

第 1 章习题

1.1 选择一个单位的工资表，指出其中的元素、元素的字段以及元素之间的关系，并给出一些最基本的运算。

1.2 描述数据结构、逻辑结构、存储结构和运算的有关概念及其相互之间的关系。

1.3 已知一个群体中有 n 个人，这些人之间可能存在同学关系，请用一个数据模型来描述这一关系，并给出可能基本运算。

1.4 描述算法所具备的基本特征，并指出算法与程序之间的差异。

【答】

算法的基本特征：

(1) 输入：0 或 n 个输入（算法开始前的初始量）

(2) 输出：1 或 n 个输出，它们是算法执行完后的结果。

(3) 有穷性：指令的执行次数必须是有限的。

(4) 确定性：指令的描述是确定的，无二义性的。使得对相同的输入能产生相同的输出结果。

(5) 可行性：每条指令的执行时间都是有限的。算法中每条指令可用计算机指令的有限次执行来实现。

算法与程序的区别：

算法是求解某个特定问题的方法，可以用自然语言、伪代码等进行描述，算法同时面向人和机器，通过算法描述人可以理解算法的具体求解方法，用特定的编程实现后可在机器上运行，所以也是面向机器的。

程序则是对特定算法的及其语言实现，可以在计算机上运行，并给出为题的求解结果，程序一般只是面向机器的。

1.5 计算序列各程序段的时间复杂度。

(1) for (i=0; i<n; i++)
 for (j=i; j<n; j++) x++;

【解】 $O(n^2)$

i 值	x++执行次数
0	n-1
1	n-2
2	n-3
...	...
n-2	1
n-1	0

--	--

x++执行总次数: $1+2+3+...+(n-1)=n(n-1)/2$

时间复杂度: $O(n^2)$

(2) i=n;
while (i>1) i= i/2;

【解】 $O(\log_2 n)$ 。假定 $i=i/2$ 运行了 k 次, 则 k 与 i 值之间的关系如下表:

k 值	1	2	3	...	k
i 值	$i=n/2$	$i=n/2^2$	$i=n/2^3$...	$i=n/2^k$

循环结束时, i 接近 1, 不妨设为 1, 则有 $1= n/2^k$, 可得循环次数 $k=\log_2 n$ 。

时间复杂度: $O(\log_2 n)$

(3) for (i=1; i<=n; i++)
for (j=1; j<=n; j++)
for (k=1; k<=n; k++)
x++;

【解】 $O(n^3)$

(4) for (i=1; i<n; i++)
for (j=1; j<n; j++) x++;
for (k=1; k<n; k++) x++;

【解】 $O(n^2)$

(5) for (i=1; i<n; i++)
{ j=i;
while (j<n) j*=2;
}

【解】 $O(n)$

i 值与 $j*=2$ 近似执行次数对应表

i 值	$j*=2$ 近似执行次数
1	$\log_2 n$
2	$\log_2 n - \log_2 2$
3	$\log_2 n - \log_2 3$
...	..
n-1	$\log_2 n - \log_2 (n-1)$

--	--

j*=2 近似执行总次数: $n \log_2 n - (\log_2 2 + \log_2 3 + \dots + \log_2 (n-1) + \log_2 n) = n \log_2 n - \log_2 n!$ 。

根据 **sterling** 公式, 当 n 很大时, $n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$, 代入得,

$$n \log_2 n - \log_2 n! = n \log_2 n - \frac{1}{2} \log_2 2\pi n - n \log_2 n + n \log_2 e$$

所以, 时间复杂度: $O(n)$ 。