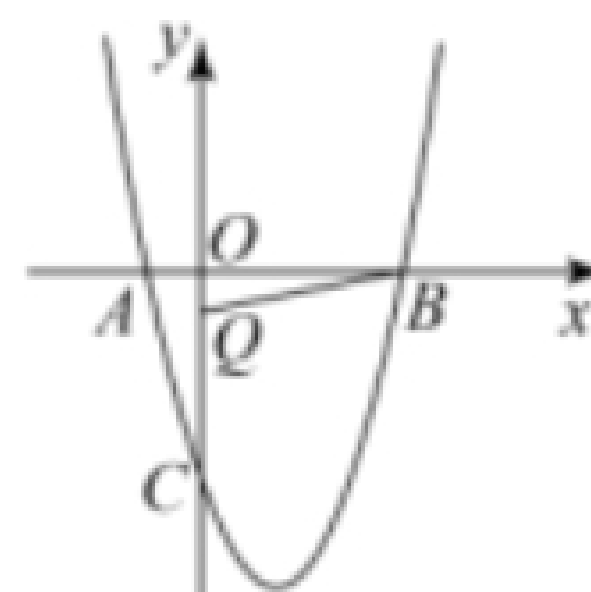


图3

## 2023 年新疆中考数学试题答案

### 一、单项选择题.

1. A

2. B

3. A

4. D

5. C

6. D

7. B

8. C

9. B

### 二、填空题.

10.  $x \neq 5$

11. 10

解：设这个正多边形是正  $n$  边形,根据题意得：

$$(n-2) \times 180^\circ \div n = 144^\circ$$

解得：  $n = 10$  .

故答案为： 10.

12.  $\frac{2}{5}$

解：在平面直角坐标系中有五个点,分别是  $A(1,2)$ ,  $B(-3,4)$ ,  $C(-2,-3)$ ,  $D(4,3)$ ,  $E(2,-3)$

其中  $A(1,2)$ ,  $D(4,3)$ , 在第一象限,共 2 个点

$\therefore$  从中任选一个点恰好落在第一象限的概率是  $\frac{2}{5}$

故答案为：  $\frac{2}{5}$  .

13. 52

解：  $\because AB = AC, AD = BD$

$\therefore \angle B = \angle C, \angle B = \angle BAD$

$\therefore \angle B = \angle C = \angle BAD$

$$\because \angle B + \angle C + \angle BAC = 180^\circ$$

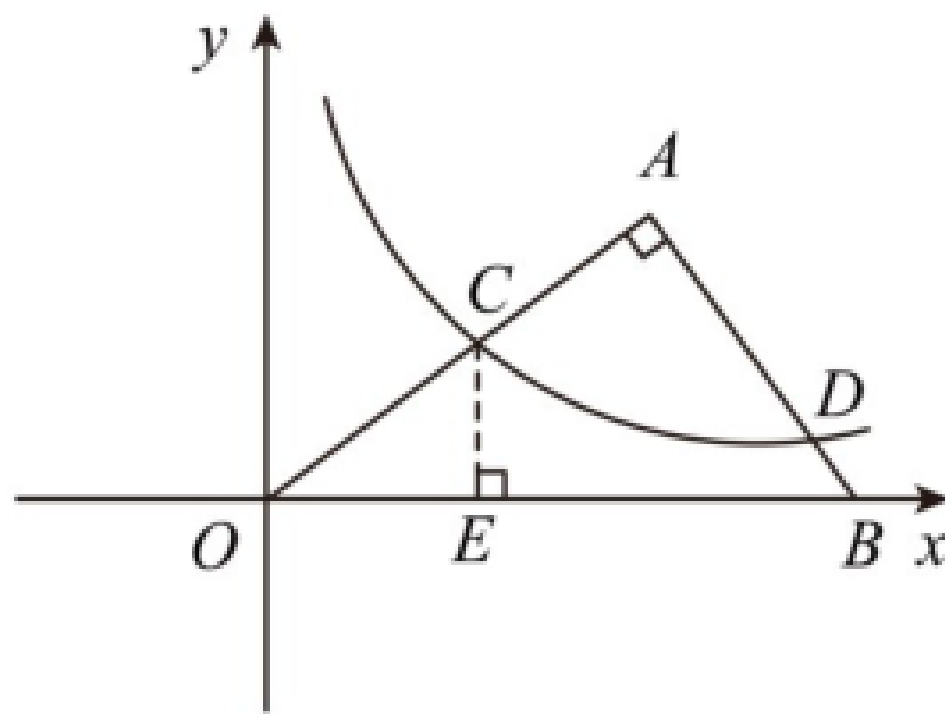
$$\therefore \angle B + \angle C + \angle BAD + \angle CAD = 180^\circ, \text{即 } 3\angle C + 24^\circ = 180^\circ$$

