



స్వాతంత్ర్య విమర్శన

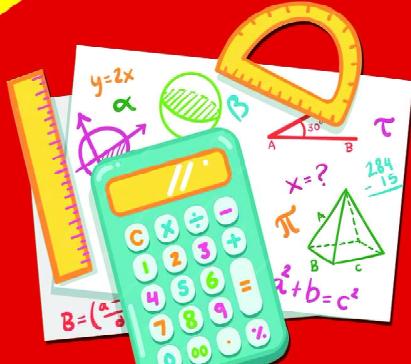
శ్రీ లక్ష్మి వ్యాఖ్యకేంద్ర

AP TET + DSC - 2024

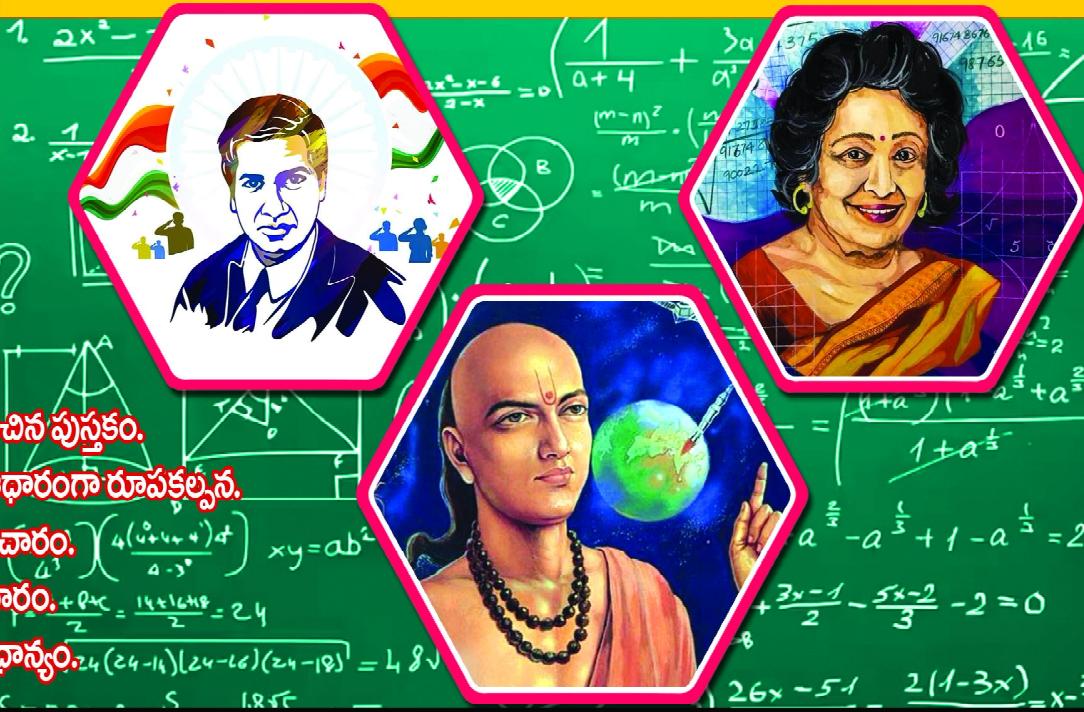
గొటిం కంహం

(3-10 తరగతులు)

SGT, also useful SA(Maths)



- నూతన సిలబన్ ప్రకారం రూపొందించిన పుస్తకం.
- నూతన తెలుగు అకాడమీ పుస్తకాల ఆధారంగా రూపక్కలును.
- 3-9 తరగతుల కొత్త పుస్తకాల సమాచారం.
- 10వ తరగతి పాత పుస్తకాల సమాచారం.
- రాబోయే డిఎస్టి ప్రశ్నల సరళయే ప్రాథాన్యం.



నవచైతన్య కాంపిటీషన్

చింతలపూడి, ఏలూరు జిల్లా, ఫోన్: 9640717460, 9642717460

వారి సహకారంతో

గూగుల్ ప్లిష్టర్ లో లభ్యం

NavACHAITANYA Exams App





శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేవ్లిన్

శాస్త్రిక, భూగోళిక విషయాలు

త్వరలో...
అన్ని సజ్జెక్టులకు
చాప్టర్ వారీగా టెక్క
బుక్కలైన్ టు లైన్ ఆధారంగా
ఉత్త్ర బ్యాంక్

- ❖ **DSCలో మిమ్మల్ని విజయ తీర్మాని చేర్చుకోండి 99% ఉపయోగించే పుస్తకాలు**
- ❖ **TETలో 99% ప్రశ్నలు మన పుస్తకాల సుంది వచ్చాయిగి చెప్పటికు సంతోషించుసాధా.**
- ❖ **3-10వ తరగతి వరకూ పూర్తి సిలబస్ క్రమిగ్ రాష్ట్రంలోనే విక్రిక పుస్తకాలు.**

పుస్తకాలు పోస్ట్ డ్రైవ్ మీ ఇంటికే డెివలీ సేయబడును

పూర్తి వివరాల కేసు సంగ్రహించండి:

**9550039204
9502439204**



డ్రెక్టర్, భూగోళిక గాంచాల్
శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేవ్లిన్, అన్ని తేస్వరము.



ప్రతి DSC అభ్యర్థి చేతిలో ఉండాల్సిన పుస్తకం

శ్రీ లక్ష్మీ వెంకటేశ్వరు

Ph: 9550039204, 9502439204

AP TET - 2024 అభ్యర్థుల జరిగిన ఎగ్జిమ్ పేపర్స్

ఎగ్జిమ్ పేపర్స్ (TM & EM)

TET IA, IB
TET IIA, IIB
(MATHS & SCIENCE)
(SOCIAL STUDIES)
LANGUAGE- TELUGU
LANGUAGE- ENGLISH

for SGT&SA

ఈ పుస్తకం
కొన్సార్‌కి తెలంగాణ
DSC-2024 లీఫిల్స్ ను
పేపర్స్ బిక్ ఉచితం
మార్కు బిల్లు
ప్రశ్నలకు వివరించుక
పాఠానాలు కలిగిన
ఎక్క పుస్తకం



నవచైతన్య కాంపిటీషన్స్

చింతలపూడి, వెలూరు జిల్లా, ఫోన్: 9640717460, 9642717460

వారి సహకారంతో

గూగుల్ ప్లాట్ లో లభ్యంది

NavaCHAITANYA Exams App



- యూలిక్ భాగహర న్యాయంలోని $a = bq + r$ లో $r=0$ అయిన a, b మరియు q మధ్య సంబంధం ఏమిలీ? సాధన : $a = bq + r$ సందు $r = 0$ అయిన bq అగును. అనగా $\frac{a}{b} = q$ అంటే 'a' ని b నిశ్చేషంగా భాగిస్తుందని అర్థం.
∴ 'a' కు b ఒక కారణంకం మరియు q కూడా మరొక కారణంకం అగును.

ఇవి చేయండి

- 2310 ను ప్రధాన కారణంకాల లభింగా రాయండి. ఈ సంఖ్యను నీ స్నేహితులు ఏ విధంగా కారణం కాల లభింగా రాశారో చూడండి. నీవు చేసినట్లుగానే వారు కూడా చేశారా? చివరి ఫలితాన్ని, నీ స్నేహితుల ఫలితంతో సరి చూడము. దీని కొరకు 3 లేదా 4 సంఖ్యలను తీసుకొని ప్రయత్నించము. నీవు ఏమి గమనిస్తావు?

సాధన :

2	2	3	1	0
3	1	1	5	5
5		3	8	5
7		7	7	
		1	1	

$$2310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$2310 = 3 \times 5 \times 2 \times 7 \times 11$$

5	2	3	1	0
2	4	6	2	
3	2	3	1	
11	7	7		
		7		

$$2310 = 5 \times 2 \times 3 \times 11 \times 7$$

$$2310 = 11 \times 3 \times 7 \times 2 \times 5$$

2310 ని వేర్చేరు విధాలుగ ప్రధాన కారణంకాల లభింగా రాసినప్పుడు ప్రధాన కారణంకాల క్రమం మారిందే కాని ప్రధాన కారణంకాలు మారలేదు. అనగా 2310 ని ప్రధాన కారణంకాల లభింగా ఒక విధంగా రాయవచ్చును.

- జవ్వుడిన సంఖ్యల జతల యొక్క క.సా.గు మరియు గ.సా.భా లను ప్రధాన కారణంక పద్ధతి ఆధారంగా కనుగొనుము.

i) 120, 90 ii) 50, 60 iii) 37, 49

సాధన : i) 120, 90

120, 90 ఏమిని ప్రధాన కారణంకాల లభి పద్ధతిలో ప్రాయగా

$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$$

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$$

గ.సా.కా = ఉమ్మడి (సామాన్య) కారణంకాల కనిపు ఘూతాల లభింది.

$$\therefore 120, 90 \text{ లలో } 1 \text{ ఉమ్మడి ప్రధాన కారణంకాలు } = 2, 3, 5$$

$$2, 3, 5 \text{ లలో కనిపు ఘూతాలు } = 2^1, 3^2, 5^1$$

$$\therefore \text{గ.సా.కా } 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$120, 90 \text{ ల గ.సా.కా } = 30$$

క.సా.గు = అన్ని ప్రధాన కారణంకా గరిష్ట గాతాల లభిం 120, 90 లలో గల అన్ని ప్రధాన కారణంకాలు $= 2, 3, 5$

$$2, 3, 5 \text{ ల గరిష్ట ఘూతాలు } = 2^3, 3^2, 5^1$$

$$\therefore 120, 90 \text{ ల క.సా.గు } = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 8 \times 9 \times 5 = 360$$

$$120, 90 \text{ ల క.సా.గు } = 360$$

- 12 మరియు 18 ల యొక్క గ.సా.కా మరియు క.సా.గు లకు ప్రధాన కారణంకాల లభి పద్ధతిలో కనుగొనుము.

సాధన : 12, 18 లను ప్రధాన కారణంకాల లభి పద్ధతిలో విడదియగా

$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^1$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2^1 \times 3^2 \text{ అగును.}$$

గ.సా.కా అనగా ఇచ్చిన సంఖ్యల యొక్క సామాన్య ప్రధాన కారణంకాల కనిపు ఘూతాల లభింది.

$$\therefore 12, 18 \text{ ల యందు గల సామాన్య ప్రధాన కారణంకాలు } = 2, 3 = 2^1, 3^2$$

$$\therefore 12, 18 \text{ లలో } 2, 3 \text{ ల యొక్క కనిపు ఘూతాలు } = 2^1, 3^2$$

$$\therefore 12, 18 \text{ ల గ.సా.కా } = \text{వాటి కనిపు ఘూతాల లభిం } = 2^1, 3^1 = 6$$

ఆదే విధంగా క.సా.గు అనగా

ఇచ్చిన సంఖ్యల యొక్క ప్రధాన కారణంకా లన్నింటి యొక్క గరిష్ట ఘూతాల లభింది.

$$12, 18 \text{ ల యొక్క అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలు} \\ = 2, 3$$

$$12, 18 \text{ ల యొక్క గరిష్ట ఘూతాల లభం} \\ = 2^2, 3^2$$

$$12, 18 \text{ ల } K.S.A.G = \text{గరిష్ట ఘూతాల లభం} \\ = 2^2, 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

అభ్యర్థం - 1.2

1. క్రింది వానిలో ప్రతి సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాల లభంగా రాయండి.

- i) 140 ii) 156 iii) 3825
iv) 5005 v) 7429

సాధన :

i) 140
$$\begin{array}{r|l} 2 & 140 \\ \hline 2 & 70 \\ \hline 5 & 35 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5 \times 7$$

ii) 156
$$\begin{array}{r|l} 3 & 156 \\ \hline 2 & 78 \\ \hline 3 & 39 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 13$$

iii) 3825
$$\begin{array}{r|l} 3 & 3825 \\ \hline 3 & 1275 \\ \hline 5 & 425 \\ \hline 5 & 85 \\ \hline 17 & 17 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$3825 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17 = 3^2 \times 5^2 \times 17$$

iv) 5005
$$\begin{array}{r|l} 5 & 5005 \\ \hline 7 & 1001 \\ \hline 11 & 143 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$5005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$$

v) 74295 5005

$$\begin{array}{r|l} 17 & 7429 \\ \hline 19 & 437 \\ \hline 23 & 23 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$7429 = 17 \times 19 \times 23$$

2. క్రింది పూర్తసంఖ్యలయొక్క K.S.A.G మరియు G.S.A.K లను ప్రధాన కారణాంకాల లభం పర్చుతిలో కనుగొనండి.

- i) 12, 15 మరియు 21
ii) 17, 23 మరియు 29
iii) 8, 9 మరియు 25
iv) 72 మరియు 108
v) 306 మరియు 657

సాధన : i) 12, 15 మరియు 21

$$12 = 2^2 \times 3; 15 = 3 \times 5; 21 = 3 \times 7$$

$$\therefore 12, 15 \text{ మరియు } 21 \text{ ల } K.S.A.G$$

$$= 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$$

$$\therefore 12, 15 \text{ మరియు } 21 \text{ ల } G.S.A.B = 3$$

(సంఖ్యల యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లభంలో అన్ని కారణాంకాల గరిష్ట ఘూతాకం గల కారణాంకాల లభము గ.సా.బా)

(సంఖ్యల యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లభంలో కనిపు ఘూతాంకం గల సామాన్య కారణాంకాల లభము K.S.A.G)

- ii) 17, 23 మరియు 29

$$17, 23 \text{ మరియు } 29 \text{ ల ప్రధాన సంఖ్యలు.}$$

$$\therefore K.S.A.G = 17 \times 23 \times 29 = 11339$$

$$\therefore G.S.A.B = 1$$

(17, 23 మరియు 29 లు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు)

- iii) 8, 9 మరియు 25

$$8 = 2^3; 9 = 3^2; 25 = 5^2$$

$$\therefore 8, 9, 25 \text{ ల } K.S.A.G = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$$

$$= 8 \times 9 \times 25$$

$$= 1800$$

8, 9, 25 లు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు

$$\therefore G.S.A.B = 1$$

ii) 10.1255

$$0.1255 = \frac{1255}{10^4} = \frac{5 \times 251}{2^4 \times 5^4} = \frac{251}{2000}$$

iii) 0.4

$$0.4 = \frac{4}{10} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{5}$$

iv) 23.34

$$23.34 = \frac{2334}{10^2} = \frac{2 \times 3 \times 389}{2^2 \times 5^2} \\ = \frac{1167}{50}$$

v) 1215.8

$$1215.8 = \frac{12158}{10} = \frac{2 \times 6079}{2 \times 5} \\ = \frac{6079}{5}$$

2. క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలు $\frac{p}{q}$ రూపంలో ఉన్నాయి.

ఇందులో P యొక్క రూపం $2^n 5^m$ మరియు
ఇందులో n, m లు రుచేతర పూర్ణ సంఖ్యలు అయిన
వీటిని దశాంశ రూపాలలోనికి మార్చండి.

i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{7}{25}$ iii) $\frac{51}{64}$ iv) $\frac{14}{25}$

v) $\frac{80}{100}$

సాధన : i) $\frac{3}{4}$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{2^2} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5^2} = \frac{3 \times 25}{(10)^2} = \frac{75}{100} = 0.75$$

ii) $\frac{7}{25}$

$$\frac{7}{25} = \frac{7}{5^2} = \frac{7 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{28}{100} = 0.28$$

అవర్తనం చెందే అంకెల సమూహం = 285714

iii) $\frac{51}{64}$

$$\frac{51}{64} = \frac{3 \times 17}{2^6} = \frac{3 \times 17 \times 5^6}{2^6 \times 5^6} = \frac{796875}{10^6} \\ = 0.796875$$

iv) $\frac{14}{25}$

$$\frac{14}{25} = \frac{14}{5^2} = \frac{14 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{14 \times 4}{10^2} \\ = \frac{56}{100} 0.56$$

v) $\frac{80}{100}$ $\frac{80}{100} = \frac{80}{2^2 \times 5^2} = 0.80 = 0.8$

3. క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశాలుగా
రాయండి. భాగఫలంలో అవర్తనం చెందే అంకెల
సమూహాన్ని కనుగొనండి.

i) $\frac{1}{3}$ ii) $\frac{2}{7}$ iii) $\frac{5}{11}$ iv) $\frac{10}{13}$

సాధన : i) $\frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3} = 0.3333\dots = 0.\bar{3}$$

భాగఫలంలో అవర్తనం చెందే అంకెల సమూహం = 3.

ii) $\frac{2}{7}$

7) 20 (0.285714285

$$\begin{array}{r} 14 \\ \hline 60 \\ 56 \\ \hline 40 \\ 35 \\ \hline 50 \\ 49 \\ \hline 10 \\ 7 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\frac{2}{7} = 0.285714285$$

అవర్తనం చెందే అంకెల సమూహం = 285714

iii) $\frac{5}{11}$

11) $50 \quad (0.4545)$
 44

$$\begin{array}{r} 60 \\ 55 \\ \hline 50 \\ 44 \\ \hline 60 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\frac{5}{11} = 0.454545$$

అవర్తనం చెందే అంకెల సమూహం = 45

iv) $\frac{10}{13}$

13) $100 \quad (0.4769230 \dots \dots \dots)$

$$\begin{array}{r} 91 \\ 90 \\ \hline 78 \\ 120 \\ \hline 117 \\ 30 \\ \hline 26 \\ 40 \\ \hline 39 \\ 100 \\ \hline 91 \\ 90 \\ \hline 78 \\ 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{10}{13} = 769230$$

అవర్తనం చెందే అంకెల సమూహం = 769230

ఉదాహరణలు

1. నిర్వచింపబడిన సిద్ధాంతాల అధారంగా, భాగవోరం చేయకుండానే క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలు అంతమయ్యే దశాంశాల్లో, అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశాల్లో తెలపండి.

i) $\frac{16}{125}$ ii) $\frac{25}{32}$ iii) $\frac{100}{81}$ iv) $\frac{41}{75}$

సాధన : i) $\frac{16}{125} = \frac{16}{5 \times 5 \times 5} = \frac{16}{5^3}$

(అంతమయ్యే దశాంశం)

ii) $\frac{25}{32} = \frac{25}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{25}{2^5}$

(అంతమయ్యే దశాంశం)

iii) $\frac{100}{81} = \frac{100}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{100}{3^4}$

(అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశం)

iv) $\frac{41}{75} = \frac{41}{3 \times 5 \times 5} = \frac{41}{3 \times 5^2}$

(అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశం)

2. క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలను భాగవోరం చేయ కుండానే దశాంశ రూపంలో రాయండి.

i) $\frac{35}{10}$ ii) $\frac{21}{25}$ iii) $\frac{7}{8}$

సాధన : i) $\frac{35}{50} = \frac{7 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10^1} = 0.7$

ii) $\frac{21}{25} = \frac{21}{5 \times 5} = \frac{21 \times 2^2}{5 \times 5 \times 2^2}$
 $= \frac{21 \times 4}{5^2 \times 2^2} = \frac{84}{10^2} = 0.84$

iii) $\frac{7}{8} = \frac{7}{2 \times 2 \times 2} = \frac{7}{2^3} = \frac{7 \times 5^3}{(2^3 \times 5^3)}$

$$= \frac{7 \times 125}{(2 \times 5)^3} = \frac{84}{(10)^3} = 0.875$$

అభ్యాసం - 1.3

1. క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలను దశాంశ రూపంలో రాయండి. ఇందులో ఏవి అంతమయ్యే దశాంశాల్లో, ఏవి అంతంకాని ఆవర్తన దశాంశాల్లో తెలపండి.

i) $\frac{3}{8}$ ii) $\frac{229}{400}$ iii) $4 \frac{1}{5}$

iv) $\frac{2}{11}$ v) $\frac{8}{125}$ vi) $\frac{8}{125}$



సామాజిక విద్యల నుండి

శ్రీ లక్ష్మి దేవి కౌంపెనీ

AP TET + DSC - 2024

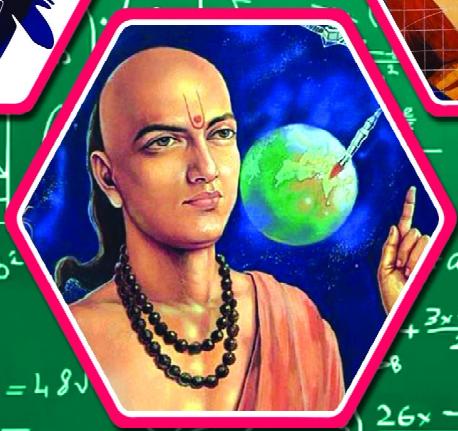
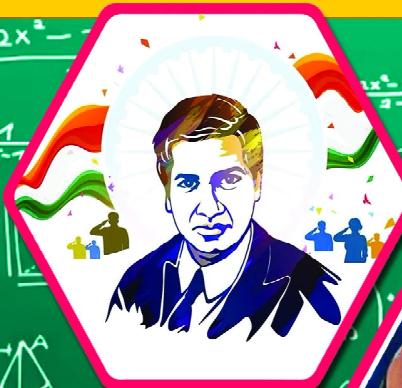
గొటితం కంచెంట్

(3-10 తరగతులు)

SGT, also useful SA(Maths)



- మాతన సిలబన్ ప్రకారం రూపొందించిన పుస్తకం.
- మాతన తెలుగు లకాడమీ పుస్తకాల ఆధారంగా రూపక్రమం.
- 3-9 తరగతుల కొత్త పుస్తకాల సమాచారం.
- 10వ తరగతి పాత పుస్తకాల సమాచారం.
- రాబోయే డిఎస్ఎస్ ప్రశ్నల సరళయే ప్రాథాన్యం.



నవచైతన్య కాంపెనీ

చింతలపూడి, ఏలూరు జిల్లా, ఫోన్: 9640717460, 9642717460

వారి సహకారంతో

గూగుల్ ఫ్లేష్టోర్ లో లభిస్తుంది

NavaCHAITANYA Exams App



సాధన : i) $\frac{3}{8}$

$$8 \overline{) 30} (0.375$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ -60 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ -40 \\ \hline 0 \end{array}$$

0

$$\therefore \frac{3}{8} = 0.375 \text{ అంతమయ్యే దశాంశము.}$$

(లేదా)

2వ పద్ధతి :

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{2^3} = \frac{3 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{3 \times 125}{(2 \times 5)^3}$$

$$\frac{375}{10^3} = 0.375$$

$$\therefore \frac{3}{8} = 0.375 \text{ అంతమయ్యే దశాంశము.}$$

ii) $\frac{229}{400}$

$$400 \overline{) 2290} (0.5725$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ -2900 \\ \hline 2800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -800 \\ \hline 2000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ -2000 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\therefore \frac{229}{400} = 0.5725 \text{ అంతమయ్యే దశాంశము.}$$

(లేదా)

2వ పద్ధతి :

$$\frac{229}{400} = \frac{229}{2^4 \times 5^2} = \frac{229 \times 5^2}{2^4 \times 5^4} = \frac{5725}{10^4} = 0.5725$$

$$\therefore \frac{229}{400} = 0.5725 \text{ అంతమయ్యే దశాంశము.}$$

iii) $4 \frac{1}{5}$

$$4 \frac{1}{5} = \frac{21}{5} = 4.2 \text{ అంతమయ్యే దశాంశము} \\ (\text{లేదా})$$

2వ పద్ధతి :

$$4 \frac{1}{5} = \frac{21}{5} = \frac{21 \times 2}{5 \times 2} = \frac{42}{10} = 4.2$$

అంతమయ్యే దశాంశము.

iv) $\frac{2}{11}$

$$11) \overline{) 20} (0.1818\dots$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ -90 \\ \hline 88 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ -90 \\ \hline 88 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\therefore \frac{2}{11} = 0.181818\dots = 0.\bar{1}\bar{8}$$

అంతంకాని ఆవర్తన దశాంశము.

v) $\frac{8}{125}$

$$125) \overline{) 800} (0.064$$

$$\begin{array}{r} 750 \\ -500 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ -0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\therefore \frac{8}{125} = 0.064 \text{ అంతమయ్యే దశాంశము.}$$

(లేదా)

2వ పద్ధతి :

$$\frac{8}{125} = \frac{8}{5^3} = \frac{8 \times 2^3}{5^3 \times 2^3} = \frac{64}{(10)^3} = 0.064$$

$$\therefore \frac{8}{125} = 0.064 \text{ అంతమయ్యే దశాంశము.}$$

2. భాగహార ప్రక్రియ లేకుండానే క్రింది అకరణీయ నంఖ్యలలో వేటిని అంతమయ్యే దశాంశాలుగా



శ్రీ లక్ష్మీ వ్యాకెషన్

ప్రాథమిక మాధ్యమిక పరీక్షలు

The grid contains 12 cards, each representing a different exam category:

- AP TET + DSC - 2024 కట్టణ తంబంట + మాధవుడు**
- శ్రీ లక్ష్మీ వ్యాకెషన్ AP TET + DSC - 2024 భాషాము ఇంగ్లీషులు చెప్పిపోవడానికి సహాయం చేయాలి.**
- శ్రీ లక్ష్మీ వ్యాకెషన్ సైట్ కంబిట + మాధవుడు**
- శ్రీ లక్ష్మీ వ్యాకెషన్ సైట్ కంబిట + మాధవుడు**
- శ్రీ లక్ష్మీ వ్యాకెషన్ సాముల కంబిట + మాధవుడు**

త్వరలో...
అన్ని సజ్జెక్షలకు
చాప్టర్ వాల్గా టైమ్
బుక్కలైన్ టు లైన్ ఆధారంగా
జట్ బ్యాంక్

- ✿ **DSCలో మిమ్మొల్ని విజయ తీర్మాని చేర్చుకొని 99% ఉపయోగపడే ప్రస్తుతాలు**
- ✿ **TETలో 99% ప్రశ్నలు మన ప్రస్తుతాల సుంది వచ్చాయిగి చెప్పటికు సంతాపిస్తున్నాము.**
- ✿ **3-10వ తరగతి వేరికూ పూర్తి సిలబస్ కల్గిన రాష్ట్రంలోనే విక్రెక ప్రస్తుతాలు.**

ప్రస్తుతాలు ప్రస్తుత ద్వారా మీ ఇంటికి డెలివరీ ఫేయిసస్తును

పూర్తి వివరాల కేసు సంప్రంచంది:

**9550039204
9502439204**



ఛాచెక్స్, భూమి గౌచార్
శ్రీ లక్ష్మీ వ్యాకెషన్, అన్ధంతప్పిరమ్మ.

రాయగలవో, వేటిని అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశాలుగా రాయగలవో తెలపండి.

$$\text{i) } \frac{13}{3125} \quad \text{ii) } \frac{11}{12} \quad \text{iii) } \frac{64}{455} \quad \text{iv) } \frac{15}{1600}$$

$$\text{v) } \frac{29}{343} \quad \text{vi) } \frac{23}{2^3 5^2} \quad \text{vii) } \frac{129}{2^3 .5^7 .7^5}$$

$$\text{i) } \frac{13}{3125} \quad \text{ix) } \frac{36}{100} \quad \text{x) } \frac{77}{210}$$

$$\begin{array}{r} 5 | 3125 \\ \hline 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{13}{3125} = \frac{13}{5^5} = \frac{13}{2^0 \times 5^5}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో కలదు.

$\therefore \frac{13}{3125}$ అంతమయ్యే దశాంశము.

$$\text{ii) } \frac{11}{12}$$

$$\frac{11}{12} = \frac{11}{2^2 \times 3}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో లేదు.

$\therefore \frac{11}{12}$ అంతంకాని ఆవర్తన దశాంశము.

$$\text{iii) } \frac{64}{455}$$

$$\begin{array}{r} 5 | 455 \\ \hline 7 \\ 13 | 91 \\ \hline 13 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{64}{455} = \frac{2^6}{5 \times 7 \times 13}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో లేదు.

$\therefore \frac{64}{455}$ అంతంకాని ఆవర్తన దశాంశము.

$$\text{iv) } \frac{15}{1600}$$

$$\begin{array}{r} 2 | 1600 \\ \hline 2 \\ 2 | 800 \\ \hline 2 \\ 2 | 400 \\ \hline 2 \\ 2 | 200 \\ \hline 2 \\ 2 | 100 \\ \hline 2 \\ 2 | 50 \\ \hline 5 \\ 5 | 25 \\ \hline 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{15}{1600} = \frac{3 \times 5}{2^6 \times 5^2} = \frac{3}{2^6 \times 5^1}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో కలదు.

$\therefore \frac{15}{1600}$ అంతమయ్యే దశాంశము.

$$\text{v) } \frac{29}{343}$$

$$\frac{29}{343} = \frac{29}{7^3}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో లేదు.

$\therefore \frac{29}{343}$ అంతంకాని ఆవర్తన దశాంశము.

$$\text{vi) } \frac{23}{2^3 5^2}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో కలదు.

$\therefore \frac{23}{2^3 5^2}$ అంతమయ్యే దశాంశము.

$$\text{vii) } \frac{129}{2^3 .5^7 .7^5}$$

$\frac{129}{2^3 .5^7 .7^5}$ అంతంకాని ఆవర్తన దశాంశము.

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో లేదు.

$$\frac{9}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3 \times 3}{3 \times 5} = \frac{3}{5} = \frac{3}{2^0 \times 5^1}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో కలదు.

$\therefore \frac{23}{2^3 5^2}$ అంతమయ్యే దశాంశము.

ix) $\frac{36}{100}$

$$\frac{36}{100} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{10^2}$$

$$= \frac{2^2 \times 3^2}{2^2 \times 5^2} = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{2^0 \times 5^2}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో కలదు.

$\therefore \frac{36}{100}$ అంతమయ్యే దశాంశము.

x) $\frac{77}{210}$

$$\frac{77}{210} = \frac{7 \times 11}{2 \times 5 \times 7 \times 3} = \frac{11}{2 \times 5 \times 3}$$

$$\begin{array}{r} 2 | 210 \\ 3 | 105 \\ 5 | 35 \\ 7 | 7 \\ 1 \end{array}$$

హారం (q) = $2^n \times 5^m$ రూపంలో లేదు.

$\therefore \frac{77}{210}$ అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశము.

3. సిద్ధాంతం 1.3 ను అనుసరించి కింది అకరణీయ సంఖ్యల యొక్క దశాంశ రూపాన్ని తెలపండి.

i) $\frac{13}{25}$

iii) $\frac{23}{2^3 \cdot 5^2}$

సాధన :

i) $\frac{13}{25}$

$$\frac{13}{25} = \frac{13}{5^2} = \frac{13 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{13 \times 4}{(5 \times 2)^2} = \frac{52}{10^2} = 0.52$$

ii) $\frac{15}{16}$

$$\frac{15}{16} = \frac{3 \times 5}{2^4} = \frac{3 \times 5 \times 5^4}{2^4 \times 5^4} = \frac{3 \times 5 \times 625}{(2 \times 5)^2} = \frac{9375}{(10)^4} = 0.9375$$

iii) $\frac{23}{2^3 \cdot 5^2}$

$$\frac{23}{2^3 \cdot 5^2} = \frac{23 \times 5}{2^3 \cdot 5^2 \times 5} = \frac{115}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{115}{10^3}$$

v) $\frac{143}{110}$

$$= 0.115$$

iv) $\frac{7218}{3^2 \cdot 5^2}$

$$\begin{array}{r} 2 | 7218 \\ 3 | 3609 \\ 3 | 1203 \\ 401 \end{array}$$

$$\frac{7218}{3^2 \cdot 5^2} = \frac{2 \times 3^2 \times 401}{3^2 \times 5^2} = \frac{2 \times 401 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{2 \times 401 \times 4}{10^2} = \frac{3208}{10^2} = 32.08$$

v) $\frac{143}{110}$

$$\frac{143}{110} = \frac{11 \times 13}{2 \times 5 \times 11 \times 10} = 13 = 1.3$$

4. P కింద కొన్ని వాస్తవ సంఖ్యల దశాంశ రూపాలు ఇవ్వబడినవి. ప్రతి సందర్భంలోనూ ఇవ్వబడిన సంఖ్య అకరణీయమో, కాదో తెలపండి. ఆ సంఖ్య అకరణీయమై ఉండి P రూపంలో రాయగలిగితే P యొక్క ప్రధాన కారణంకాలను గూర్చి నీవు ఏమి చెప్పగలవు ?

i) 43.123456789

ii) 0.120120012000120000

iii) 43.123456789

సాధన : i) 43.123456789 అంతమయ్యే దశాంశము.

కావున అకరణీయము. $\frac{p}{q}$ రూపంలో

రాయగలము. $q = 2^n \times 5^m$ రూపంలో ఉంటుంది.

m, n లు రుణేతర పూర్త సంఖ్యలు. q యొక్క ప్రధాన కారణంకాలు 2 లేదా 5 లేదా 2, 5 లు.

ii) 0.120120012000120000 అంతం కావడం లేదు లేదా ఆవర్తనము కావడం లేదు. కావున అకరణీయము కాదు.

$$\therefore \frac{p}{q} \text{ రూపంలో రాయలేము.}$$

- iii) $43.\overline{123456789}$ అంతంకాని ఆవరతన దశాంశము. కావున అకరణీయ సంఖ్య.

$$\therefore \frac{p}{q} \text{ రూపంలో రాయవచ్చును.}$$

$$q = 2^n \times 5^m \times 3^r \times 7^s \times 11^t \dots \dots \dots$$

యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలలో 2, 5 లు ఉండవు. లేదా 2, 5లలో పాటు ఇతర ప్రధాన కారణాంకాలు ఉంటాయి.

