

# Computergrafik I

## Kapitel 2: Ray Tracing

Wintersemester 2014/2015

Prof. Dr. Timo Ropinski  
Forschungsgruppe Visual Computing

### Beispielbilder



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

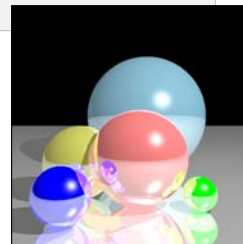
Kapitel 2:  
Ray Tracing

Aus der Galerie der Embree Ray Tracing Website  
Quelle: <http://embree.github.io/>

## Rendering

- Überführung einer 3D Szenebeschreibung in ein 2D Bild
  - Erzeuge Abbild der Geometrie
  - Simuliere Lichtinteraktion zwischen Szenenobjekten

```
Scene* scene = new Scene();
scene->addSceneObject(new Plane(Vec3(0.0, 1.0, 0.0), 0.0, Vec3(0.3, 0.3, 0.3)));
scene->addSceneObject(new Sphere(Vec3(0.05, 0.3, 0.0), 0.3, Vec3(0.8, 0.2, 0.2)));
scene->addSceneObject(new Sphere(Vec3(0.4, 0.1, 0.1), 0.1, Vec3(0.0, 1.0, 0.0)));
scene->addSceneObject(new Sphere(Vec3(-0.35, 0.25, -0.15), 0.25, Vec3(0.5, 0.5, 0.1)));
scene->addSceneObject(new Sphere(Vec3(-0.35, 0.15, 0.3), 0.15, Vec3(0.0, 0.0, 1.0)));
scene->addSceneObject(new Sphere(Vec3(0.15, 0.6, -1.0), 0.6, Vec3(0.2, 0.4, 0.5)));
scene->addLightSource(Vec3(1.0, 1.5, 1.0));
```



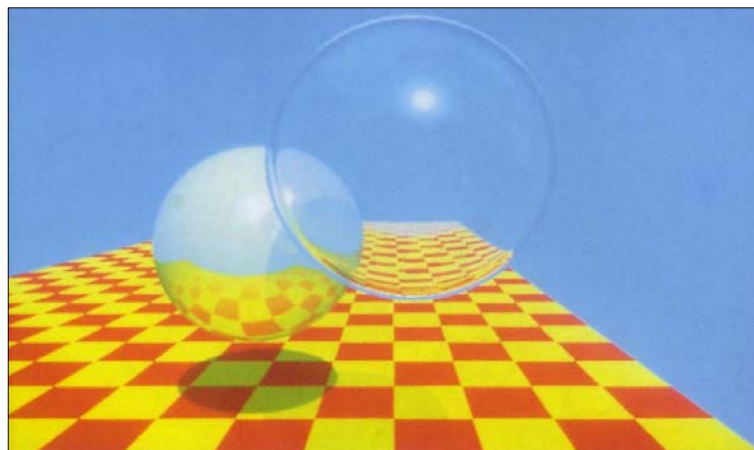
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

3

## Beleuchtungseffekte

- Welche Beleuchtungseffekte sind sichtbar?



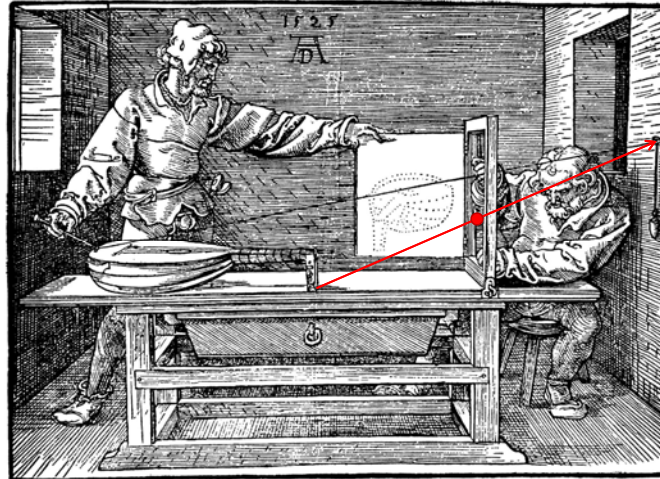
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

4

## Ray Tracing Ursprünge

- Konzept zuerst in der Kunst aufgetaucht



Albrecht Dürer: Der Zeichner der Laute, 1525.