解得:  $\angle C = 52^\circ$

故答案为: 52.

$$14. \quad \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

解: 如图, 作  $CE \perp OB$  交  $OB$  于点  $E$



$$\because \angle A = 90^\circ, \angle AOB = 30^\circ, OB = 4$$

$$\therefore OA = OB \cdot \cos 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$\because$  点  $C$  为  $OA$  的中点

$$\therefore OC = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\because CE \perp OB$$

$$\therefore \angle OEC = 90^\circ$$

$$\because \angle COE = 30^\circ$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad OE = OC \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore C\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$\because$  点  $C$  在反比例函数图象上

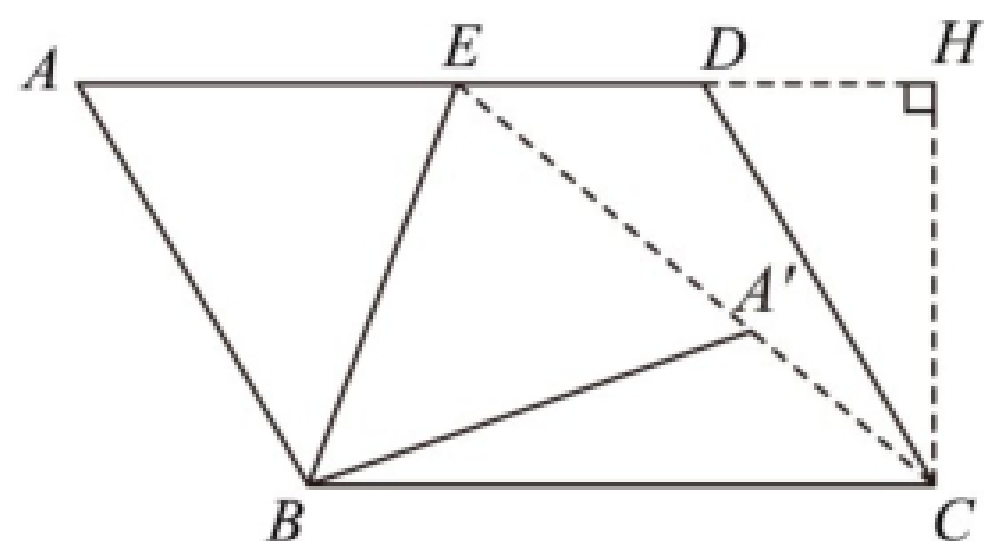
$$\therefore k = \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$



故答案为:  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

15.  $\sqrt{37} - 3$

解: 如图所示, 过点  $C$  作  $CH \perp AD$  交  $AD$  的延长线于点  $H$



$\because$  在  $\square ABCD$  中,  $AB = 6$ ,  $BC = 8$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$

$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 120^\circ$ ,  $\angle HDC = 60^\circ$ ,  $CD = AB = 6$ ,  $AD = CB = 8$

$$\therefore DH = DC \times \cos \angle HDC = \frac{1}{2} DC = 3$$

在  $\text{Rt}\triangle ECH$  中,  $HC = \sqrt{CD^2 - DH^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$

$\because$  将  $\triangle ABE$  沿  $BE$  折叠得到  $\triangle A'BE$ , 当点  $A'$  恰好落在  $EC$  上时

$$\therefore \angle AEB = \angle CEB$$

又  $AD \parallel BC$

$$\therefore \angle EBC = \angle AEB$$

$$\therefore \angle EBC = \angle CEB$$

$$\therefore CE = BC = 8$$

设  $ED = x$

$$\therefore EH = x + 3$$

在  $\text{Rt}\triangle ECH$  中,  $EC^2 = EH^2 + HC^2$

$$\therefore 8^2 = (x + 3)^2 + (3\sqrt{3})^2$$

$$\text{解得: } x = \sqrt{37} - 3$$

故答案为:  $\sqrt{37} - 3$ .