3. క్రింది వానిలో ప్రతీ దానికి ఒక ఉదాహరణ ప్రాయండి.

- i) రెండు కరణీయ సంఖ్యల లభం ఒక అకరణీయ సంఖ్య.

- ii) రెండు కరణీయ సంఖ్యల లభం ఒక కరణీయ సంఖ్య.
సాధన :

$$\sqrt{2}, \sqrt{50} \text{ అను రెండు కరణీయ సంఖ్యల లభం}$$

$$\sqrt{2}, \sqrt{50} = \sqrt{100} = 10$$

ఇది ఒక అకరణీయ సంఖ్య

$$\sqrt{2}, \sqrt{50} = \sqrt{100} = 10 \text{ అను ఎండు కరణీయ సంఖ్యల లభం.}$$

$$= \sqrt{3}, \sqrt{7} = \sqrt{21} \text{ అనునది ఒక కరణీయ సంఖ్య}$$

8. 3 మరియు 4ల మధ్య గల వివేనా రెండు కరణీయ సంఖ్యలను రాయండి.

సాధన :

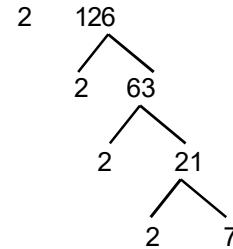
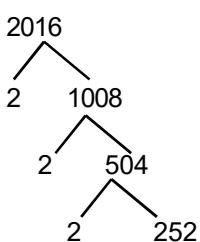
$$3 = \sqrt{9}; \quad 4 = \sqrt{16}$$

$$\text{వీటి మధ్య కొన్ని కరణీయసంఖ్యలు} \\ = \sqrt{10}, \sqrt{11} = \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15},$$

మరియు 3.1121231234

$$3.0101101110 \dots \dots$$

9. 2016 ను ప్రధాన కారణాంకాల లభంగా రాయండి.
సాధన : 2016



$$2016 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \\ = 2^5 \times 3^2 \times 7$$

14. యూక్రీడీభాగహర న్యాయాన్ని ఉపయోగించి 60 మరియు 100 ల గ.సా.భా. కనుగొనండి.

$$\text{సాధన : } 100 = 60(1) + 40$$

$$60 = 40(1) + 2$$

$$40 = 20(2) + 0$$

$$\text{కావున } 60, 100 \text{ ల గ.సా.భా.} = 20$$

17. 1260 మరియు 1440 ల గ.సా.భా. ను యూక్రీడీభాగహర న్యాయం ఉపయోగించి కనుక్కొండి.

$$\text{సాధన : ఇచ్చిన సంఖ్యలు } 1260, 1440$$

$$1440 = 1260 \times 1 + 180$$

$$1260 = 180 \times 7 + 0$$

$$\therefore 1260, 1440 \text{ ల గ.సా.కా.} = 180.$$

19. 24 మరియు 33 ల గ.సా.కా. ను భాగహర విశేషవిధిని ఉపయోగించి కనుగొనుచు.

$$\text{సాధన : } 33 = (24 \times 1) + 9$$

$$24 = (9 \times 2) + 6$$

$$9 = (6 \times 1) + 3$$

$$6 = (3 \times 2) + 0$$

$$\therefore 24 \text{ మరియు } 33 \text{ ల గ.సా.కా.} = 3.$$

3. బహుపదులు

ముఖ్యం శాలు

- * బహుపది : చరరాశుల యొక్క ఘుతాంకాలు రుణేతర పూర్తసంఖ్యలుగా గల బీజీయ సమాసాలను 'బహు పదులు' అంటారు.

ఉదా :

i) $3x + 9$

ii) $4x^2y + 3xy^2 - 7xy + 7$

iii) $x^3 - \sqrt{3}x^2 + 7x - 9$

- * బహుపది పరిమాణం : బహుపది వివిధ పరిమాణాలలో గరిష్ట పరిమాణమే బహుపది పరిమాణము.

ఉదా : $P(x) = 7x^4 - 3x^3 + 9x + 3$ యొక్క పరిమాణం : 4

$P(y) = 9y^3 - 7y^5 - 8y + 7y^2 + 9$ యొక్క పరిమాణం : 5

సూచన : $P(x)$ ఒక బహుపది అయిన x యొక్క గరిష్ట ఘుతాంకము $P(x)$ యొక్క పరిమాణం అవుతుంది.

- * n వ పరిమాణ బహుపది యొక్క సాధారణ రూపం :

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n \quad \text{ఇక్కడ } a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n \text{ లు వాస్తవ సంఖ్యలు}$$

మరియు $a_0 \neq 0$

i) స్థిర బహుపది : 'సున్న' పరిమాణంగా గల బహుపది.

ఉదా : $P(x) = 8$

$P(y) = -4$

ii) రేఖీయ బహుపది : పరిమాణం '1' గా గల బహుపది.

ఉదా : $P(x) = 5x - 4$

$P(z) = 9z + 27$

iii) వర్గ బహుపది : పరిమాణం '2' గా గల బహుపది.

ఉదా : $P(x) = x^2 + 5x + 6$

$P(y) = 4y^2 - 12y + 9$

P ఘన బహుపది : పరిమాణం '3' గా గల బహుపది.

ఉదా : $P(x) = 8x^3 - 4x^2 + 9x + 8$

$P(y) = y^3 + 8y^2 - 3y + 4$

సూచన : బహుపది యొక్క పరిమాణం ఆ బహుపదిలోని పదాలకన్నా '1' తక్కువ $P(x)$ లో n పదాలు ఉంటే $P(x)$ యొక్క పరిమాణం : n - 1

- * బహుపది విలువ : $P(x)$ లోని చరరాశి x కు k ను ప్రతిక్షేపించగ వచ్చే విలువను $x = k$ వద్ద $P(x)$ యొక్క బహుపది విలువ అంటారు. దీనిని $P(x)$ తో సూచిస్తారు.

ఉదా :

$P(x) = x^2 - 5x + 6$

$P(1) = 1$ వద్ద $P(x)$ విలువ

$$P(1) = (1)^2 - 5(1) + 6$$

$$= 1 - 5 + 6 = 2$$

$\therefore x = 1$ వద్ద $P(x)$ విలువ $P(1) = 2$

- * బహుపది శూన్య విలువ : బహుపది $P(x)$ లోని చరరాశి x యొక్క ఏ విలువకు $P(x)$ బహుపది విలువ శూన్యం ('0') అవుతుందో x యొక్క ఆ విలువను బహుపది $P(x)$ శూన్య విలువ అంటారు.

ఉదా :

$$P(x) = 5x - 10$$

$$x = 2 \text{ అయిన } P(2) = 5(2) - 10 = 10 - 10 = 0$$

$$P(2) = 0$$

కావున $P(x) = 5x - 10$ యొక్క శూన్య విలువ '2' అవుతుంది.

ఇవి చేయండి

1. క్రింది సమాసాలలో ఏవి బహుపదులు ? ఏవి కావు ? కారణాలు తెల్పండి.

i) $2x^3$ ii) $\frac{1}{x-1}$ iii) $4z^2 + \frac{1}{7}$

iv) $m^2 - \sqrt{2}m + 2$ v) $p^{-2} + 1$

సాధన : (i), (iii), (iv) లు బహుపదులు

(ii), (v) లు కావు

కారణం బహుపదుల చరరాశుల ఫుతాంకాలు రుణేతర పూర్ణ సంఖ్యలు కానీ రుణ పూర్ణ సంఖ్యలు కావు.

2. $p(x) = x^2 - 5x - 6$ అయిన

$$p(-1), p(-2), p(-3), p(0),$$

$$p(-1), p(-2), p(-3),$$

విలువలు కనుగొనండి.

సాధన :

i) $p(x) = x^2 - 5x - 6$

$$p(-1) = (-1)^2 - 5(-1) - 6 = 1 + 5 - 6$$

$$p(-1) = -10$$

$$p(-2) = (-2)^2 - 5(-2) - 6 = 4 + 10 - 6$$

$$p(-2) = -12$$

$$p(-3) = (-3)^2 - 5(-3) - 6 = 9 + 15 - 6$$

$$p(-3) = -12$$

$$p(0) = (0)^2 - 5(0) - 6$$

$$p(0) = -6$$

$$p(-1) = (-1)^2 - 5(-1) - 6 = 1 + 5 - 6$$

$$p(-1) = 0$$

$$p(-2) = (-2)^2 - 5(-2) - 6 = 4 + 10 - 6$$

$$p(-2) = 8$$

$$p(-3) = (-3)^2 - 5(-3) - 6 = 9 + 15 - 6$$

$$p(-3) = 18$$

- ii) $p(m) = m^2 - 3m + 1$ మరియు $P(1)$ విలువలు కనుగొనండి.

సాధన :

$$p(m) = m^2 - 3m + 1$$

$$p(1) = 1^2 - 3(1) + 1 \\ = 1 - 3 + 1$$

$$p(1) = -1$$

$$\begin{aligned} p(-1) &= (-1)^2 - 3(-1) + 1 \\ &= 1 + 3 + 1 \\ p(-1) &= 5 \end{aligned}$$

3. $p(m) = x^2 - 4x + 3$ అయిన $P(0), P(1), P(2), P(3)$ విలువలు కనుగొనండి. $P(x)$ యొక్క శూన్యాలు ఏవో తెల్పండి.

సాధన : $p(x) = x^2 - 4x + 3$

$$\begin{aligned} p(0) &= (0)^2 - 4(0) + 3 \\ p(0) &= 3 \\ p(-1) &= (-1)^2 - 4(-1) + 3 \\ &= 1 - 4 + 1 \\ p(-1) &= 0 \\ p(-2) &= (-2)^2 - 4(-2) + 3 \\ &= 4 - 8 + 3 \\ &= 7 - 8 \\ p(-2) &= -1 \\ p(-3) &= (-3)^2 - 4(-3) + 3 \\ &= 9 - 12 + 3 \\ &= 12 - 12 \\ p(-3) &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore p(-1) = 0, p(-3) - p(-3) = 0$ కావున $P(x)$ యొక్క శూన్య విలువలు 1 మరియు 3

- i) $x^2 - 9$ అనే బహుపదికి -3 మరియు 3 శూన్యాలు అవుతాయో కాదో సరిచూడండి.

సాధన : $p(x) = x^2 - 9$

$$\begin{aligned} p(-3) &= (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0 \\ p(3) &= 3^2 - 9 = 9 - 9 = 0 \\ p(-3) &= 0 \\ p(-3) &= (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0 \\ p(3) &= 3^2 - 9 = 9 - 9 = 0 \\ \therefore P(x) &\text{కు } -3 \text{ మరియు } 3 \text{లు శూన్య విలువలు అవుతాయి.} \end{aligned}$$

ప్రయత్నించండి

1. ఏవైనా మూడు త్రిపరిమాణ, వర్గ బహుపదులను, రెండు రేఖీయ బహుపదులను విభిన్న పదాలతో రాయండి.

సాధన :

- i) వర్గ బహుపదులు

$$p(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f(x) = 5x^2 - 10$$

$$g(x) = 7x^2$$

- ii) ఘన బహుపదులు

$$p(x) = 4x^3 + 2x^2 + 7x + 4$$

$$f(x) = x^3 + 19x - 15$$

$$g(x) = 5x^3 + 9x^2 + 11$$

- iii) రేఖీయ బహుపదులు

$$p(x) = 5x - 20$$

$$q(x) = 4x$$

2. x చరరాశిలో గల వర్గ బహుపది, త్రిపరిమాణ బహుపదుల సాధారణ రూపాలను రాయండి.

సాధన : వర్గ బహుపది

$$p(x) = ax^2 + bx + cx + d, a \neq 0$$

ఘన బహుపది

$$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0 \quad (\text{లేదా})$$

వర్గ బహుపది

$$p(x) = a_0 x^2 + a_1 x + a_2 x + a_3, a_0 \neq 0$$

ఘన బహుపది

$$p(x) = a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3, a_0 \neq 0$$

$$p(x) = a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3, a_0 \neq 0$$

3. n పరిమాణం కలిగిన ఒక బహుపది $q(z)$ ను రాయండి. ఇందులో చరరాశి గుణకాలుగా b_0, \dots, b_n తీసుకుంటే, వాటికి ఏ నిబంధనలు వర్తిస్తాయో తెల్పండి.

సాధన : $b_0 \dots b_n$ లు గుణకాలుగా గల, n వ పరిమాణ బహుపది $q(z)$ (z) యొక్క సాధారణ రూపం.

$$q(z) = b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + b_2 z^{n-2} + \dots + b_{n-1} z + b_n$$

ఇక్కడ $b \neq 0$ లు మరియు $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ లు వాస్తవ సంఖ్యలు.

అభ్యాసం - 3.1

1. a) $p(x) = 5x^7 - bx^5 + 7x - 6$

అయిన కింది వానిని కనుగొనండి.

i) x^5 యొక్క గుణకం

ii) $p(x)$ యొక్క పరిమాణము

iii) స్థిర పదము

సాధన : x^5 గుణకము = - 6

$P(x)$ పరిమాణము = 7

స్థిరపదము = - 6

b) మూడు వేర్చేరు బహుపదులను ప్రాసి, ప్రతి దానికి మూడు ప్రత్యుల చొప్పున రూపొందించండి.

సాధన : బహుపది 1) $p(x) = x + 5$

ప్రత్యులు :

1) పై బహుపది యొక్క శూన్యాల మొత్తం ఎంత ?

2) పై బహుపది యొక్క శూన్యాల లభ్యం ఎంత ?

3) పై బహుపది యొక్క రేఖాచిత్రం P అక్కాన్ని ఎన్ని బిందువుల వద్ద ఖండిస్తుంది ?

బహుపది 2) $p(x) = x^2 - 5x + 6$

ప్రత్యులు :

1) పై బహుపది యొక్క శూన్యాల మొత్తం ఎంత ?

2) పై బహుపది యొక్క శూన్యాల లభ్యం ఎంత ?

3) పై బహుపది యొక్క రేఖాచిత్రం $X - \text{అక్కాన్ని}$ ఎన్ని బిందువుల వద్ద ఖండిస్తుంది ?

బహుపది 3) $p(x) = ax^p - bx^2 + cx + d$

ప్రత్యులు :

1) పై బహుపది ఘన బహుపది కావలెనన్న 'P' విలువ ఎంత కావలెను ?

2) పై బహుపది యొక్క శూన్యాల లభ్యం ఎంత ?

3) పై బహుపది యొక్క రేఖాచిత్రం 'a' గురించి నీవేమి చెప్పగలవు ?

2. క్రింది ప్రవచనాలలో ఏవి సత్యం ? ఏవి అసత్యం ? కారణాలను తెల్పండి.

i) $\sqrt{2} x^2 - 3x + 1$ అనే బహుపది పరిమాణం $\sqrt{2}$

సాధన : అసత్యం.

కారణం :

$$\sqrt{2} x^2 - 3x + 1 \text{యొక్క పరిమాణము } 2.$$

$\sqrt{2}, x^2$ యొక్క గుణకం అవుతుందే కాని పరిమాణం కాదు.

ii) $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 7$ అనే బహుపది $l^3 x^2$ యొక్క గుణకం 2.

సాధన : అసత్యం.

కారణం : $P(x) l^3 x^2$ గుణకము = - 4.

iii) స్థిరపదం యొక్క పరిమాణం సున్న.

సాధన : సత్యం.

కారణం :

స్థిరపదంలో చరరూశి ఉండదు

ఉండా : $P(x) = 8 = 8x^0$ గా రాయవచ్చు.

iv) $\frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ అనేది ఒక వర్గ బహుపది.

సాధన : అసత్యం.

కారణం :

వర్గ బహుపది $ax^2 + bx + c$ రూపంలో ఉండాలి.

వర్గ బహుపదిలో చరరూశి ఘూతాంకాలు రుణేతర

పూర్జ సంఖ్యలు. కానీ $\frac{1}{x^2 + 5x + 6}$ లో చరరూశి

ఘూతాంకాలు రుణపూర్జ సంఖ్యలు అవు తాయి.

కాబట్టి $\frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ అనలు బహుపదియే కాదు.

v) ఒక బహుపది పరిమాణము దానిలోని పదాల సంఖ్య కన్నా ఒకటి ఎక్కువ.

సాధన : అసత్యం.

బహుపది పరిమాణం సాధారణ రూపంలోని పదాల కన్నా ఒకటి తక్కువ.

ఉండా : $3x^2 + 5x + 7$ లో పదాల సంఖ్య = 3
పరిమాణం = 2

3. $p(t) = t^3 - 1$ అయిన $P(1), p(-1), p(0), P(2)$ మరియు $P(-2)$ విలువలు కనుగొనండి.

సాధన : $P(t) = t^3 - 1$

$$P(t) = (t)^3 - 1 = 0$$

$$P(-1) = (1)^3 - 1 = -1 - 1 = -2$$

$$P(0) = (0)^3 - 1 = -1$$

$$P(2) = (2)^3 - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$P(-2) = (-2)^3 - 1 = -8 - 1 = -9$$

4. -2 మరియు 2 అనేవి $x^4 - 16$ అనే బహుపదికి శూన్యాలు అగునో, కాదో సరి చూడండి.

సాధన : $p(x) = x^4 - 16$

$$p(-2) = (-2)^4 - 16 = 16 - 16 = 0$$

$$p(2) = (2)^4 - 16 = 16 - 16 = 0$$

$$p(-2) = 0 \text{ మరియు } p(2) = 0$$

P మరియు P శూన్య విలువలు అప్పతాయి.

5. $p(x) = x^2 - x - 6$ అనే బహుపదికి 3 మరియు -2 అనేవి శూన్యాలు అగునో, కాదో సరిచూడండి.

సాధన : $p(x) = x^2 - x - 6$

$$p(3) = (3)^2 - 1(3) - 6 = 9 - 9 = 0$$

$$p(-2) = (-2)^2 - (-2) - 6 = 4 + 2 - 6 = 0$$

$$p(3) = 0 \text{ మరియు } p(-2) = 0$$

\therefore మరియు -2 లు $P(x)$ కి శూన్య విలువలు అప్పతాయి.

2. క్రింది బహుపదులకు శూన్యాల సంఖ్యను కనుగొనండి మరియు వాటి విలువలను తెలపండి.

i) $P(x) = 2x + 1$ ii) $P(y)^2 = y^2 x - 1$

iii) $r(z) = z^3$

సాధన : బహుపదుల రేఖా చిత్రాలు గీయకుండానే మనం శూన్యాలను కనుగొందాము.

i) $P(x) = 2x + 1$ అనేది ఒక రేఖీయ బహుపది కావున దీనికి ఒకే ఒక శూన్యం ఉంటుంది.

$$P(x) = 0 \text{ తీసుకోండి.}$$

$$\text{అంటే, } 2x + 1 = 0$$

$$\text{కావున } x = \frac{-1}{2} \text{ అగును.}$$

$$\therefore \text{ఇచ్చిన బహుపది యొక్క శూన్యం } \frac{-1}{2}$$

ii) అనేది ఒక వర్గ బహుపది కావున దీనికి గరిష్టంగా మూడు శూన్యాలుంటాయి.

$$y^2 - 1 = 0$$

$$(y+1)(y-1) = 0$$

$$y = -1 \text{ లేదా } y = 0$$

\therefore ఇచ్చిన బహుపది యొక్క శూన్యాలు -1 మరియు -1 అయినవి.

iii) $r(z) = z^3$ అనేది ఒక ఘన బహుపది కావున దీనికి గరిష్టంగా మూడు శూన్యాలుంటాయి.

$$z^3 = 0$$

\therefore ఇచ్చిన బహుపది యొక్క శూన్యము ‘సున్న’ అయినది.

2. క్రింది బహుపదులకు శూన్యాలను కనుగొనండి.

i) $p(x) = 3x$

ii) $p(x) = x^2 + 5x + 6$

iii) $p(x) = (x+2) + (x+3)$

iv) $p(x) = x^4 - 16$

సాధన : i) $p(x) = 3x$

$$p(x) = 0 \text{ అయిన}$$

$$3x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\therefore p(x) \text{ శూన్య విలువ } = 0.$$

ii) $p(x) = x^2 + 5x + 6$

$$p(x) = 0 \text{ అయిన}$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x(x+3) + 2(x+3) = 0$$

$$x+3(x+2) = 0$$

$$x = -3 \text{ లేదా } x = -2$$

$$\therefore p(x) \text{ యొక్క శూన్య విలువలు :$$

$$-3 \text{ మరియు } -2.$$

iii) $p(x) = (x+2) + (x+3)$

$$p(x) = 0 \text{ అయిన}$$

$$x+2(x+3) = 0$$

$$x+2 = 0 \text{ లేదా } x+3 = 0$$

$$\therefore p(x) \text{ యొక్క శూన్య విలువలు } -3 \text{ మరియు } -2.$$

iv) $p(x) = x^4 - 16$

$$p(x) = 0 \text{ అయిన}$$

$$x^4 - 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \text{ లేదా } x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \text{ లేదా } x^2 = -4$$

$$x = \sqrt{4} \text{ లేదా } \pm \sqrt{-4}$$

$$x = \pm 2 \text{ లేదా } \pm \sqrt{-4}$$

$\therefore p(x)$ యొక్క శూన్య విలువలు 2, -2 మరియు $\pm \sqrt{-4}$

4. $p(x) = 4x^2 + 3x - 1$ అనే బహుపదికి $\frac{1}{4}$ మరియు -1 అనేవి శూన్యాలు ఏ విధంగా అగునో తెలపండి.

$$\text{సాధన: } p(x) = 4x^2 + 3x - 1$$

$$p\left(\frac{1}{4}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{4}\right) - 1$$

$$= 4 \times \frac{1}{16} + \frac{3}{4} - 1$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1$$

$$= \frac{4}{4} - 1 = 1 - 1 = 0 \quad p\left(\frac{1}{4}\right) = 0$$

$$\begin{aligned} \text{అలాగే } p(-1) &= 4(-1)^2 + 3(-1) - 1 \\ &= 4 - 3 - 1 \\ &= 4 - 4 \end{aligned}$$

$\therefore p(-1) = 0$ మరియు $p(-1) = 0$ అవుతున్నది.

కాబట్టి $p(x)$ కు $\frac{1}{4}$ మరియు -1లు శూన్య

విలువలు అవుతాయి.

ప్రయత్నించండి

1. -2 మరియు $\frac{1}{3}$ శూన్యాలు కలిగిన వర్గ బహుపదిని కనుగొనండి.

$$\text{సాధన: } r-2, \omega = \frac{1}{3}$$

$$r + \omega = -2 + \frac{1}{3} = \frac{-6 + 1}{3} = \frac{-5}{3}$$

$$\omega = (-2) + \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-2}{3}$$

$$\text{వర్గ బహుపది } p(x) = k[x^2 - (r + \omega)x + \omega r]$$

$$= k \left[x^2 - \left(\frac{-5}{3}\right)x + \left(\frac{-2}{3}\right) \right]$$

$$= k \left[x^2 - \left(\frac{-5}{3}\right)x + \left(\frac{-2}{3}\right) \right]$$

$$= k \left[\frac{3x^2 + 5x - 2}{3} \right]$$

$$k = 3 \text{ అయిన } p(x) = 2x^2 + 3x - 2.$$

2. శూన్యాల మొత్తం $\frac{-3}{2}$ మరియు లభం -1 కలిగిన వర్గ బహుపదిని తెలపండి.

$$\text{సాధన: } r + \omega = \frac{-3}{2}, \omega = -1$$

$$\text{వర్గ బహుపది } = k[x^2 - (r + \omega)x + \omega r]$$

$$= k \left[x^2 - \left(\frac{-3}{2}\right)x + (-1) \right]$$

$$= k \left[\frac{2x^2 + 3x - 2}{2} \right]$$

$$k = 2 \text{ అయిన } p(x) = 2x^2 + 3x - 2.$$

1. $p(x) = x^2 - 5x + 6$ అయిన $p(3)$ ను కనుగొనము.

$$\text{సాధన: } p(x) = x^2 - 5x + 6 \text{ అయిన}$$

$$p(3) = 3^2 - 5(3) + 6$$

$$= 9 - 15 + 6 = 15 - 15 = 0 \quad \therefore p(3) = 0$$

2. $p(x) = x^2 - 5x - 6$ అయిన $p(3)$ ను కనుగొనము.

$$\text{సాధన: } p(x) = x^2 - 5x - 6 \text{ అయిన}$$

$$p(3) = 3^2 - 5(3) - 6$$

$$= 9 - 15 - 6 = 9 - 21 = 0$$

$$\therefore p(3) = -12$$

3. $x \pm = -1$ అయిన $\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2}{x^3 + x^2 + x + 1}$ యొక్క

భాగఫలం కనుకోండి.

$$\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2}{x^3 + x^2 + x + 1} = \frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2}{x^3 + x^2 + x + 1} = x^2$$

$$\therefore \text{భాగఫలం } = x^2$$

8. ఒక దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు వెడల్పు కంటే 5 యూనిట్లు ఎక్కువ అయిన ఆ దార్ఘ చతురస్రం చుట్టూ కొలతను బహుపది రూపంలో వ్యక్తపరచుము.

సాధన : ∴ దీర్ఘ చతురస్రం వెడల్పు = x మీ అనుకొనుము.
 P దీర్ఘ చతురస్రం పొడవు = $(x + 5)$ మీ. అగును.

 x $x + 5$

∴ దీర్ఘచతురస్రం చుట్టూకొలత

$$= 2(\text{పొడవు} + \text{వెడల్పు})$$

$$= 2(x + 5 x)$$

$$= 2(x + 5 x) = 4x + 10 \text{ మీ.}$$

∴ దీర్ఘచతురస్రం చుట్టూకొలతను సూచించు బహుపది

$$= 4x + 10$$

14. బహుపది $x^3 - 3x^2 + 5x - 7$ ను $x^2 - 2x + 4$ చే భాగించగా వచ్చే శేషము $Ax + B$ రూపంలో నున్న A, B ల విలువలు కనుగొనండి.

సాధన :

$$x^2 - 2x + 4)$$

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 7(x - 1)$$

$$x^3 - 2x^2 + 4x$$

$$(-x + x -)$$

$$\frac{-x^2 + x - 7}{-x^2 + x - 7}$$

$$-x^2 + 2x - 4$$

$$(+x -) (+)$$

$$-x - 3$$

$$(-1)x + (-3)$$

$$= Ax + B$$

$$\therefore A = -1$$

$$B = -3$$

15. $(x^2 - 5)(x^3 + 1)$ బహుపది పరిమళం 6 అని శ్రీకర్ అన్నాడు. నీపు అతనితో ఏకీభవిస్తావా? ఎలా?

సాధన: $(x^2 - 5)(x^3 + 1) = x^5 - 5x^3 + x^2 - 5$. దీని పరిమళం 5. కావున శ్రీకర్తో ఏకీభవించను.

16. $p(x) = x^3 - 2x$ అనే బహుపదికి $\sqrt{2}$ మరియు 2 లలో ఏది బహుపది శూన్యం అవుతుంది? ఎందుకు

సాధన : $p(x) = x^3 - 2x$

$$p(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^3 - 2(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 0$$

$$p(2) = (2)^3 - 2(2) = 8 - 4 = 4$$

$p(\sqrt{2}) = 0$ కావున $\sqrt{2}$ ఇచ్చిన బహుపదికి శూన్యం అవుతుంది. (లేదా)

$$p(x) = x^3 - 2x = x(x^2 - 2)$$

$$p(x) = 0 \Rightarrow x(x^2 - 2) = 0$$

$$\uparrow x = 0 \text{ (or) } x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2 \quad \uparrow x = (\sqrt{2})$$

$P(x)$ శూన్యాలు $0, \sqrt{2},$ కావున $\sqrt{2}$ మరియు 2 లలో $\sqrt{2}$ ఒక శూన్యం అవుతుంది.

17. రెండు వేరేరు బహుపదులను రాశి, ప్రతి దానికి రెండు ప్రశ్నలు చొప్పాన రూపొందించండి.

సాధన : 1) $p(x) = x^2 - 4$

i) $p(x)$ పరిమాణము ఎంత?

ii) $p(x) = 2x + 3$ లోని పదాల సంఖ్య ఎంత?

2) $p(x) = 2x + 4$

i) $p(x)$ లోని పదాల సంఖ్య ఎంత?

ii) $p(x)$ యొక్క శూన్య విలువను కనుగొనుము

18. $p(x) = 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x - 5$, భాగపోర నియమాన్ని సరిచూడండి.

సాధన $p(x) = 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x - 5,$

$$g(x) = x^2 - 3$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x + 13 \\ x^2 - 3 \end{array} \overline{) 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x - 5}$$

$$\begin{array}{r} 3x^4 - 9x^2 \\ \hline - 5x^3 + 3x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 5x^3 + 15x \\ \hline + 15x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 13x^2 - 5 \\ \hline - 13x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 5 \\ \hline - 39 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 12x + 34 \\ \hline - 12x + 34 \end{array}$$

$$\therefore q(x) = 3x^2 - 5x + 13$$

$$r(x) = -12x + 34$$

భాగపోర నియమం :

$$p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$g(x) q(x) + r(x)$$

$$= (x^2 - 3)(3x^2 - 5x + 13) + (-12x + 34)$$

$$= 3x^4 - 5x^3 + 13x^2 - 9x^2 + 15x - 39$$

$$= 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x - 5$$

$$= p(x)$$



శ్రీ లక్ష్మీ ప్లజెక్ట్ వెబ్

	<p style="text-align: center;">త్వరలే... అన్ని సబ్జెక్టులకు చాప్టర్ వారీగా టెక్స్ బుక్‌లైన్ టు లైన్ ఆధారంగా ఐట్ బ్యాంక్</p>	

- ❖ DSCలో ఏమ్ముళ్ళ విజయ తీర్చాన్ని చేర్చుకొని 99% ఉపయోగించే పుస్తకాలు
- ❖ TETలో 99% ప్రొఫ్సెషనల్ మన పుస్తకాల సుందర వచ్చాయిగి చెప్పటపు సంతోషించ్చాము.
- ❖ 3-10వ తరగతి వరకూ పూర్తి సిలబస్ క్రమించిన రాష్ట్రంలోనే విక్రిక పుస్తకాలు.

పుస్తకాలు పోస్ట్‌ఫోన్‌ద్వారా ప్రీ ఇంటికే డెలివరీ కేయిండును

పూర్తి వీరాల కేసు సంప్రయంచండి:

**9550039204
9502439204**



డైరెక్టర్, భివాగీ గౌచాల్
శ్రీ లక్ష్మీ ప్లజెక్ట్ వెబ్, అసంతోషించే.

10. 4. రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత

ఉదాహరణలు

1. కింది సమీకరణాల జత ఖండనరేఖలా, సమాంతర రేఖలా లేదా ఏకీభవించే రేఖలా సరిచూడండి. ఆ సమీకరణము సంగతము అయిన వాటి సాధనను కముగొనుము.

$$2x + y - 5 = 0, 3x - 2y - 4 = 0$$

సాధన : $2x + y - 5 = 0 \dots\dots\dots (1)$

$$3x - 2y - 4 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$a_1 = 2, b_1 = 1, c_1 = -5$$

$$a_2 = 3, b_2 = 2, c_2 = -4$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-4}$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

కావున అవి ఖండన రేఖలు.

అనగా సంగత రేఖీయ సమీకరణాల జత.

$$2x + y - 5 = 0 \quad 3x + 2y - 4 = 0$$

$$y = 5 - 2x \quad -2y = 4 - 3x$$

$$\Rightarrow 2y = 3x - 4$$

$$y = \frac{3x - 4}{2}$$

2x + y = 5 సమీకరణానికి		
x	y = 5 - 2x	(x, y)
0	$y = 5 - 2(0) = 5$	(0, 5)
1	$y = 5 - 2(1) = 3$	(1, 3)
2	$y = 5 - 2(2) = 1$	(2, 1)

3x - 2y = 4 సమీకరణానికి		
x	$y = \frac{3x - 4}{2}$	(x, y)
0	$y = \frac{3(0) - 4}{2} = -2$	(0, -2)
2	$y = \frac{3(2) - 4}{2} = 1$	(2, 1)
4	$y = \frac{3(4) - 4}{2} = 4$	(4, 4)

ఇచ్చిన రేఖలు ఖండన రేఖలు.

4. ఒక తోటలో కొన్ని తుమ్మెదలు మరియు పువ్వులు కలవు. ప్రతీ పువ్వుపై ఒక తుమ్మెద వాలినపుడు ఒక తుమ్మెద మిగిలి పోతుంది. ప్రతీ పువ్వుపై రెండు తుమ్మెదలు వాలితే ఒక పువ్వు మిగిలిపోతుంది. అయిన పువ్వులన్నీ? తుమ్మెదలన్నీ?

సాధన : తుమ్మెదల సంఖ్య = x

పువ్వుల సంఖ్య = y అనుకొనుము.