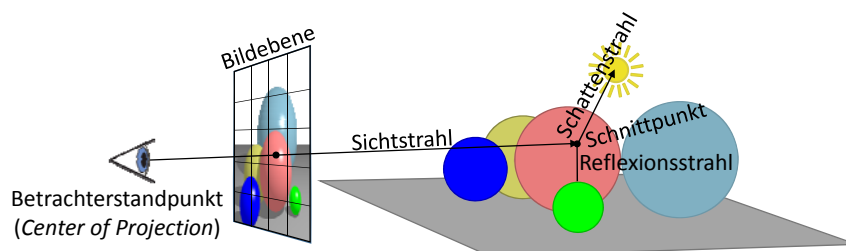
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

5

## Übersicht

- Ray Tracing ist ein Bild-basiertes Rendering Verfahren, welches mit Strahlverfolgung arbeitet
  - Erzeuge einen Sichtstrahl durch jedes Pixel
  - Berechne Schnittpunkt mit Szenenobjekt
  - Berechne Farbe am Schnittpunkt



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

6

## Kapitelstruktur

- 2.1 Ray Casting
- 2.2 Lokale Beleuchtung
- 2.3 Schatten
- 2.4 Reflexionen
- 2.5 Refraktion
- 2.6 Erweiterungen
- 2.7 Weiterführende Literatur

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

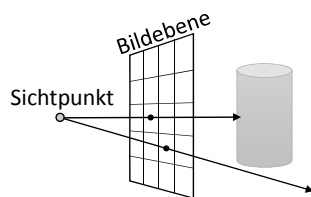
7

## 1.1 Ray Casting

Ausschließliche Berücksichtigung erster Schnittpunkte

## Ray Casting Prinzip

- Konzept wurde 1968 von Arthur Appel vorgestellt
- Bild-basiertes Verfahren zur Strahlverfolgung
  - **Strahl Initialisierung** - Für jedes Pixel initialisiere ein Strahl ausgehend vom Sichtpunkt (Ray Generation)
  - **Schnittpunktberechnung** - Finde für den Strahl den der Kamera nächsten Schnittpunkt mit einem Objekt (Ray Intersection)
  - **Schattierung** - Bestimme Pixelfarbe aufgrund der Farbe des Objektes im Schnittpunkt (Shading)



```
// for-Schleife über alle Pixel
for (each pixel) {
    ray = initializeViewingRay();
    point = findFirstIntersectionPoint(ray);
    pixel = computeShading(point);
}
```

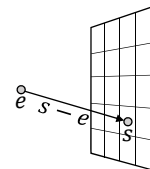
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

9

## Strahl Initialisierung 1/3

- Ein Strahl wird durch Ursprung (Origin) und Richtung definiert
- Mathematisch als 3D Linie parametrisiert über  $t$ :
 
$$p(t) = e + t(s - e)$$
  - $e$ : Ursprung des Strahls
  - $s - e$ : Richtung des Strahls
- Eigenschaften der Darstellung
  - $p(0) = e$  und  $p(1) = s$
  - $0 < t_1 < t_2 \Rightarrow p(t_1)$  näher an  $e$  als  $p(t_2)$
  - $t < 0 \Rightarrow p(t)$  liegt *hinter* dem Ursprung



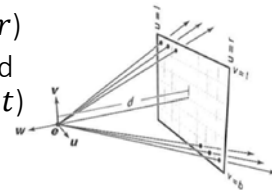
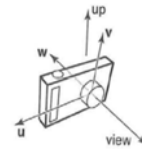
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

10

## Strahl Initialisierung 2/3

- Wie können wir  $s$  finden?
- Annahme: Wir haben ein vereinfachtes Kameramodell
  - Positioniert in  $e$
  - Orthonormale Basis  $\{u, v, w\}$ 
    - Orthonormal: orthogonal + normalisiert
    - $\{u, v, w\}$  definiert rechtshändiges Koordinatensystem
- Spezifikation der Bildebene in Relation zu  $\{u, v, w\}$ 
  - $l$  und  $r$  definieren linken und rechten Rand relativ zu  $e$  in Richtung  $u$  (typisch:  $l < 0 < r$ )
  - $b$  und  $t$  definieren unteren und oberen Rand relativ zu  $e$  in Richtung  $v$  (typisch:  $b < 0 < t$ )
  - Distanz zwischen Bildebene und  $e$  ist  $d$