三、解答题.

16. (1) 0

(2)  $2a-9$

17. (1)  $3 < x < 8$

(2) 购买 A 种水果 5 千克,则购买 B 种水果 2 千克

解: (1) 
$$\begin{cases} 2x < 16 \text{①} \\ 3x > 2x + 3 \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得:  $x < 8$

解不等式②得:  $x > 3$

$\therefore$  不等式组的解集为:  $3 < x < 8$ ;

(2) 设购买 A 种水果  $x$  千克,则购买 B 种水果  $(7-x)$  千克,根据题意得:

$$5x + 8(7-x) = 41$$

解得:  $x = 5$

$$\therefore 7-x = 2$$

$\therefore$  购买 A 种水果 5 千克,则购买 B 种水果 2 千克.

18. 【小问 1 详解】

证明: 在  $\triangle AOB$  与  $\triangle DOC$  中

$$\begin{cases} \angle ABO = \angle DCO = 90^\circ \\ OB = OC \\ \angle AOB = \angle DOC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC (\text{ASA})$$

$$\therefore OA = OD$$

又  $\because E, F$  分别是  $AO, DO$  的中点

$$\therefore OE = OF;$$

【小问 2 详解】

$$\because OB = OC, OF = OE$$

$$\therefore \text{四边形 } BECF \text{ 是平行四边形, } BC = 2OB, EF = 2OE$$

$$\because E \text{ 为 } AO \text{ 的中点, } \angle ABO = 90^\circ$$

$$\therefore EB = EO = EA$$

$$\because \angle A = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BOE = 60^\circ$$

$\therefore \triangle BOE$  是等边三角形

$\therefore OB = OE$

$\therefore BC = EF$

$\therefore$  四边形  $BECF$  是矩形.

19. (1) 165, 150

(2) 84

(3) 是, 理由见解析

【小问 1 详解】

解: 这组数据中, 165 出现了 4 次, 出现次数最多

$\therefore a = 165$

这组数据从小到大排列, 第 10 个和 11 个数据分别为 148, 152

$$\therefore b = \frac{148+152}{2} = 150$$

故答案为: 165, 150.

【小问 2 详解】

解:  $\because$  跳绳 165 次及以上人数有 7 个

$\therefore$  估计七年级 240 名学生中, 有  $240 \times \frac{7}{20} = 84$  个优秀

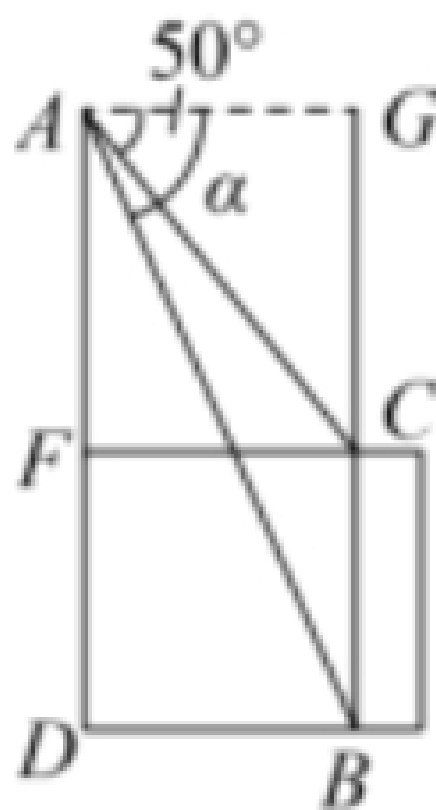
【小问 3 详解】

解:  $\because$  中位数为 150

$\therefore$  某同学 1 分钟跳绳 152 次, 可推测该同学的 1 分钟跳绳次数超过年级一半的学生.

