

# 合 肥 工 业 大 学 试 卷 ( A ) 共 2 页第 1 页

2019~2020 学年第 二 学期 课程代码 1740082B 课程名称 计算方法 学分 2 课程性质:必修■、选修□、限修□ 考试形式:开卷□、闭卷■

姓名\_\_\_\_\_专业班级(教学班)\_\_\_\_\_考试日期 2020. 5. 25 命题教师 计算方法课程组 系(所或教研室)主任审批签名\_\_\_\_\_

说明:请细心审题,认真答题,答题部分请直接写在答题纸上!

## 一、填空题(每空 2 分,共 10 分)

1. 已知  $\pi=3.14159265\dots$ , 用  $\frac{355}{113}$  作为  $\pi$  的近似值具有\_\_\_\_\_位有效数字。
2. 用二分法求方程  $x^3-x-1=0$  在区间  $[1, 2]$  内的近似根, 要求误差不超过  $10^{-3}$ , 则需要二次多少次? \_\_\_\_\_。
3. 依据 3 个样点  $(0, 1), (1, 2), (2, 3)$  构造 Lagrange 插值多项式, 其插值基多项式为,  $L_2(x)=$ \_\_\_\_\_。
4. 已知某求积公式为  $\int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{2}f(\frac{1}{4}) + \frac{1}{2}f(\frac{3}{4})$ , 该求积公式具有\_\_\_\_\_阶代数精度。
5. 用欧拉公式求解微分方程  $y' = 8 - 3y$ , 步长  $h$  取 0.1, 其迭代格式为\_\_\_\_\_。

## 二、选择题(每题 2 分,共 10 分)

1. 函数  $f(x)=2x^7+4x^5+3x^2+1$  的差商  $f[2^0, 2^1, \dots, 2^7]$  的值为 ( )  
A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 1                      D. 2
2. 3 个节点的高斯求积公式具有多少次代数精度? ( )  
A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6
3. 迭代格式  $x_{k+1} = \frac{x_k}{2} + \frac{1}{x_k}$  收敛于  $\sqrt{2}$ , 则该迭代格式的收敛阶数是 ( )  
A. 1                      B. 1.5                      C. 2                      D. 2.5
4. 设矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times n}$  为  $n \times n$  的矩阵, 则矩阵 A 的  $F$ -范数  $\|A\|_F$  为 ( )

A.  $\max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \right\}$       B.  $\max_{1 \leq j \leq n} \left\{ \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \right\}$       C.  $(\lambda_{\max}(AA^T))^{\frac{1}{2}}$       D.  $\left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$

5. 迭代矩阵  $G_J = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}$  的谱半径为 ( )

- A. 0                      B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

## 三、计算题(共 80 分)

1. 已知函数  $y = \sin(x)$  在以下点的函数值,

$k$	1	2	3	4
$x_k$	0.5236	0.7854	1.0472	1.5708
$y_k$	0.5	0.7071	0.8660	1

(1) 试构造二次 Lagrange 插值多项式  $L_2(x)$ , 并计算插值点  $x=1$  的近似值  $L_2(1)$ 。(10 分)

(2) 用事后误差估计方法估计  $L_2(2)$  的误差。(5 分)

2. 试用 Romberg 求积公式计算定积分  $I = \int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$ , 要求结果保留 4 位有效数字。(10 分)

3. 试用四阶龙格库塔方法求解微分方程  $\begin{cases} y' = 8 - 3y & 1 \leq x \leq 2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$  的数值解, 步长  $h=0.2$ , 要求结果保留 5 位小数。(10 分)

4. 试用牛顿迭代法求解方程  $x^3 - x^2 - 1 = 0$  的根, 初始迭代  $x_0 = 1.5$ , 要求结果保留 5 位有效数字。(15 分)

# 合 肥 工 业 大 学 试 卷 ( A )

共 2 页第 2 页

2019~2020 学年第 二 学期 课程代码 1740082B 课程名称 计算方法 学分 2 课程性质:必修■、选修□、限修□ 考试形式:开卷□、闭卷■

姓名\_\_\_\_\_专业班级(教学班)\_\_\_\_\_考试日期 2019. 5. 25 命题教师 计算方法课程组 系(所或教研室)主任审批签名\_\_\_\_\_

5. 分别用 Jacobi 迭代和 Gauss-Seidel 迭代方法求解方程组

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad (a \neq 0)$$

(1) 当  $a$  分别取什么范围时, Jacobi 迭代和 Gauss-Seidel 迭代收敛。(10 分)

(2) 若存在  $a$  使得 Jacobi 迭代和 Gauss-Seidel 迭代同时收敛, 试求出两种迭代方法的收敛速度之比。(5 分)

6. 用列主消元法求解方程组 
$$\begin{cases} 2.5x_1 + 1.4x_2 + 4.5x_3 = 1 \\ 1.4x_1 + 0.9x_2 - 1.3x_3 = 1.2 \\ 2.6x_1 + 3.4x_2 - 1.4x_3 = -0.5 \end{cases}$$
, 要求过程保留 3 位小数。(15 分)