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

11

## Strahl Initialisierung 3/3

- Definition des Pixel Rasters mit  $n_x \times n_y$  Pixeln
  - Größe des Pixel Rasters ist  $(r - l) \times (t - b)$
  - Pixelabstand beträgt
    - X-Koordinate:  $(r - l)/n_x$
    - Y-Koordinate:  $(t - b)/n_y$
  - Um das Raster in  $(r - l) \times (t - b)$  zu zentrieren wird ein 0,5 Pixel breiter Außen Rahmen angenommen
- Berechne Pixelposition  $(x, y)$  in Kamerakoordinaten
 
$$s_u = l + (r - l) \cdot (x + 0,5)/n_x$$

$$s_v = b + (t - b) \cdot (y + 0,5)/n_y$$

$$s_w = -n$$
- Berechnung der Strahlrichtung
 
$$d = s - e = s_u \cdot u + s_v \cdot v + s_w \cdot w$$

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

12

## Schnittpunktberechnung

- Finden das kleinste positive  $t$  für das  $p(t)$  ein Schnittpunkt
- Einfaches Vorgehen
  - Iteriere über alle Szenenobjekte und Berechne Schnittpunkte
  - Sortiere Schnittpunkte
  - Wähle Schnittpunkt mit kleinstem  $t$
- Schnittpunktberechnung wird  $n_x \cdot n_y \cdot n_o$  mal ausgeführt
- Optimierte Schnittpunktberechnung für Objektklassen notwendig
  - Kugel
  - Dreieck
  - ...

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

13

## Iterative Schnittpunktberechnung (Ray Marching)

- Gehe vom Ausgangspunkt in  $\epsilon$  Schritten und Prüfe alle Szenenobjekte auf Intersektion

```
Intersection intersect(const Ray& ray) const {
    // ray marching
    Intersection result = Intersection(Vec3(0.0), Vec3(0.0), 0.0, Vec3(0.0));
    double t=0.0;
    double epsilon=0.01;
    for (int i=0; i<BIG_NUMBER; i++) {
        Vec3 rayPos = ray.origin + ray.direction*t;
        if (sceneObject.intersects(rayPos)) {
            result.pos = ray.origin + ray.direction*t;
            result.color = sceneObject.color;
            result.normal = sceneObject.normal;
            return result;
        }
        t+=epsilon;
    }
}
```

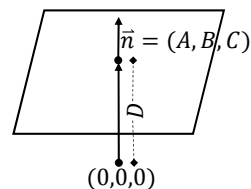
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

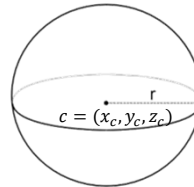
14

## Schnittpunktberechnung - Implizite Fläche

- Finde Menge aller Punkte mit  $f(x, y, z) = 0$
- Beispiele: Ebene, Kugel, Quadriken, ...



$$f(x, y, z) = Ax + By + Cz + D$$



$$f(x, y, z) = (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 - r^2$$

- Schnittpunktberechnung: finde  $f(e + t(s - e)) = 0$

## Schnittpunktberechnung – Kugel 1/3

- Idee: Finde Punkte die auf Strahl und Kugel liegen
  - Strahl-Punkte:  $f(e + t \cdot d) = 0$
  - Kugel-Punkte:  $f((x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 - R^2) = 0$   
wobei  $c = (x_c, y_c, z_c)$  Zentrum und  $R$  Radius der Kugel sind
- Einsetzen ergibt quadratische Gleichung mit 0 oder 2 Lösungen (=Schnittpunkt-Parametern)

$$At^2 + Bt + C = 0$$

$$t_0 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

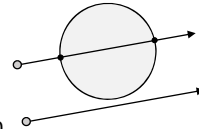
$$t_1 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$