20. 13.5 米

解: 过点  $A$  作  $DB$  的平行线交  $BC$  的延长线于点  $G$ , 过点  $C$  作  $CF \perp AD$ , 如图所示:



根据题意得: 四边形  $ADBG$  为矩形,  $\angle ABD = 65^\circ$ ,  $AD = 31.5$

$$\therefore BD = \frac{AD}{\tan 65^\circ} = \frac{31.5}{2.1}$$

$$\therefore BD = AG = \frac{31.5}{2.1}$$

$$\because \tan \angle CAG = \frac{CG}{AG}$$

$$\therefore CG = \tan \angle CAG \cdot AG = \tan 50^\circ \times \frac{31.5}{2.1} = 1.2 \times \frac{31.5}{2.1} = 18 \text{ 米}$$

$$\therefore BC = 31.5 - 18 = 13.5 \text{ 米}.$$

21. (1) A, B

$$(2) \quad y_A = 0.8x (0 \leq x \leq 200), \quad y_B = \begin{cases} x (0 \leq x < 100) \\ x - 30 (100 \leq x < 200) \end{cases}, \text{ 当 } 0 \leq x < 100 \text{ 或}$$

$150 < x < 200$  时选择 A 超市更省钱, 当  $100 \leq x < 150$  时, 选择 B 超市更省钱

(3) 不一定, 理由见解析

【小问 1 详解】

解: 购物金额为 80 元时, A 超市费用为  $80 \times 0.8 = 64$  (元)

B 超市费用为 80 元

$$\because 64 < 80$$

$\therefore$  当购物金额为 80 元时, 选择超市 A 更省钱;

购物金额为 130 元时, A 超市费用为  $130 \times 0.8 = 104$  (元)

B 超市费用为  $130 - 30 = 100$  元

$$\because 100 < 104$$

$\therefore$  当购物金额为 130 元时, 选择超市 B 更省钱;

故答案为: A, B.

【小问 2 详解】

解: 依题意,  $y_A = 0.8x (0 \leq x \leq 200)$

$$y_B = \begin{cases} x (0 \leq x < 100) \\ x - 30 (100 \leq x < 200) \end{cases}$$

当  $0 < x < 100$  时, B 超市没有优惠, 故选择 A 超市更省钱

当  $100 \leq x < 200$  时,  $0.8x < x - 30$

解得:  $x > 150$

$\therefore$  当  $150 < x < 200$  时, 选择 A 超市更省钱

综上所述,  $0 \leq x < 100$  或  $150 < x < 200$  时选择 A 超市更省钱

当  $100 \leq x < 150$  时, 选择 B 超市更省钱

当  $x = 150$  时, 两家一样

综上所述, 当  $0 \leq x < 100$  或  $150 < x < 200$  时选择 A 超市更省钱, 当  $100 \leq x < 150$  时, 选择 B 超市更省钱;

### 【小问 3 详解】

在 B 超市购物, 购物金额越大, 享受的优惠率不一定越大

例如: 当 B 超市购物 100 元, 返 30 元, 相当于打 7 折, 即优惠率为  $\frac{100-70}{100} \times 100\% = 30\%$

当 B 超市购物 120 元, 返 30 元, 则优惠率为  $\frac{120-90}{120} \times 100\% = 25\%$

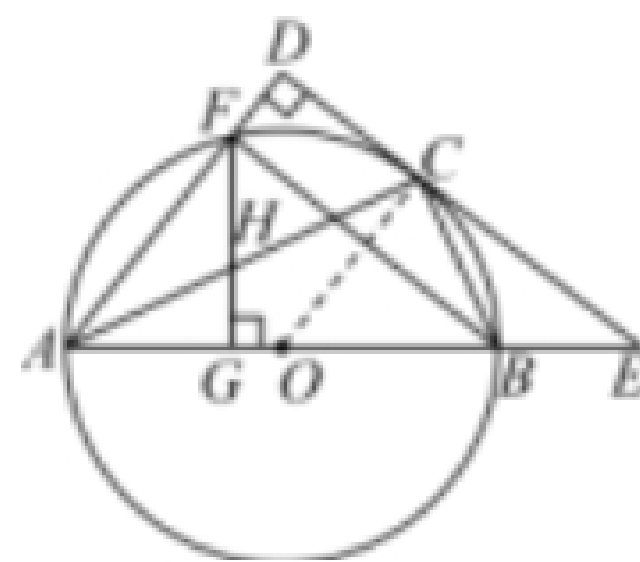
$\therefore$  在 B 超市购物, 购物金额越大, 享受的优惠率不一定越大.

