

合 肥 工 业 大 学 试 卷 (A)

2017~2018 学年第 一 学期 课程代码 1400091B 课程名称 概率论与数理统计 学分 3 课程性质:必修 考试形式: 闭卷
专业班级 (教学班) 考试日期 2018.1.17 命题教师 集体 系 (所或教研室) 主任审批签名

一. 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设随机事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(B) = 0.5$, $P(A - B) = 0.3$, 则 $P(B - A) =$ _____.
 2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布, 则 $P\{\max(X, Y) \leq 1\} =$ _____.
 3. 设 X_1, X_2, \dots, X_m 为来自二项分布总体 $B(n, p)$ 的简单随机样本, \bar{X} 和 S^2 分别为样本均值和样本方差, 若 $\bar{X} + kS^2$ 为 np^2 的无偏估计量, 则 $k =$ _____.
 4. 设随机变量 X 服从泊松分布 $P(3)$, 则由切比雪夫不等式估计 $P\{|X - EX| < 2\} \geq$ _____.
 5. 已知总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 均未知, 已知样本容量为 9, 样本均值为 $\bar{x} = m$, 样本方差为 $s^2 = 4$, 则 μ 的置信度为 95% 的置信区间是 _____.
- (记 $u_{0.05} = a$, $u_{0.025} = b$, $t_{0.05}(8) = c$, $t_{0.025}(8) = d$, $t_{0.05}(9) = l$, $t_{0.025}(9) = k$).

二. 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 A, B 为随机事件, 且 $P(B) > 0$, $P(A|B) = 1$, 则必有().
(A) $P(A \cup B) > P(A)$ (B) $P(A \cup B) > P(B)$
(C) $P(A \cup B) = P(A)$ (D) $P(A \cup B) = P(B)$
2. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ($\sigma > 0$), 记 $p = P\{X \leq \mu + \sigma^2\}$, 则 ().
(A) p 随着 μ 的增加而增加 (B) p 随着 σ 的增加而增加
(C) p 随着 μ 的增加而减少 (D) p 随着 σ 的增加而减少
3. 设随机变量 X, Y 独立同分布, 且 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $Z = \min\{X, Y\}$ 的分布函数为().
(A) $F^2(x)$ (B) $F(x)F(y)$
(C) $1 - [1 - F(x)]^2$ (D) $[1 - F(x)][1 - F(y)]$
4. 设随机变量 X, Y 不相关, 且 $EX = 2, EY = 1, DX = 3$, 则 $E[X(X + Y - 2)] =$ ().
(A) -3 (B) 3 (C) -5 (D) 5
5. 在正态总体的假设检验中, 显著性水平为 α , 则下列结论正确的是 ().
(A) 若在 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0 , 则在 $\alpha = 0.01$ 下必接受 H_0
(B) 若在 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0 , 则在 $\alpha = 0.01$ 下必拒绝 H_0
(C) 若在 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0 , 则在 $\alpha = 0.01$ 下必接受 H_0
(D) 若在 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0 , 则在 $\alpha = 0.01$ 下必拒绝 H_0

三. (本题满分 12 分) 设某人赴外地出差参加开会时, 有乘坐汽车、火车、飞机和动车四种交通方式, 其概率分别为 0.1, 0.2, 0.4, 0.3, 且采用此四种交通方式时, 出席会议迟到的概率依次为 0.03, 0.015, 0.01, 0.01. (1) 求此人出席会议时迟到的概率; (2) 若已知此人出席会议时已经迟到, 问此人最有可能乘坐的交通工具是什么? 说明理由.

四. (本题满分 14 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & 1 \leq x \leq e \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, (1) 求随机变量 X 的分布函数 $F(x)$; (2) 求 $P\{X < 2\}$; (3) 求随机变量 $Y = X - 1$ 的分布函数 $G(y)$.

五. (本题满分 14 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{9y^2}{x}, & 0 < x < 1, 0 < y < x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 求 (X, Y) 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (2) 判断 X 与 Y 的独立性; (3) 求概率 $P\{X > 2Y\}$.

六. (本题满分 14 分) 设随机变量 X, Y 的概率分布相同, 已知 X 的概率分布为 $P\{X = 0\} = \frac{1}{3}$, $P\{X = 1\} = \frac{2}{3}$, 且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = \frac{1}{2}$. (1) 求 (X, Y) 的联合分布律; (2) 求 $P\{X + Y \leq 1\}$.

七. (本题满分 12 分) 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 其中参数 λ ($\lambda > 0$) 未知,

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本. (1) 求参数 λ 的矩估计量 $\hat{\lambda}_M$; (2) 求参数 λ 的最大似然估计量 $\hat{\lambda}_L$.

八. (本题满分 4 分) 设 X_1, X_2, X_3 为来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 问统计量 $Y = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2}|X_3|}$ 服从何种分布? 给出理由.