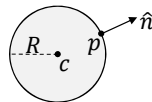
## Schnittpunktberechnung – Kugel 2/3

- Prüfe ob Diskriminante größer Null

$$t = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$



- Falls ja: 2 Schnittpunkte  $p_0$  und  $p_1$  existieren
  - Wähle kleineres  $t$  für nächsten Schnittpunkt
- Falls nein: Es existiert kein Schnittpunkt
- Normalenberechnung
  - Normale gegeben durch:  $\vec{n} = 2(p - c)$
  - Normalisierung durch Division durch  $R$ :  $\vec{n} = (p - c)/R$



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

17

## Schnittpunktberechnung - Kugel 3/3

```
Intersection intersect(const Ray& ray) const {
    // analytic solution
    Intersection result = Intersection(Vec3(0.0), Vec3(0.0), 0.0, Vec3(0.0));
    double A = ray.direction.x*ray.direction.x + ray.direction.y*ray.direction.y + ray.direction.z*ray.direction.z;
    double B = 2.0 * (ray.direction.x*(ray.origin.x-center.x) + ray.direction.y*(ray.origin.y-center.y) +
        ray.direction.z*(ray.origin.z-center.z));
    double C = (ray.origin.x-center.x)*(ray.origin.x-center.x) + (ray.origin.y-center.y)*(ray.origin.y-center.y) +
        (ray.origin.z-center.z)*(ray.origin.z-center.z) - radius*radius;
    double discriminant = B*B - 4*A*C;
    if (discriminant > 0.0) {
        // two intersection points exist, find the closest one
        double t0 = (-B + sqrt(discriminant))/2*A;
        if (t0 > 0.0) {
            result.pos = ray.origin + ray.direction*t0;
        } else {
            double t1 = (-B - sqrt(discriminant))/2*A;
            result.pos = ray.origin + ray.direction*t1;
        }
        result.colorDiffuse = color;
        result.colorAmbient = color*0.5;
        result.colorSpecular = Vec3(1.0,1.0,1.0);
        result.distance = (ray.origin-result.pos).length();
        result.normal = (result.pos-center).normalize();
    }
    return result;
}
```

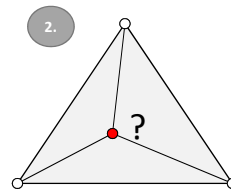
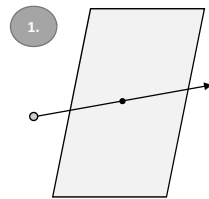
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

18

## Schnittpunktberechnung - Dreieck

- Idee: Finde Schnittpunkt mit Ebene in der Dreieck liegt, und teste ob Schnittpunkt innerhalb Dreieck
  1. Schnittpunktberechnung mit Ebene über Nullstellensuche
  2. Baryzentrische Koordinaten



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

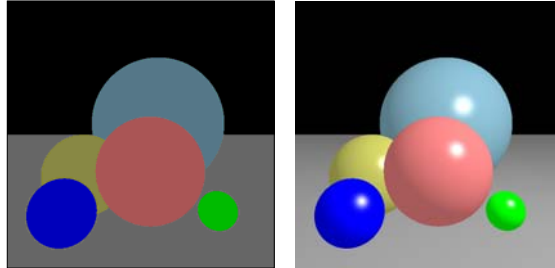
Kapitel 2:  
Ray Tracing

19

## 1.2 Lokale Beleuchtung

Hinzufügen von Lichteffekten auf Oberflächen

## Lokale Beleuchtung



- Annahme: Funktion gegeben, die Farbe abhängig von Lichtquellen, Oberflächenmaterial und Oberflächenorientierung bestimmt
- Beobachtungen:
  - Lichtreflexion ist abhängig vom Eintrittswinkel
  - Lichtreflexion ist teilweise Betrachter-abhängig

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

21

## Ambientes Licht

```
Vec3 shadingAmbient(const Intersection& intersection) {
    Vec3 resultColor = Vec3();
    resultColor = intersection.colorAmbient;
    return resultColor;
}
```



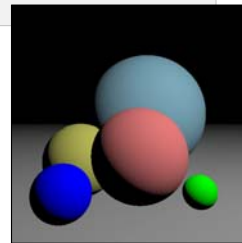
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