22. (1) 见解析

(2)  $\frac{18}{5}$

### 【小问 1 详解】

证明: 如图所示, 连接  $OC$



$\because OC = OA$

$\therefore \angle OAC = \angle OCA$

$\because FC = FC$

$\therefore \angle FAC = \angle FBC$

$\because \angle CBF = \angle BAC$

$\therefore \angle FAC = \angle CAB$

$\therefore \angle FAC = \angle ACO$

$\therefore OC \parallel AD$

$\because AD \perp DE$

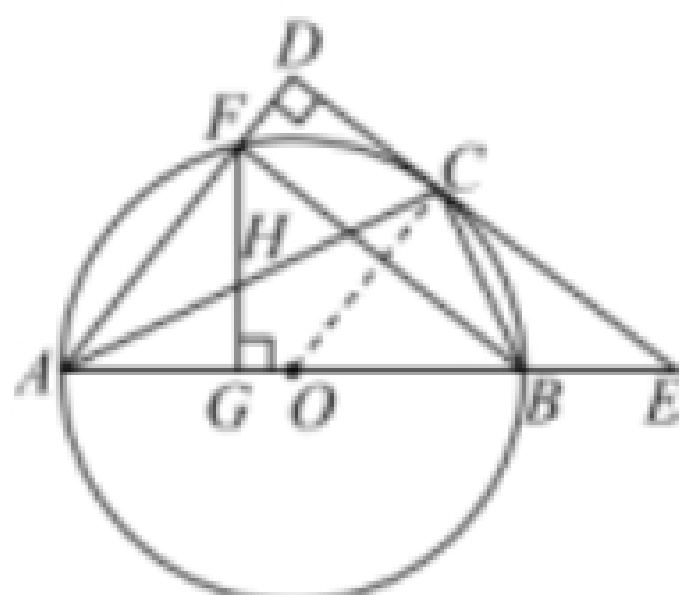
$\therefore OC \perp DE$

$\because OC$  是半径

$\therefore CE$  是  $\odot O$  的切线;

【小问 2 详解】

解: 如图所示, 连接  $OC$



$$\because \tan E = \frac{OC}{CE} = \frac{3}{4}, BE = 4$$

设  $OC = 3a$ , 则  $CE = 4a$

$$\therefore OE = 5a$$

$$\therefore \sin E = \frac{OC}{OE} = \frac{3}{5}, \cos E = \frac{4}{5}$$

$$\text{即 } \frac{3}{5} = \frac{OC}{OC + 4}$$

解得:  $OC = 6$

$$\because OC \perp DE$$

$$\therefore \angle BCE + \angle OCB = 90^\circ$$

$$\because OC = OB$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC$$

$$\therefore \angle BCE + \angle OBC = 90^\circ$$

$\because AB$  是直径

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCE = \angle CAE$$

又  $\angle E = \angle E$

$$\therefore \triangle BCE \sim \triangle CAE$$

$$\therefore \frac{CE}{AE} = \frac{BE}{CE}, \frac{CB}{CA} = \frac{CE}{AE}$$

$$\therefore CE^2 = BE \times AE$$

$$\therefore CE^2 = 4 \times (4 + 12) = 64$$

解得:  $CE = 8$

$$\therefore \frac{CB}{CA} = \frac{CE}{AE} = \frac{8}{12+4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \tan \angle CAB = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$$

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径

$$\therefore BF \perp AF$$

$$\because DE \perp AD$$

$$\therefore DC \parallel FB$$

$$\therefore \angle FBA = \angle E$$

$$\therefore \tan \angle FBA = \tan \angle E$$

$$\therefore \frac{AF}{FB} = \frac{OC}{CE} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

设  $AF = 3k$ , 则  $FB = 4k$

$$\therefore AB = 5k$$

$$\because AB = 12$$

$$\therefore k = \frac{12}{5}$$

$$\therefore AF = \frac{36}{5}$$

$$\because FG \perp AB$$

$$\therefore \angle AFG = 90^\circ - \angle GFB = \angle FBA = \angle E$$

$$\therefore FG = AF \times \cos E = \frac{4}{5} AF = \frac{4}{5} \times \frac{36}{5} = \frac{144}{25}$$

$$\therefore AG = \frac{3}{5} AF = \frac{108}{25}$$

$$\because \tan \angle CAB = \tan \angle HAG = \frac{1}{2} = \frac{HG}{AG}$$

$$\therefore HG = \frac{1}{2} AG = \frac{54}{25}$$

$$\therefore FH = FG - HG = \frac{144}{25} - \frac{54}{25} = \frac{90}{25} = \frac{18}{5}.$$

