

Design via frequency response

ในบทนี้เราจะเรียนรู้การปรับปรุงระบบ
โดยใช้การตอบสนองความถี่มาใช้ในการออกแบบตัวชดเชย(Compensator) ตัวชดเชยที่จะทำการศึกษาใน
บทนี้มี 4 แบบคือ

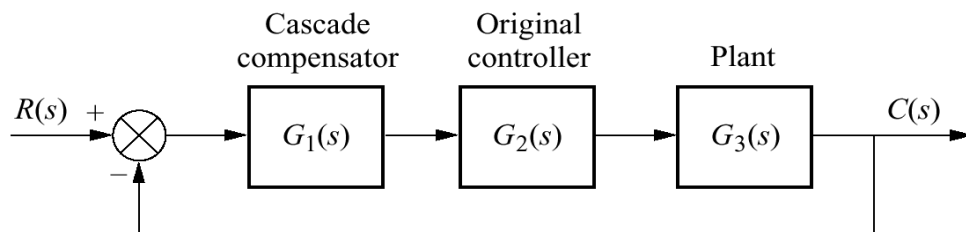
- 1 การปรับเกน (Proportional compensator)
- 2 ตัวชดเชยแบบมุดตาม (Lag compensator)
- 3 ตัวชดเชยแบบมุดนำ (Lead compensator)
- 4 ตัวชดเชยแบบมุดตามและมุดนำ (Lag-lead compensator)

จุดประสงค์ในการปรับปรุงระบบคือ

- 1 เพื่อปรับปรุงการตอบสนองชั่วขณะ(Transient response) ให้ดีขึ้น
- 2 เพื่อลดความคลาดเคลื่อนในสภาวะคงตัว(Steady-state error)

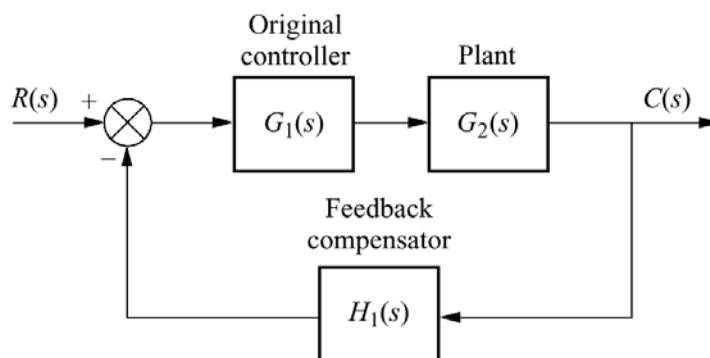
การวางตัวชดเชยในระบบสามารถวางได้ 2 แบบคือ

- 1 Cascade compensator วางตัวชดเชยบน forward path ด้านหน้าระบบที่ต้องการปรับปรุง ดัง
รูปที่ 1



รูปที่ 1 Cascade compensator

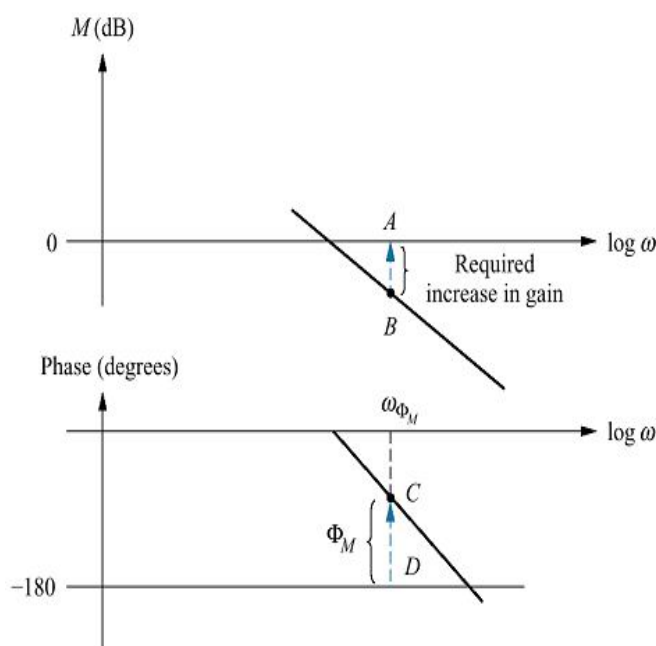
- 2 Feedback compensator วางตัวชดเชยบน feedback path ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 Feedback compensator

1 การปรับเกน (gain)

เราจะเริ่มต้นการศึกษาการออกแบบโดยใช้ผลการตอบสนองความถี่ โดยพูดถึงความสัมพันธ์ระหว่าง phase margin, transient response และ gain ในบทที่ 10 ได้แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการหน่วง(damping ratio) และ Phase margin ที่มีที่มาจากระบบเปิด $G(s) = \omega_n^2 / (s + 2\zeta\omega_n)$ ดังนั้นถ้าเราสามารถที่จะเปลี่ยนแปลง phase margin เราก็จะสามารถเปลี่ยนแปลง percent overshoot จากรูปที่ 3 จะเห็นว่าถ้าเราต้องการ phase margin, Φ_M , ซึ่งแสดงโดย CD เราต้องเพิ่มขนาด (Magnitude) ไปเป็นขนาด AB จะเห็นว่าเรามีหลักการง่ายๆ ในการปรับเกนเพื่อใช้ในการออกแบบระบบให้มี phase margin และ percent overshoot ตามที่ต้องการได้



