合 肥 工 业 大 学 试 卷（A）

2020～2021 学年第 一 学期 课程代码 1400091B 课程名称 概率论与数理统计 学分 3 课程性质:必修 考试形式:闭卷

专业班级（教学班）__________ 考试日期 2021.1.14 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名__________

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 A 与 B 为两个随机事件，$P(A)=0.7$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$_______.
2. 设随机变量 $X\sim B(3,0.5)$，$Y=2X+1$，$F_Y(y)$ 为 Y 的分布函数，则 $F_Y(3)=$_______.
3. 设随机变量 X 服从参数为1的指数分布，$Y=(X-EX)^2$，则 $P\{Y<EY\}=$_________.
4. 设随机变量 X 与 Y 的方差分别为 $DX=1, DY=4$，相关系数 $\rho_{XY}=0.5$，则 $U=X+Y$ 与 X 的相关系数 $\rho_{UX}=$_______.
5. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_{48}$ 相互独立，且均服从区间 $[0,2]$ 上的均匀分布，$X=\sum_{i=1}^{48}X_i$，利用中心极限定理计算 $P\{X\le 50\}\approx$_____（结果用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 表示）.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设随机事件 A,B,C 两两独立，则 A,B,C 相互独立的一个充分必要条件是（ ）.

（A） A 与 BC 相互独立 （B） AB 与 $B\cup C$ 相互独立

（C） AB 与 BC 相互独立 （D） $A\cup B$ 与 $B\cup C$ 相互独立

2. 设随机变量 X,Y 独立同分布，且 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $Z=\min\{X,Y\}$ 的分布函数为（ ）.

（A） $F^2(x)$ （B） $F(x)F(y)$ （C） $1-[1-F(x)]^2$ （D） $[1-F(x)][1-F(y)]$

3. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本，$EX=\mu$，$DX=\sigma^2$，$\overline{X},S^2$ 分别为样本均值与样本方差，则下列选项错误的是（ ）.

（A） $E(\overline{X}-\mu)=0$ （B） $D(\overline{X})=\dfrac{\sigma^2}{n}$ （C） $D(\overline{X}-\mu)=\dfrac{\sigma^2}{n}$ （D） $\dfrac{\sqrt{n}\,(\overline{X}-\mu)}{S}\sim t(n)$

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,1)$ 的简单随机样本，若置信度 $1-\alpha$（$0<\alpha<1$）不变，则随着样本容量 n 的增大，参数 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间的长度（ ）.

（A）增大 （B）减少 （C）不变 （D）无法确定

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，$\sigma^2>0$ 未知，$\overline{X},S^2$ 分别为样本均值和样本方差. 对于假设检验问题 $H_0:\mu=1,\ H_1:\mu\ne 1$，若取显著性水平 $\alpha=0.05$，则拒绝域为（ ）.

（A） $\left|\overline{X}-1\right|\ge\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.025}$ （B） $\left|\overline{X}-1\right|\ge\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n-1)$

（C） $\overline{X}\ge 1+\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{0.05}$ （D） $\overline{X}\ge 1+\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n-1)$

三、（本题满分 10 分） 玻璃杯成箱的出售，每箱 20 只，假设各箱含 0 个，1 个，2 个次品的概率相应的为 0.8, 0.1, 0.1,，一顾客欲买一箱玻璃杯，售货员随意地抽取一箱，顾客开箱后随意地查看 4 只，若无次品则买下这箱玻璃杯，否则退回，试求：(I) 顾客买下该箱玻璃杯的概率；(II) 若一个顾客买下了一箱玻璃杯，在顾客买下的这箱玻璃杯中确实无次品的概率.

四、（本题满分 12 分） 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}kx^2, & 0<x<3,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$ $Y=\begin{cases}2, & X\le 1,\\ X, & 1<X<2,\\ 1, & X\ge 2.\end{cases}$

(I) 求常数 k；(II) 求 $P\{X\le Y\}$；(III) 求 EY.

五、（本题满分 14 分） 设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从区间 $[0,1]$ 上的均匀分布，Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases}2y, & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}\quad 令\quad U=\begin{cases}0, & X\le\frac{1}{2},\\ 1, & X>\frac{1}{2},\end{cases}\quad V=\begin{cases}0, & X>Y,\\ 1, & X\le Y.\end{cases}$$

(I) 求 (X,Y) 概率密度 $f(x,y)$；(II) 分别求 U 和 V 的分布律；(III) 求 (U,V) 的联合分布律.

六、（本题满分 12 分） 设 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0<x<1,\ 0<y<x,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$

(I) 求 X 的边缘概率密度 $f_X(x)$；(II) 求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$.

七、（本题满分 12 分） 设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta}{x^{\theta+1}}, & x>1,\\ 0, & x\le 1,\end{cases}$ 其中未知参数 $\theta>1$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本. (I) 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_M$；(II) 求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_L$.

八、（本题满分 10 分） 设随机变量 $X\sim N(1,1)$，$Y\sim N(2,4)$，且 X 与 Y 相互独立.

(I) 求 $Z=X-Y$ 的概率密度 $f(z)$；(II) 求常数 a,b，使 $U=a(3X-3)^2+b(Y-2)^2\sim\chi^2(2)$.

命题教师注意事项:1、主考教师必须于考试一周前将“试卷 A”、“试卷 B”经教研室主任审批签字后送教务科印刷。 2、请命题教师用黑色水笔工整地书写题目或用 A4 纸横式打印贴在试卷版芯中。