23. (1) 见解析

24. (2) ①  $C(-4,1)$ ; ② 直线  $AC$  的解析式为  $y = \frac{1}{2}x + 3$

(3)  $-\frac{4}{11}$  或  $-\frac{14}{13}$

【详解】[建立模型] (1) 证明:  $\because AC \perp BC, AB \perp BE, ED \perp BD$

$$\therefore \angle C = \angle D = \angle ABE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle A = 90^\circ, \angle ABC + \angle EBD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle EBD$$

$$\text{又} \because AB = BE$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle BDE (\text{AAS});$$

[类比迁移] (2) 如图所示, 过点  $C$  作  $CE \perp x$  轴于点  $E$

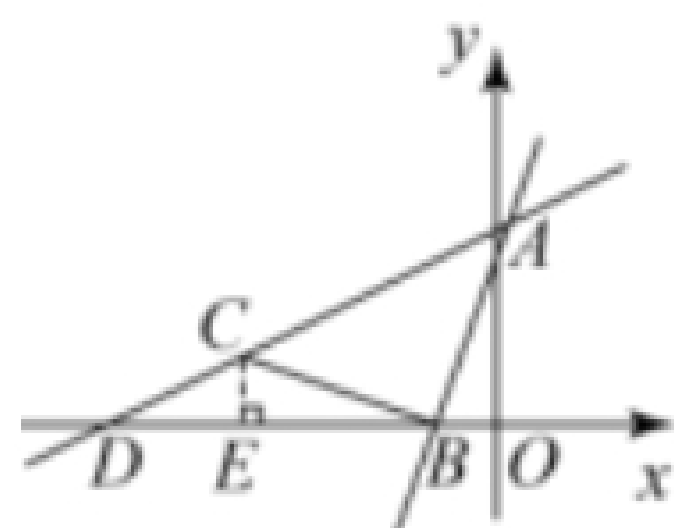


图2

$\because$  将线段  $AB$  绕点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $BC$

$$\therefore BA = BC, \angle ABC = 90^\circ$$

$$\text{又} \angle AOB = \angle CEB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABO = 90^\circ - \angle CBE = \angle ECB$$

$$\therefore \triangle CBE \cong \triangle BAO (\text{AAS})$$

$$\therefore BE = AO, CE = BO$$

$\because$  一次函数  $y = 3x + 3$  的图象与  $y$  轴交于点  $A$ 、与  $x$  轴交于点  $B$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = 3, \text{ 即 } A(0, 3)$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } x = -1, \text{ 即 } B(-1, 0)$$

$$\therefore BE = AO = 3, CE = BO = 1$$

$$\therefore EO = EB + BO = 3 + 1 = 4$$



$$\therefore C(-4,1);$$

② $\because A(0,3)$ , 设直线  $AC$  的解析式为  $y=kx+3$

将  $C(-4,1)$  代入得:  $1=-4k+3$

$$\text{解得: } k = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  直线  $AC$  的解析式为  $y=\frac{1}{2}x+3$

(3)  $\because$  抛物线  $y=x^2-3x-4$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点(点  $A$  在点  $B$  的左侧)