ప్రతీ పువ్వుపై ఒక తుమ్మెద వాలిన,
ఒక తుమ్మెద మిగిలిపోతుంది.

$$\therefore x = y + 1 \Rightarrow x - y - 1 = 0$$

ప్రతీ పువ్వుపై రెండు తుమ్మెదలు వాలితే,

ఒక పువ్వు మిగిలిపోతుంది

$$\text{కావున } X = 2(y - 1)$$

$$\Rightarrow x = 2y - 2$$

$$\Rightarrow x - 2y + 2 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$x - y - 1 = 0$$

$$x - 2y + 2 = 0$$

$$-y = 1 - x$$

$$-2y = -x - 2$$

$$y = x - 1$$

$$2y = x + 2$$

$$y = \frac{x + 2}{2}$$

$$x - y - 1 = 0$$

x	$y = x - 1$	(x, y)
0	$y = 0 - 1 = -1$	(0, -1)
2	$y = 2 - 1 = 1$	(2, 1)
4	$y = 4 - 1 = 3$	(4, 3)

$$x - 2y + 2 = 0$$

x	$y = \frac{x + 2}{2}$	(x, y)
0	$y = \frac{0 + 2}{2} = 1$	(0, 1)
2	$y = \frac{2 + 2}{2} = 2$	(2, 2)
4	$y = \frac{4 + 2}{2} = 3$	(4, 3)

3-10 పాతరగతి పరక్కా, పుఅర్థాన్యాయ కలిగిన దీవస్సు, స్టడీ మెటీరియల్ అందుబాటు లాం కలదు

శ్రీ లక్ష్మీ ప్లాకేషన్స్, 9550039204, 9502439204

10వ తరగతి గణితశాస్త్రం

గణితం కంటెంట్

5. ఒక దీర్ఘ చతురప్రాకార స్థలము చుట్టూకొలత 32 మీ. దాని పొడవును 2 మీ పెంచి, వెడల్చును 1 మీ తగ్గించగా దాని వైశాల్యములో ఏ మార్గాలేక యథాతథంగా ఉండును. అయిన ఆ స్థలము పొడవు, వెడల్చులను కనుగొనుము.

సాధన : దీర్ఘచతురప్రాకార స్థలము పొడవు = 1 మీ.

వెడల్చు = b మీ. అనుకొందాం.

∴ దీర్ఘచతురప్ర వైశాల్యం = 1 x b చామీ.

చుట్టూకొలత = 2 (1 + b) = 32

$$\Rightarrow 1 + b = 16$$

$$\therefore 1 + b - 16 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

పొడవును 2 మీ. పెంచి, వెడల్చును 1 మీ

తగ్గించినవడు, కొత్త పొడవు = 1 + 2 మీ.,

కొత్త వెడల్చు = b - 1 మీ

కొత్త వైశాల్యం = (1 + 2) (b - 1) చామీ.

$$= 1b - 1 + 2b - 2$$

వైశాల్యములో మార్గాలేదు కాబట్టి, 1b - 1 + 2b - 2

$$= 1b \Rightarrow 1b - 1 + 2b - 2 - 1b = 0$$

$$\Rightarrow -1 + 2b - 2 = 0 \therefore 1 - 2b + 2 = 0 \dots \dots (2)$$

$$1 + b - 16 = 0 \quad 1 - 2b + 2 = 0$$

$$b = 16 - 1 \quad -2b = -1 - 2$$

$$2b = 1 + 2$$

$$b = \frac{1 + 2}{2}$$

$1 + b - 16 = 0$ సమీకరణానికి		
1	$b = 16 - 1$	(1, b)
6	$b = 16 - 6 = 10$	(6, 10)
8	$b = 16 - 8 = 8$	(8, 8)
10	$b = 16 - 10 = 6$	(10, 6)

$1 - 2b + 2 = 0$ సమీకరణానికి		
1	$b = \frac{1 + 2}{2}$	(1, b)
6	$b = \frac{6 + 2}{2} = 4$	(6, 4)
8	$b = \frac{8 + 2}{2} = 5$	(8, 5)
10	$b = \frac{10 + 2}{2} = 6$	(10, 6)

శ్రయాత్మికంచండి

1. ఈ క్రింది సమీకరణాలలో ఏది రేఖలు సమీకరణం కాదు ?
- a) $5 + 4x = y + 3$ b) $x + 2y = y - x$
 c) $3 - x = y^2 + 4$ d) $x + y = 0$
- జ : c
2. ఈ క్రింది వాచిలో ఏది ఏక చరరాశిలో రేఖలు సమీకరణము ?
- a) $2x + 1 = y - 3$ b) $2t - 1 = 2t + 5$
 c) $2x - 1 = x^2$ d) $x^2 - x + 1 = 0$
- జ : b
3. క్రింది సంబ్యులలో ఏది $2(x + 3) = 18$ అనే సమీకరణానికి సాధన ?
- a) 5 b) 6 c) 13 d) 21
- జ : b
4. $2x - (4-x) = 5-x$ అనే సమీకరణాన్ని తృప్తిపరచే x విలువ
- a) 4.5 b) 3 c) 2.25 d) 0.5
- జ : c
5. $x - 4y = 5$ అనే సమీకరణానికి
- a) సాధనలేదు b) ఒకే ఒక సాధన
 c) రెండు సాధనలు d) అనంతమైన సాధనలు
- జ : d
6. ఎమ్.కె. నగర్ ఉన్నత పారశాల క్రికెట్ జట్టు శిక్షకుడు 3 బ్యాట్లు మరియు 6 బంతులను రూ. 3900లకు కొనెను. తరువాత అతడు మరియొక బ్యాట్ మరియు 2 బంతులను రూ. 1300 లకు కొనెను. ప్రతీ బ్యాటు మరియు ప్రతీ బంతి వెలను మీరు కనుగొనగలరా?
- జ : బ్యాటు మరియు బంతి యొక్క కచ్చితమైన వెలను కనుగొనలేదు.
7. క్రింది సమీకరణాల జతకు ‘p’ యొక్క ఏ విలువకు ఏకైక సాధన ఉంటుందో కనుగొనండి.
- $2x + py = -5$ మరియు $3x + 3y = -6$
- జ : $2x + py = -5 \Rightarrow 2x + py + 5 = 0$
 $3x + 3y = -6 \Rightarrow 3x + 3y + 6 = 0$
- రేఖలు సమీకరణాలకు ఏకైక సాధన ఉంటే
- $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ కావాలి

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2}{3} &\neq \frac{p}{3} \\ 3p &\neq 2 \times 3 \\ \Rightarrow p &\neq \frac{2 \times 3}{3} \Rightarrow p \neq 2\end{aligned}$$

$\therefore p$ యొక్క విలువ 2 తప్ప మిగిలిన అన్ని వాస్తవ సంఖ్యలకు ఇచ్చిన రేఖియ సమీకరణాల జత ఏకైక సాధనను కలిగి ఉంటుంది.

8. $2x - ky + 3 = 0, 4x + 6y - 5 = 0$ సమీకరణాల జతకు, k యొక్క విలువకు అవి సమాంతర రేఖలపుతాయో కనుగొనండి.

సాధన: $2x - ky + 3 = 0$
 $4x + 6y - 5 = 0$ లు సమాంతర రేఖలు అయితే

$$\begin{aligned}\frac{a_1}{a_2} &= \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \\ \therefore \frac{2}{4} &= \frac{-k}{6} \\ \Rightarrow -4k &= 12 \\ \therefore k &= \frac{12}{-4} = -3\end{aligned}$$

$k = -3$ ఇచ్చిన రేఖలు సమాంతరాలు అవుతాయి.

9. ' k ' యొక్క విలువకు, $3x + 4y + 2 = 0$ మరియు $9x + 12y + k = 0$ రేఖా సమీకరణాల జత ఏకీభవించే రేఖలపుతాయో కనుగొనండి.

సాధన: $3x + 4y + 2 = 0$
 $9x + 12y + k = 0$ రేఖియ సమీకరణాల జత ఏకీభవించే రేఖలు అయితే

$$\begin{aligned}\frac{a_1}{a_2} &= \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \\ \frac{3}{9} &= \frac{4}{12} = \frac{2}{k} \\ \frac{4^1}{12_3} &= \frac{2}{k} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{k} \\ \therefore k &= 6\end{aligned}$$

$k = 6$ కి ఇచ్చిన రేఖలు ఏకీభవించే రేఖలు అవుతాయి.

10. ' p ' యొక్క విలువలకు కింది సమీకరణాల జతకు అనంత సాధనలుంటాయో కనుగొనండి.

$$px + 3y - (p - 3) = 0$$

$$12x + py - p = 0$$

సాధన : $px + 3y - (p - 3) = 0$

$12x + py - p = 0$ సమీకరణాల జతకు అనంత సాధనలుంటే ఇవి పరస్పరాధారిత రేఖల జత అవుతుంది. కావున

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\therefore \frac{p}{12} = \frac{3}{p} = \frac{-(p - 3)}{-p}$$

$$\therefore \frac{p}{12} = \frac{3}{p} \Rightarrow p^2 = 36$$

$$p = \sqrt{36} = 6$$

$$\therefore p = 6$$

$$\frac{p}{12} = \frac{-(p - 3)}{-p}$$

3. నేహ కొన్ని ప్యాంటులను మరియు స్కర్పులను కొనడానికి దుకాణమునకు వెళ్లినది. ఆమె మిత్రురాలు ప్యాంటులు ఎన్ని, స్కర్పులు ఎన్ని కొన్నావని అడుగగా ఆమె ఇలా జవాబిచ్చింది. “నేను కొన్న స్కర్పుల సంఖ్య, ప్యాంటుల సంఖ్య రెట్లీంపు కన్నా రెండు తక్కువ. అలాగే స్కర్పుల సంఖ్య ప్యాంటు సంఖ్యకు మూడు రెట్లు కన్నా నాలుగు తక్కువ”. నేహ ఎన్ని ప్యాంటులు, ఎన్ని స్కర్పులు కొన్నదో తెలుసుకోవడంలో ఆమె మిత్రురాలికి సహాయం చేయండి..

సాధన : నేహ కొన్న ప్యాంటు సంఖ్య = x అనుకొనుము.
 స్కర్పుల సంఖ్య = y అనుకొనుము.

నేహ కొన్న స్కర్పుల సంఖ్య ప్యాంటు సంఖ్య రెట్లీంపు కన్నా రెండు తక్కువ.

$$y = 2x - 2 \dots \dots \dots (1)$$

మరియు నేహ కొన్న స్కర్పుల సంఖ్య ప్యాంటు సంఖ్యకు మూడు రెట్లు కన్నా నాలుగు తక్కువ.

$$y = 3x - 4 \dots \dots \dots (2)$$

3-10 పటరగతి పరక్కా, పుఅర్థాన్మాయి కలగిన డైవస్, స్టడీ మెటీరియల్ అందుబాటు లభ కలదు

శ్రీ లక్ష్మీ ప్లాకేషన్స్, 9550039204, 9502439204

10వ తరగతి గణితశాస్త్రం

గణితం కంటెంట్

$y = 2x - 2$		
X	$y = 2x - 2$	(x, y)
1	$y = 2(1) - 2 = 0$	(1, 0)
2	$y = 2(2)-2 = 2$	(2, 2)
3	$y = -2(3)-2 = 4$	(3, 4)

$y = 3x-4$		
X	$y= 3x-4$	(x, y)
1	$y = 3(1)-4 = -1$	(1, - 1)
2	$y = 3(2)-4 = 2$	(2, 2)
3	$y = 3(3)-4 = 5$	(3, 5)

4. పదవతరగతి చదివే 10 మంది విద్యార్థులు ఒక గణిత క్లీష్టలో పాల్గొన్నారు. దానిలో పాల్గొన్న బాలికల సంఖ్య, బాలు సంఖ్య కన్నా 4 ఎక్కువ అయిన ఆ క్లీష్టలో పాల్గొన్న బాలికల సంఖ్యను, బాలుర సంఖ్యను కనుగొనండి.

సాధన : బాలికల సంఖ్య = X

బాలుర సంఖ్య = y అనుకుందాం.

గణిత క్లీష్టలో పాల్గొన్న విద్యార్థులు = 10

$$x + y = 10 \dots\dots\dots (1)$$

గణిత క్లీష్టలో బాలికల సంఖ్య బాలుర సంఖ్య కన్నా 4 ఎక్కువ,

$$\therefore x = y + 4.$$

$$x - y = 4 \dots\dots\dots (2)$$

$$x + y = 10 \quad x - y = 4$$

$$y = 10-x \quad -y = 4-x$$

$$y = x-4$$

$x + y = 10$		
X	$y = 10 - x$	(x, y)
2	$y = 10-2 = 8$	(2, 8)
4	$y = 10-4 = 6$	(4, 6)
6	$y = 10-6 = 4$	(6, 4)

$x - y = 4$		
X	$y = x - 4$	(x, y)
2	$y = 2-4 = -2$	(2, -2)
4	$y = 4-4 = 0$	(4, 0)
6	$y = 6-4 = 2$	(6, 2)

5. 5 పెనిశ్చు మరియు 7 కలముల మొత్తము వెల రూ.350. అలాగే 7 పెనిశ్చు మరియు 5 కలముల మొత్తము ధర (ఆవే రకం) రూ.46 అయిన ప్రతీ పెనిల్ మరియు కలముల ధర కనుగొనండి.

సాధన : ఒక పెనిల్ వెల రూ. X,

కలము వెల = రూ. y గా అనుకుందాము.

5 పెనిశ్చు మరియు 7 కలముల మొత్తం వెల రూ.50

$$5x + 7y = 50 \dots\dots\dots (1)$$

7 పెనిశ్చు మరియు 5 కలముల మొత్తం వెల రూ.46

$$7x + 5y = 46 \dots\dots\dots (2)$$

$$5x + 7y = 50 \quad 7x + 5y = 46$$

$$7y = 50-5x \quad 5y = 46-7x$$

$$y = \frac{50-5x}{7} \quad y = \frac{46-7x}{5}$$

$5x + 7y = 50$		
X	$y = \frac{50-5x}{7}$	(x, y)
-4	$y = \frac{50-5(-4)}{7} = 10$	(-4, 10)
3	$y = \frac{50-5(3)}{7} = 5$	(3, 5)
10	$y = \frac{50-5(10)}{7} = 0$	(10, 0)

$7x + 5y = 46$		
X	$y = \frac{46-7x}{5}$	(x, y)
-2	$y = \frac{46-7(-2)}{5} = 12$	(-2, 12)
3	$y = \frac{46-7(3)}{5} = 5$	(3, 5)
8	$y = \frac{46-7(8)}{5} = -2$	(8, -2)



శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేస్వర్

Posters Details:

- Row 1:**
 - SGT, SA (all), LANGUAGE PANDITS**
 - SGT, also useful SA(Biology)**
 - SGT, also useful SA(Physics)**
- Row 2:**
 - SGT, also useful SA(Social)**
 - SGT, also useful SA(Maths)**
 - SGT, also useful SA(Pedagogy)**
- Row 3:**
 - DSC SPECIAL జానరల్ న్యూట్రిషన్**
 - SGT, SA (all), LANGUAGE PANDITS, TET, PG, Principals**

తృరలో...
అన్ని సజ్జెక్చులకు
చాప్టర్ వార్లగా టెక్స్
బుక్కలైన్ టు లైన్ ఆధారంగా
బట్ట బ్యాంక్

- ✿ **DSCలో మిమ్మల్ని విజయి తీరాన్ని చేర్చుకోండి 99% ఉపయోగించే పుస్తకాలు**
- ✿ **TETలో 99% ప్రశ్నలు మన పుస్తకాల సుంది వచ్చాయిగి చెప్పుటకు సింతణించున్నాము.**
- ✿ **3-10వ తరగతి వేరికూ పూర్తి సిలబస్ కల్గిన రాష్ట్రంలోనే వికైక పుస్తకాలు.**

పుస్తకాలు పోస్టర్లు ద్వారా మీ ఇంటికి డెలివరీ సేవలను

పూర్తి వివరాల కేసు సంప్రంచంది:

**9550039204
9502439204**



ఛార్టర్, భూవాని గాంపాల్
శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేస్వర్, అన్సంతోషరమ్.

6. వెడల్పు కన్నా పొడవు 4 మీ ఎక్కువ కలిగిన ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార తోట చుట్టూకొలతలో సగము 36 మీ., అయిన ఆ తోట కొలతలు కనుగొనుము.

సాధన : దీర్ఘచతురప్రాకార పొడవు = 1 మీ.,
వెడల్పు = b మీ. అనుకుందాం.

దీర్ఘచతురప్రాకార వెడల్పు కన్నా పొడవు 4 మీ. ఎక్కువ.

$$1 = b + 4 \Rightarrow 1 - b = 4 \dots\dots\dots(1)$$

దీర్ఘచతురప్రాకార తోట చుట్టూకొలతలో సగము 36 మీ.

$$\therefore \frac{2(1+b)}{2} = 36 \Rightarrow 1+b = 36 \dots\dots\dots(2)$$

$$1-b = 4$$

$$1+b = 36$$

$$-b=4-1$$

$$b = 36 - 1$$

$$b = 1 - 4$$

$$1-b = 4$$

	$b = 1 - 4$	$1-b = 4$
1	$b = 1 - 4$	(1, b)
4	$b = 4 - 4 = 0$	(4, 0)
8	$b = 8 - 4 = 4$	(8, 4)
12	$b = 12 - 4 = 8$	(12, 8)

$$1+b = 4$$

	$1-b = 4$	$1+b = 4$
1	$b = 1 - 4$	(1, b)
12	$b = 36 - 12 = 24$	(12, 24)
16	$b = 36 - 16 = 20$	(16, 20)
20	$b = 36 - 20 = 16$	(20, 16)

ఉదాహరణలు

1. ఇచ్చిన సమీకరణాల జతను ప్రతిక్రియ పద్ధతి ద్వారా సాధించుము.

$$2x - y = 5$$

$$3x + 2y = 11$$

సాధన : $2x - y = 5 \dots\dots\dots(1)$

$$3x + 2y = 11 \dots\dots\dots(2)$$

(1)వ నమీకరణాన్ని ఈ క్రింది విధంగా రాయవచ్చును

$$y = 2x - 5 \quad (\text{సోపానము } 1)$$

దీనిని (2)వ నమీకరణంలో ప్రతిక్రియ పద్ధతి ద్వారా,

$$3x + 2(2x - 5) = 11 \quad (\text{సోపానము } 2)$$

$$3x + 4x - 10 = 11$$

$$7x = 11 + 10 = 21$$

$$x = 21/7 = 3. \quad (\text{సోపానము } 3)$$

$x = 3$ ని నమీకరణం (1)లో ప్రతిక్రియ పద్ధతి ద్వారా

$$2(3) - y = 5 \quad (\text{సోపానము } 4)$$

$$y = 6 - 5 = 1$$

x, y ల విలువలు (2)లో ప్రతిక్రియ పద్ధతి ద్వారా,

$$3(3) + 2(1) = 9 + 2 = 11$$

కాబట్టి, కావలసిన సాధన $x = 3$ మరియు $y = 1$.

ఇచ్చిన రెండు సమీకరణాలను $x = 3$ మరియు $y = 1$ సంతృప్తిపరుస్తాయి

(సోపానము 5)

2. క్రింద ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాల జతను చరరాశిని తొలగించే పద్ధతి ద్వారా సాధించండి.

$$3x + 2y = 11$$

$$2x + 2y = 4$$

సాధన : $3x + 2y = 11 \dots\dots\dots(1)$

$$2x + 2y = 4 \dots\dots\dots(2)$$

(సోపానము 1)

ఇచ్చిన సమీకరణాల నుండి చరరాశి 'y'ని తొలగించాలనుకొనుము. రెండు సమీకరణాలలో 'y' గుణకాలు వరుసగా 2 మరియు 3. వాటి క.సా.గు.

6. కావున సమీకరణము (1)ని 3 చే, సమీకరణము (2)ని 2 చే గుణించాలి.

$$\text{సమీకరణము } (1) \times 3, 9x + 6y = 33$$

(సోపానము 2)

$$\text{సమీకరణము } (2) \times 2, 4x + 6y = 8.$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

(సోపానము 3)

$$5x = 25$$

$$x = \frac{25}{5} = 5$$

(సోపానము 4)

$x = 5$ విలువలను సమీకరణం (1)లో ప్రాయగా,

$$3(5) + 2y = 11$$

$$2y R 11 - 15 = -4$$

$$\Rightarrow y = \frac{-4}{2} = -2$$

(సోపానము 5)

కావున కావలసిన సాధన

$$X = 5, y = -2$$

3. రుబీనా బ్యాంకు నుండి రూ.2000 తీసుకొనడలచి నది. ఆమె క్యాషియర్సు ఆ మొత్తాన్ని రూ.50 మరియు రూ.100 నోట్లలో మాత్రమే ఇవ్వమని కోరినది. మొత్తము ఆమెకు 25 నోట్లు వచ్చిన, ఆమెకు ఎన్ని రూ.50 నోట్లు, ఎన్ని రూ.100 నోట్లు వచ్చినవో చెప్పగలరా ?

సాధన : ఆమెకు వచ్చిన రూ.50 నోట్లు సంఖ్యను X అని, రూ.100

నోట్లు సంఖ్యను y అని అనుకొనుము.

$$\text{అప్పడు, } x + y = 25 \quad \dots \quad (1)$$

$$\text{మరియు } 50x + 100y = 2000 \quad \dots \quad (2)$$

మీనిని ప్రతిక్షేపణ పద్ధతిలో సాధించిన ;

$$(1) \text{ వ సమీకరణము నుండి } x = 25 - y$$

$$(2) \text{ వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా,}$$

$$50(25 - y) + 100y = 2000$$

$$1250 - 50y + 100y = 2000$$

$$50y = 2000 - 1250 = 750$$

$$y = \frac{750}{50} = 15$$

$$x = 25 - 15 = 10$$

కావున, రుబీనా పది రూ.50 నోట్లను, పదిహేను రూ.100

నోట్లను తీసుకొన్నది.

శ్యేష చరరాశిని తొలగించు పద్ధతి ద్వారా దీనిని సాధించినది.

సమీకరణాలలో, గుణకాలు వరుసగా 1 మరియు 50 కావున,

$$\text{సమీకరణము } (1) \times 50 \quad 50x + 50y = 1250$$

$$\text{సమీకరణము } (2) \times 1 \quad 50x + 100y = 2000$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ \hline -50y = -750 \\ \hline \end{array}$$

--- ఒకే గుర్తు కావున సమీకరణాన్ని తీసివేయగా,

$$y = \frac{-750}{-50} = 15$$

(1) వ సమీకరణంలో y విలువను ప్రతిక్షేపించగా

$$x + 15 = 25, \quad X = 25 - 15 = 10$$

కావున ఆమె పది రూ.50 నోట్లను, పదిహేను

రూ.100 నోట్లను తీసుకొన్నది.

4. ఒక పోటీ పరీక్షలో, ప్రతీ సరియైన సమాధానానికి 3 మార్కులు వేయగా, ప్రతీ తప్పు సమాధానానికి 1 మార్కు తగ్గించెదరు. ఈ పరీక్షలో మధు 40 మార్కులు సంపాదించెను. కాని ప్రతి సరియైన సమాధానానికి 4 మార్కులు వేసి, ప్రతీ తప్పు సమాధానానికి 2 మార్కులు తగ్గించిన అతనికి 50 మార్కులు వచ్చి ఉండేవి అయిన ఆ పరీక్షలో ఉన్న మొత్తము ప్రత్యులు ఎన్ని ? (మధు పరీక్ష ప్రతములోని అన్ని ప్రత్యులకు జవాబులు రాశెను)

సాధన : సరియైన సమాధానముల సంఖ్య X ; తప్పు సమాధానముల సంఖ్య y అనుకొనుము. ప్రతీ సరియైన సమాధానానికి 3 మార్కులు వేయగా, ప్రతీ తప్పు సమాధానానికి 1 మార్కు తగ్గించెదరు. అప్పడు అతనికి వచ్చిన మార్కులు 40.

$$3x - y = 40 \quad \dots \quad (1)$$

ప్రతీ సరియైన సమాధానానికి 4 మార్కులు వేయగా, ప్రతీ తప్పు సమాధానానికి 2 మార్కులు తగ్గించిన అతనికి 50 మార్కులు వచ్చి ఉండేవి.

$$4x - 2y = 50 \quad \dots \quad (2)$$

ప్రతిక్షేపణ పద్ధతి :

$$(1) \text{ వ సమీకరణము నుండి, } y = 3x - 40$$

$$(2) \text{ వ సమీకరణములో ప్రతిక్షేపించగా}$$

$$4x - 2(3x - 40) = 50$$

$$4x - 6x + 80 = 50$$

$$-2x = 50 - 80 = -30$$

$$x = \frac{-30}{-2} = 15$$

x విలువను (1) వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$3(15) - y = 40$$

$$45 - y = 40$$

$$y = 45 - 40 = 5$$

కావున పరీక్ష ప్రతములోని మొత్తము ప్రత్యుల సంఖ్య $= 15 + 5 = 20$.

5. వేరి తన కూతురితో ఇలా చెప్పింది. “7 సంవత్సరములు క్రితం నా వయస్సు అప్పటి నీ వయస్సుకు 7 రెట్లు. అలాగే డుప్పటినుండి 3 సంవత్సరముల తరువాత నా వయస్సు నీ వయస్సుకు మూడు రెట్లు ఉంటుంది“ అయిన వేరి మరియు ఆమె కూతురి ప్రస్తుత వయస్సును కనుగొనండి.

సాధన : మేరి ప్రస్తుత వయస్సు x సంవత్సరములు ; ఆమె కూతురి వయస్సు y సంవత్సరములు అనుకొనుము.

7 సంవత్సరముల క్రితం, మేరి వయస్సు ($x - 7$) సం. ఆమె కూతురి వయస్సు ($y - 7$) సం.

$$x - 7 = 7 \quad (y - 7)$$

$$x - 7 = 7y - 49$$

$$x - 7y + 42 = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

3 సంవత్సరముల తరువాత, మేరి వయస్సు $x + 3$ మరియు ఆమె కూతురి వయస్సు $y + 3$,

$$x + 3 = 3(y + 3)$$

$$x + 3 = 3y + 9$$

$$x - 3y - 6 = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

చరరాశిని తొలగించు పద్ధతి :

$$\text{సమీకరణము } (1) \ x - 7y = -42$$

$$\text{సమీకరణము } (2) \ x - 3y = 6$$

$$(-) \quad (+) \quad (-)$$

$$-----$$

$$-4y = -48$$

X పదానికి ఒకే గుర్తు కావున సమీకరణం (1) నుండి సమీకరణం (2) ను తీసివేయగా

$$y = \frac{-48}{-4} = 12$$

ఈ y విలువను (2) వ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$x - 3(12) - 6 = 0$$

$$X = 36 + 6 = 42$$

కావున మేరీ ప్రస్తుత వయస్సు 42 సంవత్సరములు కూతురి వయస్సు 12 సంవత్సరములు

6. ఒక ప్రచురణ కర్త, క్రొత్త పార్ట్యూషన్‌కాన్సి సిధ్యం చేశాడు. వాటి శిర ధర (పునర్వీషా, ముద్రణ, టైపింగ్ భర్యలు మొదలైనవి) ఒక్కొక్క పుస్తకానికి రూ.31.25. ఇవి కాక అదనంగా అతడు ఒక పుస్తకము ముద్రణకై రూ.320000 భర్య చేసేను. ఆ పుస్తకము టోకు ధర పుస్తకానికి రూ. 43.75 (ప్రచురణ కర్తకు వచ్చు సామ్య) ఆ ప్రచురణ కర్త భర్యలు, రాబడి సమానం కావాలంటే సమతుల్యాన్ని చేరవలెనంటే ఎన్ని పుస్తకాలను అమ్మాలి ?

పస్తు ఉత్సాహకతకు అయిన భర్య, వాటి అమ్మకాల ద్వారా వచ్చిన రాబడి సమానంగా ఉండే స్థానాన్ని సమతుల్యాన్ స్థానము అంటారు.

సాధన : ప్రచురణ కర్త సమతుల్యతా స్థానం చేరాలంటే ఖర్చులు, రాబడి సమానం కావాలి.

ముద్రణ అయి అమ్మకమయిన పుస్తకాల సంఖ్య X , సమతుల్యతా స్థానము y అనుకొనుము.

అప్పుడు ఆ ప్రచురణ కర్తకు పుస్తక ముద్రణ ఖర్చు, రాబడిల సమీకరణాలు

ముద్రణ సమీకరణం

$$y = 320000 + 31.25x \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{రాబడి సమీకరణం } y = 43.75x \dots \dots \dots (2)$$

రెండవ సమీకరణము నుండి y విలువను ఒకటవ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించగా

$$43.75x = 3,20,000 + 31.25x$$

$$12.5x = 3,20,000$$

$$x = \frac{3,20,000}{12.5} = 25,600$$

25,600 పుస్తకాలను ముద్రించి అమ్మిన అతడు సమతుల్యతా స్థానము చేరును.

ఇవి చేయండి

1. క్రింద యిచ్చిన ప్రతీ జత సమీకరణాలను ప్రతిక్షేపణ పద్ధతి ద్వారా సాధించండి.

$$1) \quad 3x - 5y = -1$$

$$x - y = -1$$

$$\text{సాధన : } 3x - 5y = -1 \dots \dots \dots (1)$$

$$x - y = -1 \dots \dots \dots (2)$$

$$(2) \Rightarrow -y = -x - 1 \Rightarrow y = x + 1$$

$$y = x + 1 \text{ ను } (1) \text{ లో ప్రతిక్షేపించగా,$$

$$3x - 5(x + 1) = -1$$

$$3x - 5x - 5 = -1$$

$$-2x = -1 + 5$$

$$-2x = 4$$

$$2x = -4$$

$$x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x = -2 \text{ ని } (2) \text{ లో ప్రతిక్షేపించగా,$$

$$-2 - y = -1$$

$$-y = -1 + 2$$

$$-y = 1$$

$$y = -1$$

$$\therefore \text{సాధన } x = -2, y = -1.$$

సరిచూడటం : $X = -2, y = -1$ లను (1)లో
ప్రతిక్షేపించగా,
 $3(-2) - 5(-1) = -1$
 $-6 + 5 = -1$
 $-1 = -1.$

2. $x + 2y = -1$

$2x - 3y = 12$

సాధన : $x + 2y = -1 \dots\dots\dots (1)$

$2x - 3y = 12 \dots\dots\dots (2)$

(1) $\Rightarrow x = -1 - 2y$ ను (2)లో ప్రతిక్షేపించగా,
 $2(-1 - 2y) - 3y = 12$
 $-2 - 4y - 3y = 12$
 $-7y = 12 + 2$
 $-7y = 14$
 $7y = -14$

$\therefore y = \frac{-14}{2} = -2$

$y = -2$ ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా,

$x + 2(-2) = -1$

$x - 4 = -1$

$x = -1 + 4 = 3$

\therefore సాధన $x = 3, y = -2.$

సరిచూడటం : $x = 3, y = -2$ ను (2)లో రాయగా,
 $2(3) - 3(-2) = 12$
 $6 + 6 = 12$
 $12 = 12$

3. $2x + 3y = 9$

$3x + 4y = 5$

సాధన : $2x + 3y = 9 \dots\dots\dots (1)$

$3x + 4y = 5 \dots\dots\dots (2)$

(1) $\Rightarrow 3y = 9 - 2x$

$y = \frac{9 - 2x}{3} \text{ నీ } (2) \text{ లో}$

ప్రతిక్షేపించగా,

$\left(\frac{9 - 2x}{3}\right) = 5$

$3x + \frac{36 - 8x}{3} = 5$

$\frac{9x + 36 - 8x}{3} = 5$

$x + 36 = 15$

$x = 15 - 36$

$x = -21$

$x = -21$ ని (1)లో ప్రతిక్షేపించగా,

$2(-21) + 3y = 9$

$-42 + 3y = 9$

$3y = 9 + 42$

$3y = 51$

$y = \frac{51}{3} = 17$

\therefore సాధన $x = -21, y = 17.$

సరిచూడటం : $x = -21, y = 17$ ను (2)లో

రాయగా, $3(-21) + 4(17) = 5$

$-63 + 68 = 5$

$5 = 5$

4. $x + \frac{6}{y} = 6; 3x - \frac{8}{y} = 5$

సాధన . $x + \frac{6}{y} = 6 \dots\dots\dots (1)$

$3x - \frac{8}{y} = 5 \dots\dots\dots (2)$

(1) $\Rightarrow x = 6 - \frac{6}{y}$

ని (2)లో ప్రతిక్షేపించగా,

$3\left(6 - \frac{6}{y}\right) - \frac{8}{y} = 5$

$18 - \frac{18}{y} - \frac{8}{y} = 5$

$-\frac{26}{y} = 5 - 18$

$\frac{-26}{y} = -13$

$\frac{26}{y} = 13$

$13y = 26$

$y = \frac{26}{13} = 2$

$y = 2$

$3x - \frac{8}{2} = 5$

$3x - 4 = 5$

$3x = 5 + 4 = 9$

$$x = \frac{9}{3} = 3$$

$$\therefore x = 3, y = 2 \\ (\text{లేదా})$$

$$x + \frac{6}{y} = 6 \dots\dots(1)$$

$$3x - \frac{8}{y} = 5 \dots\dots(2)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{6}{y} = 6 - x$$

$$\frac{1}{y} = \frac{6-x}{6}$$

$$3x - 8\left(\frac{6-x}{6}\right) = 5$$

$$3x - \left(\frac{48-8x}{6}\right) = 5$$

$$\frac{18x - 48 + 8x}{6} = 5$$

$$26x - 48 = 30$$

$$26x = 30 + 48 = 78$$

$$x = \frac{78}{26} = 3$$

$$x = 3$$

$$3 + \frac{6}{y} = 6$$

$$\frac{6}{y} = 6 - 3 = 3$$

$$3y = 6$$

$$y = \frac{6}{3} - 2$$

$$\therefore \text{సాధన } x = 3, y = 2$$

సరిచూడటం : $x = 3, y = 2$ ను (2) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$3(3) - \frac{8}{2} = 5$$

$$9 - 4 = 5$$

$$5 = 5$$

$$5. \quad 0.2x + 0.3y = 13$$

$$0.4x + 0.5y = 2.3$$

$$\text{సాధన : } 0.2x + 0.3y = 13 \dots\dots(1)$$

$$0.4x + 0.5y = 2.3 \dots\dots(2)$$

$$1 \times 10 \Rightarrow 2x + 3y = 130 \dots\dots(3)$$

$$2 \times 10 \Rightarrow 4x + 5y = 23 \dots\dots(4)$$

$$(3) \Rightarrow 3y = 130 - 2x$$

$$y = \frac{130 - 2x}{3} \text{ ను (4) లో ప్రతిక్షేపించగా,}$$

$$4x + 5\left(\frac{130 - 2x}{3}\right) = 23$$

$$4x + \frac{650 - 10x}{3} = 23$$

$$\frac{12x + 650 - 10x}{3} = 23$$

$$2x + 650 = 69$$

$$2x + 69 - 650$$

$$2x = -581$$

$$x = \frac{-581}{2}$$

$$x = \frac{-581}{2} \text{ ను (3) లో ప్రతిక్షేపించగా,}$$

$$2\left(\frac{-581}{2}\right) + 3y = 130$$

$$-581 + 3y = 130$$

$$3y = 130 + 581$$

$$3y = 711$$

$$y = \frac{711}{3} = 237$$

$$\therefore \text{సాధన } x = \frac{-581}{2}, y = 237$$

సరిచూడటం : x, y విలువలను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$0.2x\left(\frac{-581}{2}\right) + 0.3(237) = 13$$

$$-58.1 + 71.1 = 13$$

$$13 = 13$$

Note : వై సమస్య పార్థపుస్తకము నందు క్రింది విధంగా ఉండి ఉంటే సమస్య సాధన తేలిక అయ్యది.

