

Контрольна робота
студента групи ПМІ - 22
Юраса. Назара:

④ Математичним сподіванням дискретної випадкової змінної ξ називають суму добутків значень її на ймовірності, з якими вона набуває відповідних значень, тобто

$$E(\xi) = \sum_{i=1} x_i p_i$$

Властивості:

- 1) $E(C) = C$ (C - константа)
- 2) $|E(\xi)| \leq E(|\xi|)$
- 3) $E(\xi C) = C E(\xi)$
- 4) $E(\xi + \eta) = E(\xi) + E(\eta)$
- 5) $E(\xi \cdot \eta) = E(\xi) \cdot E(\eta)$, якщо ξ та η - незалежні

$$\textcircled{1} P(\xi=0) = C_3^0 \cdot 0,3^0 \cdot 0,7^{3-0} = 0,343$$

$$P(\xi=1) = C_3^1 \cdot 0,3^1 \cdot 0,7^2 = 0,441$$

$$P(\xi=2) = C_3^2 \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^1 = 0,189$$

$$P(\xi=3) = C_3^3 \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^0 = 0,027$$

x_i	0	1	2	3
p_i	0,343	0,441	0,189	0,027

$$E(\xi) = np = 3 \cdot 0,3 = 0,9$$

$$D(\xi) = npq = 3 \cdot 0,3 \cdot 0,7 = 0,63$$

④ Матем. сподів. неперервної випадк. змінної ξ , називають інтеграл, взятий по області існування її густини розподілу, від добутку цієї випадк. змінної на її густину розподілу

$$E(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx$$

$$(2) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Це і є наша щільність

$$\begin{aligned} P | 2 < x < 3 | &= F(3) - F(2) = \\ &= 1 - e^{-3} - 1 + e^{-2} = e^{-2} - e^{-3} \approx \\ &\approx 0,0855482 \end{aligned}$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ ax, & 1 < x < 5 \\ 0, & x \geq 5 \end{cases}$$

$$\int_a^b f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_1^5 ax dx = 1$$

$$\left(a \cdot \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^5 = a \cdot \frac{25}{2} - a \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$12 \cdot a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1/12$$

р-ще розподілу:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^1 0 dx = 0, \quad x \leq 1$$

$$F(x) = \int_1^x \frac{x}{12} dx = \frac{x^2}{24} - \frac{1}{24}, \quad 1 < x < 5$$

$$F(x) = 1, \quad x > 5$$

Мат. ожидание:

$$E[x] = \int_1^5 x \cdot \frac{x}{12} dx = \frac{x^3}{36} \Big|_1^5 =$$

$$= \frac{125}{36} - \frac{1}{36} = \frac{31}{9} \approx 3,44(4)$$

Дисперсия:

$$D[x] = \int_1^5 x^2 \cdot \frac{x}{12} dx - \left(\frac{31}{9}\right)^2 = \frac{x^4}{48} \Big|_1^5 =$$

$$= \left(\frac{31}{9}\right)^2 = \frac{5^4}{48} - \frac{1}{48} - \left(\frac{31}{9}\right)^2 = \frac{92}{81} \approx$$

$$\approx 1,135$$

В-го: $a = 1/12$, $E[x] \approx 3,44$, $D[x] \approx 1,135$