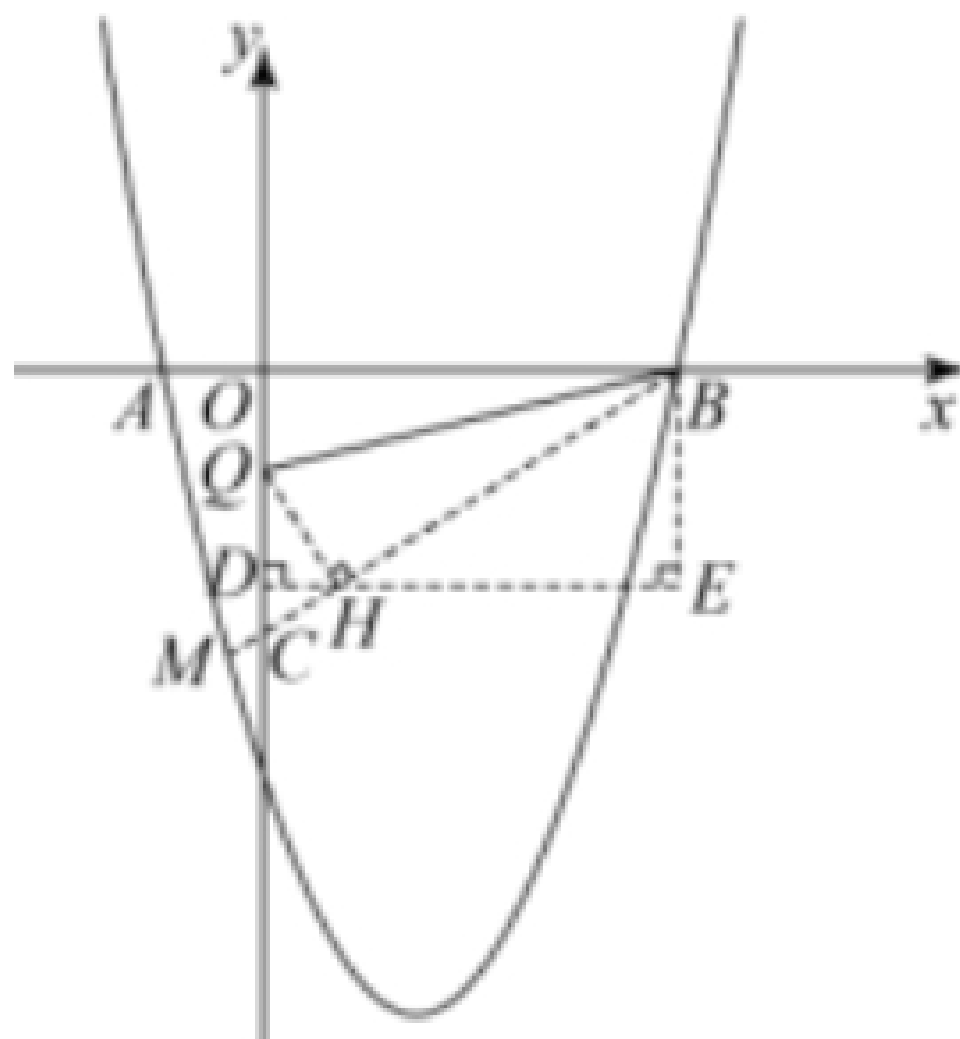
当  $y=0$  时,  $x^2-3x-4=0$

解得:  $x_1=-1, x_2=4$

$\therefore A(-1,0), B(4,0);$

①当  $M$  点在  $x$  轴下方时, 如图所示, 连接  $MB$ , 过点  $Q$  作  $QH \perp BM$  于点  $H$ , 过点  $H$  作

$DE \perp y$  轴于点  $D$ , 过点  $B$  作  $BE \perp DE$ , 于点  $E$



$$\because \angle QDH = \angle E = \angle QHB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DQH = 90^\circ - \angle QHD = \angle BHE$$

$$\therefore \triangle QDH \sim \triangle HEB$$

$$\therefore \frac{QH}{BH} = \frac{DH}{BE} = \frac{DQ}{HE}$$

$$\because \tan \angle MBQ = \tan \angle QBH = \frac{1}{3} = \frac{QH}{BH}$$

$$\therefore \frac{QH}{BH} = \frac{DH}{BE} = \frac{1}{3}$$

设  $DH = a$ , 则  $BE = 3a$

$$\because DE = 4$$

$$\therefore HE = 4 - a, QD = \frac{4}{3} - \frac{a}{3}$$

$$\because OD = BE, Q(0, -1)$$

$$\therefore 1 + \frac{4}{3} - \frac{a}{3} = 3a, \text{解得: } a = \frac{7}{10}$$

$$\therefore H\left(\frac{7}{10}, -\frac{21}{10}\right)$$

设直线  $BH$  的解析式为  $y = k'x + b$

$$\text{代入 } H\left(\frac{7}{10}, -\frac{21}{10}\right), B(4, 0) \text{ 得: } \begin{cases} \frac{7}{10}k' + b = -\frac{21}{10} \\ 4k' + b = 0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b = -\frac{28}{11} \\ k' = \frac{7}{11} \end{cases}$$