22

## Diffuse Reflexion

```
Vec3 shadingLambert(const Intersection& intersection) {
    Vec3 resultColor = Vec3();
    for (int i=0; i<myScene->getNumLightSources(); i++) {
        Vec3 lightVector = (myScene->getLightSource(i)-intersection.pos).normalize();
        double lambert = lightVector.dot(intersection.normal);
        if (lambert > 0.0)
            resultColor = resultColor + intersection.colorDiffuse*lambert;
    }
    return resultColor;
}
```



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

23

## Spekulare Reflexion

### ▪ Halfway-Vektor nach Blinn-Phong

```
Vec3 shadingBlinnPhong(const Intersection& intersection, const Ray& viewRay) {
    Vec3 resultColor = Vec3();
    for (int i=0; i<myScene->getNumLightSources(); i++) {
        Vec3 viewVector = (viewRay.origin-intersection.pos).normalize();
        Vec3 lightVector = (myScene->getLightSource(i)-intersection.pos).normalize();
        Vec3 halfWayVector = (viewVector + lightVector).normalize();
        double specular = intersection.normal.dot(halfWayVector);
        if (specular > 0.0)
            resultColor = resultColor + intersection.colorSpecular*pow(specular, 120.0);
    }
    return resultColor;
}
```



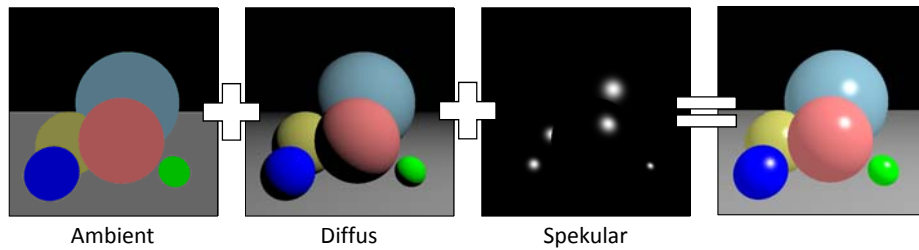
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

24

## Beleuchtungsmodell

- Lichtintensitäten sind additiv



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

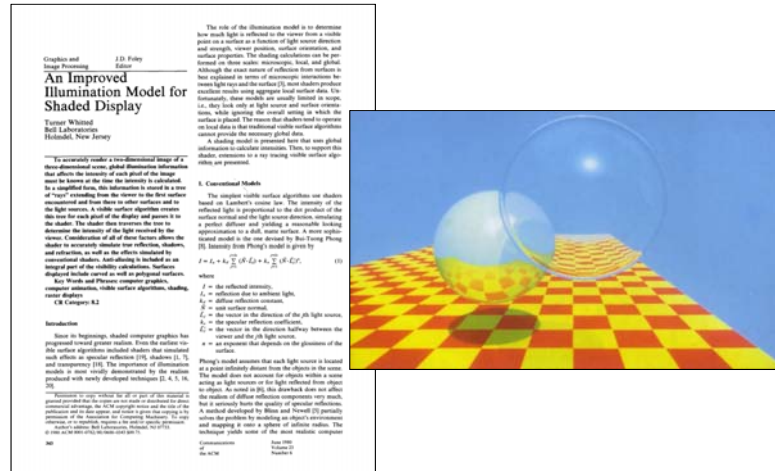
25

## 1.3 Schatten

Teste Sichtbarkeit der Lichtquelle(n)

# Whitted-Style Ray Tracing

- Turner Whitted: *An Improved Illumination Model for Shaded Display*, SIGGRAPH 1979.

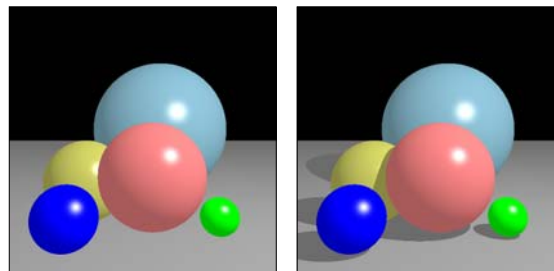


Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

27

# Schattenberechnung



- Schatten für die räumliche Wahrnehmung bedeutend
- Beobachtung: Schatten entstehen an den Schnittpunkten, von denen aus keine Lichtquelle sichtbar ist
- Test durch Generierung von Schattenstrahlen (Annahme: Punktlichtquellen)
- Diffuse & spekulare Reflexion nur außerhalb der Schatten