รูปที่ 3 แสดง Bode plot การปรับ gain สำหรับ phase margin ที่ต้องการ

ขั้นตอนในการหาเกน (gain) เพื่อให้ได้ค่า percent overshoot ที่ต้องการ โดยใช้ผลการตอบสนองความถี่ของระบบเปิด (Open-loop frequency response) และโดยการสมมุติให้ระบบมีโพลเด่นของระบบปิดเป็นระบบอันดับสอง(Dominant second-order closed-loop poles)

ขั้นตอนการออกแบบ(โดยเทคนิคการปรับเกน)

- 1 ทำการวาด Bode magnitude และ Phase ของระบบเดิม เริ่มที่จุด
- 2 หาอัตราการหน่วง(damping ratio) จาก percent overshoot โดยสมการ

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}}$$

จากนั้นนำมาหา Phase margin ที่ต้องการโดยสมการ

$$\Phi_M = \tan^{-1} \frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2 + \sqrt{1+4\zeta^4}}}$$

3 หาค่าความถี่, ω_{ϕ_M} , ที่ทำให้ขนาดของ phase margin มีค่าตามต้องการ (ที่คำนวณได้ในข้อ 2) จากกราฟของมุมของโบด (Bode phase diagram)

4 ทำการเปลี่ยนแปลงเกน จากค่าเดิมไปเป็นขนาด AB ซึ่งจะทำให้เส้นกราฟของขนาด (Magnitude) ย้ายไปที่ 0 dB ที่จุดความถี่ ω_{ϕ_M} ค่าเกนที่ได้คือค่าเกนที่ทำให้ระบบมีค่า percent overshoot ตามที่ต้องการ

2 Lag compensation

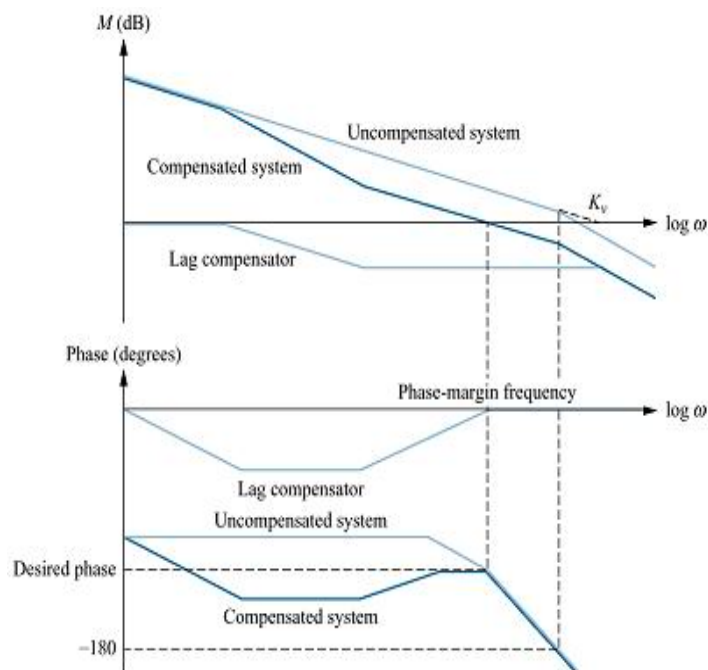
ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของ lag compensator มีรูปแบบดังนี้

$$G_c(s) = \frac{1 + Ts}{1 + bTs} \quad \text{เมื่อ } b > 1, T > 0$$

ตัวชดเชยแบบมุมตาม (Lag compensator) มีฟังก์ชัน ตาม Bode diagram คือ

1 ทำให้ค่าคงที่ความคลาดเคลื่อน(static error constant) ดีขึ้น โดยทำการเพิ่มเฉพาะเกนที่ความถี่ต่ำ โดยไม่ทำให้ระบบไม่เสถียร

2 เพิ่ม Phase margin ของระบบทำให้ได้การตอบสนองชั่วคราวตามที่ต้องการ ดังแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 lag compensator

การออกแบบ lag compensator

1 คำนวณค่าอัตราขยาย K เพื่อให้ได้ความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว(Steady-state error) ตามที่กำหนด

2 คำนวณหรือใช้ Bode diagram ของระบบที่ยังไม่ได้ชดเชยและปรับค่า K ตามที่คำนวณในข้อ 1 เพื่อหาค่า Gain margin และ Phase margin

3 ถ้า Gain margin และ Phase margin ของระบบไม่ได้ตามที่กำหนด ให้หาความถี่(ω) ที่ทำให้ระบบเปิดมีค่า Gain margin และ Phase margin ตามที่กำหนดบวกอีก 5-12 องศา