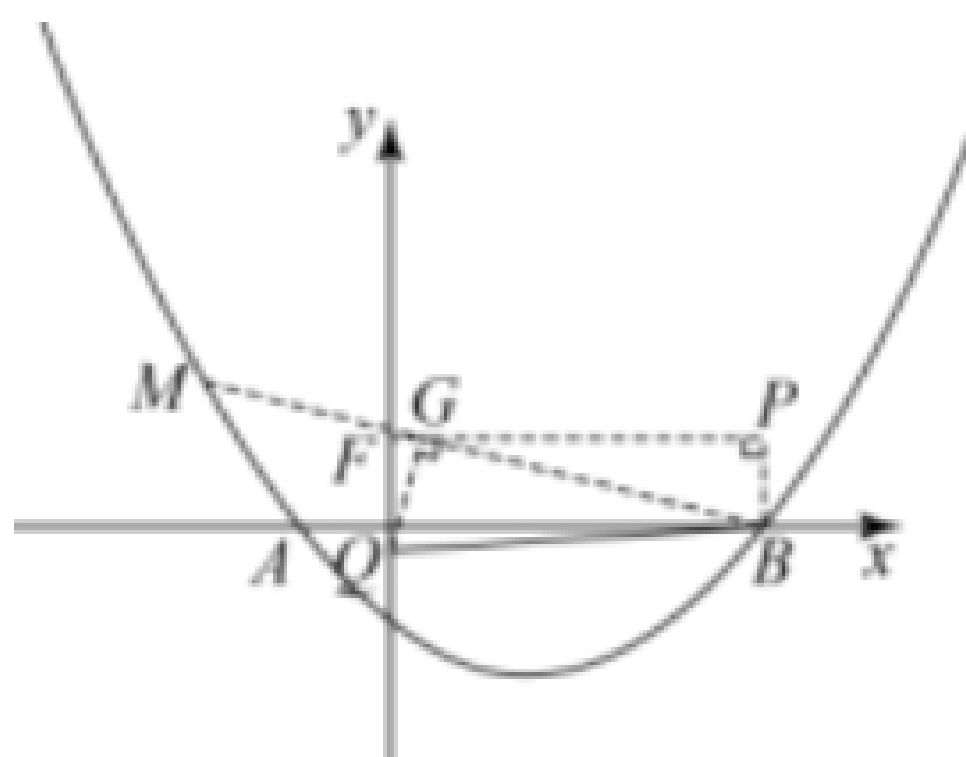
$$\therefore \text{直线 } BM \text{ 解析式为 } y = \frac{7}{11}x - \frac{28}{11}$$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = \frac{7}{11}x - \frac{28}{11} \\ y = x^2 - 3x - 4 \end{cases}$$

$$\text{解得: } x_1 = 4 \text{ (舍去)}, x_2 = -\frac{4}{11};$$

②当  $M$  点在  $x$  轴的上方时, 如图所示, 过点  $Q$  作  $QG \perp MB$  于点  $G$ , 过点  $G$  作  $PF \parallel x$  轴, 交  $y$

轴于点  $F$ , 过点  $B$  作  $PB \perp FP$  于点  $P$



同理可得  $\triangle FGQ \sim \triangle PBG$

$$\therefore \frac{FG}{PB} = \frac{FQ}{PG} = \frac{QG}{GB} = \frac{1}{3}$$

设  $FG = b$ , 则  $PB = 3b$

$$\because FP = 4$$

$$\therefore GP = 4 - b, FQ = \frac{4 - b}{3}$$

$$\because FQ = PB + 1$$

$$\therefore \frac{4 - b}{3} = 3b + 1$$

$$\text{解得: } b = \frac{1}{10}$$

$$\therefore G\left(\frac{1}{10}, \frac{3}{10}\right)$$

设直线  $MB$  的解析式为  $y = mx + n$

$$\text{代入 } G\left(\frac{1}{10}, \frac{3}{10}\right), B(4, 0) \text{ 得: } \begin{cases} \frac{1}{10}m + n = \frac{3}{10} \\ 4m + n = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = -\frac{1}{13} \\ n = \frac{4}{13} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } MB \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{13}x + \frac{4}{13}$$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = -\frac{1}{13}x + \frac{4}{13} \\ y = x^2 - 3x - 4 \end{cases}$$

$$\text{解得: } x_1 = 4 \text{ (舍去)}, x_2 = -\frac{14}{13}$$

综上所述,  $M$  的横坐标为  $-\frac{4}{11}$  或  $-\frac{14}{13}$ .