(1.3 బదులు 13గా ఘూరించబడినది)

$$0.2x + 0.3y = 1.3$$

$$0.4x + 0.5y = 2.3$$

సాధన : $0.2x + 0.3y = 1.3 \dots \dots \dots (1)$

$$0.4x + 0.5y = 2.3 \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \times 10 \Rightarrow 2x + 3y = 13 \dots \dots \dots (3)$$

$$(2) \times 10 \Rightarrow 4x + 5y = 23 \dots \dots \dots (4)$$

$$(3) \Rightarrow 3y = 13 - 2x \dots \dots \dots (4)$$

$$y = \frac{13 - 2x}{3} \text{ ను } (4) \text{ లో ప్రతిక్షేపించగా,}$$

$$4x + 5\left(\frac{13 - 2x}{3}\right) = 23$$

$$4x + \frac{65 - 10x}{3} = 23$$

$$\frac{12x + 65 - 10x}{3} = 23$$

$$2x + 65 = 69$$

$$2x = 69 - 65 = 4$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

$x = 2$ ను (4) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$4(2) + 5y = 23$$

$$8 + 5y = 23$$

$$5y = 15$$

$$y = \frac{15}{5} = 3$$

\therefore సాధన $x = 2, y = 3$

2. $2x + 3y = 8$

$$4x + 6y = 7$$

సాధన : $2x + 3y = 8 \Rightarrow 2x + 3y - 8 = 0$

$$4x + 6y - 7 =$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-7} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

కావున ఇచ్చిన రేఖలు సమీకరణాల జత అనంగత రేఖలు సమీకరణాలు. కావున సాధన ఉండదు.

3. $3x + 4y = 25$

$$5x - 6y = -9$$

సాధన : $3x + 4y = 25 \dots \dots \dots (1)$

$$5x - 6y = -9 \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \times 3 \Rightarrow 9x + 12y = 75$$

$$(2) \times 2 \Rightarrow 10x - 12y = -18$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ \hline 19x &= 57 \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{57}{19} = 3$$

$x = 3$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$3(3) + 4y = 25$$

$$9 + 4y = 25$$

$$4y = 25 - 9 = 16$$

$$y = \frac{16}{4} = 4$$

\therefore సాధన $x = 3, y = 4$.

సరిచూడటం : $x = 3, y = 4$ ను (2)లో

ప్రతిక్షేపించగా,

$$5(3) - 6(4) = -9$$

$$15 - 24 = -9$$

$$-9 = -9$$

8. ఒక పోలీ పరీక్షలో, ప్రతీ సరియైన సమాధానానికి 3 మార్కులు వేయగా, ప్రతీ తప్పు సమాధానానికి 1 మార్కు తగ్గించెదరు. ఈ పరీక్షలో మధు 40 మార్కులు సంపాదించెను. ప్రతి సరియైన సమాధానానికి మార్కులు వేసి ప్రతీ తప్పు సమాధానానికి 2 మార్కులు తగ్గించిన అతనికి 50 మార్కులు వచ్చి ఉండేవి అయిన ఆ పరీక్షలో ఉన్న మొత్తము ప్రత్యులు ఎన్ని? (మధు పరీక్ష పత్రములోని అన్ని ప్రత్యులకు జవాబులు రాశెను) ఈ సమస్యను చరరూజిని తొలగించే పద్ధతిలో సాధించండి.

సాధన : ఇచ్చిన సమీకరణములు

$$3x - y = 40 \dots \dots \dots (1)$$

$$4x - 2y = 50 \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{సమీకరణము } (1) \times 2 = 6x - 2y = 80$$

$$\text{సమీకరణము } (2) = 4x - 2y = 50$$

$$- + -$$

$$2x = 80$$

$$\therefore x = \frac{30}{2} = 15$$

$x = 15$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$3(15) - y = 4$$

$$45 - y = 40$$

$$- y = 40 - 45 = -5$$

$$y = 5$$

$$\therefore \text{సాధన } x = 15, y = 5$$

$$\text{పరీక్షలోని మొత్తం ప్రశ్నల సంఖ్య} = 15 + 5 = 20$$

9. మేరి తన కూతురితో ఇలా చెప్పింది. “7 సంవత్సరముల క్రితం నా వయస్సు అప్పటి నీ వయస్సుకు 7 రెట్లు అలాగే యిష్టటి నుండి 3 సంవత్సరముల తరువాత నా వయస్సు నీ వయస్సుకు మూడు రెట్లు ఉంటుంది అయిన మేరి మరియు ఆమె కూతురి ప్రస్తుత వయస్సును కనుగొనండి.

ఈ సమస్యను ప్రతిక్షేపణ పద్ధతి ద్వారా సాధించండి

సాధన : ఇచ్చిన సమికరణములు

$$x - 7y + 42 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - 3y - 6 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \Rightarrow x = 7y - 42$$

$$\Rightarrow x = 7y - 42 \text{ ను (2) లో ప్రతిక్షేపించగా}$$

$$7y - 42 - 3y = 6$$

$$4y = 6 + 42$$

$$4y = 48 \Rightarrow y = \frac{48}{4} = 12$$

$$y = 12 \text{ ను (1) లో రాయగా,}$$

$$x - 7(12) = -42$$

$$x - 84 = -42.$$

$$x = -42 + 84 \Rightarrow x = 42$$

$$\therefore \text{సాధన } x = 42, y = 12$$

మేరి ప్రస్తుత వయస్సు = 42 సంవత్సరాలు

ఆమె కూతురి వయస్సు = 12 సంవత్సరాలు

అభ్యర్థనం - 4.2

క్రింది సమస్యలలో ప్రతి సందర్భంలో రేఖీయ సమికరణాల జతను ప్రాణి దానికి సాధన కనుగొనండి.

- ఇద్దరు వ్యక్తుల ఆదాయాల నిప్పుత్తి 9 : 7 మరియు వాటి ఖర్చుల నిప్పుత్తి 4 : 3. వారు ప్రతీ ఒక్కరూ నెలకు రూ. 2000 సామ్య ఆదాచేసిన, వారి నెలవారీ ఆదాయాలను కనుగొనండి.

సాధన: ఇద్దరు వ్యక్తుల ఆదాయాల నిప్పుత్తి = 9 : 7

మొదటి వ్యక్తి ఆదాయం = రూ. $9x$

రెండవ వ్యక్తి ఆదాయం = రూ. $7x$ అనుకొనము.

వారి ఖర్చుల నిప్పుత్తి = 4:3

మొదటి వ్యక్తి ఖర్చు = రూ. $4y$

రెండవ వ్యక్తి ఖర్చు = రూ. $3y$ అనుకుందాము.

ప్రతీ ఒక్కరూ నెలకు ఆదా చేస్తున్న

సామ్య = రూ. 2000

మొదటి వ్యక్తి ఆదా చేస్తున్న సామ్య

$$9x - 4y = 2000 \dots\dots\dots (1)$$

రెండవ వ్యక్తి ఆదా చేస్తున్న సామ్య

$$7x - 3y = 2000 \dots\dots\dots (2)$$

1వ పద్ధతి (చరరూశి తోలగింపు పద్ధతి):

$$(1) \times 3 = 27x - 12y = 6000$$

$$(2) \times 4 = 28x - 12y = 8000$$

$$\begin{array}{rcl} & - & + \\ -x & & = -2000 \\ \hline x & = 2000 \end{array}$$

మొదటి వ్యక్తి ఆదాయం = $9x = 9 \times 2000$

= రూ. 18000

రెండవ వ్యక్తి ఆదాయం = $7x = 7 \times 2000$

= రూ. 14000

రెండవ పద్ధతి (ప్రతిక్షేపణ పద్ధతి):

$$(1) \Rightarrow -4y = 2000 - 9x$$

$$4y = 9x - 2000$$

$$y = \frac{9x - 2000}{4} \text{ ను (2) లో ప్రతిక్షేపించగా,}$$

$$7x - 3\left(\frac{9x - 2000}{4}\right) = 2000$$

$$\frac{28x - 27x + 6000}{4} = 2000$$

$$x + 6000 = 8000$$

$$x = 8000 - 6000 = 2000$$

∴ మొదటి వ్యక్తి ఆదాయం = $9x = 9 \times 2000$

= రూ. 18000

రెండవ వ్యక్తి ఆదాయం = $7x = 7 \times 2000$

= రూ. 14000

సరిచూసుకోవడం : ఆదాయాల నిప్పుత్తి =

$$18000 : 14000 = 9:7$$

ఖర్చుల నిపుణితి =

$$18000 - 2000 : 14000 - 2000$$

$$16000 : 12000 = 4:3.$$

2. ఒక రెండంకెల సంఖ్య మరియు దానిలోని స్థానాలను తారుమారు చేయగా వచ్చిన సంఖ్యల మొత్తము **66**. ఆ సంఖ్యలోని రెండు అంకెల భేదము **2** అయిన ఆ సంఖ్యను కనుగొనుము. అటువంటి సంఖ్యలు ఉంటాయి ?

సాధన: ఒకట్ల స్థానంలోని అంకి = x
 పదుల స్థానంలోని అంకి = y అనుకుందాం.
 రెండంకెల సంఖ్య = $10x + y$
 అంకెలను తారుమారు చేయగా
 ఒకట్ల స్థానంలోని అంకి = y
 పదుల స్థానంలోని అంకి = x
 రెండంకెల సంఖ్య = $10y + x$
 లెక్క ప్రకారం, ఒక రెండంకెల సంఖ్య మరియు దానిలోని స్థానాలను మార్చు చేయగా వచ్చిన సంఖ్యల మొత్తం ... $\therefore (10x + y) + (10y + x) = 66$.

$$\Rightarrow 11x + 11y = 66$$

$$x + y = 6 \dots\dots\dots (1)$$

అలాగే ఆ సంఖ్యలోని రెండంకెల భేదము **2**.

$$x - y = 2 \dots\dots\dots (2) \text{ లేదా}$$

$$y - x = 2 \dots\dots\dots (3)$$

(1) & (2) ల నుండి (1) & (3) ల నుండి

$$(1) \Rightarrow x + y = 6 \quad x + y = 6$$

$$(1) \Rightarrow x - y = 2 \quad -x + y = 2$$

$$(1) + (2) \quad 2x = 8 \quad (1) + (3) \quad 2y = 8$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = \frac{8}{2} = 4$$

$$x = 4 \text{ ను (1) లో}$$

$$y = 4 \text{ ను (1) లో}$$

రాయగా

రాయగా,

$$4 + y = 6$$

$$x + 4 = 6$$

$$y = 6 - 4 = 2$$

$$x = 6 - 4 = 2$$

$$\text{సాధన } x = 4, y = 2 \quad \text{సాధన } y = 2, y = 4$$

$$\text{కావలసిన సంఖ్య} = 42 \quad \text{కావలసిన సంఖ్య} = 24$$

\therefore ఇచ్చిన ఘరటులను పాటించేటట్లు 24 మరియు 42 అనే రెండు సంఖ్యలు ఉంటాయి.

3. రెండు సంపూర్ణక కోణాలలో పెద్ద కోణము, చిన్న కోణము కన్నా 18° ఎక్కువ. అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనండి.

సాధన: పెద్ద కోణము = X

చిన్న కోణము = y అనుకుందాము.

పెద్ద కోణాలు సంపూర్ణకాలు.

$$x + y = 180^\circ \dots\dots\dots (1)$$

పెద్ద కోణము, చిన్న కోణము కన్నా 18° ఎక్కువ.

$$X = y + 18^\circ \dots\dots\dots (2)$$

(2) ని (1) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$y + 18^\circ + y = 180^\circ$$

$$2y = 180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$$

$$y = \frac{162}{2} = 81^\circ$$

$y = 81^\circ$ ను (2) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$X = 81^\circ + 18^\circ = 99^\circ$$

సాధన $X = 99^\circ, y = 81^\circ$

\therefore పెద్ద కోణము = 99°

చిన్న కోణము = 81°

2వ పద్ధతి (చరరూశి తౌలగింపు పద్ధతి):

$$(1) \Rightarrow x + y = 180$$

$$(2) \Rightarrow x - y = 18$$

$$-----$$

$$(1) + (2) \quad 2x = 198$$

$$x = \frac{198}{2} = 99^\circ$$

$x = 99^\circ$ ను (1) లో రాయగా,

$$99 + y = 180^\circ$$

$$y = 180 - 99 = 81^\circ$$

సాధన $X = 99, y = 81$

\therefore పెద్ద కోణము = 99°

చిన్న కోణము = 81°

సరి చూసుకోవడం :

x, y విలువలను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$99^\circ + 81^\circ = 180^\circ \text{ (సంపూర్ణకాలు)}$$

$$99^\circ = 81^\circ + 18^\circ.$$

4. సైదరాబాద్లో టాక్సీ చార్జ్లలు రెండు అంశాలుగా ఉంటాయి. మొదటిది రైర్ చార్జ్ కాగా, రెండవది దూరాన్ని బట్టి నిర్ణయించే చార్జ్. 10కి.మీ. దూరం ప్రయాణం చేసినపుడు అయిన మొత్తము చార్జ్ రూ.220. అలాగే 15 కి.మీ. దూరం ప్రయాణం చేసినపుడు అయిన మొత్తము చార్జ్ రూ.310. అయిన
- స్థిర చార్జ్ విలువ మరియు ఒక కిలోమీటరుకు అయ్యే చార్జ్లల విలువ ఎంత ?
 - ఒక వ్యక్తి 25 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించిన అతను చార్జ్ల నిమిత్తం చెల్లించవలసిన మొత్తం ఎంత?
- సాధన :** i) స్థిర చార్జ్ = రూ. x అనుకొందాం.
కిలోమీటరుకు అయ్యే చార్జ్ = రూ. y
అనుకొందాం.
10 కి.మీ. దూరం ప్రయాణం చేసినపుడు
అయిన మొత్తం చార్జ్ = రూ. 220

$$x + 10y = 220 \dots\dots (1)$$
15 కి.మీ. దూరం ప్రయాణం చేసినపుడు
అయిన మొత్తం చార్జ్ = రూ. 310

$$x + 15y = 310 \dots\dots (2)$$

$$(1) \Rightarrow x + 10y = 220$$

$$(2) \Rightarrow x + 15y = 310$$

$$\begin{array}{r} (-) \\ \hline -5y = -90 \end{array}$$

$$5y = 90$$

$$\therefore y = \frac{90}{5} = 18$$

$$y = 18 \text{ ని } (1) \text{ లో రాయగా,}$$

$$x + 10(18) = 220$$

$$\Rightarrow x + 180 = 220$$

$$x = 220 - 180 = \text{రూ.} 40$$

సాధన $x = \text{రూ.} 40, y = \text{రూ.} 18$

$$\therefore \text{స్థిర చార్జ్} = \text{రూ.} 40$$

$$\text{కిలో మీటరుకు అయ్యే చార్జ్} = \text{రూ.} 18.$$

5. ఒక భిన్నంలో లవ, హోరాలకు 1 కలిపిన అది $\frac{4}{5}$ సమానం అవుతుంది. అలాగే లవ, హోరాల నుండి 5 తీసివేసిన ఆ భిన్నము $\frac{1}{2}$ అవుతుంది. అయిన ఆ భిన్నాన్ని కనుగొనడి.

సాధన : లవ = X అనుకుందాము.

హోరం = y అనుకుందాము.

$$\therefore \text{భిన్నము} = \frac{x}{y}$$

లవ, హోరాలకు 1 కలిపిన ఆ భిన్నం $\frac{4}{5}$ అవుతుంది.

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5} \text{ (అడ్డగుణకారము చేయగా)}$$

$$5x + 5 = 4y + 4$$

$$5x - 4y = 4 - 5$$

$$5x - 4y = -1 \dots\dots (1)$$

లవ, హోరాల నుండి 5 తీసివేసిన $\frac{1}{2}$ అవుతుంది.

$$\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2x - 10 = y - 5$$

$$2x - y = 5 + 10$$

$$2x - y = 5 \dots\dots (2)$$

$$(2) \Rightarrow -y = 5 - 2x$$

$y = 2x - 5$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$5x - 4(2x - 5) = -1$$

$$5x - 8x + 20 = -1$$

$$-3x = -1 - 20 = -21$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3} = 7$$

$x = 7$ ను (2) లో రాయగా,

$$2(7) - y = 5$$

$$14 - y = 5$$

$$-y = 5 - 14 = -9$$

$$y = 9$$

సాధన, $x = 7, y = 9$

$$\therefore \text{భిన్నము} = \frac{7}{9}$$

2వ పద్ధతి (చరరాశి తొలగింపు పద్ధతి) :

$$\begin{aligned}
 (1) &\Rightarrow 5x - 4y = -1 \\
 (2) x(4) &\Rightarrow 8x - 4y = 20 \\
 &- + - \\
 \hline
 -3x &= -21
 \end{aligned}$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3} = 7$$

$x = 7$ ను (2) లో రాయగా,

$$2(7) - y = 5$$

$$-y = 5 - 14 = -9$$

$$y = 9$$

సాధన $x = 7, y = 9$

$$\therefore \text{భిన్నము} = \frac{7}{9}$$

సరిచూచుట :

$$\frac{7+1}{9+1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{7-5}{9-5} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

6. ఒక రహదారిపై గల A, B అనే ప్రదేశాల మధ్య దూరం 100 కి.మీ. A నుండి ఒక కారు, ఓ నుండి ఒక కారు ఒకే సమయంలో వేరు వేరు వేగాలతో ప్రయాణిస్తున్నాయి. ఆ రెండు కార్లు ఒకే దిశలో ప్రయాణం చేసిన అవి 5 గంటల తరువాత కలుస్తాయి. అలాకాక ఒకవైపు ఒకటి ప్రయాణం చేసిన 1 గంట తరువాత కలుస్తాయి. అయిన ఆ రెండు కార్ల వేగాలను కనుగొనడి.

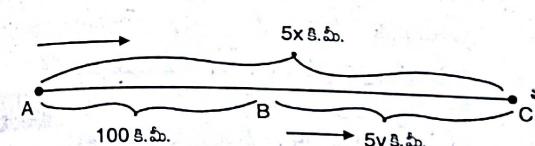
సాధన : A నుండి బయలుదేరిన కారు వేగం $= x$ కి.మీ./గం.

B నుండి బయలుదేరిన కారు వేగం $= y$ కి.మీ./గం.

అనుకుందాం.

A, Bల మధ్యదూరం $d = 100$ కి.మీ.

రెండు కార్లు ఒకే దిశలో ప్రయాణం చేసిన అవి 5 గంటల తర్వాత కలుస్తాయి. ($x > y$)



5 గంటలలో A నుండి బయలుదేరిన కారు

ప్రయాణించిన దూరం $= 5x$ కి.మీ.

5 గంటలలో B నుండి బయలుదేరిన కారు

ప్రయాణించిన దూరం $= 5y$ కి.మీ.

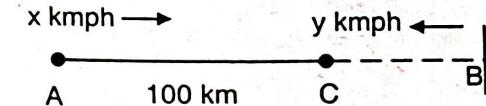
$$\therefore 5x = 100 + 5y$$

$$5x - 5y = 100$$

$$5(x - y) = 100$$

$$x - y = 20 \dots\dots\dots (1)$$

రెండు కార్లు ఒకదానివైపు ఒకటి ప్రయాణించిన అవి 1 గంట తరువాత కలుస్తాయి.



A నుండి బయలుదేరిన కారు 1 గంటలో ప్రయాణించిన

దూరం $= X$ కి.మీ.

B నుండి బయలుదేరిన కారు 1 గంటలో ప్రయాణించిన

దూరం $= y$ కి.మీ.

$$\therefore x + y = 100 \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \Rightarrow x - y = 20$$

$$(2) \Rightarrow x + y = 100$$

$$(1)+(2) \quad 2x = 120$$

$$x = \frac{120}{2} = 60$$

$x = 60$ ని (2) లో రాయగా,

$$60 + y = 100$$

$$y = 100 - 60 = 40$$

సాధన $x = 60, y = 40$

\therefore కార్ల వేగం 60 కి.మీ./గం., 40 కి.మీ./గం.

రెండవ పద్ధతి :

A కారు వేగం $= x$ కి.మీ./గం.

B కారు వేగం $= y$ కి.మీ./గం. అనుకుందాం.

i) రెండు కార్లు ఒకే దిశలో ప్రయాణించిన

సాపేక్ష వేగం $V = x - y$ కి.మీ./గం.

దూరం (d) $= 100$ కి.మీ.

రెండు కార్లు ఒకే దిశలో ప్రయాణించిన 5 గం.

తరువాత కలుస్తాయి.

$$\therefore \text{కాలం (t)} = 5 \text{ గం.}$$

కాలం X వేగం $=$ దూరం

$$5x (x - y) = 100$$

$$x - y = \frac{100}{5} = 20$$

$$\therefore x - y = 20 \quad \dots \dots \dots (1)$$

ii) రెండు కార్బు ఎదురెదురు దిశలో ప్రయాణించిన సాపేక్షవేగం $V = x + y$ కి.మీ./గం.

దూరం $d = 100$ కి.మీ.

కాలము $t = 1$ గం.

(\because 1 గంట తరువాత రెండు కార్బు కలుస్తాయి)

$$1(x + y) = 100$$

$$\therefore x + y = 100 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$(2) \Rightarrow y = 100 - x \text{ ని } (1) \text{ లో రాయగా,}$$

$$x - (100 - x) = 20$$

$$x - 100 + x = 20$$

$$2x = 20 + 100 = 120$$

$$x = \frac{120}{2} = 60$$

7. రెండు కోణాలు పూరక కోణాలు, పెద్ద కోణము కొలత, చిన్న కోణము రెట్లింపు కన్నా 3° తక్కువ అయిన ఆ రెండు కోణాలను కనుగొనండి.

సాధన: పెద్ద కోణం = x

చిన్న కోణం = y అనుకుందాం.

రెండు కోణాలు పూరకాలు

$$\therefore x + y = 90^\circ \quad \dots \dots \dots (1)$$

పెద్ద కోణం, చిన్న కోణం రెట్లింపు కన్నా 3° తక్కువ.

$$x = 2y - 3^\circ \quad \dots \dots \dots (2)$$

(2) ని (1) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$(2y - 3) + y = 90^\circ$$

$$3y - 3 = 90^\circ$$

$$3y = 90 + 3 = 93^\circ$$

$$y = \frac{93}{3} = 31^\circ$$

$y = 31^\circ$ ని (2) లో రాయగా,

$$x = 2(31) - 3$$

$$x = 62 - 3 = 59^\circ$$

$$\text{సాధన } x = 59^\circ, y = 31^\circ$$

∴ పెద్ద కోణము = 59°

చిన్న కోణము = 31°

సరిచూచుట : $59^\circ + 31^\circ = 90^\circ$ (పూరక కోణాలు)

$$2 \times 31 - 3 = 62 - 3 = 59^\circ$$

8. ఒక బీజగణిత పార్యుప్స్కంలో మొత్తము 1382 పేజీలు పున్నాయి. దినిని రెండు భాగాలు చేసిన రెండవ భాగములో, మొదటి భాగము కన్నా 64 పేజీలు ఎక్కువ పున్నాయి. అయిన ప్రతీ భాగములోని పేజీల సంఖ్యను కనుగొనండి.

సాధన: మొదటి భాగంలోని పేజీల సంఖ్య = x అనుకుందాం. రెండవ భాగంలోని పేజీల సంఖ్య = y అనుకుందాం. పుస్కంలోని మొత్తం పేజీలు 1382 కలవు.

$$\therefore x + y = 1382$$

రెండవ భాగంలో, మొదటి భాగము కన్నా 64 పేజీలు ఎక్కువ ఉన్నాయి.

$$y = x + 64 \quad \dots \dots \dots (2)$$

(2) ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా,

$$x + (x + 64) = 1382$$

$$2x + 64 = 1382$$

$$2x = 1382 - 64$$

$$2x = 1318$$

$$x = \frac{1318}{2} = 659$$

$$x = 659 \text{ ను } (2) \text{ లో రాయగా,}$$

$$y = 659 + 64 = 723$$

$$\text{సాధన } x = 659, y = 723$$

మొదటి భాగంలోని పేజీల సంఖ్య = 659

రెండవ భాగంలోని పేజీల సంఖ్య = 723

సరిచూచుట : $659 + 723 = 1382$

$$723 - 64 = 659.$$

9. ఒక రసాయనాలు అమ్మే దుకాణదారుని వద్ద రెండు రకాల హైద్రోక్లోరిక్ అష్ట్రోవణాలున్నాయి. ఒకటి 50% ద్రావణము మరియు రెండవది 80% ద్రావణము. 100 మి.లీ. 68% ద్రావణం కావాలన్న ఆ రెండు ద్రావణాలను ఎంత పరిమాణంలో తీసుకోవాలి?

సాధన: 100 మి.లీ. 68% ద్రావణం కోసం తీసుకోవాల్సిన 50% హైద్రోక్లోరికాష్టుం = x మి.లీ.

80% హైద్రోక్లోరికాష్టుం = y మి.లీ. అనుకుందాం.

$$\therefore x + y = 100 \quad \dots \dots \dots (1)$$

మరియు

$$x \text{ మి.లీ. లో } 50\% + y \text{ మి.లీ. } 80\%$$

$$4 = 100 \text{ మి.లీ. లో } 68\%$$

$$\begin{aligned} xx \frac{50}{100} + yx \frac{80}{100} &= 100x \frac{68}{100} \\ 2 &\quad 5 \\ \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{4y}{5} &= 68 \quad \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

(1) $\Rightarrow y = 100 - x$ ను (2) లో రాయగా,

$$5x + 8(100 - x) = 680$$

$$5x + 800 - 8x = 680$$

$$-3x = 680 - 800; -3x = -120$$

$$3x = 120$$

$$x = \frac{120}{3} = 40$$

$x = 40$ ను (1) లో రాయగా,

$$40 + y = 100$$

$$y = 100 - 40 = 60$$

\therefore సాధన $x = 40, y = 60$

100 మి.లీ. 68% ద్రావణం కోసం

50% హైద్రోక్లోరికామ్లు ద్రావణం 40 మి.లీ.

68% హైద్రోక్లోరికామ్లు ద్రావణం 60 మి.లీ.

తీసుకోవాలి.

2వ పద్ధతి (వరరాశి తొలగింపు పద్ధతి):

$$(1) x \times 8 \Rightarrow 8x + 8y = 800$$

$$(2) \Rightarrow 5x + 8y = 680$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ \hline 3x &= 120 \end{array}$$

$$x = \frac{120}{3} = 40$$

$x = 40$ ను (1) లో రాయగా,

$$40 + y = 100; y = 100 - 40 = 60$$

\therefore సాధన $x = 40, y = 60$

100 మి.లీ. 68% ద్రావణం తయారు చేయుటకు

40 మి.లీ. హైద్రోక్లోరికామ్లు ద్రావణం, 60 మి.లీ.

80% హైద్రోక్లోరికామ్లు ద్రావణంలను కలపాలి.

సరిచూచుట :

$$\begin{aligned} 40 \text{ మి.లీ. హైద్రోక్లోరిక్ అమ్లం} &= 40 \times \frac{50}{100} \\ &= 20 \text{ మి.లీ.} \end{aligned}$$

$$60 \text{ మి.లీ. హైద్రోక్లోరికామ్లుం} = 60 \times \frac{80}{100} = 48$$

$$\begin{aligned} 100 \text{ మి.లీ. లలో మొత్తం హైద్రోక్లోరికామ్లుం} &= \\ 20 + 48 &= 68 = 68\% \end{aligned}$$

10. నీ వద్ద దాచుకోనుటకు రూ. 12000 సామ్య కలదనుకొనుము. దానిలో కొంత మొత్తాన్ని 10% వడ్డిరేటుకు మిగిలినది 15% వడ్డిరేటు వచ్చునట్లు, పొదువు చేయాలి. అయితే మొత్తము మీద పొదువు 12% వడ్డిరేటు రావాలంటే ఏ వడ్డిరేటున ఎంత సామ్య దాచుకోవాలి ?

సాధన: 10% వడ్డిరేటున పొదువు చేసినది = రూ. x
15% వడ్డిరేటున పొదువు చేసినది = రూ. y
అనుకొనుము.

$$\text{పొదువు చేసిన మొత్తం సామ్య} = \text{రూ. } 12000$$

$$\Rightarrow x + y = 12000 \quad \dots \dots \dots (1)$$

మరియు

$$\begin{aligned} \text{రూ. } x &\text{ పై } 10\% \text{ వడ్డి} + \text{రూ. } y \text{ పై } 15\% \text{ వడ్డి} \\ &= 12000 \text{ పై } 12\% \text{ వడ్డి} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{100}x + \frac{15}{100}y = \frac{12}{100} \times 12000$$

$$\Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{3y}{20} = 1440$$

$$\frac{2x + 3y}{20} = 1440$$

$$2x + 3y = 28800 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$(1) \Rightarrow y = 12000 - x \text{ ను (2) లో ప్రతిక్షేపించగా}$$

$$2x + 3(12000 - x) = 28800$$

$$2x + 36000 - 3x = 28800$$

$$-x = 28800 - 36000$$

$$-x = -7200$$

$$x = 7200$$

$$x = 7200 \text{ ను (1) లో రాయగా},$$

$$7200 + y = 12000$$

$$y = 12000 - 7200$$

$$y = 4800$$

$$\therefore \text{సాధన } x = 7200, y = 4800$$

రూ. 12000 పై 12% వడ్డిరేటు రావాలంటే 10% వడ్డిరేటుకు రూ. 7200, 15% వడ్డిరేటుపై రూ.

4800 లు పొదువు చేయాలి.

2వ పద్ధతి (వరరాశి తొలగింపు పద్ధతి):

$$(1) x \times 3 \Rightarrow 3x + 3y = 36000$$

$$(2) \Rightarrow 2x + 3y = 28800$$

$$\begin{array}{r} - \\ - \\ \hline x &= 7200 \end{array}$$



శ్రీ లక్ష్మీ వ్యాఖ్యకేంద్రి

	<p style="text-align: center;">తృరలో...</p> <p style="text-align: center;">అన్ని సజ్జెక్చులకు చాప్టర్ వార్లగా టెక్స్ బుక్లైన్ టు లైన్ ఆధారంగా బట్ట బ్యాంక్</p>

- ✿ DSCలో మొత్తమైన విజయి తీర్చాన్ని చేర్చుకోండి 99% ఉపయోగపడే ప్రస్తుతాలు.
- ✿ TETలో 99% ప్రశ్నలు మన ప్రస్తుతాలు సుందరించుటకు చెప్పుటకు సంతోషపూర్వకం.
- ✿ 3-10వ తరగతి వేర్కూ పూర్తి సిలబస్ కల్గిన రాష్ట్రంలోనే విక్రెక ప్రస్తుతాలు.

ప్రస్తుతాలు ప్రార్థనల్ ద్వారా మీ ఇంటికి డెివలీ ఫేయిబుస్సు

పూర్తి వివరాల కేసు సంగ్రహించండి:

**9550039204
9502439204**



ముఖ్యమైన గాంపార్
శ్రీ లక్ష్మీ వ్యాఖ్యకేంద్రి, అన్ని ప్రాంతమ్.

$x = 7200$ ను (1) లో రాయగా,
 $7200 + y = 12000$
 $y = 12000 - 7200 = 4800$
 \therefore సాధన $x = 7200, y = 4800$
రూ. 12000 పై 12% వడ్డీలేదు వచ్చుటకు 10%
వడ్డీలేదుపై రూ. 7200, 15% వడ్డీలేదుపై రూ.
4800 లు పొదుపు చేయాలి.

