Індивідуальне завдання № 2

Виконав: студент групи ПМІ-22 Юрас Назар

Варіант № 25 завдання № 123

Результати випробувань 200 електролампочок на тривалість безвідмовної роботи (в год) наведені у таблиці

За допомогою критерію χ^2 при 10 % - ому рівні значущості перевірити гіпотезу про те, що тривалість безвідмовної роботи електролампочок є експоненетно розподіленою випадковою змінною

i	Інтервали часу $[t_i, t_{i+1}]$	Кількість лампочок m_i	Z_i	p_i	$n \cdot p_i$
1	0 - 300	28	150	0,2321	46,42
2	300 - 600	41	450	0,1782	35,64
3	600 - 900	5	750	0,1373	27,46
4	900 - 1200	22	1050	0,105	21
5	1200 - 1500	41	1350	0,0806	16,12
6	1500 - 1800	37	1650	0,0621	12,42
7	1800 - 2100	9	1950	0,0476	9,52
8	2100 - 2400	7	2250	0,0365	7,3
9	2400 - 2700	5	2550	0,028	5,6
10	2700 - 3000	3	[illegible]	0,0926	18,52

11	3000 – 3300	2	~~3150~~
12	≥ 3300	0	3000

$$\sum_{i=1}^{n+1} = 200 \qquad \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \qquad \sum_{i=1}^{n+1} n_i \cdot p_i = 200$$

Кількість лампочок для $i = 10$, $i = 11$, $i = 12$ ми можемо об'єднати разом

К-сть ступенів вільності:

$d.f. = n - 1 - k = 10 - 1 - 1 = 8$, k – к-сть невідомих параметрів λ

$$\lambda = \frac{1}{\overline{x}}$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+1} z_i \cdot m_i = (150 \cdot 28 + 450 \cdot 41 +$$

$$+ 750 \cdot 5 + 1050 \cdot 22 + 1350 \cdot 41 + 1650 \cdot 37 + 1950 \cdot 9 +$$

$$+ 2250 \cdot 7 + 2550 \cdot 5 + 3000 \cdot 5) / 200 =$$

$$= 226\,950 / 200 = 1134{,}75$$

$$\lambda = \frac{1}{1134{,}75} \approx 0{,}0009$$

Імовірності:

$$p_1 = e^{-\frac{0}{1134,75}} - e^{-\frac{300}{1134,75}} = 1 - 0{,}7679 = 0{,}2321$$

$$p_2 = e^{-\frac{300}{1134,75}} - e^{-\frac{600}{1134,75}} = 0{,}7679 - 0{,}5897 = 0{,}1782$$

$$p_3 = e^{-\frac{600}{1134,75}} - e^{-\frac{900}{1134,75}} = 0{,}5897 - 0{,}4524 = 0{,}1373$$

$$p_4 = e^{-\frac{900}{1134,75}} - e^{-\frac{1200}{1134,75}} = 0,4524 - 0,3474 = 0,105$$

$$p_5 = e^{-\frac{1200}{1134,75}} - e^{-\frac{1500}{1134,75}} = 0,3474 - 0,2668 = 0,0806$$

$$p_6 = e^{-\frac{1500}{1134,75}} - e^{-\frac{1800}{1134,75}} = 0,2668 - 0,2047 = 0,0621$$

$$p_7 = e^{-\frac{1800}{1134,75}} - e^{-\frac{2100}{1134,75}} = 0,2047 - 0,1571 = 0,0476$$

$$p_8 = e^{-\frac{2100}{1134,75}} - e^{-\frac{2400}{1134,75}} = 0,1571 - 0,1206 = 0,0365$$

$$p_9 = e^{-\frac{2400}{1134,75}} - e^{-\frac{2700}{1134,75}} = 0,1206 - 0,0926 = 0,028$$

$$p_{10} = e^{-\frac{2700}{1134,75}} - e^{-\infty} = 0,0926 - \cancel{0,0711}\ 0 = 0,0926$$

$$\sum_{i=1}^{10} p_i = 0,2321 + 0,2782 + 0,1373 + 0,105 + 0,0806 + 0,0621 + 0,0476 + 0,0365 + 0,028 + 0,0926 = 1$$

$$\underline{\chi^2_{емп}} = \sum_{i=1}^{r+1} \frac{(m_i - n_i p_i)^2}{n_i p_i} = \frac{(28-46,42)^2}{46,42} + \frac{(41-35,64)^2}{35,64} + \frac{(5-27,46)^2}{27,46} + \frac{(22-21)^2}{21} + \frac{(41-16,12)^2}{16,12} +$$

$$+ \frac{(37-12,42)^2}{12,42} + \frac{(9-9,52)^2}{9,52} + \frac{(7-7,3)^2}{7,3} + \frac{(5-5,6)^2}{5,6} + \frac{(3-18,52)^2}{18,52} = 7,309 + 0,806 + 18,370 + 0,047 + 38,4 +$$

$$+ 48,645 + 0,028 + 0,012 + 0,064 + 13,005 = \underline{126,686}$$

$$\chi^2_{крит} = (d.f;\ \alpha) = \chi^2_{крит}(8;\ 0,1) = 13,36 \text{ (табл)}$$

Оскільки $\chi^2_{емп} > \chi^2_{крит}$, то гіпотеза H_0 <u>хибна</u> при рівні значущості $\alpha = 0,1$

Використані формули:

$$H_0: F(t) = \begin{cases} 0, & t<0, \\ 1-e^{-\lambda t}, & t \geqslant 0 \end{cases}, \quad F(-\infty)=0, \; F(+\infty)=1$$

$$\lambda = \frac{1}{\bar{x}}$$

$$P(t_i \le \xi < t_{i+1}) = F(t_{i+1}) - F(t_i) =$$
$$= -e^{-\lambda t_{i+1}} + e^{-\lambda t_i} = e^{-\lambda t_i} - e^{-\lambda t_{i+1}}$$