4 หาค่า T

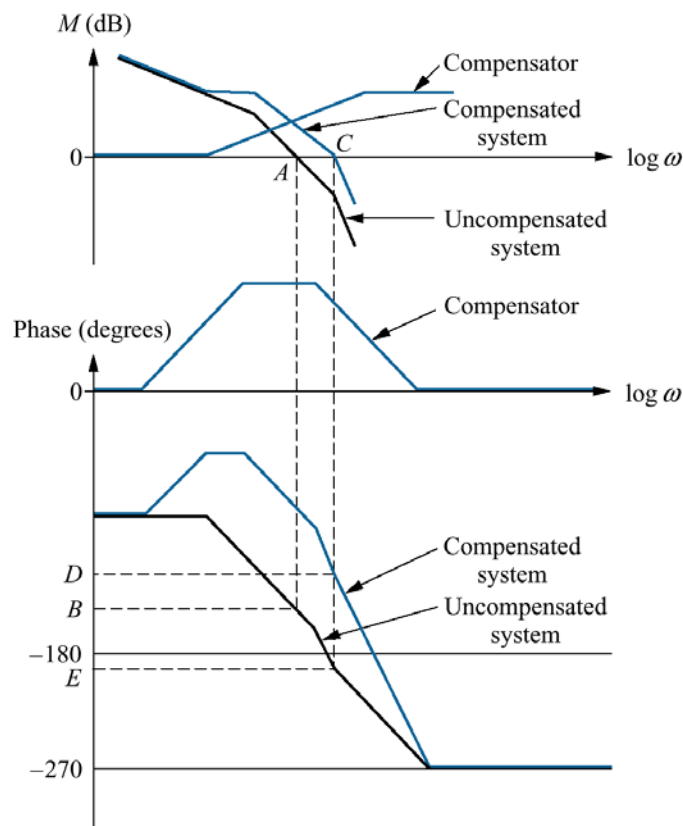
$$\frac{1}{T} = 0.1 \omega$$

5 หาค่า b

$$20 \log b = \text{attenuation}$$

6 ทดสอบ lag-compensator ที่คำนวณได้

3 Lead compensation



การปรับปรุงคุณสมบัติของระบบโดยใช้ตัวชดเชยแบบมูมนำ โดยใช้ผลการตอบสนองความถี่จะนำเอาตัวชดเชยแบบมูมนำมาช่วยเพิ่มค่ามุมเฟสของระบบควบคุมทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพดีขึ้น การชดเชยระบบควบคุมโดยใช้ผลการตอบสนองเชิงความถี่เหมาะสำหรับระบบควบคุมที่ต้องการปรับปรุงคุณสมบัติการตอบสนองความถี่ คือ เพิ่มอัตราขยายสุดท้ายและมุมเฟสสุดท้าย ลดความคลาดเคลื่อนต่างๆ ของระบบควบคุมและปรับปรุงการตอบสนองชั่วขณะ

ทรานสเฟอว์ฟังก์ชันของ lag compensator มีรูปแบบดังนี้

$$G_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \quad \text{เมื่อ } a > 1, T > 0$$

การปรับปรุงระบบโดยใช้ตัวชดเชยแบบมูมนำ โดยใช้ผลการตอบสนองความถี่มีขั้นตอน

- 1 คำนวณค่าอัตราขยาย K เพื่อให้ได้ความผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว(Steady-state error) ตามที่กำหนด
- 2 คำนวณหรือใช้ Bode diagram ของระบบที่ยังไม่ได้ชดเชยและปรับค่า K ตามที่คำนวณในข้อ 1 เพื่อหาค่า Phase margin
- 3 ถ้า Phase margin ของระบบไม่ได้ตามที่กำหนด หาค่ามุมที่ต้องเพิ่ม เพื่อให้ระบบมีคุณสมบัติตามที่กำหนด

$$\phi_m = 1.2 (\phi_n - \phi_o) \quad \begin{array}{l} \phi_n - \text{phase margin ที่ต้องการ} \\ \phi_o - \text{phase margin ของระบบเดิมที่หาได้ในข้อ 3} \end{array}$$

- 4 หาค่า a จาก

$$a = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

- 5 หาค่าความถี่(ω_m)ที่ทำให้ขนาดของระบบเปิดที่ยังไม่ได้ชดเชยมีค่า $-10 \log a$ โดยใช้การคำนวณหรือจาก Bode diagram จากนั้นทำการคำนวณหา T

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}}$$

- 6 ทดสอบ lead-compensator ที่คำนวณได้

4 Lag-Lead compensation

ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของ lag compensator มีรูปแบบดังนี้

$$G_c(s) = \frac{1 + T_1 s}{1 + bT_1 s} \frac{1 + aT_2 s}{1 + T_2 s} \quad bT_1 > T_1 > aT_2 > T_2$$

ในการออกแบบ lag-lead compensator จะใช้การออกแบบของ lag compensator และ lead compensator รวมกัน