ఉండావారణలు

1. క్రింది సమీకరణాల జతను సాధించండి.

$$\begin{aligned} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} &= 13 \\ \frac{5}{x} - \frac{4}{y} &= -2 \end{aligned}$$

సాధన : ఇచ్చిన సమీకరణాల జతను పరిశీలించండి. అవి రేఖలు సమీకరణాలు కావు. మనకు ఇచ్చిన సమీకరణాలు

$$2\left(\frac{1}{x}\right) + 3\left(\frac{1}{y}\right) = 13 \dots\dots\dots(1)$$

$$5\left(\frac{1}{x}\right) - 4\left(\frac{1}{y}\right) = -2 \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{మనం } \frac{1}{x} = p \text{ మరియు } \frac{1}{y} = q \text{ ప్రతిక్షేపించగా}$$

క్రింది రేఖలు సమీకరణాల జత ఏర్పడుతుంది.

$$2p + 3q = 13 \dots\dots\dots(3)$$

$$5p + 4q = -2 \dots\dots\dots(4)$$

q గుణకాలు 3, 4 మరియు వాటి క.సా.గు. 12.

చరరాశిని తొలగించే పద్ధతి ద్వారా

సమీకరణం (3) $\times 4$; $8p + 12q = 52$

సమీకరణం (4) $\times 3$; $15p - 12q = -6$

$$\begin{array}{rcl} & & \\ \hline & 23p & = 46 \end{array}$$

'q' పదములకు వేరువేరు గుర్తులున్నాయి. కావున ఆ

సమీకరణాలను కలుపగా

$$p = \frac{46}{23} = 2$$

p విలువను సమీకరణం (3) లో ప్రతిక్షేపించగా

$$2(2) + 3q = 13$$

$$3q = 13 - 4 = 9$$

$$q = \frac{9}{3} = 3$$

$$\text{కానీ, } \frac{1}{x} = p = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{y} = q = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

3. ఒక వ్యక్తి 370 కి.మీ. దూరాన్ని కొంత దూరం రైలులో, కొంతదూరం కారులో ప్రయాణించాడు. అతను 250కి.మీ. దూరాన్ని రైలులో, మిగిలిన దూరాన్ని కారులో ప్రయాణించగా అతనికి 4 గంటలు పట్టినది. అదే అతను 130 కి.మీ. దూరం రైలులో, మిగిలిన దూరం కారులో ప్రయాణిస్తే అతనికి 18 నిమిషాల కాలం ఎక్కువ పట్టిది. రైలు మరియు కారుల వేగాన్ని కనుగొనండి.

సాధన : రైలు వేగం \times కి.మీ./గం., కారు వేగం y కి.మీ./గం. అనుకొనుము.

కాలము = దూరము అని మనకు తెలుసు.
వేగము

$$\begin{aligned} \text{1వ సందర్భంలో, రైలు ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం} \\ = \frac{250}{x} \text{ గం.} \end{aligned}$$

$$\text{కారు ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం} = \frac{120}{y} \text{ గం.}$$

మొత్తం కాలం = రైలు ప్రయాణానికి పట్టినకాలం +

$$\text{కారు ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం} = \frac{250}{x} + \frac{120}{y}$$

కానీ మొత్తం ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం 4 గంటలు కావున

$$\frac{250}{x} + \frac{120}{y} = 4$$

$$\frac{125}{x} + \frac{60}{y} = 2 \dots\dots\dots(1)$$

మరల 130 కి.మీ. దూరం రైలులో మిగిలిన దూరం కారులో ప్రయాణించినపుడు 130 కి.మీ. రైలు

$$\text{ప్రయాణానికి పట్టిన కాలం} = \frac{130}{x} \text{ గం.}$$

240 కి.మీ. (370 - 130) కారు ప్రయాణానికి

$$\text{పట్టిన కాలం} = \frac{240}{y} \text{ గం.$$

$$\text{మొత్తం కాలం} = \frac{130}{x}, \frac{240}{y}$$

కానీ ప్రయోగానికి పట్టిన మొత్తం కాలం 4 గంటల

$$18 \text{ నిమిషాలు } 4\frac{18}{60} = 4\frac{3}{10} \text{ గం.$$

$$\text{అనగా, } \frac{130}{x} + \frac{240}{y} = \frac{43}{10} \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) (2) \text{ సమీకరణాలలో } \frac{1}{x} = a \text{ మరియు } \frac{1}{y} = b$$

ప్రతిక్రీపించగా

$$125a + 60b = 2 \dots\dots\dots(3)$$

$$130a + 240b = \frac{43}{10} \dots\dots\dots(4)$$

60, 240 ల క.సా.గు. 240. చరరాశిని తొలగించే పద్ధతిని ఉపయోగించగా,

$$\text{సమీకరణము } (3) \times 4 ; 500a + 240b = 8$$

$$\text{సమీకరణము } (4) \times 1 ; 130a + 240b = \frac{43}{10}$$

(ఈకి గుర్తు కావున తీసివేయగా)

$$\begin{array}{r} (-) \\ (-) \\ (-) \\ \hline \end{array}$$

$$370a = 8 - \frac{43}{10} = \frac{80 - 43}{10} = \frac{37}{10}$$

$$a = \frac{37}{10} \times \frac{1}{370} = \frac{1}{100}$$

$$a = \frac{1}{100} \text{ ను సమీకరణం } (3) \text{ లో ప్రతిక్రీపించగా}$$

$$\left[\frac{125}{4} \times \frac{1}{100} \right] + 60b = 2$$

$$60b = 2 - \frac{5}{4} = \frac{8 - 5}{4} = \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{3}{4} \times \frac{1}{60} = \frac{1}{80}$$

$$\text{కావున } a = \frac{1}{100} \text{ మరియు } b = \frac{1}{80}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{100} \text{ మరియు } \frac{1}{y} = \frac{1}{80}$$

$x = 100$ కి.మీ/గం. మరియు $y = 80$ కి.మీ/గం.

కావున రైలు వేగం 100 కి.మీ/గం. మరియు కారు వేగం 80 కి.మీ/గం.

అభ్యర్థి - 4.3

1. క్రింది సమీకరణాల జతలను, రేఖల సమీకరణాల జతలుగా పూర్ణదం ద్వారా వాటికి సాధన కనుగొనడి.

$$\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$$

$$i) \quad \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$$

$$\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{సాధన : } \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1 \dots\dots\dots(2)$$

(1) మరియు (2) లలో

$$\frac{1}{x-1} = p, \frac{1}{y-2} = q$$

అనుకొనుము.

$$(1) \Rightarrow 5p + q = 2 \dots\dots\dots(3)$$

$$(2) \Rightarrow 6p + 3q = 1 \dots\dots\dots(4)$$

(3) $\Rightarrow q = 2 - 5p$ ని (4) లో ప్రతిక్రీపించగా

$$6p - 3(2 - 5p) = 1$$

$$6p - 6 + 15p = 1$$

$$21p = 1 + 6 = 7$$

$$\Rightarrow p = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

$$p = \frac{1}{3} \text{ ని (4) లో రాయగా,}$$

$$\frac{2}{3} \left[\frac{1}{3} \right] - 3q = 1$$

$$-3q = 1 - 2 = -1$$

$$3q = 1$$

$$q = \frac{1}{3}$$

$$p = \frac{1}{3}, q = \frac{1}{3}$$

$$\text{కానీ, } \frac{1}{x-1} = p = \frac{1}{3}$$

$$x - 1 = 3 \Rightarrow x = 3 + 1 = 4$$

$$\frac{1}{y-2} = q = \frac{1}{3}$$

$$y - 2 = 3 \Rightarrow y = 3 + 2 = 5$$

$$\therefore \text{సాధన } x = 4, y = 5$$

$$\text{సరిచూచుట : } \frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$$

$$x = 4, y = 5 \text{ విలువలను రాయగా,}$$

$$\frac{5}{4-1} + \frac{1}{5-2} = 2$$

$$\frac{5}{3} + \frac{1}{3} = 2$$

$$\frac{6}{3} = 2$$

$$2 = 2$$

$$\text{ii) } \frac{x+y}{xy} = 2; \frac{x-y}{xy} = 6$$

$$\text{సాధన. } \frac{x+y}{xy} = 2 \dots \text{(1)}$$

$$\frac{x-y}{xy} = 6 \dots \text{(2)}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{x}{xy} + \frac{y}{xy} = 2$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 2 \dots \text{(3)}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{x}{xy} - \frac{y}{xy} = 6$$

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} = 6 \dots \text{(4)}$$

$$\frac{1}{x} \neq q, \frac{1}{y} = p \text{ అనుకుంటే}$$

$$(3) \Rightarrow p + q = 2 \dots \text{(5)}$$

$$(4) \Rightarrow p - q = 6 \dots \text{(6)}$$

$$p + q = 2$$

$$p - q = 6$$

$$(5) + (6) \Rightarrow 2p = 8$$

$$p = \frac{8}{2} = 4$$

$$p = 4 \text{ ని (5) లో రాయగా,}$$

$$4 + q = 2$$

$$q = 2 - 4 = -2$$

$$p = 4, q = -2$$

$$\text{కానీ, } \frac{1}{y} = p = 4$$

$$y = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} = q = -2$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{సాధన } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{4}$$

$$\text{సరిచూచుట : } \frac{x+y}{xy} = 2$$

$$x, y \text{ విలువలను రాయగా,}$$

$$\frac{-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{-\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}} = 2$$

$$\frac{\frac{-2+1}{4}}{-\frac{1}{8}} = 2$$

$$\frac{-1}{4} \times \frac{8^2}{-1} = 2$$

$$2 = 2$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2$$

$$\text{iii)} \quad \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1$$

$$\text{సాధన : } \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = p, \frac{1}{\sqrt{y}} = q \text{ అనుకుంటే}$$

$$(1) \Rightarrow 2p + 3q = 2 \dots\dots\dots(3)$$

$$(2) \Rightarrow 4p - 9q = -1 \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) \times 3 \Rightarrow 6p + 9q = 6$$

$$(4) \Rightarrow 4p - 9q = -1$$

$$-----$$

$$10p = 5$$

$$p = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$p = \frac{1}{2} \text{ ని (3) లో రాయగా,}$$

$$2\left[\frac{1}{2}\right] + 3q = 2$$

$$3q = 2 - 1 = 1$$

$$q = \frac{1}{3}$$

$$p = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{3}$$

$$\text{కానీ, } \frac{1}{\sqrt{x}} = p = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = 2$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$\frac{1}{\sqrt{y}} = q = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{y} = 3 \Rightarrow y = 9$$

\therefore సాధన $x = 4, y = 9$

సరిచూచుట : x, y విలువలను (1) లో రాయగా,

$$\frac{2}{\sqrt{4}} + \frac{3}{\sqrt{9}} = 2$$

$$\frac{2}{2} + \frac{3}{3} = 2 \Rightarrow 1 + 1 = 2 \Rightarrow 2 = 2$$

$$\text{iv)} \quad 6x + 3y = 6xy$$

$$2x + 4y = 5xy$$

$$\text{సాధన : } 6x + 3y = 6xy \dots\dots\dots(1)$$

$$2x + 4y = 5xy \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{6x}{xy} + \frac{3y}{xy} = 6$$

(\because ఇరువైపులా xy తో భాగించగా)

$$\frac{6}{y} + \frac{3}{x} = 6 \dots\dots\dots(3)$$

$$(2) \Rightarrow \frac{2x}{xy} + \frac{4y}{xy} = 5$$

$$\therefore \frac{2}{y} + \frac{4}{x} = 5 \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{1}{y} = p, \frac{1}{x} = q \text{ అనుకుండా.}$$

$$(3) \Rightarrow 6p + 3q = 6 \dots\dots\dots(5)$$

$$(4) \Rightarrow 2p + 4q = 5 \dots\dots\dots(6)$$

$$(5) \times 4 \Rightarrow 24p + 12q = 24$$

$$(6) \times 3 \Rightarrow 6p + 12q = 15$$

$$-----$$

$$18p = 9$$

$$p = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$p = \frac{1}{2} \text{ ని (5) లో ప్రతిక్రూపించగా,}$$

$$\frac{3}{2} \left[\frac{1}{2} \right] + 3q = 6$$

$$3q = 6 - 3$$

$$q = \frac{3}{3} = 1$$

$$p = \frac{1}{2}, q = 1$$

$$\text{కానీ, } \frac{1}{y} = p = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2$$

$$\frac{1}{x} = q = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$\therefore \text{సాధన } x = 1, y = 2$$

సరిచూచుట : x, y విలువలను (1) లో రాయగా,

$$6(1) + 3(2) = 6(1)(2)$$

$$6 + 6 = 12$$

$$12 = 12$$

$$v) \frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1$$

$$\frac{15}{x+y} + \frac{7}{x-y} = 10$$

$x \neq 0, y \neq 0$ అయిన

$$\frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{సాధన: } \frac{15}{x+y} + \frac{7}{x-y} = 10 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{1}{x+y} = p, \frac{1}{x-y} = q \text{ అనుకుంటే}$$

$$(1) \Rightarrow 5p - 2q = -1 \dots\dots\dots(3)$$

$$(2) \Rightarrow 15p + 7q = 10 \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) \times 7 \Rightarrow 35p - 14q = -7$$

$$(4) \times 2 \Rightarrow 30p + 14q = 20$$

$$\begin{array}{rcl} & & \\ \hline & 65p & = 13 \\ & & \end{array}$$

$$p = \frac{13}{65} = \frac{1}{5}$$

$$p = \frac{1}{5} \text{ ను (3) లో రాయగా,}$$

$$\cancel{5} \left[\frac{1}{\cancel{5}} \right] - 2q = -1$$

$$1 - 2q = -1$$

$$-2q = -1 - 1 = -2$$

$$2q = 2$$

$$q = \frac{2}{2} = 1$$

$$p = \frac{1}{5}, q = 1$$

$$\text{కానీ, } \frac{1}{x+y} = p = \frac{1}{5} \Rightarrow x+y = 5 \dots\dots(5)$$

$$\frac{1}{x-y} = q = 1 \Rightarrow x-y = 1 \dots\dots(6)$$

(5) మరియు (6) లను సాధించగా,

$$x+y = 5$$

$$x-y = 1$$

$$\begin{array}{rcl} & & \\ \hline & & \end{array}$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

$x = 3$ ను (5) లో రాయగా,

$$3+y=5$$

$$y=5-3=2$$

\therefore సాధన $x=3, y=2$

సరిచూచుట : x, y విలువలను (2) లో రాయగా,

$$\frac{15}{3+2} + \frac{7}{3-2} = 10$$

$$\frac{15}{5} + \frac{7}{1} = 10$$

$$3+7=10$$

$$10=10$$

$$vi) \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$$

$$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2 \quad x \neq 0, y \neq 0 \text{ అయిన}$$

$$\text{సాధన : } \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{1}{x} = p, \frac{1}{y} = q \text{ అనుకుంటే}$$

$$(1) \Rightarrow 2p + 3q = 13 \dots\dots\dots(3)$$

$$(2) \Rightarrow 5p - 4q = -2 \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) \times 4 \Rightarrow 8p + 12q = 52$$

$$(4) \times 3 \Rightarrow 15p - 12q = -6$$

$$\begin{array}{rcl} & & \\ \hline & 23p & = 46 \\ & & \end{array}$$

$$(3) + (4) \quad p = \frac{46}{23} = 2$$

$p = 2$ ను (3) లో రాయగా,

$$2(2) + 3q = 13$$

$$4 + 3q = 13$$

$$3q = 13 - 4 = 9$$

$$q = \frac{9}{3} = 3$$

$$p = 2, q = 3$$

iii) ఇద్దరు స్ట్రీలు మరియు 5గురు పురుషులు ఒక కుట్టుపని 4 రోజులలో చేయగా, ముగ్గురు స్ట్రీలు మరియు 6గురు పురుషులు దానిని 3 రోజులలో చేసేదరు. స్ట్రీ ఒక్కరే లేదా పురుషుడు ఒక్కడే ఆ వనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలమును కనుగొనుము.

సాధన : స్ట్రీ ఒక్కరే ఆ వనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలం $= x$ రోజులు
పురుషుడు ఒక్కడే ఆ వనిని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలం $= y$ రోజులు అనుకుందాం.

$$\text{స్ట్రీ ఒక్కరే 1 రోజు చేయు వని} = \frac{1}{x}$$

$$\text{పురుషుడు ఒక్కడే 1 రోజు చేయు వని} = \frac{1}{y}$$

సందర్భం - 1 :

ఇద్దరు స్ట్రీలు మరియు 5 గురు పురుషులు ఆ వనిని 4 రోజులలో చేయుదురు.

కావున, ఇద్దరు స్ట్రీలు మరియు 5 గురు పురుషులు

$$\text{�క రోజులో చేయు వని} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{ఇద్దరు స్ట్రీలు ఒక రోజులో చేయు వని} \\ = 2x \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$$

5 గురు పురుషులు ఒక రోజులో

$$\text{చేయు వని} = 5x \frac{1}{y} = \frac{5}{y}$$

$$\therefore \frac{8}{x} + \frac{20}{y} = 1 \quad \dots \dots \dots (1)$$

సందర్భం - 2 :

ముగ్గురు స్ట్రీలు మరియు 6 గురు పురుషులు ఆ వనిని 3 రోజులలో చేసేదరు.

\therefore ముగ్గురు స్ట్రీలు మరియు 6 గురు పురుషులు ఒక

$$\text{రోజు చేయు వని} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{9}{x} + \frac{18}{y} = 1 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$p = \frac{1}{x}, q = \frac{1}{y} \text{ అనుకుంటే,}$$

$$(1) \Rightarrow 8p + 20q = 1 \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$(2) \Rightarrow 9p + 18q = 1 \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$(3) \times 9 \Rightarrow 72p + 180q = 9$$

$$(4) \times 8 \Rightarrow 72p + 144q = 8$$

- - -

$$36q = 1$$

$$q = \frac{1}{36}$$

$$q = \frac{1}{36} \text{ ను (4) లో రాయగా,}$$

$$9p + 18 \left[\frac{1}{36} \right] = 1 \Rightarrow 9p + \frac{1}{2} = 1$$

$$\Rightarrow 9p = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow p = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{18}, q = \frac{1}{36}$$

$$\text{కాని, } \frac{1}{x} = p = \frac{1}{18} \Rightarrow x = 18$$

$$\frac{1}{y} = q = \frac{1}{36} \Rightarrow y = 36$$

స్ట్రీ ఒక్కరే ఆ వని పూర్తి చేయుటకు పట్టుకాలం $= 18$ రోజులు

పురుషుడు ఒక్కరే ఆ వని పూర్తి చేయుటకు పట్టు కాలం $= 36$ రోజులు

సరిచూచుట : $x = 18, y = 36$ ను (2) లో రాయగా,

$$\frac{9}{18} + \frac{18}{36} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

4. k యొక్క ఏ విలువకు దిగువ ఇచ్చిన సమీకరణాల వ్యవస్థకు ఒకే ఒక సాధన ఉంటుంది.
- $$x - ky = 2 ; 3x + 2y = -5$$

సాధన : దత్త సమీకరణ వ్యవస్థకు ఒకే ఒక సాధన ఉండవలెనన్న

x గుణకాల నిప్పుత్తి $\neq y$ గుణకాల నిప్పుత్తి కావలను.

$$x - ky = 2 ; 3x + 2y = -5 \text{ నందు}$$

$$a_1 = 1; b_1 = -k; a_2 = 3; b_2 = 2$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \text{ కావలను. కావున}$$

$$\frac{1}{3} \neq \frac{-k}{2} \Rightarrow -3k \neq 2 \Rightarrow k = \frac{-2}{3}$$

$$\text{అనగా } k \text{ అనునది } R - \left(\frac{-2}{3} \right) \text{ కావలను.}$$

5. m యొక్క ఏ విలువకు $3x + my = 10$ మరియు $9x + 12y = 30$ ఏకైక సాధన కలిగి ఉంటుంది.

సాధన : $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ మరియు

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ లకు ఏకైక సాధన}$$

$$\text{ఉండాలంటే } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \text{ కావలను.}$$

పై సమీకరణాలందు

$$a_1 = 3, b_1 = m, a_2 = 9, b_2 = 12$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{9} \neq \frac{m}{12} \Rightarrow m \neq \frac{12 \times 3}{9} = 4$$

కావున $m \neq 4$ అయిన అవి ఏకైక సాధన కలిగి ఉండును.

9. ఒక త్రిభుజములోని కోణముల కొలతలు x°, y° మరియు 40° . ఇంకనూ x° మరియు y° కోణముల కొలతల భేదము 30° అయిన x° మరియు y° ల విలువలను కనుగొనండి.

సాధన : $x + y + 40 = 180^\circ$

(\therefore త్రిభుజంలో మూడు కోణాల మొత్తం 180°)

$$x + y = 140 \dots\dots (1)$$

$$x - y = 30 \dots\dots (2)$$

(1), (2) సమీకరణములను కూడగా

$$x + y = 140$$

$$x - y = 30$$

$$2x = 170$$

$$\therefore x = \frac{170}{2} = 85^\circ$$

$$85^\circ + y = 140$$

$$y = 140 - 85 = 55^\circ$$

$$x = 85^\circ, y = 55^\circ$$

11. $7x + y = 10$ మరియు $x + 7y = 10$ రేఖలు సమీకరణాల జత సంగత సమీకరణాల జత అని చూపండి.

సాధన : $7x + y - 10 = 0$

$$x + 7y - 10 = 0$$

$$a_1 = 7, b_1 = 1, c_1 = -10$$

$$a_2 = 1, b_2 = 7, c_2 = -10$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{7}{1}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

కావున ఇచ్చిన సమీకరణాలు సంగత సమీకరణాల జత

12. రెండు చరరాపులలో రేఖలు సమీకరణాల జత సమాంతర రేఖలు కావడానికి నియమము ప్రాయముము.

సాధన : $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

13. $x + 2y - 3 = 0$ మరియు $5x + ky + 7 = 0$ సమీకరణాల వ్యవస్థకు సాధన లేకంటే k విలువ కనుగొనము.

సాధన : $x + 2y - 3 = 0$

$$5x + ky + 7 = 0$$

$$a_1 = 1, b_1 = 2, c_1 = -3$$

$$a_2 = 5, b_2 = k, c_2 = 7$$

ఇచ్చిన సమీకరణాల జతకు సాధన లేకపోతే

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2}{k}$$

$$\therefore k = 10$$

$k = 10$ అయినప్పుడు ఇచ్చిన పై సమీకరణాల వ్యవస్థకు సాధన ఉండదు.

16. $2x + ky + 3 = 0, 4x + 6y - 5 = 0$ సమీకరణాల జతక k యొక్క విలువకు అవి సమాంతర రేఖలు అవుతాయి కనుగొనడి.

సాధన : ఇచ్చిన సమీకరణాల నుండి

$$a_1 = 2, b_1 = k, c_1 = 3$$

$$a_2 = 4, b_2 = 6, c_2 = -5$$

ఇచ్చిన సమీకరణాలు సమాంతర రేఖలు అయిన

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

$$\text{కావున } \frac{2}{4} = \frac{k}{6}$$

$$\therefore k = 3$$

17. 3 సంవత్సరముల క్రితం రహమాన్ వయస్సు యొక్క వ్యుత్తముము, 5 సంాల తరువాత అతని వయస్సు యొక్క వ్యుత్తముముల మొత్తము $\frac{1}{3}$ అయిన అతని ప్రస్తుత వయస్సు ఎంత?

సాధన : రహమాన్ ప్రస్తుత వయస్సు = x సం॥ అనుకొనుము.

$$3 \text{ సం॥ క్రితం రహమాన్ వయస్సు} = x \times 3$$

$$5 \text{ సం॥ తదుపరి రహమాన్ వయస్సు} = x + 5$$

$$3 \text{ సం॥ క్రితం రహమాన్ వయస్సు}, 5 \text{ సం॥ తదుపరి}$$

$$\text{రహమాన్ వయస్సుల వ్యుత్తమూల మొత్తం} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x+5+x-3}{(x-3)(x+5)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2x+2}{x^2+2x-15} = \frac{1}{3}$$

$$(x^2 + 2x - 15) = 3(2x + 2)$$

$$x^2 + 2x - 15 = 6x + 6$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x - 7)(x + 3) = 0$$

$$x = 7 \text{ లేదా } x = -3$$

వయస్సు ఎప్పుడూ బుఱాత్మకం కాదు.

$$\therefore \text{రహమాన్ ప్రస్తుత వయస్సు} = 7 \text{ సం॥}$$

18. 6 పెన్సిళ్ళ మరియు 4 నోట్ల పుస్తకముల మొత్తము వెల రూ. 90/- అలాగే 8 పెన్సిళ్ళ మరియు 3 నోట్ల పుస్తకముల మొత్తము వెల రూ. 85/- అయితే ప్రతీ పెన్సిల్ మరియు నోట్ పుస్తకము వెల ఎంత?

సాధన : ఒక పెన్సిల్ వెల = రూ. x

నోట్ పుస్తకం వెల = రూ. y అనుకొనుము

6 పెన్సిల్లు, 4 నోట్ల పుస్తకంల మొత్తం వెల = రూ.

90

$$\Rightarrow 6x + 4y = 90 \dots\dots (1)$$

8 పెన్సిల్లు, 3 నోట్ల పుస్తకంల మొత్తం వెల = రూ.

85

$$\Rightarrow 8x + 3y = 85 \dots\dots (2)$$

$$1 \times 3 \Rightarrow 18x + 12y = 270 \dots\dots (3)$$

$$2 \times 4 \Rightarrow 32x + 12y = 340 \dots\dots (4)$$

$$(4) - (3) \Rightarrow 32x + 12y = 340$$

$$18x + 12y = 270$$

$$14x = 70$$

$$\therefore x = \frac{70}{14} = 5$$

x విలువను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా

$$6x + 4y = 90$$

$$4y = 90 - 30 = 60$$

$$y = \frac{60}{4} = 15$$

$$x = 5, y = 15$$

పెన్సిల్ వెల = రూ. 5

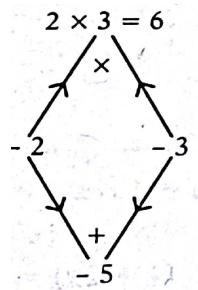
నోట్ పుస్తకం వెల = రూ. 15

5. వర్గ సమీకరణాలు

ఉదాహరణలు

1. కారణంక పద్ధతిని $2x^2 - 5x + 3 = 0$ యొక్క మూలాలను కనుగొనుము.

సాధన : ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణం $2x^2 - 5x + 3 = 0$



$$2x^2 - 2x - 3x + 3 = 0$$

$$2x(x - 1) - 3(x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(2x - 3) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad 2x - 3 = 0$$

$$x = 1 \quad 2x = 3$$

$$x = 1 \quad x = \frac{3}{2}$$

ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణం యొక్క మూలాలు = 1

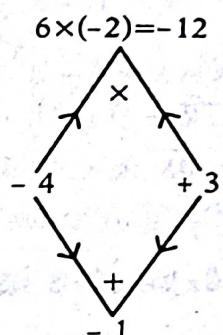
$$\text{మరియు } \frac{3}{2}$$

2. $x - \frac{1}{3x} = \frac{1}{6}$ వర్గ సమీకరణం యొక్క

మూలాలను కనుగొనుము

సాధన : ఇచ్చిన సమీకరణము $x - \frac{1}{3x} = \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - 1}{3x} = \frac{1}{6} \quad (\text{అడ్డ గుణకారం చేయగా})$$



$$\Rightarrow 6(3x^2 - 1) = 1 \times 3x$$

$$\Rightarrow 18x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3(6x^2 - x - 2) = 0$$

$$\therefore 6x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 4x + 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(3x - 2) + 1(3x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow (3x - 2)(2x + 1) = 0$$

$$3x - 2 = 0$$

$$2x + 1 = 0$$

$$3x = 2$$

$$2x = -1$$

$$x = \frac{2}{3} \quad x = -\frac{1}{2}$$

$\therefore 6x^2 - x - 2 = 0$ యొక్క మూలాలు

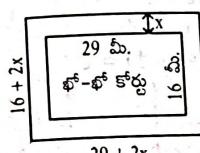
$$\frac{2}{3} \quad \text{మరియు} \quad -\frac{1}{2}$$

3. శీర్షిక 5.1 (పార్ట్యూప్స్టకంలో) చర్చించిన సమస్యలోని ప్రైక్షకుల కొరకు వదిలిన భాళీ స్థలము యొక్క వెడల్పును కనుగొనుము. చర్చించిన సమస్య : కన్స్ట్రుప్యూప్లాక పారశాల క్రీడల కమిటీ పారశాల ఆవరణలో 29 మీ. \times 16 మీ. కొలతలతో ఒక భోలో కోర్టును నిర్మించాలని భావించింది. ఇందుకుగాను వారికి 558 చ.మీ. వైశాల్యం గల ఒక దీర్ఘ చతురప్రాకార స్థలం అందుబాటులో ఉంది. అందువల్ల వారు భోలో కోర్టు చుట్టూ ప్రైక్షకుల కొరకు కొంత భాళీ స్థలమును కూడా వదలాలని భావించారు. అయితే వదిలే భాళీస్థలము యొక్క వెడల్పు కోర్టు చుట్టూ ఒకే విధంగా వుండేటట్లు వదిలితే దాని వెడల్పు ఎంత వుండాలి?

సాధన : భోలో కోర్టు పొడవు = 29 మీ.

భోలో కోర్టు వెడల్పు = 16 మీ.

భాళీ స్థలము వెడల్పు = x మీ. అనుకొనుము.

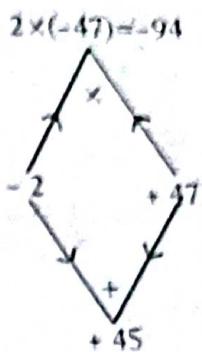


$$\text{దీర్ఘ చతురప్రాకార స్థలము పొడవు} \\ = (29 + 2x) \text{ మీ.}$$

$$\text{మరియు వెడల్పు} = (16 + 2x) \text{ మీ.}$$

$$\text{ఈ స్థలము యొక్క వైశాల్యం} = 558 \text{ చ.మీ.}$$

$$\therefore (29 + 2x)(16 + 2x) = 558$$



$$464 + 58x + 32x + 4x^2 = 558$$

$$4x^2 + 90x + 464 - 558 = 0$$

$$4x^2 + 90x - 94 = 0$$

$$2(2x^2 + 45x - 47) = 0$$

$$2x^2 + 45x - 47 = 0$$

$$2x^2 - 2x + 47x - 47 = 0$$

$$2x(x - 1) + 47(x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(2x + 47) = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$2x + 47 = 0$$

$$x = 1$$

$$2x = -47$$

$$x = \frac{-47}{2}$$

దీర్ఘ చతురస్రాకార స్థలము వెడల్చు రుణ సంఖ్య
కాదు. కావున $x = 1$ ప్రేక్షకుల కొరకు వదిలిన
భూమి స్థలము యొక్క వెడల్ప.

2. మొత్తము 27, లభము 182 అయ్యే విధంగా

రెండు సంఖ్యలను కనుగొనుము.

సాధన : ఒక సంఖ్య = x అనుకొందాం.

రెండవ సంఖ్య = $27 - x$

(∴ రెండు సంఖ్యల మొత్తం 27)

లెక్క ప్రకారం

రెండు సంఖ్యల లబ్దం = 182

$$x(27 - x) = 182$$

$$27x - x^2 = 182$$

$$-x^2 + 27x - 182 = 0$$

$$x^2 - 27x + 182 = 0$$

$$x^2 - 13x - 14x + 182 = 0$$

$$x(x - 13) - 14(x - 13) = 0$$

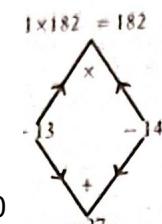
$$(x - 13)(x - 14) = 0$$

$$x - 13 = 0$$

$$x - 14 = 0$$

$$x = 13$$

$$x = 14$$



ఒక సంఖ్య $x - 13$ అయిన

రెండవ సంఖ్య = $27 - x = 27 - 13 = 14$

ఒక సంఖ్య $x = 14$ అయిన

రెండవ సంఖ్య = $27 - x = 27 - 14 = 13$

∴ కావలసిన సంఖ్యలు 13, 14

సరిచూసుకోవడం : $13 \times 14 = 182$

3. రెండు వరుస ధన పూర్ణ సంఖ్యల వర్గాల మొత్తము 613 అయిన ఆ సంఖ్యలను కనుగొనుము.

సాధన: మొదటి సంఖ్య = x అనుకొందాం

రెండవ సంఖ్య = $x + 1$

(∴ రెండు సంఖ్యలు వరుస ధనపూర్ణ సంఖ్యలు)

రెండు వరుస ధనపూర్ణ సంఖ్యల వర్గాల

మొత్తం = 613

$$x^2 + (x + 1)^2 = 613$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 613$$

$$2x^2 + 2x + 1 - 613 = 0$$

$$2x^2 + 2x - 612 = 0$$

$$2(x^2 + x - 306) = 0$$

$$\therefore x^2 + x - 306 = 0$$

$$x^2 - 17x + 18x - 306 = 0$$

$$x(x - 17) + 18(x - 17) = 0$$

$$(x - 17)(x + 18) = 0$$

$$x - 17 = 0 \qquad \qquad \qquad x + 18 = 0$$

$$x = 17 \qquad \qquad \qquad x = -18$$

∴ $x = -18$ ధన పూర్ణ సంఖ్య కాదు

∴ $x = -17$ ధన పూర్ణ సంఖ్య

మొదటి సంఖ్య $x = 17$

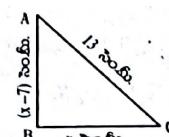
రెండవ సంఖ్య = $x + 1 = 17 + 1 = 18$

సరిచూసుకోవడం : $17^2 + 18^2$

$$= 289 + 324 = 613$$

4. ఒక లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క ఎత్తు దాని భూమి కంటే 7 సెం.మీ. తక్కువ. కర్ణము పొడువు 13 సెం.మీ. అయిన మిగిలిన రెండు భుజాలను కనుగొనుము.