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

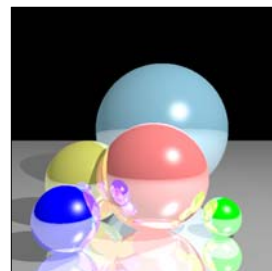
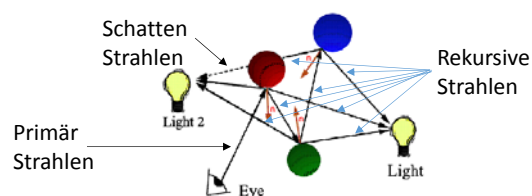
28

## 1.4 Reflexionen

Simulation von Spiegeln mit rekursiver Strahlverfolgung

## Spiegelung

- Ausnutzung von Rekursion um Spiegelung zu simulieren
- Wunsch: Schicke für jeden Schnittpunkt Strahlen in alle Richtungen
- Realität: Beschränke Strahlen auf Richtungen mit höchstem zu erwartendem Einfluss
  - Hauptspiegelrichtung (Reflexion)



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

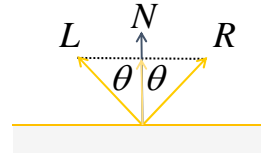
Kapitel 2:  
Ray Tracing

30

## Rekursive Strahlverfolgung

- Berechnung der Hauptspiegelrichtung analog zur spekularen Beleuchtung

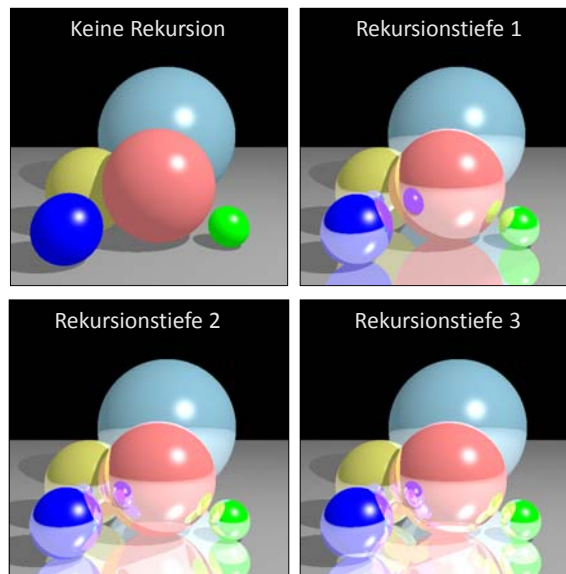
$$R = 2N \cos(\theta) - L$$



- Für welche Schnittpunkte wird Spiegelung berechnet?
  - Für alle nicht-schwarzen Punkte
  - Spiegelung wird als zusätzlicher Lichteingang betrachtet

## Rekursionsabbruch

- Wann kann/muss Rekursion abgebrochen werden?





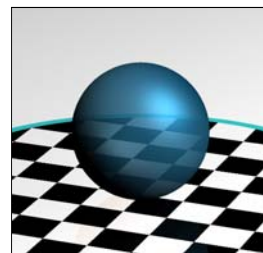
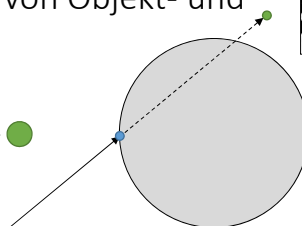
## 1.5 Brechung

