

2023 年下半年中小学教师资格考试

数学学科知识与教学能力（初级中学）

注意事项：

1. 考试时间为 120 分钟，满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上涂、作答。在试卷上作答无效，不予评分。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$ 的值是（ ）。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 定积分 $\int_1^e x \ln x dx + \int_e^1 t \ln t dt$ 的值是（ ）。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. e

3. 已知矩阵 $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ， $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ，则行列式 $|MN|$ 的值是（ ）。

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

4. 已知矩阵 $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ，则 M 的秩是（ ）。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 甲、乙、丙三位学生参加期末测试，成绩如下表：

	语文	数学	英语	政治
甲	80	100	100	100
乙	80	80	70	100
丙	80	60	100	100

学生成绩方差最大的是（ ）。

- A. 语文 B. 数学 C. 英语 D. 政治

6. 在空间直角坐标系中，若平面 π 的方程是 $z=x+2y$ ，则下列叙述正确的是（ ）。

- A. $(1, 2, 1)$ 是平面 π 的法向量
 B. 平面 π 与平面 $z=1-x-2y$ 平行
 C. 坐标原点不在平面 π 上

D. 直线 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{2-z}{2}$ 与平面 π 垂直

7. 在反比例函数学习过程中，学生可能犯的错误有（ ）。

①对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ， k 可能为零。

②对于函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$)， y 随 x 增大而减小。

③函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 不是反比例函数。

④反比例函数图象是一条连续不断的曲线。

A. ①②③

C. ①③④

D. ②③④

8. 下列属于 7—9 年级数学课程内容要求的是（ ）。

- ①能用有理数估计无理数的取值范围。
 ②能画一次函数的图象。
 ③能解一元三次方程。
 ④能解二元一次不等式组。

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ①④

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分。）

9（论述题）已知实系齐次线性方程组 $\begin{cases} (k+2)x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ kx_1 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$ 有无穷多个解，求 k 的值。

10. (论述题) 在空间直角坐标系中, 四面体 ABCD 的 B、C、D 的坐标分别为 $(0, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(-1, 1, 0)$, 并且 $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}$ 。

(1) 求顶点 A 的坐标。

(2) 求四面体的体积。

11. (论述题) 有编号为①②③的三个小球随机放入编号为①②③的三个盒中, 每个盒子放且仅放一个小球, 以 X 表示与所在盒子编号相同的小球的数量, 求 X 的分布列与数学期望。

12. (论述题) 教学材料的选取应尽可能贴近学生的现实, 以利于学生经历从现实情境中抽象出数学知识与方法的过程, 学生的现实主要有生活现实、数学现实、其他学科现实, 请分别举例。

13. (论述题) 给出等式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ($a > 0, b > 0, a > b$) 的几何解释。

三、解答题 (本大题共 1 小题, 共 10 分)。

14. (论述题) 在直角坐标系中直线 l 经过原点 $O(0, 0)$ 且与直线 $y = -x + 1$ 垂直。

(1) 求直线 l 的方程。(4 分)

(2) 求直线 l 与曲线 $y = -x^2 + 4x$ 所围成的封闭平面的面积。(6 分)

四、论述题（本大题共 1 小题，共 15 分。）

15.（论述题）有学生向数学老师反映：遇到您讲过的题我能做出来，但是没讲过的题我就不会做了，你认为在教学中产生此问题可能有哪些原因，并给出相应的教学对策。

五、案例分析题（本大题共 1 题，共 20 分。）

16.（论述题）案例：



在“分式加减法”一节课中，老师出示题目：计算 $\frac{x}{x-1} - \frac{(x+1)^2}{x^2-1}$ 。

学生解如下：

$$\frac{x}{x-1} - \frac{(x+1)^2}{x^2-1} = \frac{x}{x-1} - \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x(x+1) - (x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{-(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{1-x}$$

教师**生的答案修改如下：

$$\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{1-x}$$

教师强调，异分母分式加减，能化简的分式必须先化简，然后再通分转化为同分母分式的加减法，问：

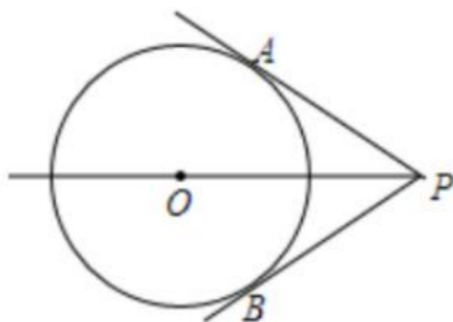
(1) 分式加减法的运算法则是什么？（5 分）

(2) 教师将 $\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}$ 化为 $\frac{x+1}{x-1}$ ，依据的分式基本性质是什么？（5 分）

(3) 你完全认同教师强调的内容吗？说明理由并举例。（10 分）

六. 教学设计题（本大题有 1 题，共 30 分。）

（一）材料：下面是九年级上册“直线与圆的位置关系”内容。



如图，PA，PB 是圆 O 的两条切线，切点分别为 A，B，在半透明纸上画出这个图形，沿着直线 PD 将图形对折，图中的 PA 与 PB， $\angle APO$ 与 $\angle BPO$ 有什么关系？

如图，连接 OA 与 OB， \because PA 与 PB 是圆 O 的切线， $\therefore OA \perp AP$ ， $OB \perp BP$ ，又 $OA=OB$ ， $OP=OP$ ， $\therefore Rt\triangle AOP \cong Rt\triangle BOP$ ， $\therefore PA=PB$ ， $\angle APO=\angle BPO$ ，由此可得切线长定理：从圆外一点可以引圆的两条切线，它们切线长相等，这一点和圆心的连线平分两条切线夹角，完成以下任务：

17.（分析题）

（1）写出“过圆 O 外一点 P 作圆 O 的切线”的尺规作图作法。（12 分）

（2）写出这部分内容的教学设计，包括教学目标，教学过程（含引导学生探究的活动和设计意图）。（18 分）