సాధన : ఒక లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క భూమి = x సెం.మీ. అనుకొనుము



$$\text{ఎత్తు} = (x - 7) \text{ సెం.మీ.}$$

పైధాగరన్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$$\text{భుజము}^2 + \text{భుజము}^2 = \text{కర్ణము}^2$$

$$x^2 + (x - 7)^2 = 13^2$$

$$x^2 + x^2 - 14x + 49 = 169$$

$$2x^2 - 14x + 49 - 169 = 0$$

$$2x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$2(x^2 - 7x - 60) = 0$$

$$x^2 - 7x - 60 = 0$$

$$x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$$

$$x(x - 12) + 5(x - 12) = 0$$

$$(x - 12)(x + 5) = 0$$

$$x - 12 = 0 \quad x + 5 = 0$$

$$x = 12 \quad x = -5$$

త్రిభుజ భుజం కొలత రుణాత్మకం కాదు.

$$\text{కావున } x = 12$$

$$\text{భూమి} = 12 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{ఎత్తు} = x - 7 = 12 - 7 = 5 \text{ సెం.మీ.}$$

సరిచూచుట :

$$\begin{aligned} \text{భూమి}^2 + \text{ఎత్తు}^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ &= 169 = (13)^2 = \text{కర్ణం}^2 \end{aligned}$$

5. ఒక కుటీర పరిశ్రమలో ప్రతిరోజు ఒక నియమిత సంఖ్యలో వస్తువు లను తయారుచేస్తారు. ఒక రోజు తయారైన ఒక్కొక్క వస్తువు ఖరీదు (రూ.పాయిలలో) అ రోజు తయారైన వస్తువుల సంఖ్యకు రెట్టింపు కంటే 3 ఎక్కువ. అ రోజు తయారైన మొత్తం వస్తువుల సంఖ్య మరియు ఒక్కొక్క వస్తువు ఖరీదును కనుగొనుము.

సాధన: ఒక రోజు తయారైన వస్తువుల సంఖ్య = x
అనుకోండాం.

$$\text{ఒక రోజు తయారైన ఒక్కొక్క వస్తువు ఖరీదు} = 2x + 3$$

(∴ అ రోజు తయారైన వస్తువుల సంఖ్యకు రెట్టింపు కంటే 3 ఎక్కువ)

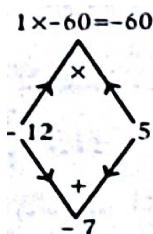
అ రోజు తయారైన మొత్తం వస్తువుల ఖరీదు = రూ.

$$90$$

$$\therefore x(2x + 3) = 0$$

$$2x^2 + 3x = 90$$

$$2x^2 + 3x - 90 = 0$$



$$2x^2 - 12x + 15x - 90 = 0$$

$$2x(x - 6) + 15(x - 6) = 0$$

$$(x - 6)(2x + 15) = 0$$

$$x - 6 = 0$$

$$2x + 15 = 0$$

$$x = 6$$

$$2x = -15$$

$$x = \frac{-15}{2}$$

వస్తువుల సంఖ్య రుణాత్మకం కాదు.

కావున ఒక రోజు తయారైన వస్తువుల సంఖ్య = 6

ఆ రోజు తయారైన ఒక్కొక్క వస్తువు ఖరీదు

$$= 2 \times (6) + 3 = 12 + 3 = \text{రూ. } 15$$

సరిచూచుకోవడం :

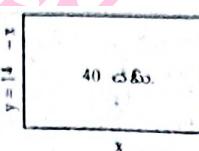
$$\text{మొత్తం ఖరీదు } 6 \times 15 = 15$$

6. ఒక దీర్ఘ చతురప్రము యొక్క చుట్టూకొలత 28 మీ.

మరియు దాని వైశాల్యం 40 చ.మీ. అయిన దీర్ఘచతురప్రము యొక్క కొలతలను కనుగొనుము.

సాధన : దీర్ఘచతురప్ర పొడవు = x మీ.

దీర్ఘచతురప్ర వెడల్పు = y మీ. అనుకోనుము.



లెక్క ప్రకారం

దీర్ఘ చతురప్రం యొక్క చుట్టూకొలత = 28 మీ.

$$2(x + y) = 28$$

$$x + y = \frac{28^{14}}{2} = 14$$

$$y = 14 - x \dots\dots (1)$$

మరియు దీర్ఘచతురప్ర వైశాల్యం = 40 చ.మీ.

$$x, y = 40 \dots\dots (2)$$

(1) & (2) ల నుండి

$$x(14 - x) = 40$$

$$14x - x^2 = 40$$

$$-x^2 + 14x - 40 = 0$$

$$x^2 - 14x + 40 = 0$$

$$x^2 - 10x - 4x + 40 = 0$$

$$x(x - 10) - 4(x - 10) = 0$$

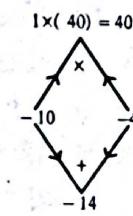
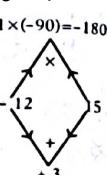
$$(x - 10)(x - 4) = 0$$

$$x - 10 = 0$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 4$$



$$\text{పొడవ } x = 10 \text{ మీ. అయితే}$$

$$\text{వెడల్ప } 14 - x = 14 - 10 = 4 \text{ మీ.}$$

$$\text{పొడవ } 4 \text{ మీ. అయితే}$$

$$\text{వెడల్ప } 14 - 4 = 10 \text{ మీ.}$$

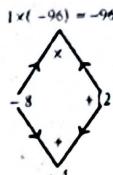
$$\therefore \text{దీఘచతురస్ర కొలతలు } 10 \text{ మరియు } 4.$$

7. ఒక త్రిభుజము యొక్క భూమి, దాని ఎత్తు కంటే 4 సెం.మీ. ఎక్కువ. ఈ త్రిభుజ వైశాల్యము 48 చ.సెం.మీ. అయిన దాని భూమిని, ఎత్తును కనుగొనుము.

సాధన : త్రిభుజము యొక్క ఎత్తు = x సెం.మీ. అనుకొనిన భూమి = $(x + 4)$ సెం.మీ.

లెక్కపూర్కారం త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యము = 48 చ. సెం.మీ.

$$\frac{1}{2}x \text{ భూమి} \times \text{ఎత్తు} = 48$$



$$\frac{1}{2}x (x + 4) = 48$$

$$\frac{1}{2}x (x^2 + 4x) = 48$$

$$x^2 + 4x = 96$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12x - 96 = 0$$

$$x(x - 8) + 12(x - 8) = 0$$

$$(x - 8)(x + 12) = 0$$

$$x - 8 = 0 \quad x + 12 = 0$$

$$x = 8$$

$$x = -12$$

త్రిభుజము యొక్క ఎత్తు రుణాత్మకం కాదు కావున $x = 8$.

\therefore త్రిభుజము యొక్క ఎత్తు $x = 8$ సెం.మీ.

సరిచూచుచోవడం :

$$\text{భూమి } x + 4 = 8 + 4 = 12 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{త్రిభుజ వైశాల్యం} = \frac{1}{2}x 8^2 \times 12 = 48 \text{ సెం.మీ.}$$

8. రెండు రైళ్ళు ఒక స్టేషన్ నుంచి ఒకే సమయంలో ఒకటి పడమరకు, మరియుకటి ఉత్తరం వైపునకు బయలుదేరును. మొదటి రైలు, రెండవ రైలు కంటే 5 కి.మీ./గంట ఎక్కువ వేగంతో ప్రయాణిస్తుంది అవి బయలుదేరిన రెండు గంటల తరువాత ఒకదానికటి 50 కి.మీ. దూరంలో పున్న ఒక్కట్ట రైలు సగటు వేగం ఎంత?

సాధన: రెండవ రైలు వేగం = x కి.మీ./గం. అనుకొనిన

మొదటి రైలు వేగం = $(x + 5)$ కి.మీ./గం.

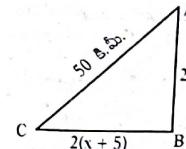
రెండు రైళ్ళు B వద్ద బయలుదేరాయి అనుకొంచే దూరం = కాలం \times వేగం

$$2 \text{ గంటలలో}$$

మొదటి రైలు ప్రయాణించిన దూరం

$$BC = 2(x + 5) = 2x + 10$$

మొదటి రైలు ప్రయాణించిన దూరం $BA = 2x$



ABC లంబకోణ త్రిభుజము

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

(\because ప్రయాగరన్ సిద్ధాంతం ప్రకారం)

$$(2x)^2 + (2x + 10)^2 = 50^2$$

$$4x^2 + (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 10 + 10^2 = 2500$$

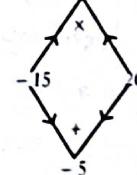
$$4x^2 + 4x^2 + 40x + 100 = 2500$$

$$8x^2 + 40x + 100 - 2500 = 0$$

$$8x^2 + 40x - 2400 = 0$$

$$8(x^2 + 5x - 300) = 0$$

$$x^2 + 5x - 300 = -300$$



$$\therefore x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$x^2 - 15x + 20x - 300 = 0$$

$$x(x - 15) + 20(x - 15) = 0$$

$$(x - 15)(x + 20) = 0$$

$$x - 15 = 0$$

$$x + 20 = 0$$

$$x = 15$$

$$x = -20$$

వేగము రుణాత్మకం కాదు. కావున $x = 15$

\therefore రెండవ రైలు వేగం $x = 15$ కి.మీ./గం.

\therefore మొదటి రైలు వేగం $x + 5 = 15 + 5 = 20$ కి.మీ./గం.



శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేస్వన్

Posters Details:

- Row 1:**
 - SGT, SA (all), LANGUAGE PANDITS**
 - SGT, also useful SA(Biology)**
 - SGT, also useful SA(Physics)**
- Row 2:**
 - SGT, also useful SA(Social)**
 - SGT, also useful SA(Maths)**
 - SGT, also useful SA(Pedagogy)**
- Row 3:**
 - DSC SPECIAL జీవాల్యూర్**
 - SGT, SA (all), LANGUAGE PANDITS, TET, PG, Principals**

తృరలో...
అన్ని సజ్జెక్టులకు
చాప్టర్ వార్లగా టెక్స్
బుక్కలైన్ టు లైన్ ఆధారంగా
బట్ట బ్యాంక్

- ✿ **DSCలో మిమ్మల్ని విజయి తీరాన్ని చేర్చుకోండి 99% ఉపయోగించే పుస్తకాలు**
- ✿ **TETలో 99% ప్రశ్నలు మన పుస్తకాల సుంది వచ్చాయిగి చెప్పుటకు సింతణించున్నాము.**
- ✿ **3-10వ తరగతి వేరికూ పూర్తి సిలబస్ కల్గిన రాష్ట్రంలలో విక్రెక పుస్తకాలు.**

పుస్తకాలు పోస్టర్లు ద్వారా మీ ఇంటికి డెలివరీ సేవలను

పూర్తి వివరాల కేసు సంప్రంచంది:

**9550039204
9502439204**



ఛార్టర్, భూవాని గాంపాల్
శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేస్వన్, అన్సంతోస్యరమ్.

9. 60 మంది విద్యార్థులు గల తరగతిలో ప్రతి అబ్బాయి, అమ్మాయిల సంఖ్యకు సమానమైన సాముద్రము, ప్రతి అమ్మాయి - అబ్బాయిల సంఖ్యకు సమానమైన సాముద్రము చందాగా ఇచ్చారు. మొత్తం వసూలైన సాముద్ర రూ. 1600 అయిన తరగతిలో ఎంతమంది అబ్బాయిలు గలరు?

సాధన: తరగతిలోని అబ్బాయిల సంఖ్య = x అనుకొనిన అమ్మాయి సంఖ్య = $60 - x$

$$(\because \text{తరగతిలో విద్యార్థులు 60 \text{ మంది})$$

$$\begin{aligned} \text{తరగతిలోని ప్రతి అబ్బాయి చెల్లించే చందా} \\ = \text{రూ. } (60 - x) \end{aligned}$$

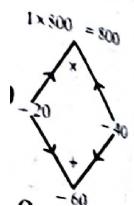
$$\text{అబ్బాయిల చందా} = x (60 - x) = 60x - x^2$$

$$\text{తరగతిలోని ప్రతి అమ్మాయి చెల్లించే చందా} = x$$

$$\text{అమ్మాయిల చందా} = (60 - x)x = 60x - x^2$$

$$\text{మొత్తం వసూలైన సాముద్ర} = \text{రూ. } 1600$$

$$\text{అబ్బాయిల చందా} + \text{అమ్మాయిల చందా} = 1600$$



$$60x - x^2 + 60x - x^2 = 1600$$

$$120x - 2x^2 = 1600$$

$$-2x^2 + 120x - 1600 = 0$$

$$-2(x^2 - 60x + 800) = 0$$

$$\therefore x^2 - 60x + 800 = 0$$

$$(\because -2 \neq 0)$$

$$x^2 - 20x - 40x + 800 = 0$$

$$x(x - 20) - 40(x - 20) = 0$$

$$(x - 20)(x - 40) = 0$$

$$x - 20 = 0 \quad x - 40 = 0$$

$$x = 20 \quad x = 40$$

$$\text{తరగతిలోని అబ్బాయిల సంఖ్య } x = 20 \text{ లేదా } 40$$

$$\text{తరగతిలోని అమ్మాయిల సంఖ్య } x = 40 \text{ లేదా } 20$$

10. గంటకు 3 కి.మీ వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న ఒక నదిలో ఒక వోటారు బోటు 24 కి.మీ. దూరము ప్రయాణించి తిరిగి బయలుదేరిన స్థానానికి రావడానికి పట్టిన కాలం 6 గంటలైన బోటు స్థిరవేగంతో ప్రయాణించినదని భావించి దాని వేగమును కనుగొనుము.

సాధన: నది ప్రవాహ వేగం = 3 కి.మీ./గం.

నిలకడ నీటిలో పడవ వేగం =

x కి.మీ./గం. అనుకొనుము.

ప్రవాహ దిశలో పడవ వేగం = $(x + 3)$ కి.మీ./గం.

24 కి.మీ ప్రయాణించుటకు పట్టుకాలం = దూరం

వేగం

$$= 24/x + 3 \text{ గం.}$$

ప్రవాహ దిశకు ఎదురుగా పడవ వేగం

$$= (x - 3) \text{ కి.మీ./గం.}$$

24 కి.మీ. ప్రయాణించుటకు పట్టుకాలం

$$= \frac{24}{x - 3} \text{ కి.మీ./గం.}$$

మొత్తం ప్రయాణ కాలం = 6 గం.

$$\therefore \frac{24}{x+3} + \frac{24}{x-3} = 6$$

$$\frac{24(x-3) + 24(x+3)}{(x+3)(x-3)} = 6$$

$$\frac{24x - 72 + 24x + 72}{x^2 - 9} = 6$$

$$\frac{48x}{x^2 - 9} = 6$$

$$6(x^2 - 9) = 48x$$

$$6x^2 - 54 = 48x$$

$$6x^2 - 48x - 54 = 0$$

$$6x^2 - 54x + 6x - 54 = 0$$

$$6x(x-9) + 6(x-9) = 0$$

$$(x-9)(6x+6) = 0$$

$$x - 9 = 0$$

$$6x + 6 = 0$$

$$x = 9$$

$$x = -1$$

పడవ వేగం రుణాత్మకం కాదు.

కావున $x = 9$

\therefore నిలకడ నీటిలో పడవ వేగం $x = 9$ కి.మీ./గం.

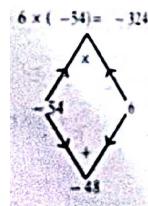
సరిచూసుకోవడం :

ప్రవాహ దిశలో ప్రయాణ కాలం

$$= \frac{24}{9+3} = \frac{24}{12} = 2 \text{ గం.}$$

$$= \frac{24}{9-3} = \frac{24}{6} = 4 \text{ గం.}$$

మొత్తం ప్రయాణ కాలం = $2 + 4 = 6$ గం.



4. రెండు వరుస ధన బేసి సంఖ్యల మొత్తము 290
అయిన ఆ సంఖ్యలను కనుగొనుము.

సాధన : మొదటి బేసి సంఖ్య = x అనుకొని
రెండవ బేసి సంఖ్య = $(x + 2)$
రెండు వరుస ధన బేసి సంఖ్యల వర్గాల మొత్తం 290

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + (x + 2)^2 &= 290 \\ x^2 + x^2 + 4x + 4 &= 290 \\ 2x^2 + 4x + 4 - 290 &= 0 \\ 2x^2 + 4x - 286 &= 0 \\ 2(x^2 + 2x - 143) &= 0 \\ \therefore x^2 + 2x - 143 &= 0 \quad (\because 2 \neq 0) \end{aligned}$$

వర్గ సూత్రం ప్రకారం

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(-143)}}{2(1)} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 572}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{576}}{2} \\ &= \frac{-2 \pm 24}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{-2 + 24}{2} \text{ లేదా } x = \frac{-2 - 24}{2}$$

$$x = \frac{22}{2} = 11 \quad \text{లేదా} \quad x = \frac{-26}{2} = -13$$

కానీ, x ఒక ధన బేసి సంఖ్య

$$\therefore x = 11$$

$$\text{రెండవ బేసి సంఖ్య} = x + 2 = 11 + 2 = 13$$

సరిచూసుకోవడం :

$$11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$$

5. ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార పార్పు తయారుచేయ బడుతుంది. దీని వెడల్పు, పొడవు కంటే 3 మీ. తక్కువ. దీని వైశాల్యము, దీని వెడల్పుకు సమానమైన భూమి మరియు 12 మీ. ఎత్తు గల ఒక సమద్విబాహు త్రిభుజ వైశాల్యం కంటే 4 చ.మీ. ఎక్కువ. అయిన దీర్ఘచతురప్రాకార పార్పు యొక్క పొడవు, వెడల్పులను కనుగొనుము.

సాధన : దీర్ఘచతురప్రాకార పార్పు పొడవు = x మీ. అనుకొని

వెడల్పు పొడవు కన్నా 3 మీ. తక్కువ

వెడల్పు = $(x - 3)$ మీ.

\therefore దీర్ఘ చతురప్ర వైశాల్యము = $x(x - 3)$ చ.

యూ.

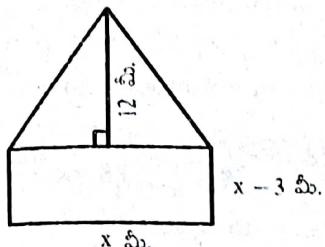
త్రిభుజ భూమి = $x - 3$

త్రిభుజ ఎత్తు = 12 మీ.

$$\text{త్రిభుజ వైశాల్యము} = \frac{1}{2} \times \text{భూమి} \times \text{ఎత్తు}$$

$$= \frac{1}{2} (x - 3) \times 12^6$$

$$= 6(x - 3)$$



కానీ లెక్క ప్రకారం దీర్ఘ చతురప్ర వైశాల్యం త్రిభుజ వైశాల్యం కన్నా 4 యూనిట్లు ఎక్కువ

$$\therefore x(x - 3) = 6(x - 3) + 4$$

$$x^2 - 3x = 6x - 18 + 4$$

$$x^2 - 3x - 6x + 18 - 4 = 0$$

$$\therefore x^2 - 9x + 14 = 0$$

వర్గ సూత్రం నుండి

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot (1)(14)}}{2 \cdot (1)}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2}$$

$$\therefore x = \frac{9 + 5}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\text{లేదా } x = \frac{9 - 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

పొడవు $x = 7$ మీ. అయిన వెడల్పు

$$x - 3 = 7 - 3 = 4 \text{ మీ.}$$

పొడవు $x = 2$ మీ. అయిన వెడల్పు

$x - 3 = 2 - 3 = -1$ మీ. ఇది సాధ్యం కాదు
కాబట్టి

∴ దీర్ఘ చతురం కొలతలు పొడవు = 7 మీ.
వెడల్పు = 4 మీ.

సరిచూచుట :

దీర్ఘ చతురం వైశాల్యం = $7 \times 4 = 28$ చ.మీ.

త్రిభుజ వైశాల్యం = $\frac{1}{2} \times 4^2 \times 12 = 24$ చ.మీ.

∴ మూలాలు 2 లేదా 5

iv) $x^2 + 5 = -6x$

సాధన : $x^2 + 5 = -6x$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$x^2 + 6x = -5$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6x = -5$$

ఇరువైపులా $(3)^2$ ను కలుపగా

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = -5 + 3^2$$

$$(x + 3)^2 = 4$$

$$x + 3 = \sqrt{4} = \pm 2$$

$$x + 3 = 2 \quad x + 3 = -2$$

$$x = 2 - 3 \quad x = -2 - 3$$

$$x = -1 \quad x = -5$$

∴ మూలాలు -1 మరియు -5

2. సాహిత్యమును ఉపయోగించి 1వ ప్ర శ్ఫూలోని సమీకరణాల మూలాలను కనుగొనుము.

i) $2x^2 + x - 4 = 0$

సాధన : $2x^2 + x - 4 = 0$

$$a = 2, b = 1, c = -4$$

$$b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(2)(-4) \\ = 1 + 32 = 33$$

వర్గ సూత్రం

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2(2)} \\ = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$\therefore x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4} \text{ లేదా } \frac{-1 - \sqrt{33}}{4}$$

$$\therefore \text{మూలాలు } \frac{-1 + \sqrt{33}}{4} \text{ మరియు } \frac{-1 - \sqrt{33}}{4}$$

ii) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

సాధన : $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

$$a = 4, b = 4\sqrt{3}, c = 3$$

$$b^2 - 4ac = (4\sqrt{3})^2 - 4(4)(3) \\ = 48 - 48 = 0$$

ఈ సందర్భంలో మూలాలు సమూహాలు
వర్గ సూత్రం నుండి

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{0}}{2(4)} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{మూలాలు } \frac{-\sqrt{3}}{2} \text{ మరియు } \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

iii) $5x^2 - 7x - 6 = 0$

సాధన : $5x^2 - 7x - 6 = 0$

$$a = 5, b = -7, c = -6$$

$$b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4(5)(-6) \\ = 49 + 120 = 169$$

వర్గ సూత్రం

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(5)(-6)}}{2 \times 5}$$

$$\therefore x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{169}}{2(5)} = \frac{7 \pm 13}{10}$$

$$\therefore x = \frac{7 + 13}{10} - \frac{20}{10} = 2 \text{ లేదా }$$

$$x = \frac{7 - 13}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}$$

$$\therefore \text{మూలాలు } 2 \text{ మరియు } \frac{-3}{5}$$

iv) $x^2 + 5 = -6x$

సాధన : $x^2 + 5 = -6x$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$a = 1; b = 6; c = 5$$

$$b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(1)(5) \\ = 36 - 20 = 16$$

వర్గ సూత్రం

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2(1)} = \frac{-6 \pm 4}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-6 + 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \text{ లేదా}$$

$$\therefore x = \frac{-6 - 4}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

\therefore మూలాలు -1 మరియు -5

3. క్రింది సమీకరణాల మూలాలను కనుగొనుము.

i) $x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$

సాధన: $x - \frac{1}{x} = 3$

$$\frac{x^2 - 1}{x} = 3$$

$$x^2 - 1 = 3x$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$a = 1, b = -3, c = -1$$

$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(-1) \\ = 9 + 4 = 13$$

వర్గ సూత్రం

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{13}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \text{ లేదా } x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$$

\therefore మూలాలు $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ మరియు $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$

ii) $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$

సాధన : $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$

$$\frac{(x-7)-(x+4)}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{x-7-x-4}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{-11}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$$

$$\frac{-1}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30} \times \frac{1}{11}$$

$$\frac{-1}{(x+4)(x-7)} = \frac{1}{30}$$

(అడ్డ గుణకారం చేయగా)

$$(x+4)(x-7) = -30$$

$$x^2 - 7x + 4x - 28 = -30$$

$$x^2 - 3x - 28 + 30 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$a = 1, b = -3, c = 2$$

$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(1)(2) \\ = 9 - 8 = 1$$

వర్గ సూత్రం

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(1)} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{లేదా } \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

\therefore మూలాలు 2 మరియు 1

గమనిక : సమీకరణం (1) ని కారణంక విభజన పద్ధతితో కూడా సాధించవచ్చును.

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - x + 2 = 0$$

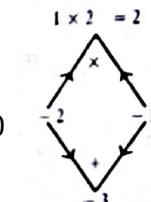
$$x(x-2) - 1(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$x-2=0$$

$$x=0$$

$$\therefore x = 2 \text{ లేదా } 1$$



4. 3 సంాల క్రితము రహమాన్ వయస్సు యొక్క వ్యుత్పత్తము, 5 సంాల అతని వయస్సు యొక్క వ్యుత్పత్తముల మొత్తము $\frac{1}{3}$ అయిన అతని ప్రస్తుత వయస్సు ఏంత?

సాధన: రహమాన్ ప్రస్తుత వయస్సు = x సంాలు.
అనుకోందాం.

ఓసంాల క్రితం	ప్రస్తుతం	కసంా తర్వాత
వయస్సు $X - 3$	X	$X + 5$
వయస్సు		
యొక్క $\frac{1}{x-3}$	-	$\frac{1}{x+5}$
వ్యుత్పత్తమం		

2. క్రింది వర్గ సమీకరణాలలో రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలు ఉంటే k విలువను కనుగొనుము.

$$\text{i) } 2x^2 + kx + 3 = 0$$

సాధన: $2x^2 + kx + 3 = 0$ వర్గ సమీకరణానికి రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలు ఉంటే
విచక్కణి $b^2 - 4ac = 0$

$$a = 2, b = k, c = 3$$

$$b^2 - 4ac = (k)^2 - 4(2)(3) = 0$$

$$\therefore k^2 - 24 = 0$$

$$k^2 = 24$$

$$k = \sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{2} \times \sqrt{6} = \pm 2\sqrt{6}$$

$$\text{ii) } kx(x - 2) + 6 = 0$$

సాధన: $kx(x - 2) + 6 = 0$

$$kx^2 - 2kx + 6 = 0$$

$$\text{ఇక్కడ } a = k, b = -2k, c = 6$$

వర్గ సమీకరణం రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలు కలిగి ఉంటే

$$\text{విచక్కణి } b^2 - 4ac = 0$$

$$(-2k)^2 - 4(k)(6) = 0$$

$$4k^2 - 24k = 0$$

$$4k(k - 6) = 0$$

$$\therefore 4k = 0 \quad | \quad k - 6 = 0$$

$$\Rightarrow k = 0 \quad | \quad \Rightarrow k = 6$$

$k = 0$ అయితే $kx(x - 2) + 6 = 0$ వర్గ సమీకరణాన్ని సూచించదు. కావున $k \neq 0$
 $\therefore k = 6$

5. చుట్టూకొలత 80 మీ., వైశాల్యము 400 చ.మీ. ఉండునట్లు ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకార పార్పు తయారు చేయగలవా? చేయగలిగితే దాని పొడవు, వెడల్పులను కనుగొనుము?

సాధన: దీర్ఘ చతురస్రాకార పార్పు
 $\text{పొడవు} = x \text{ మీ.}; \text{ వెడల్పు} = y \text{ మీ. అనుకొనుము.}$

లెక్కప్రకారం దీర్ఘచతురస్రాకార పార్పు
చుట్టూకొలత = 80 మీ.

$$\therefore 2(x + y) = 80$$

$$\Rightarrow x + y = 40$$

$$y = 40 - x \quad \dots\dots(1)$$

మరియు వైశాల్యము = 400 చ.మీ.

$$\therefore x, y = 400 \text{ లో (1) ని ప్రతిక్షేపించగా,}$$

$$x(40 - x) = 400$$

$$40x - x^2 = 400$$

$$-x^2 + 40x - 400 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 40x + 400 = 0$$

పై వర్గ సమీకరణాన్ని తృప్తిపరిచే x విలువ దీర్ఘ చతురస్ర పొడవు అవుతుంది. ఇది వాస్తవం అవుతుందో, కాదో చూద్దాం.

$$a = 1, b = -40, c = 400$$

$$\text{విచక్కణి } b^2 - 4ac = (-40)^2 - 4(1)(400) \\ = 1600 - 1600 = 0$$

మూలాలు వాస్తవాలు మరియు సమానాలు

$$\therefore x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-40)}{2(1)} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\therefore \text{పొడవు } x = 20 \text{ మీ.}$$

$$\therefore \text{వెడల్పు } y = 40 - 20 = 20 \text{ మీ. ((1) నుండి)}$$

∴ పార్పు చతురస్రాకారంలో ఉంటుంది.

6. $x^2 - kx + 6 = 0$ వర్గ సమీకరణమునకు 2 ఒక మూలము అయిన k విలువను కనుగొనండి

సాధన: $x^2 - kx + 6 = 0$

$$(2)^2 - k(2) + 6 = 0$$

$$4 + 6 - 2k = 0$$

$$2k = 10 \Rightarrow k = 5$$

7. $2x^2 - 5x + 6 = 0$ వర్గ సమీకరణము యొక్క మూలాల స్వభావం తెలుపుము

సాధన: $a = 2, b = -5, c = 6$

$$\text{విచక్కణి } (D) = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(2)(6) \\ = 25 - 48 = -23 < 0$$

$b^2 - 4ac < 0$ కావున మూలాలు వాస్తవాలు కావు.

8. ఒక సంఖ్య మరియు దాని వ్యుత్పత్తమాల మొత్తం $\frac{10}{3}$

అయిన ఆ సంఖ్యను కనుగొనుము.

సాధన: ఒక సంఖ్యను x అనుకొనుము

$$\text{దీని వ్యుత్పత్తమము} = \frac{1}{x}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \quad \text{నుండి ఏర్పడే వర్గ సమీకరణము}$$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$\text{సమీకరణమును సాధించగా } x = 3 \text{ లేదా } \frac{1}{3}$$

$$\text{కావలసిన సంఖ్య } 3 \text{ లేదా } \frac{1}{3}$$

12. $2x^2 + px + 8 = 0$ మరియు $p(x^2 + x) + k = 0$ వర్గ సమీకరణాల ఉమ్మడి మూలము 4 అయిన k విలువను కనుగొనుము.

సాధన: $2x^2 + px + 8 = 0$

$$2(-4)^2 + p(-4) + 8 = 0$$

$$p(-4) = -40$$

$$p = \frac{-40}{-4} = 10$$

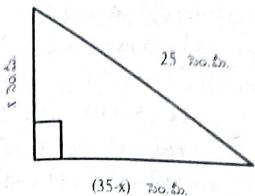
$$p(x^2 + x) + k = 0$$

$$10((-4)^2 + (-4)) + k = 0$$

$$k = -120$$

13. ఒక లంబకోణ త్రిభుజం చుట్టూకొలత 60 సెం.మీ., దాని కర్ణం పొడవు 25 సెం.మీ. అయిన మిగిలిన భుజాల పొడవులు కనుగొనుము.

సాధన: ఒక భుజము x అనుకొనుము



రెండవ భుజము = $(35 - x)$ అవుతుంది

పైధాగరన్ సిద్ధాంతం ప్రకారం

$$x^2 + (35 - x)^2 = (25)^2$$

$$\text{సూక్ష్మకరించగా } x^2 - 35x + 300 = 0$$

$$\text{దీనిని సాధించగా } x = 15 \text{ లేక } 20$$

త్రిభుజం యొక్క మిగతా రెండు భుజాలు 15 సెం.మీ. లేక 20 సెం.మీ.

14. $x + \frac{6}{x} = 7, x \neq 0$ సమీకరణం మూలాలు

కనుగొనండి

సాధన: $x + \frac{6}{x} = 7$

$$\frac{x^2 + 6}{x} = 7$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(x - 6)(x - 1) = 0$$

$$x = 6 \text{ లేదా } 1$$

$$\text{మూలములు} = 6, 1$$

15. రెండు సంపూర్ణక కోణాలలో పెద్ద కోణము, చిన్న కోణము కన్నా 58° ఎక్కువ. అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనండి.

సాధన: కావలసిన సంపూర్ణక కోణాలు x

మరియు y అనుకొనుము

$$\therefore x + y = 180^\circ \dots\dots\dots (1)$$

పెద్ద కోణము, చిన్న కోణము కన్నా 58° ఎక్కువ

$$\therefore x - y = 58^\circ \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow x + y = 180^\circ$$

$$x - y = 58^\circ$$

$$-----$$

$$2x = 238$$

$$\therefore x = \frac{238}{2} = 119^\circ$$

$$119^\circ + y = 180^\circ$$

$$\therefore y = 180^\circ - 119^\circ = 61^\circ$$

16. వర్గ సమీకరణము $x^2 + 2x - 3 = 0$ మూలములను కనుగొనుము.

సాధన : $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$x^2 + 3x - x - 3 = 0$$

$$x(x+3) - 1(x+3) = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$x+3 = 0 \text{ లేదా } x-1 = 0$$

$$x = -3 \text{ లేదా } x = 1$$

19. ఇద్దరు మిత్రుల ప్రస్తుత వయస్సుల మొత్తం 23 సం.

5 సం॥ల క్రితం వారి వయస్సుల లబ్దం 42 అయిన

5 సం॥ తరువాత వారి వయస్సులను కనుగొనుము.

సాధన : ఇద్దరు స్నేహితుల యొక్క వయస్సులు $x, 23-x$

5 సం॥ల క్రితం వారి యొక్క వయస్సుల

లబ్దం = 42

$$\text{i.e., } (x-5)(23-x-5) = 42$$

$$(x-5)(18-x) = 42$$

$$18x - x^2 - 90 + 5x = 42$$

$$23x - x^2 - 132 = 0$$

$$x^2 - 23x + 132 = 0$$

$$(x-12)(x-11) = 0$$

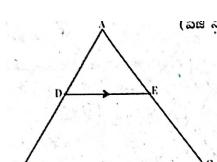
$$x = 12, x = 11$$

$$\therefore \text{వారి వయస్సులు } 12, 11$$

5 సం॥ తరువాత వారి వయస్సులు 17, 16

అధ్యాయం - 8 సరూప త్రిభుజాలు

1. $\triangle ABC$ లో, $DE \parallel BC$ మరియు $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}$, $AC = 5.6$ అయిన AE విలువ ఎంత?