Lichtbrechung an semi-transparenten Szenenobjekten

## Transparenz

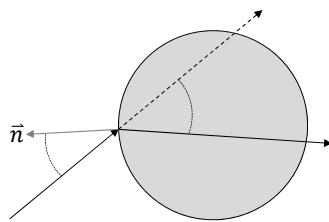
- Erweiterung der Materialeigenschaften um Transparenz (Alpha Wert)
- Objektfarbe wird um  $\alpha$  Komponente erweitert
  - 0,0: voll transparent (unsichtbar)
  - 0,5: semi-transparent
  - 1,0: voll opak (undurchsichtig)
- Ray Tracing berücksichtigt Transparenz durch Interpolation von Objekt- und Hintergrundfarbe

$$\text{Farbe} = \alpha \cdot \text{blau} + (1 - \alpha) \cdot \text{grün}$$



## Brechung

- Brechung entsteht wenn Licht auf ein semi-transparentes Material mit anderem Brechungsindex trifft
- Wird im Ray Tracing durch zusätzlichen Brechungsstrahl erzeugt
- Brechungsgesetz (=Snelliussches Gesetz) sagt den Austrittswinkel des Brechungsstrahls voraus



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

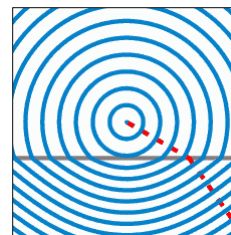
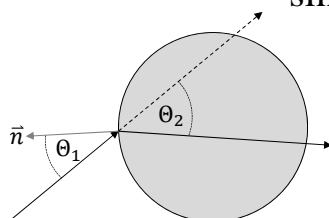
Kapitel 2:  
Ray Tracing

35

## Brechungsgesetz

- „Das Verhältnis der Sinusse der Einfallswinkel eines Lichtstrahls an der Grenzfläche zwischen zwei Materialien ist gleich dem umgekehrten Verhältnis der Brechungsindizes der Materialien ist gleich dem Verhältnis der Geschwindigkeit des Lichts in den Materialien.“

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$



[Wikimedia]

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

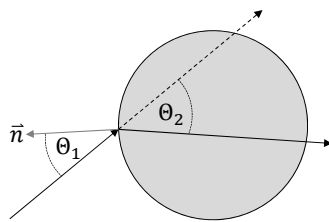
36

## Brechungs-Berechnung

- Brechungsindex: Verlangsamung der Lichtgeschwindigkeit innerhalb eines Mediums

$$\theta_1 = \cos^{-1}(N \bullet D)$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1\right)$$



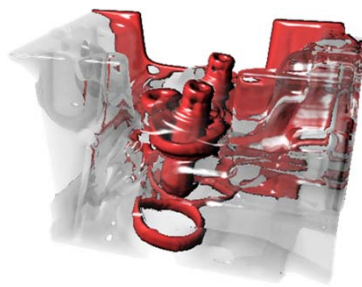
| Medium     | Brechungsindex |
|------------|----------------|
| Vakuum     | 1              |
| Luft       | 1.0003         |
| Diamant    | 2.4190         |
| Eis        | 1.3100         |
| Acryl Glas | 1.4910         |

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

37

## Brechung - Beispiele



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

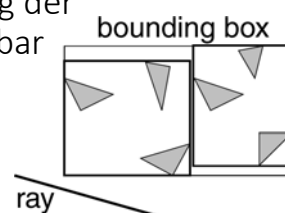
38

## 1.6 Erweiterungen

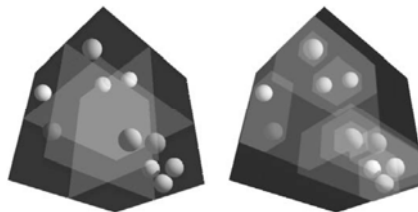
Bild- und Laufzeitverbesserungen

## Datenstrukturen

- Für große Szenen ist eine Minimierung der Schnittpunktberechnungen unabdingbar

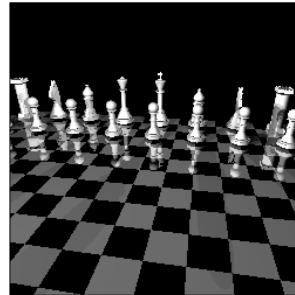
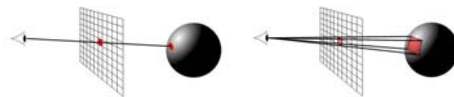


- Octrees: Hierarchische Zerlegung der Welt in Würfel
  - Kd-Bäume: Berücksichtigung des Szenen Inhalts