సాధన:

$\triangle ABC$ లో, $DE \parallel BC$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

(ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి)

$$\text{కానీ } \frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}, \text{ కావున } \frac{AE}{EC} = \frac{3}{5}$$

$$AC = 5.6 \text{ మరియు } AE : EC = 3 : 5$$

$$\frac{AE}{AC - AE} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{AE}{5.6 - AE} = \frac{3}{5} \text{ (అడ్డ గుణకారం చేయగా)}$$

$$5AE = (3 \times 5.6) - 3AE$$

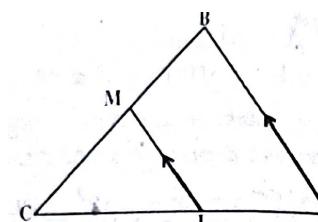
$$8AE = 16.8$$

$$AE = \frac{16.8}{8} = 2.1 \text{ సెం.మీ.}$$

$LM \parallel AB$

$AL = x - 3, AC = 2x, BM = x - 2$ మరియు

$BC = 2x + 3$ అయిన x విలువను కనుగొనుము



సాధన.

$\triangle ABC$ లో, $LM \parallel AB$

$$\Rightarrow \frac{AL}{LC} = \frac{BM}{MC}$$

(ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి)

$$\frac{x-3}{2x-(x-3)} = \frac{x-2}{(2x+3)-(x-2)}$$

$$\frac{x-3}{x+3} = \frac{x-2}{x+5}$$

$$(x-3)(x+5) = (x-2)(x+3)$$

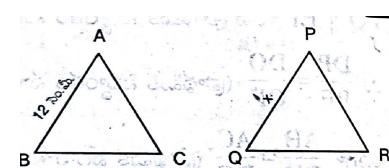
(అడ్డ గుణకారం చేయగా)

$$x^2 + 2x - 15 = x^2 + x - 6$$

$$\Rightarrow 2x - 15 = x - 6$$

$$\therefore x = 9$$

2. రెండు సరూప త్రిభుజాల చుట్టూకొలతలు వరుసగా 30 సెం.మీ. మరియు 20 సెం.మీ. మొదటి త్రిభుజములోని ఒక భుజము కొలత 12 సెం.మీ. అయిన రెండవ త్రిభుజములో దాని అనురూప భుజము కొలతను కనుగొనండి.



సాధన. దత్తాంశము : $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

$\triangle ABC$ చుట్టూకొలత = 30 సెం.మీ

$\triangle PQR$ చుట్టూకొలత = 20 సెం.మీ

$$AB = 12 \text{ సెం.మీ}$$

$\triangle ABC$ చుట్టూకొలత

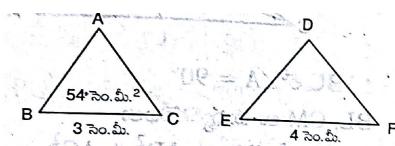
$\triangle PQR$ చుట్టూకొలత

$$\therefore \frac{30}{20} = \frac{12}{x}$$

$$30x = 20 \times 12$$

$$x = \frac{20 \times 12}{30} = 8 \text{ సెం.మీ}$$

3. $\triangle ABC \sim \triangle DEF, BC = 3 \text{ సెం.మీ}, EF = 4 \text{ సెం.మీ}, \triangle ABC$ వైశాల్యము = 54 చ.మీ. అయిన $\triangle DEF$ వైశాల్యమును కనుగొనుము



సాధన:

దత్తాంశము ప్రకారం $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$BC = 3 \text{ సెం.మీ},$$

$$EF = 4 \text{ సెం.మీ},$$

$$\triangle ABC = 54 \text{ సెం.మీ}^2,$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$, కావున

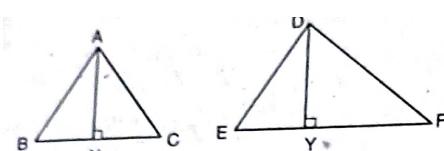
$$\frac{\triangle ABC}{\triangle DEF} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

(\because సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిప్పుత్తి వాటి అనురూప భుజాల వర్గ నిప్పుత్తికి సమానము)

$$\frac{54}{\triangle DEF} = \frac{3^2}{4^2}$$

$$\therefore \triangle DEF = \frac{54 \times 16}{9} = 96 \text{ సెం.మీ}^2$$

8. రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాలు 81 చ.సెం.మీ. మరియు 49 చ.సెం.మీ. పెద్ద త్రిభుజములో గీసిన లంబము పొడవు 4.5 సెం.మీ. అయిన చిన్న త్రిభుజములో దాని అనురూప లంబము పొడవును కనుగొనండి.



సాధన:

దత్తాంశము : $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$\triangle ABC = 81 \text{ సెం.మీ}^2$$

$$\triangle DEF = 49 \text{ సెం.మీ}^2$$

$$AX = 4.5 \text{ సెం.మీ.}$$

సారాంశము : DY పొడవు

$$\text{ఉపపత్తి : } \frac{\triangle ABC}{\triangle DEF} = \frac{AX^2}{DY^2}$$

(\because రెండు సరూప త్రిభుజాల వైశాల్యాల నిప్పుత్తి వాటి అనురూప భుజాల వర్గాల నిప్పుత్తికి సమానము)

$$\frac{81}{49} = \frac{(4.5)^2}{DY^2}$$

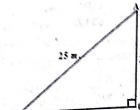
$$\left(\frac{9}{7}\right)^2 = \left(\frac{4.5}{DY}\right)^2$$

$$\therefore \frac{9}{7} = \frac{4.5}{DY}$$

$$DY = 4.5 \times \frac{7}{9}$$

$$\therefore DY = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ సెం.మీ.}$$

4. 25 మీ. పొడవు గల ఒక నిచ్చెన, గోడపై 20 మీ. ఎత్తున గల ఒక కిట్టికీని తాకుచున్నది. అయిన ఆ నిచ్చెన అడుగుభాగము నేలపై గోడ నుండి ఎంత దూరములో ఉన్నది?



సాధన:

$$\triangle ABC \text{లో } \angle C = 90^\circ$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2$$

(ప్రథాగరన్ సిద్ధాంతం)

$$25^2 = 20^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 625 - 400 = 225$$

$$BC = \sqrt{225} = 15 \text{ మీ.}$$

కావున నిచ్చెన అడుగుభాగము నేలపై గోడ నుండి 15 మీ. దూరములో ఉన్నది.

4. ఒక లంబకోణ త్రిభుజములో కర్ణము, దాని అతి చిన్న భుజము రెట్లీంపు కన్నా 6 మీ. ఎక్కువ. మూడవ భుజము కర్ణము కన్నా 2 మీ. తక్కువ. అయిన ఆ త్రిభుజ భుజాలను కనుగొనుము.

సాధన : అతి చిన్న భుజమును X మీ. అనుకొనుము అవుడు కర్ణము = $(2X + 6)$ మీ. మరియు మూడవ భుజము = $(2X + 4)$ మీ.

$$\begin{aligned} \text{పైధాగరస్ సిద్ధాంతం నుండి,} \\ (2x + 6)^2 = x^2 + (2x + 4)^2 \\ 4x^2 + 24x + 36 = x^2 + 4x^2 + 16x + 16 \end{aligned}$$

$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x - 10)(x + 2) = 0$$

$$x = 10 \text{ లేదా } x = -2$$

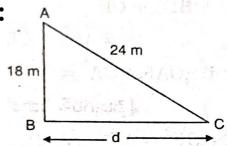
x అనేది త్రిభుజ భుజము కావున రుణవిలువ కానేరదు

$$\therefore x = 10$$

అందువలన, ఆ త్రిభుజ భుజాలు 10 మీ., 26 మీ. మరియు 24 మీ.

8. 18 మీటర్ల పొడవు గల ఒక నిలువు స్తంభానికి 24 మీటర్ల పొడవు గల ఒక తీగ కట్టబడినది. తీగ రెండవ చివరకు ఒక మేకు కొట్టబడినది. భూమిపై స్తంభం నుండి ఎంత దూరములో ఆ మేకును పాతిన ఆ తీగ బిగుతుగా నుండును?

సాధన:



$$AB = \text{స్తంభం ఎత్తు} = 18 \text{ మీ.}$$

$$AC = \text{తీగ పొడవు} = 24 \text{ మీ.}$$

$$\text{స్తంభం నుండి మేకుకు గల దూరము} = d \text{ మీ.}$$

పైధాగరస్ సిద్ధాంతం నుండి,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$24^2 = 18^2 + d^2$$

$$d^2 = 24^2 - 18^2 = 576 - 324 = 252$$

$$= \sqrt{36 \times 7}$$

$$\therefore d = 6\sqrt{7} \text{ మీ.}$$

13. $\triangle ABC$ లో $LM // BC$ మరియు $\frac{AL}{LB} = \frac{2}{3}$, $AM = 5$ సెం.మీ. అయిన AC ఎంత?

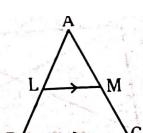
సాధన :

$$\frac{AL}{LB} = \frac{AM}{MC}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{MC}$$

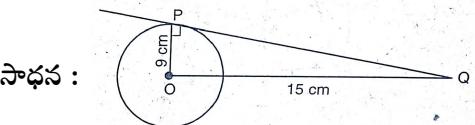
$$MC = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ సెం.మీ.}$$

$$AC = AM + MC = 5 + 7.5 = 12.5 \text{ సెం.మీ.}$$



అధ్యాయం - 9 : వృత్తాలకు స్పృశ్యరేఖలు మరియు చేదనరేఖలు

1. 9 సెం.మీ వ్యాసార్థముగా గల వృత్తానికి, దాని కేంద్రం నుండి 15 సెం.మీ దూరంలో ఒక బిందుకు కలదు. అయిన ఆ బిందువు నుండి వృత్తానికి గీయబడిన స్పృశ్యరేఖ పొడవును కనుగొనండి.



$$\begin{aligned} \text{పటం నుండి వృత్త వ్యాసార్థం (r) = OP} \\ = 9 \text{ సెం.మీ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{కేంద్రం నుండి } Q \text{ బిందువుకు గల దూరం} \\ d = \overline{OQ} = 15 \text{ సెం.మీ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{స్పృశ్యరేఖ పొడవు} &= PQ = \sqrt{d^2 - r^2} \\ &= \sqrt{15^2 - 9^2} \\ &= \sqrt{225 - 81} \end{aligned}$$

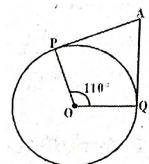
$$\text{స్పృశ్యరేఖ పొడవు} = \sqrt{144} = 12 \text{ సెం.మీ.}$$

- i) ఒక వృత్త స్పృశ్యరేఖకు, స్పృశ్యబిందువు గుండా గిచిన వ్యాసార్థానికి మధ్య కోణము (d)

$$a) 60^\circ \quad b) 30^\circ \quad c) 45^\circ \quad d) 90^\circ$$

సాధన: కారణం: వృత్తవ్యాసార్థం ఆ వృత్త చాపానికి లంబంగా ఉంటుంది.

- iii) పటంలో 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తానికి AP మరియు AQ లు రెండు స్పృశ్యరేఖలు మరియు $\angle POQ = 110^\circ$ అయిన $\angle PAQ =$ (b)



$$a) 60^\circ \quad b) 70^\circ \quad c) 80^\circ \quad d) 90^\circ$$

సాధన: $\triangle OPAQ$ చతుర్భుజం నుండి

$$\angle OPA = \angle OQA = 90^\circ$$

$$\angle POQ = 110^\circ$$

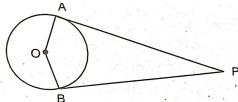
$$\therefore \angle O + \angle P + \angle A + \angle Q$$

$$\Rightarrow 90^\circ + 90^\circ + 110^\circ + \angle PAQ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle PAQ = 70^\circ$$

- iv) 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తానికి బాహ్యభిందువు P నుండి PA మరియు PB అనే రెండు స్వర్ఘరేఖలు గీయబడ్డాయి. స్వర్ఘరేఖల మధ్యకోణము 80° అయిన $\angle POA =$ (వ్యాఖ్య కాదు)
a) 50° b) 60° c) 70° d) 80°

సాధన :



$$\angle APB = 80^\circ \text{ అయితే}$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$[\because \angle A + \angle B = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ]$$

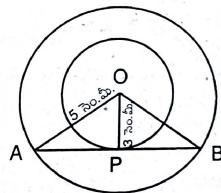
2. 5 సెం.మీ. మరియు 3 సెం.మీ. వ్యాసార్థములతో రెండు ఏక కేంద్ర వృత్తాలు గీయబడ్డాయి. చిన్న వృత్తాన్ని స్పర్శించే పెద్ద వృత్తము యొక్క జ్యా పొడవును కనుగొనండి.

సాధన: రెండు ఏక కేంద్ర వృత్తాలలో

$$R = 5 \text{ సెం.మీ.}$$

$$r = 3 \text{ సెం.మీ.}$$

పటం నుండి పైధాగరన్ సిద్ధాంతం నుండి



$$\triangle OBP \text{ నుండి } BP = \sqrt{OB^2 - OP^2}$$

$$= \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\therefore AB = AP + BP = 2 \times BP \\ = 2 \times 4 = 8 \text{ సెం.మీ.}$$

$[\because OP, PB]$ ను లంబ సమద్విఖండన చేస్తుంది]

$$\therefore \text{జ్యా పొడవు} = 8 \text{ సెం.మీ.}$$

2. వృత్త వ్యాసార్థము 7 సెం.మీ మరియు దిగువ సెక్టరు కోణాలకు తగినట్లు సెక్టరు వైశాల్యము కనుగొనము.
i) 60° ii) 30° iii) 72° iv) 90° v) 120°

సాధన :

వ్యాసార్థం-r	కోణం- x°	సెక్టర్ వైశాల్యం = $\frac{x}{360} \times \pi r^2$
i) 7cm	60°	$\frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = \frac{154}{6} = 25.66 \text{ సెం.మీ}^2$
ii) 7cm	30°	$\frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = \frac{154}{12} = 12.83 \text{ సెం.మీ}^2$
iii) 7cm	72°	$\frac{72}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = \frac{1}{5} \times 154 = 30.8 \text{ సెం.మీ}^2$
iv) 7cm	90°	$\frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = \frac{1}{4} \times 154 = 38.5 \text{ సెం.మీ}^2$
v) 7cm	120°	$\frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = \frac{1}{3} \times 154 = 51.33 \text{ సెం.మీ}^2$

3-10 పథరగతి పరకూ, పుశ్రూప్తాయి కలిగిన డివస్సు, స్టడీ మెటీరియల్ అందుబాటు లఈ కలదు

శ్రీ లక్ష్మీ పుస్తకమ్, 9550039204, 9502439204

10వ తరగతి గణితశాస్త్రం

గణితం కంటెంట్

3. ఒక గడియారంలో నిమిషాల ముల్లు పొడవు 14 సె.మీ. 10 నిమిషాలలో ఈ ముల్లుచే ఏర్పడే ప్రదేశ వైశాల్యము కనుగొనుము.

సాధన: నిమిషాల ముల్లు 1 ని॥ చేయు కోణం

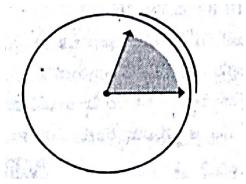
$$= \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

$\therefore 10$ ని॥లో నిమిషాల ముల్లు చేయు కోణం $= 10 \times 6 = 60^\circ$

\therefore వృత్త వ్యాసార్ధం = నిమిషాల ముల్లు పొడవు $= r = 14$ సె.మీ

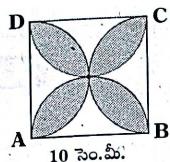
$$\text{కోణం} = x = 60^\circ$$

\therefore సెక్టర్ వైశాల్యం

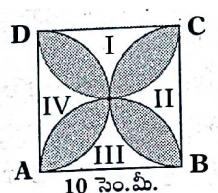


$$\begin{aligned} &= \frac{x}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\ &= \frac{616}{6} = 102.66 \text{ సె.మీ}^2 \end{aligned}$$

4. క్రింది పటములో **ABCD** చతురస్రం యొక్క భూజము 10 సె.మీ పొడవు కలిగి ఉన్నది మరియు చతురస్ర భూజము వ్యాసముగా గల అర్ధవృత్తాలు ప్రతి భూజము వైపున గీయబడ్డాయి. పేద్ద చేయబడిన ప్రదేశ వైశాల్యము కనుగొనుము. ($\pi = 3.14$ అని తీసుకోండి)



సాధన: పటం నుండి పేద్ద చేయని భాగాలను I, II, III, IV లుగా గుర్తింపుము.



Iవ ప్రాంత వైశాల్యం + IIవ ప్రాంత వైశాల్యం = $ABCD$ చతురస్ర వైశాల్యం - 5 సె.మీ.

వ్యాసార్ధం గల రెండు అర్ధవృత్తాల వైశాల్యాలు

$$= 10 \times 10 - 2 \times \frac{1}{2} \times \pi \times 5^2$$

$$= 100 - 78.5 = 21.5 \text{ సె.మీ}^2$$

$$\begin{aligned} \text{అదేవిధంగా} \text{ II ప్రాంత వైశాల్యం} + \text{IV ప్రాంత వైశాల్యం} \\ = 21.5 \text{ సె.మీ}^2 \end{aligned}$$

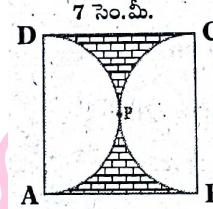
\therefore పేద్ద చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం

= $ABCD$ చతురస్ర వైశాల్యం

- పేద్ద చేయని 4 ప్రాంతాల వైశాల్యాల మొత్తం

$$= 100 - 2 \times 21.5 = 100 - 43 = 57 \text{ సె.మీ}^2$$

5. పటంలో **ABCD** చతురస్ర భూజము 7 సె.మీ మరియు మరియు లు. అర్ధవృత్తములు అయిన పేద్ద చేసిన ప్రదేశ వైశాల్యము కనుగొనుము. ($\pi = \frac{22}{7}$ ను తీసుకోండి)



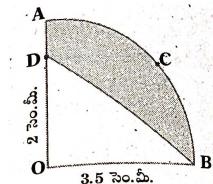
సాధన: పేద్ద చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం = $ABCD$ చతురస్ర వైశాల్యం, 3.5 సె.మీలు వ్యాసార్ధం గల రెండు అర్ధవృత్తాల వైశాల్యం.

$$= 7 \times 7 - 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$$

$$= 49 - 38.5 = 10.5 \text{ సె.మీ}^2$$

6. పటములో **O** కేంద్రము మరియు 3.5 సె.మీ. వ్యాసార్ధముగా గల వృత్తములో **OACB** అనేది ఒక సెక్టర్ పొడవు $OD = 2$ సె.మీ. అయిన పేద్ద చేసిన ప్రదేశ వైశాల్యము కనుగొనుము.

$$(\pi = \frac{22}{7} \text{ అని తీసుకోండి})$$



సాధన : OACD అనునది వృత్తంలోని 4వ భాగం గల ఒక సెక్టార్.

$$\text{పేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం} = \text{సెక్టార్ వైశాల్యం} - \Delta BOD \text{ వైశాల్యం}$$

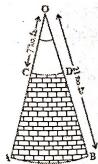
$$= \frac{\pi}{360} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OD$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 - \frac{1}{2} \times 3.5 \times 2$$

$$= 9.625 - 3.5 = 6.125 \text{ సెం.మీ}^2$$

7. 'O' కేంద్రముగా గల రెండు ఏక కేంద్ర వృత్తాల వ్యాసార్థాలు పరుసగా 21 సెం.మీ మరియు 7 సెం.మీ. మరియు AB, CD లు రెండు చాపరేఖలు (పటము చూడండి). $\angle AOB = 30^\circ$ అయిన పేడ్ చేసిన ప్రదేశ వైశాల్యమును కనుగొనండి.

$$(\pi = \frac{22}{7} \text{ అని తీసుకోండి})$$



సాధన : పేడ్ చేయబడిన భాగము వైశాల్యం = ΔAOB సెక్టార్ వైశాల్యం - ΔOCD సెక్టార్ వైశాల్యం

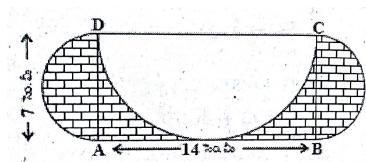
$$\frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 - \frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$\left[\because \text{సెక్టార్ వైశాల్యం} = \frac{\pi}{360} \times \pi r^2 \right]$$

$$= \frac{1}{12} \times \frac{22}{7} [441 - 49]$$

$$= \frac{22}{84} \times 392 = 102.66 \text{ సెం.మీ}^2$$

8. $AB = 14$ సెం.మీ. మరియు $BC = 7$ సెం.మీ. కొలతలు ABCD దీర్ఘచతురస్రము గీయబడింది. DC, BC మరియు AD వ్యాసాలుగా గల మూడు అర్ధవృత్తాలు పటములో చూపినట్లుగా గీయబడినవి. అంటున పేడ్ చేసిన ప్రదేశ వైశాల్యమును కనుగొనుము.



సాధన: మొత్తం ఇచ్చిన పట వైశాల్యం = $(2 \times AD)$ వ్యాసంగా గల అర్ధవృత్త వైశాల్యం + దీఱిచూ ABCD వైశాల్యం

$$= 2 \times \frac{x}{360^\circ} \times \pi r^2 + (1 \times b)$$

$$= 2 \times \frac{180}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} + (14 \times 7)$$

$$= \frac{77}{2} + 98 = \frac{273}{2} \text{ సెం.మీ.}$$

పేడ్ చేయని ప్రాంత వైశాల్యం

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{14}{2} \times \frac{14}{2} = 77$$

పేడ్ చేయబడిన ప్రాంత వైశాల్యం = మొత్తం పట వైశాల్యం - పేడ్ చేయబడని ప్రాంత వైశాల్యం

$$= \frac{273}{2} - 77 = \frac{273 - 154}{2}$$

$$= \frac{119}{2} = 59.5 \text{ సెం.మీ}^2$$

9. ఒక గడియారములో నిముషాల ముల్లు పొడవు 3.5 సెం.మీ. 30 నిముషాలలో ఈ నిముషాల ముల్లుచే ఏర్పడే ప్రదేశ వైశాల్యము కనుగొనుము.

$$(\pi = \frac{22}{7})$$

సాధన: నిముషాల ముల్లు 30 నిముషాలలో చేయు కోణం (x°) = 180°

నిముషాల ముల్లు పొడవు (r) = 3.5 సెం.మీ

30 నిముషాలలో నిముషాల ముల్లుచే ఏర్పడే ప్రదేశ

$$\text{వైశాల్యం} = \frac{x^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{180^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 = 19.25 \text{ సెం.మీ}^2$$

10. 5 సెం.మీ వ్యాసార్థం గల వృత్త కేంద్రానికి 13 సెం.మీ. దూరంలో గల బిందువు నుండి ఆ వృత్తానికి గీచిన స్పృశ్యరేఖ పొడవును కనుగొనండి.

సాధన: వృత్త వ్యాసార్థం (r) = 5 సెం.మీ.

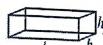
వృత్త కేంద్రము నుండి బాహ్యబిందువుకు గల దూరం (d) = 13 సెం.మీ.

$$\text{స్పృశ్యరేఖ పొడవు} = \sqrt{d^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ సెం.మీ.}$$

అధ్యాయం - 10 : క్షేత్రమితి

* వివిధ ఘనాకృతులు, వాటి ఉపరితల వైశాల్యములు, ఘన పరిమాణములు :

వ. నెం.	ఘనాకృతి వేరు	ఆకృతి	ఉపరితల వైశాల్యం/ వక్రతల వైశాల్యం	సంపూర్ణతల వైశాల్యం	ఘన పరిమాణం	సంకేత వివరణ
1.	దీర్ఘఘనం		$2(h(l+b))$	$2(lb+bh+h)l$	lbh	l : పొడవు b : వెడల్పు h : ఎత్తు
2.	సమఘనం		$4a^2$	$6a^2$	a^3	a : ఘనవు భుజం
3.	క్రమవట్టకం		భూపరిధి \times ఎత్తు	వక్రతల వైశాల్యం $+ 2$ (భూ వైశాల్యం)	భూ వైశాల్యం \times ఎత్తు	-
4.	క్రమ వృత్తాకార స్ఫూర్హం		$2\pi rh$	$2\pi r(r+h)$	$\pi r^2 h$	r : భూవ్యాసార్థం h : ఎత్తు
5.	క్రమ పిరమిడ్		$1/2$ (భూపరిధి \times ఏటవాలు ఎత్తు)	ఉపరితల వైశాల్యం + భూ వైశాల్యం	$1/3$ భూ వైశాల్యం \times ఎత్తు	-
6.	క్రమ వృత్తాకార శంఖువు		$\pi r l$	$\pi r(r+l)$	$1/3 \pi r^2 h$	r : భూవ్యాసార్థం h : ఎత్తు l : ఏటవాలు ఎత్తు
7.	గోళం		$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$4/3 \pi r^3$	r : వ్యాసార్థం
8.	అర్ధగోళం		$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$2/3 \pi r^3$	r : వ్యాసార్థం

* వివిధ ఘనాకృతులు మరియు వాని సమ్మేళన ఆకారాలు :

ఘనాకృతులు	పటం	ఆకారాల సమ్మేళనం
ట్యూంకర్		స్ఫూర్పం + రెండు అర్ధగోళాలు
నీటిబిందువు / ఆటవస్తువు		శంఖువు + అర్ధగోళం
పెట్టి		దీర్ఘఘనం మరియు స్ఫూర్పం
చెక్కిన పెన్సిల్		స్ఫూర్పం + శంఖువు + అర్ధగోళం
ఐస్క్రిం కోన్ (శంఖువు)		శంఖువు + అర్ధగోళం
గరాటు (ఘనైల్)		శంఖువు + స్ఫూర్పం
పరీక్షనాశిక		స్ఫూర్పం + అర్ధగోళం
మందుబిళ్ళ		స్ఫూర్పం + రెండు అర్ధగోళాలు
రాకెట్		శంఖువు + స్ఫూర్పం

ఉదాహరణలు

1. 10 మీ. ఎత్తు గల శంఖాకారములో యొన్న గుడారము యొక్క భూ వ్యాసార్థం 7 మీటర్లు. గుడారము నిర్మించడానికి కావలసిన గుడ్డ పొడవును గుడ్డ యొక్క వెడల్పు 2 మీటర్లగా ఉన్నప్పుడు కనుగొనండి
 $(\pi = \frac{22}{7})$ గా తీసుకొనుము)

సాధన: గుడారము యొక్క భూవ్యాసార్థం (r) = 7 మీటర్లు
 ఎత్తు (h) = 10 మీటర్లు

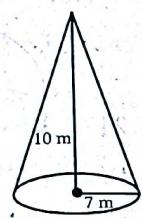
$$\therefore \text{శంఖము ఏటవాలు ఎత్తు (l) = } \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$(\because l^2 = r^2 + h^2)$$

$$= \sqrt{49 + 100}$$

$$= \sqrt{149}$$

$$= 12.2 \text{ మీటర్లు}$$



గుడారము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం = $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 12.2 \text{ చ.మీ.}$$

$$= 268.4 \text{ చ.మీ.}$$

ఉపయోగించిన గుడ్డ యొక్క వైశాల్యం = 268.4 చ.మీ.

గుడ్డ యొక్క వెడల్పు = 2 మీ.

$$\therefore \text{గుడ్డ యొక్క పొడవు} = \frac{268.4}{2}$$

$$= 134.2 \text{ మీ.}$$

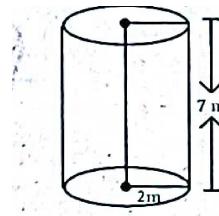
2. స్ఫూపాక్రతిలోనున్న నూనె పీపా 2 మీటర్ల భూవ్యాసం మరియు 7 మీటర్ల ఎత్తును కల్గియున్నది. పీపాకు రంగు వేయడానికి పెయింటర్ 1 చదరపు మీటరునకు రూ.3లను తీసుకొంటుంటే, 10 నూనె పీపాలకు రంగు వేయడానికి ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

సాధన: స్ఫూపాకార నూనె పీపా యొక్క భూవ్యాసము (d) = 2 మీటర్లు

$$\text{స్ఫూపము వ్యాసార్థము (r)} = \frac{d}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ మీటరు}$$

స్ఫూపాకార ఎత్తు (h) = 7 మీ.

స్ఫూపాకార నూనె పీపా యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము



$$= 2 \times \pi r(r + h) = 2 \times \frac{22}{7} \times 1(1 + 7)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 8 = \frac{352}{7} (\text{మీటరు})^2$$

= 50.28 (\text{మీటరు})^2

అందుచే పీపా యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యం = 50.28 (\text{మీటరు})^2

1 చ.మీ. కు రంగు వేయడానికి అయ్యే ఖర్చు = రూ. 3

$\therefore 10 \text{ పీపాలకు రంగు వేయడానికి యేయే మొత్తం ఖర్చు} = 50.28 \times 3 \times 10$

$$= \text{రూ. } 1508.4$$

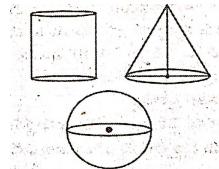
3. ఒక గోళం, ఒక స్ఫూపం, ఒక శంఖము ఒకే ఎత్తు, ఒకే వ్యాసార్థంలను కల్గియున్నాయి. అయినచో వాటి యొక్క పక్కతల వైశాల్యముల నిష్పత్తి ఎంత?

సాధన: గోళం, స్ఫూపం మరియు

శంఖము యొక్క భూవ్యాసార్థం 'r' అనుకొందాం.

$$\text{గోళము ఎత్తు} = \text{వ్యాసం} = 2r$$

$\therefore \text{శంఖము ఎత్తు} = \text{స్ఫూపము ఎత్తు} = \text{గోళము ఎత్తు} = 2r$



శంఖము ఏటవాలు ఎత్తు = $\sqrt{r^2 + h^2}$

$$\sqrt{r^2 + (2r)^2} = \sqrt{5r^2}$$

$$\therefore s_1 = \text{గోళం ఉపరితల వైశాల్యం} = 4\pi r^2$$

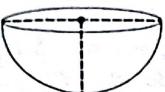
$$s_2 = \text{స్ఫూపం ఉపరితల వైశాల్యం} = 2\pi rh$$

$$= 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$$

$$\begin{aligned}
 S_3 &= శంఖము ఉపరితల వైశాల్యం = \pi r \\
 &= \pi r \times \sqrt{5}r \\
 &= \sqrt{5}\pi r^2 \\
 \therefore \text{ఉపరితల వైశాల్యముల నిష్పత్తి} &= S_1 : S_2 : S_3 : \\
 S_1 : S_2 : S_3 &= 4\pi r^2 : 4\pi r^2 : \sqrt{5}\pi r^2 \\
 &= 4 : 4 : \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

4. ఒక కంపెనీ దళసరి ఉక్కుషీట్టుపచొగించి 1000 అర్ధగోళా కారంలో ఉన్న బేసిన్లను తయారు చేయాలని అనుకోంది. అర్ధగోళాకార బేసిన్ వ్యాసార్థం 21 సెం.మీ ఉండే విధముగా 1000 బేసిన్లు తయారు చేయడానికి కావలసిన ఉక్కుషీట్ యొక్క వైశాల్యము ఎంత?

సాధన :



$$\begin{aligned}
 \text{అర్ధగోళాకార బేసిన్ వ్యాసార్థం (r)} &= 21 \text{ సెం.మీ} \\
 \text{ఉపరితల వైశాల్యం} &= 2\pi r^2 \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \\
 &= 2772 \text{ (సెం.మీ)}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{అందుచే అర్ధగోళాకార బేసిన్ యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం} &= 2772 \text{ (సెం.మీ)}^2 \\
 1 \text{ బేసిన్ తయారీకి కావలసిన ఉక్కుషీట్ వైశాల్యం} &= 2772 \text{ (సెం.మీ)}^2 \\
 1000 \text{ బేసిన్ల తయారీకి కావలసిన మొత్తం ఉక్కుషీట్ వైశాల్యం} &= 2772 \times 1000 \\
 &= 2772000 \text{ సెం.మీ}^2 = 277.2 \text{ మీ}^2.
 \end{aligned}$$

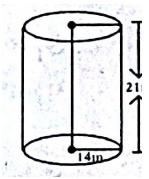
5. ఒక క్రమ వృత్తాకార స్ఫూర్హము యొక్క భూ వ్యాసార్థం 14 సెం.మీ. మరియు ఎత్తు 21 సెం.మీ అయిన ఈ క్రింది వాటిని కనుగొనుము.