## Supersampling 1/2

- Ein Strahl pro Pixel-Center führt zu *Aliasing* Artefakten
- Supersampling verwendet mehrere Strahlen pro Pixel, die gewichtet werden
  - Adaptives Sampling: Mehr Strahlen in heterogenen Regionen (Geometrie oder Beleuchtung)
  - Stochastisches Sampling: Generierung von mehreren Strahlen durch zufällige Pixel-Schnittpunkte
    - Ersetzt Aliasing durch Rauschen
    - Konvergiert gegen korrekte Lösung



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

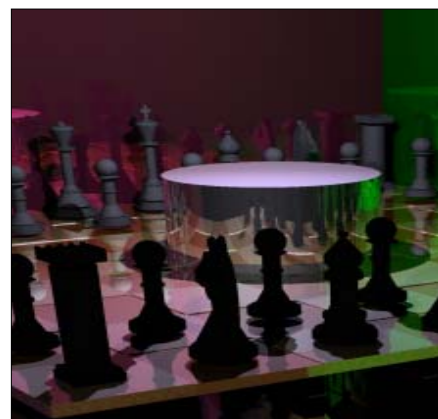
Kapitel 2:  
Ray Tracing

41

## Supersampling 2/2



Ohne Supersampling



Mit Supersampling

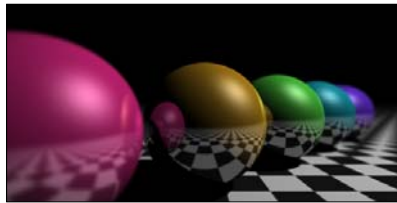
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

42

## Monte Carlo Ray Tracing

- Ergebnisbilder regulärer Ray Tracer haben häufig eine unnatürlich hohe Bildschärfe
- Monte Carlo Ray Tracing (=Stochastisches RT, Distributed RT) simuliert *Soft Effects* durch zusätzliche Strahlen
- Mögliche Effekte
  - Weiche Schatten (Flächenlichtquellen)
  - Tiefenunschärfe (Kameramodell)
  - Bewegungsunschärfe



Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

43

## Povray Ray Tracer

- Frei-verfügbare Ray Tracer verfügbar unter [povray.org](http://povray.org)
- Realisiert die meisten Ray Tracing Konzepte



[Quelle: [hof.povray.org](http://hof.povray.org)]

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

44

## Echtzeit Ray Tracing 1/2

- Trotz Parallelisierbarkeit gilt Ray Tracing als langsam
  - Viele Gleitkomma Operationen
  - Komplexer Programmfluss
  - Komplexer Speicherzugriff
- Lösung 1: CPU Cluster
  - Skalierbar mit Multi-Core Prozessoren
  - Verteilung der Daten notwendig
  - Schwierig als Mainstream Lösung
  - Anwendungen
    - Weta Digital (Avatar)
    - Industrial Light and Magic



Echtzeit Ray Tracing mit OpenRT  
auf 48 CPU Cluster

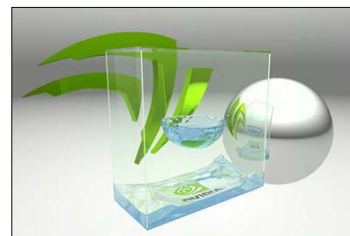
Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

45

## Echtzeit Ray Tracing 2/2

- Lösung 2: Ausnutzung moderner GPUs
  - Ray Tracing kann in GLSL oder OpenCL implementiert werden
  - NVIDIA's Optix Ray Tracer basiert auf CUDA und unterstützt Erweiterungen um Ray Tracing Anwendungen zu entwickeln
  - Anwendungen
    - Weta Digital (Herr der Ringe, X-Men)



Echtzeit Ray Tracing mit  
NVIDIA's Optix GPU Ray Tracer

Timo Ropinski (FG VisCom)  
Computergrafik I (WS14/15)

Kapitel 2:  
Ray Tracing

46

## 1.7 Weiterführende Literatur

Zugrundeliegende und ergänzende Quellen

## Literatur

- P. Shirley, M. Ashikhmin, S. Marschner: Fundamentals of Computer Graphics (3. Auflage), AK Peters 2009.
  - Kapitel 4: Ray Tracing
- Turner Whitted: An Improved Illumination Model for Shaded Display, Communications of the ACM 1980.