- 1) భూతల వైశాల్యం 2) వక్రతల వైశాల్యం
3) సంపూర్ణతల వైశాల్యం

- 4) క్రమ వృత్తాకార స్ఫూర్హము యొక్క ఘనపరిమాణం

సాధన : స్ఫూర్హ భూవ్యాసార్థం (r) = 14 సెం.మీ.
ఎత్తు (h) = 21 సెం.మీ.

$$\begin{aligned}
 1) \text{ భూ వైశాల్యం} &= \pi r^2 \\
 &= \frac{22}{7} (14)^2
 \end{aligned}$$



$$= 616 \text{ (సెం.మీ.)}^2$$

$$2) \text{ వక్రతల వైశాల్యం} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 21$$

$$= 1848 \text{ (సెం.మీ.)}^2$$

$$3) \text{ సంపూర్ణతల వైశాల్యం}$$

$$= 2 \times \text{భూవైశాల్యం} + \text{వక్రతల వైశాల్యం}$$

$$= 2 \times 616 + 1848 = 3080 \text{ (సెం.మీ.)}^2$$

$$4) \text{ స్ఫూర్హ ఘనపరిమాణం} = \pi r^2 h$$

$$= \text{భూవైశాల్యం} \times \text{ఎత్తు}$$

$$= 616 \times 21 = 12936 \text{ (సెం.మీ.)}^2$$

6. 2.1 సెం.మీ. వ్యాసార్థము కలిగిన గోళము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం, ఘనపరిమాణములను కనుగొనుము.

$$(\pi = \frac{22}{7} \text{ గా తీసుకొనుము})$$

సాధన : గోళ వ్యాసార్థం (r) = 2.1 సెం.మీ.

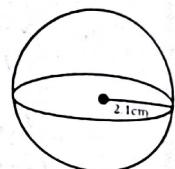
$$\text{గోళం ఉపరితల వైశాల్యం} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{10} \times \frac{21}{10}$$

$$= \frac{1386}{25}$$

$$= 55.4 \text{ (సెం.మీ.)}^2$$



$$\therefore \text{గోళము ఘనపరిమాణము} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$$

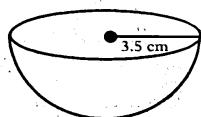
$$= 38.808 \text{ (సెం.మీ.)}^3$$

7. 3.5 సెం.మీ. వ్యాసార్థము కలిగిన అర్ధగోళము యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యం ఘనపరిమాణములను కనుగొనుము.

$$(\pi = \frac{22}{7})$$

సాధన: అర్ధగోళ వ్యాసార్థం (r) = 3.5 సెం.మీ.

$$= \frac{7}{2} \text{ సెం.మీ.}$$



$$\therefore \text{అర్ధగోళ ఘనపరిమాణము} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{539}{6} = 89.83 \text{ (సెం.మీ.)}^3$$

$$\therefore \text{సంపూర్ణతల వైశాల్యం} = 3\pi r^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$$= \frac{231}{2}$$

$$= 115.5 \text{ (సెం.మీ.)}^2$$

అభ్యాసం - 10.1

1. ఒక పృత్తాకార శంఖువు ఆకారములో సున్న జోకర్ టోపి యొక్క భూ వ్యాసార్థము 7 సెం.మీ. మరియు ఎత్తు 24 సెం.మీ. ఇటువంటి 10 టోపిలను తయారు చేయడానికి కావలసిన గట్టి అట్టముక్క (టీట్) యొక్క పరిమాణము ఎంత?

సాధన : ఇచ్చినవి :

$$\text{శంఖువు ఆకార టోపి వ్యాసార్థం} (r) = 7 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{ఎత్తు} (h) = 24 \text{ సెం.మీ.}$$

\therefore ఏటవాలు ఎత్తు (l)

$$= \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{7^2 + 24^2}$$

$$= \sqrt{49 + 576}$$

$$= \sqrt{625}$$

$$= 25 \text{ సెం.మీ.}$$

\therefore ఒక టోపి తయారు చేయుటకు కావలసిన బట్ట యొక్క పరిమాణం = శంఖువు యొక్క ప్రకృతల వక్రతల వైశాల్యం = πrl

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ చ.సెం.మీ.}$$

$\therefore 10 \text{ టోపిలను తయారు చేయుటకు అవసరం అగు బట్ట పరిమాణం = 10 \times 550 = 5500 \text{ చ.సెం.మీ.}$

2. క్రీడా వస్తువులను తయారు చేసే కంపెనీ షట్టిల్కాంకిలను నిల్వ చేసేందుకు 100 స్ఫాపాకార కాగితపు డబ్బులను తయారు చేయాలనుకొంది. స్ఫాపాకారపు డబ్బు యొక్క కొలతలు 35 సెం.మీ పొడవు/ఎత్తు మరియు భూవ్యాసార్థము 7 సెం.మీ ఉండే విధముగా మూతలు లేని 100 డబ్బులను తయారు చేయడానికి కావలసిన కాగితపు పరిమాణము ఎంత?

సాధన : ఇచ్చినవి :

$$\text{స్ఫాపాకార కాగితపు డబ్బు వ్యాసార్థం} (r) = 7 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{ఎత్తు} (h) = 35 \text{ సెం.మీ.}$$

\therefore ఒక స్ఫాపాకారపు డబ్బు తయారు చేయుటకు కావలసిన కాగితపు పరిమాణం = స్ఫాపం యొక్క సంపూర్ణ తల వైశాల్యం = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times (7) \times (35)$$

$$= 1540 \text{ చ.సెం.మీ.}$$



$\therefore 100 \text{ స్ఫాపాకారపు డబ్బుల తయారు చేయుటకు అవసరం అగు కాగితపు పరిమాణం$

$$= 1540 \times 100$$

$$= 154000 \text{ చ.సెం.మీ.}$$

$$= \frac{154000}{100 \times 100} \text{ మీ}^2 = 15.4 \text{ చ.మీ.}$$

3. 6 సెం.మీ. భూ వ్యాసార్థము, 7 సెం.మీ. ఎత్తు కల్గిన క్రమ పృత్తాకార శంఖువు యొక్క పరిమాణమును కనుక్కోడి?

సాధన : ఇచ్చినవి :

$$\text{శంఖువు భూ వ్యాసార్థం} (r) = 6 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{ఎత్తు} (h) = 7 \text{ సెం.మీ.}$$



శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేవ్లిన్

సామాజిక కాంపెనీలు

త్వరలో...
అన్ని సజ్జెక్టులకు
చాప్టర్ వారీగా ఏక్కు
బుక్‌లైన్ టు లైన్ ఆధారంగా
ఉత్స బ్యాంక్

- ✿ DSCలో మిమ్మల్ని విజయ తీరాగ్ని చేర్చుకో 99% ఉపయోగపడే పుస్తకాలు
- ✿ TETలో 99% ప్రశ్నలు మన పుస్తకాల సుందర చ్ఛాయాగి చేస్తుటకు సంతోషించుటాం.
- ✿ 3-10వ తరగతి వరకూ పూర్తి సిలబస్ క్రమిగ్ రాష్ట్రంలోనే విక్రిక పుస్తకాలు.

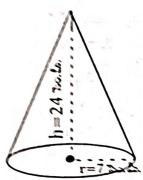
పుస్తకాలు పోస్టర్ ద్వారా ప్రోఫైల్ డేటాఫోరమ్ కేయబడును

ప్రార్థి వెరాల్ కీసెం సంప్రయించండి:

**9550039204
9502439204**



డ్రెక్షర్, భేషణి గౌచాల్
శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేవ్లిన్ అసెంట్పీర్మెంట్.

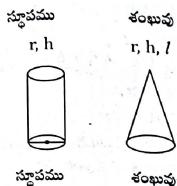


$$\therefore \text{శంఖువు ఘనవరిమాణము} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 7 \\ = 22 \times 12 = 264 \text{ ఘ.సెం.మీ.}$$

4. ఒక స్ఫూరపము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము, శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యమునకు సమానము. రెండింటి యొక్క భూవ్యాసార్ధములు సమానము అయిన స్ఫూరపము యొక్క ఎత్తు, శంఖువు యొక్క విటవాలు ఎత్తుల నిప్పుత్తి ఎంత?

సాధన : స్ఫూరపము, శంఖువు యొక్క భూవ్యాసార్ధములు సమానము



$$\text{CSA / LSA స్ఫూరం యొక్క} = 2\pi rh$$

$$\text{CSA శంఖువు యొక్క} = \pi rl$$

స్ఫూరం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం, శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యానికి సమానం

$$\therefore 2\pi rh = \pi rl$$

$$\frac{h}{l} = \frac{\pi r}{2\pi r} : \frac{h}{l} = \frac{1}{2}$$

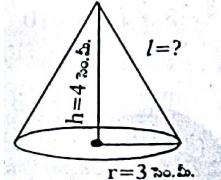
$$h : l = 1 : 2$$

5. ఒక స్వయం సహాయక బృందం 3 సెం.మీ భూవ్యాసార్ధం మరియు 4 సెం.మీ. ఎత్తు కల్గి శంఖువు ఆకారములో ఉన్న జోకర్ టోపీలను తయారు చేయాలనుకొంది. వారు 1000 చ.సెం.మీ రంగు కాగితము కలిగియున్నచో దాని ద్వారా ఎన్న టోపీలను తయారు చేయగలరు?

సాధన : ఇచ్చినవి :

$$\text{శంఖువు యొక్క వ్యాసార్ధం (r) = 3 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{ఎత్తు (h) = 4 సెం.మీ.}$$



$$\begin{aligned} \text{విటవాలు ఎత్తు (l)} &= \sqrt{r^2 + h^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5 \text{ సెం.మీ.} \end{aligned}$$

శంఖువు ఆకార టోపీ వక్రతల వైశాల్యం

$$= \pi rl$$

$$= \frac{22}{7} \times 3 \times 5 \text{ సెం.మీ.}$$

$\therefore 1000 \text{ చ.సెం.మీ. కలిగిన కాగితము ద్వారా}$

$$\frac{22}{7} \times 3 \times 5 \text{ చ.సెం.మీ. వైశాల్యం గల టోపీలను}$$

$$\begin{aligned} \text{తయారు చేయగల సంఖ్య} &= \frac{1000}{\frac{22}{7} \times 3 \times 5} \\ &= \frac{1000}{66 \times 5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1000 \times 7}{66 \times 5} \\ &= 21.21 \\ &= 21 \end{aligned}$$

6. ఒక స్ఫూరపము మరియు శంఖువు సమాన భూవ్యాసార్ధమును మరియు ఎత్తును కల్గియున్నాయి. అయినచో వాటి ఘనవరిమాణముల నిప్పుత్తి 3 : 1 అని చూపుము.

సాధన : శంఖువు ఘనవరిమాణం (V_1) = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\text{స్ఫూరం ఘనవరిమాణం} (V_2) = \pi r^2 h$$

లెక్క ప్రకారం,

స్ఫూరం మరియు శంఖువు ఘనవరిమాణాల నిప్పుత్తి

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi r^2 h} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{3}{1}$$

$$= 3 : 1$$

$$\therefore V_2 : V_1 = 3 : 1$$

7. స్ఫూర్థాపాకారముగా ఉన్న ఇనుప కడ్డి యొక్క ఎత్తు 11 సెం.మీ. మరియు భూవ్యాసము 7 సెం.మీ. అయినచో ఇటువంటి 50 ఇనుపకడ్డిల యొక్క మొత్తము ఘనపరిమాణము ఎంత?



సాధన:

ఇచ్చినవి : స్ఫూర్థాపాకార వ్యాసం (d) = 7 సెం.మీ

$$\text{వ్యాసార్థం (r)} = \frac{7}{2} \text{ సెం.మీ}$$

$$\text{ఎత్తు (h)} = 11 \text{ సెం.మీ}$$

�క స్ఫూర్థాపాకార కడ్డి ఘనపరిమాణం

$$= \pi r^2 h$$

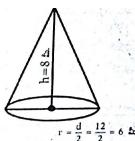
$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 11$$

$$= \frac{22 \times 77}{2 \times 2} = \frac{11 \times 77}{2} \text{ ఘ. సెం.మీ.}$$

అటువంటి 50 స్ఫూర్థాపాకార కడ్డిల మొత్తం

$$\text{ఘనపరిమాణం (V)} = \frac{11 \times 77}{2} \times 50 \\ = 11 \times 77 \times 25 \\ = 21175 \text{ ఘ. సెం.మీ.}$$

8. ఒక ధాన్యపు రాళి 12 మీటర్ల భూవ్యాసము మరియు 8 మీటర్ల ఎత్తు కల్గిన శంఖువు వలే ఉన్నది. అయినచో దాని ఘనపరిమాణము ఎంత? ఆ ధాన్యపురాళిని కప్పడానికి కావలసిన గుడ్డ పరిమాణము ఎంత? ($\pi = 3.14$ గా తీసుకొనము)



సాధన :

ఇచ్చినవి : శంఖువు ఆకారపు ధాన్యరాళి భూ వ్యాసము (d) = 12 సెం.మీ

$$\therefore \text{భూవ్యాసార్థం} = \frac{d}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ మీ.}$$

$$\text{శంఖువు ఎత్తు (h)} = 8 \text{ మీ.}$$

శంఖువాకారపు ధాన్యరాళి ఘనపరిమాణం

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 8 \\ = 3.14 \times 96 \\ = 301.44 \text{ మీ}^3$$

ఆ ధాన్యపురాళిని కప్పడానికి కావలసిన గుడ్డ పరిమాణము = శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం

$$= \pi r l \quad l = \sqrt{r^2 + h^2} \\ = \frac{22}{7} \times 6 \times 10 \quad = \sqrt{6^2 + 8^2} \\ = 3.14 \times 60 \quad = \sqrt{100} = 10 \\ = 188.4 \text{ మీ.}$$

9. ఒక శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యము 4070 చ. సెం.మీ. మరియు దాని వ్యాసము 70 సెం.మీ. అయినచో దాని ఏటవాలు ఎత్తును కనుగొనుము.

సాధన : ఇచ్చినవి :

శంఖువు వ్యాసం (d) = 70 సెం.మీ

$$\text{వ్యాసార్థం} = (r) = \frac{d}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ సెం.మీ}$$

$$\text{దాని ఏటవాలు ఎత్తు (l)} = ?$$

$$\text{శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం} = 4070 \text{ చ. సెం.మీ}$$

లెక్క ప్రకారం,

$$\pi r l = 4070 \text{ సెం.మీ}^2$$

$$\frac{22}{7} \times 35 \times l = 4070$$

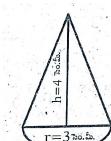
$$110 \times l = 4070$$

$$l = \frac{4070}{110} = 37 \text{ సెం.మీ}$$

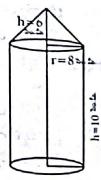
$$\therefore \text{శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు (l)} = 37 \text{ సెం.మీ}$$

అభ్యాసం - 10.2

1. ఒక ఆట పస్తువు అర్ధగోళము పై నిటారుగా నిలుపబడిన శంఖువు వలె ఉన్నది. శంఖువు యొక్క భూవ్యాసం 6 సెం.మీ. మరియు ఎత్తు 4 సెం.మీ. అయినచో ఆట పస్తువు యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము ఎంత? ($\pi = 3.14$ గా తీసుకొనము)



సాధన:



జిచ్చినవి : శంఖువు యొక్క భూ వ్యాసార్థం

$$(r) = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ సెం.మీ}$$

$$\text{ఎత్తు } (h) = 4 \text{ సెం.మీ}$$

$$\begin{aligned} \text{శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు} &= l = \sqrt{r^2 + h^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} \\ &= 5 \text{ సెం.మీ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ఆట వస్తువు యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం} &= \\ \text{శంఖువు వక్రతల వైశాల్యము} &+ \text{అర్ధగోళం ఉపరితల} \\ \text{వైశాల్యము} &= \pi r l + 2 \pi r^2 \Rightarrow \pi r (l + 2r) \end{aligned}$$

$$= \frac{22}{7} \times 3(5 + 2 \times 3)$$

$$= 3.14 \times 3 \times 11 = 103.62 \text{ చ.సెం.మీ}^2$$

2. ఒక ఘనాకార వస్తువు ఒక చివర అర్ధగోళము మరో చివర శంఖువు ఆకార భాగము కలిగిన స్ఫూర్హము వలయున్నది. రెండించి యొక్క ఉపాధి భూవ్యాసార్థం ఎత్తులు వరుసగా 10 సెం.మీ. మరియు 6 సెం.మీ అంచులో ఆ వస్తువు యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యమును కనుగొనుము? ($\pi = 3.14$ గా తీసుకొనుము)

సాధన : జిచ్చినవి :

$$\text{శంఖువు/స్ఫూర్హం వ్యాసార్థం } (r) = 8 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{శంఖువు ఎత్తు } (h) = 6 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{స్ఫూర్హాకారం యొక్క ఎత్తు} = 10 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు}$$

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\text{వస్తువు యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యం} =$$

$$\text{శంఖువు యొక్క వక్రతల వై.} + \text{స్ఫూర్హం యొక్క}$$

$$\text{వక్రతల వై.} + \text{అర్ధగోళం యొక్క వక్రతల వై.}$$

$$= \pi r l + 2 \pi r h + 2 \pi r^2$$

$$= \left(\frac{22}{7} \times 8 \times 10 \right) + \left(2 \times \frac{22}{7} \times 8 \times 10 \right)$$

$$+ \left(2 \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8 \right)$$

$$= \frac{22}{7} \times 8 [10 + 2 \times 10 + 2 \times 8]$$

$$= \frac{22}{7} \times 8 [10 + 20 + 16] = \frac{22}{7} \times 8 \times 46$$

$$= 3.14 \times 368$$

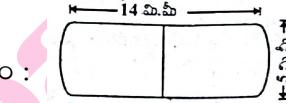
$$= 1155.52 \text{ చ.సెం.మీ}^2$$

3. ఒక మందుబిళ్ళ రెండు చివరల అర్ధగోళాకారంలో స్ఫూర్హము వలె ఉన్నది. మందుబిళ్ళ యొక్క పొడవు 14 మి.మీ మరియు వెడల్పు 5 మి.మీ. అయితే దాని ఉపరితల వైశాల్యము ఎంత?

సాధన. మందుబిళ్ళ యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం = $2 \times \text{అర్ధగోళం వక్రతల వైశాల్యం} + \text{స్ఫూర్హం యొక్క ప్రకృతల వైశాల్యం}$

జిచ్చినవి :

అర్ధగోళ వైశాల్యం :



$$y \ll \text{రాయి} (r) = \frac{d}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ మి.మీ.}$$

$$\text{రెండు అర్ధగోళాల ఉపరితల వైశాల్యం}$$

$$= 2^2 \times 2 \pi r^2 = 4 \pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 2.5 \times 2.5$$

$$= \frac{550}{7} \text{ సెం.మీ}^2 = 78.57 \text{ మి.మీ}^2.$$

స్ఫూర్హం వైశాల్యం :

స్ఫూర్హం యొక్క వ్యాసార్థం (r) =

$$\frac{d}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ మి.మీ.}$$

$$\text{ఎత్తు } (h) = 14 \text{ మి.మీ.}$$

$$\therefore \text{ప్రకృతల వైశాల్యం} = 2 \pi r h$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.5 \times 14$$

$$= 220 \text{ మి.మీ}^2.$$

మందుబిళ్ళ యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం

$$= 78.57 + 220$$

$$= 298.57 \text{ మి.మీ}^2.$$

4. 64 ఘనపు సెం.మీ. ఘనపరిమాణము గల రెండు సమ ఘనములు కలుపబడినవి. అయిన ఏర్పడిన క్రొత్త ఘనము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము ఎంత?

సాధన : ఇచ్చినవి :

ఒక ఘనం యొక్క ఘన పరిమాణం

$$(V) = 64 \text{ సెం.మీ}^3$$

$$\therefore s^3 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

$$\Rightarrow V = s^3 = 64$$

$$\Rightarrow \text{ఘనం యొక్క భజాలు } (s) = ?$$

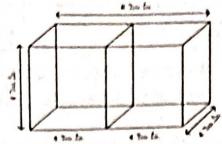
$$\Rightarrow s^3 = 64 = 4^3$$

$$\therefore s = 4 \text{ సెం.మీ}$$

\therefore రెండు సమఘనాలను కలుపగా వాని

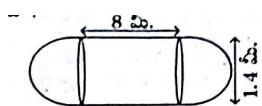
$$\text{పొడవు } (l) = 4 + 4 = 8 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{వెడల్పు } (b) = 4 \text{ సెం.మీ.}; \text{ ఎత్తు } (h) = 4 \text{ సెం.మీ}$$



$$\therefore \text{ఏర్పడిన క్రొత్త ఘనము ఉపరితల వైశాల్యము} \\ = 2h(l+b) \\ = 2 \times 4(8+4) = 8 \times 12 = 96 \text{ సెం.మీ}^2$$

5. ఒక నీటి ట్యూంకు రెండు చివరలు అర్ధగోళాకారముగా ఉన్న స్ఫూర్హము వలె ఉన్నది. స్ఫూర్హము యొక్క బాహ్య వ్యాసము 1.4 మీటర్లు మరియు దాని పొడవు 8 మీటర్లు. నీటి ట్యూంకు బయట రంగు వేయడానికి చదరపు మీటరుకు రూ. 20 పంతున ఎంత ఖర్చు అగును?



సాధన.

$$\text{నీటి ట్యూంకు యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము} \\ = 2 \times \text{అర్ధగోళం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము} + \\ \text{స్ఫూర్హం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము} \\ = 2 \times 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$= 2 \times \left[2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \right] + \left[2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 8 \right]$$

$$[\because \text{వ్యాసార్ధం } (r) = \frac{d}{2} = \frac{1.4}{2} = 0.7 \text{ మీ.}]$$

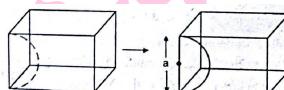
$$= 6.16 + 35.2 = 41.36 \text{ మీ}^2$$

$$\therefore \text{ట్యూంకు యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము} \\ = 41.36 \text{ మీ}^2$$

$$1 \text{ చ.మీ.కు రూ. } 20 \text{ పంతున ట్యూంకుకు రంగు} \\ \text{వేయుటకు అగు ఖర్చు} = 41.36 \times 20 = \\ \text{రూ. } 827.2$$

6. ఒక సమ ఘనాకార చెక్క దిమ్మ నుండి దాని భజము పొడవునకు సమాన పొడవు కల్గిన వ్యాసము కల్గిన అర్ధగోళాకారము కత్తిరించబడింది. అయిన చో మిగిలిన చెక్క దిమ్మ యొక్క ఉపరితల వైశాల్యమును కనుగొనుము.

సాధన. సమఘనం యొక్క భజం పొడవు $s = a$ యూనిట్లు అనుకొనుము.



$$\begin{aligned} &\text{ఇచ్చిన సమఘనం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం} \\ &= 5 \times \text{ప్రతి తలం యొక్క వైశాల్యము} + \\ &\quad \text{అర్ధగోళ ఉపరితల వైశాల్యము} \\ &= 5 \times (s)^2 + 2\pi r^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 5 \times (a)^2 + 2 \times \pi \left[\frac{a}{2} \right]^2 \left[\because r = \frac{s}{2} = \frac{a}{2} \right] \\ &= 5a^2 + 2\pi \frac{a^2}{4} \\ &= 5a^2 + \frac{\pi a^2}{2} \\ &= a^2 \left(5 + \frac{\pi}{2} \right) \text{ చ.యూ.} \end{aligned}$$

7. పటములో చూపిన విధముగా ఒక చెక్కతో చేసిన పస్తు రెండు చివరల నుండి అర్ధగోళాకార భగ్గములు తొలగించబడిన స్ఫూర్హము వలె యున్నది. స్ఫూర్హము యొక్క ఎత్తు 10 సెం.మీ. దాని భూవ్యాసార్థము 3.5 సెం.మీ అయిన చో ఆ పస్తువు యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము ఎంత?

సాధన. ఇచ్చినవి : స్ఫూర్హము ఎత్తు $(h) = 10 \text{ సెం.మీ.}$, భూవ్యాసార్థం $(r) = 3.5 \text{ సెం.మీ.}$

$$\begin{aligned} &\text{చెక్కతో చేయబడిన పస్తువు యొక్క సంపూర్ణతల} \\ &\text{వైశాల్యము} = \text{స్ఫూర్హం యొక్క ప్రకృతల వైశాల్యము} \\ &+ 2 \times \text{అర్ధగోళం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2 = 2\pi rh + 4\pi r^2 \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 10 + 4 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \\ &= 220 + 2(77) \\ &= 220 + 154 = 374 \text{ సెం.మీ}^2 \end{aligned}$$

ఉదాహరణలు

4. స్ఫూర్హాకారముగానున్న పెనీలోను ఒక చివర చెక్కి ఆ చివరను ఒక శంఖువు ఆకృతిలో మారిస్తే (దాని పొడవులో మార్పు లేకుండా), పెనీల్ యొక్క వ్యాసము 1 సెం.మీ. మరియు శంఖువు ఆకృతి భాగము యొక్క ఎత్తు 2 సెం.మీ. అయినపుడు చెక్కబడిన భాగము యొక్క ఘనపరిమాణము ఎంత?

$$(\pi = \frac{355}{113} \text{ గ్రా తీసుకొనుము})$$

సాధన. పెనీల్ యొక్క వ్యాసము = 1 సెం.మీ.

$$\text{పెనీల్ యొక్క వ్యాసార్థము (r) = } 0.5 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\begin{aligned} \text{శంఖువు ఆకార భాగము యొక్క పొడవు (ఎత్తు)} &= h \\ &= 2 \text{ సెం.మీ.} \end{aligned}$$

చెక్కబడిన భాగము ఘనపరిమాణం = 2 సెం.మీ పొడవు, 0.5 సెం.మీ భూమ్యాసార్థము గల స్ఫూర్హాకృతి ఘనపరిమాణం - ఈ స్ఫూర్మముచే ఏర్పడిన శంఖువు ఘనపరిమాణం

$$\begin{aligned} &= \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{355}{113} \times (0.5)^2 \times 2 \text{ సెం.మీ}^3 \\ &\approx 1.05 \text{ సెం.మీ}^3 \end{aligned}$$



3. 7 సెం.మీ భుజముగా గల ఘనము నుండి ఏర్పరచగలిగే క్రమవృత్తాకార శంఖువు ఆకార వస్తువు యొక్క గరిష్ట ఘనపరిమాణము ఎంత?

సాధన. ఇచ్చినవి :

ఘనం యొక్క భుజం

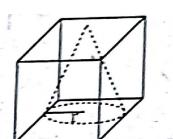
పొడవు = శంఖువు యొక్క

ఎత్తు (h) = 7 సెం.మీ.

శంఖువు వ్యాసార్థం (r) = 3.5 సెం.మీ.

$$[\because r = \frac{d}{2} = \frac{7}{2} = 3.5]$$

∴ ఘనంలో ఏర్పర్చగలిగే క్రమ వృత్తాకార శంఖువు



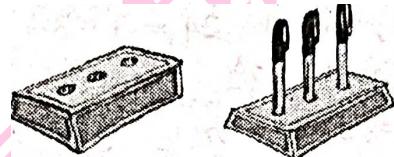
$$r = 3.5 \text{ సెం.మీ.}$$

ఆకార వస్తువు యొక్క గరిష్ట పరిమాణం

$$\begin{aligned} (V) &= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 7 \\ &= \frac{22 \times 12.25}{3} = \frac{269.5}{3} = 89.83 \end{aligned}$$

$$\therefore V \approx 89.83 \text{ ఫు. సెం.మీ.}$$

7. 15 సెం.మీ. x 10 సెం.మీ. x 3.5 సెం.మీ కొలతలు కల్గిన దీర్ఘఘనములో 0.5 సెం.మీ. వ్యాసార్థము మరియు 1.4 సెం.మీ లోతుతో శంఖువు ఆకారం గల గోతులు తీసి పెన్న స్టాండుగా మార్చారు. పెన్ స్టాండ్లోని కొయ్య ఘనపరిమాణము ఎంత?



సాధన : ఇచ్చినవి :

15 సెం.మీ. x 10 సెం.మీ. x 3.5 సెం.మీ కొలతలు గల దీర్ఘఘనం ఘనపరిమాణం

$$\begin{aligned} (V_1) &= l \times b \times h (\text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు} \times \text{ఎత్తు}) \\ &= 15 \times 10 \times 3.5 \\ &= 525 \text{ ఫు. సెం.మీ.} \end{aligned}$$

శంఖువు ఆకార గోతుల వ్యాసార్థం (r) = 0.5 సెం.మీ.

$$\text{లోతు (ఎత్తు)} (h) = 1.4 \text{ సెం.మీ.}$$

∴ 3 శంఖువు ఆకార గోతుల ఘనపరిమాణాల మొత్తం

$$\begin{aligned} (V_2) &= 3 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 0.5 \times 0.5 \times 1.4 \\ &= 4.4 \times 0.25 \\ &= 1.1 \text{ ఫు. సెం.మీ.} \end{aligned}$$

∴ పెన్ స్టాండ్లోని కొయ్య ఘనపరిమాణం = మొత్తం కొయ్య ఘనపరిమాణం - 3 శంఖువుల గోతుల ఘనపరిమాణాల మొత్తం

$$= V_1 - V_2 = 525 - 1.1 = 523.9 \text{ ఫు. సెం.మీ.}$$

ఉదాహరణలు

1. 24 సెం.మీ ఎత్తు, 6 సెం.మీ భూ వ్యాసార్థము కల్గిన శంఖువు ఆకార మట్టి ముద్ద ఉన్నది. ఒక బాలుడు దానిని ఒక గోళముగా మారిస్తే, ఆ గోళము యొక్క వ్యాసార్థము ఎంత?

సాధన: శంఖువు ఘనవరిమాణం

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 24 \text{ (సెం.మీ)}^3$$

గోళము యొక్క వ్యాసార్థము 1 అయితే దాని ఘనవరిమాణం = $\frac{4}{3} \pi r^3$

శంఖువు ఆకారములో ఉన్న మట్టి ముద్ద గోళాకృతిలో మార్పబడినది కనుక ఘనవరిమాణములో మార్పు ఉండదు. కనుక

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi \times 6 \times 6 \times 24$$

$$r^3 = 3 \times 3 \times 24 = 3 \times 3 \times 3 \times 8$$

$$r^3 = 3^3 \times 2^3$$

$$r = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \text{గోళము వ్యాసార్థము} = 6 \text{ సెం.మీ}$$

2. 20 మీటర్లు లోతు, 7 మీటర్లు వ్యాసము గల ఒక గోయిని త్రవ్వగా వచ్చిన మట్టిని 22 మీటర్లు \times 14 మీటర్లు కొలతలుగా ఒక ప్లాట్‌ఫాంగా ఏర్పరిస్తే దాని యొక్క ఎత్తు ఎంత?

సాధన: త్రవ్విన భూమి యొక్క ఘనవరిమాణం = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20 = 770 \text{ m}$$

ప్లాట్‌ఫాం ఎత్తు = h m అనుకూలుము

$$\therefore 22 \times 14 \times h = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20$$

$$h = \frac{35}{14} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \text{ m}$$

$$\therefore \text{ప్లాట్‌ఫారమ్ ఎత్తు} = 2\frac{1}{2} \text{ m}$$

3. 5.5 సెం.మీ \times 10 సెం.మీ \times 3.5 సెం.మీ. కొలతలు కలిగిన దీర్ఘఘనముగా మార్పుదానికి 1.75 సెం.మీ వ్యాసము, 2 మి.మీ. మందము కల్గిన ఎన్ని వెండి నాణములు అవసరమవుతాయి?

సాధన. కరిగించవలసిన వెండి నాణేల సంఖ్య

$$= n \text{ అనుకూలుము}$$

$\therefore 'n'$ సంఖ్య గల వెండి నాణేల ఘనవరిమాణం =

దీర్ఘ ఘనాకారం యొక్క ఘనవరిమాణం

$$\Rightarrow n \times \pi r^2 h = 1 bh$$

$$\Rightarrow n \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{1.75}{2}\right)^2 \times \frac{2}{10}$$

$$= 5.5 \times 10 \times 3.5$$

$$(\because \text{మందం/ఎత్తు (h)} = 2 \text{ మి.మీ.} = \frac{2}{10} \text{ సెం.మీ.})$$

$$\Rightarrow n \times \frac{22}{7} \times \frac{1.75}{2} \times \frac{2}{10} = 55 \times 3.5$$

$$\Rightarrow n = \frac{7 \times 35 \times 5}{1.75 \times 1.75}$$

$$= \frac{175 \times 7}{1.75 \times 1.75} = \frac{100}{0.25} = 400$$

$$\therefore n = 400$$

\therefore కావలసిన వెండి నాణేల సంఖ్య = 400

4. 12 సెం.మీ వ్యాసార్థము కల్గిన ఒక స్కూపాకార పాత్రలో 20 సెం.మీ లోతు మేరకు నీరు నింపబడి యున్నది. ఒక ఇన్నప గోళమును దానిలో విడిస్తే నీటి మట్టము 6.75 సెం.మీ. పెరిగినది. అయినచో విడువబడిన గోళము యొక్క వ్యాసార్థము ఎంత?

$$(\pi = \frac{22}{7})$$

సాధన: స్కూపాకార పాత్ర వ్యాసార్థం (r) = 12 సెం.మీ.

ఎత్తు (h) = 6.75 సెం.మీ.

పెరిగిన నీటి మట్టం యొక్క ఘనవరిమాణం

= నీటి లో జారవిడిచిన గోళాల (నంఖ్య) ఘనవరిమాణం

$$\Rightarrow \pi r_1^2 h = \frac{4}{3} \pi r_2^3$$

$$\Rightarrow r_1^2 h = \frac{4}{3} r_2^3$$

$$\Rightarrow 12 \times 12 \times 6.75 = \frac{4}{3} \times r_2^3$$

$$\Rightarrow r_2^3 = \frac{3}{4} \times 12 \times 12 \times 6.75$$

$$= 9 \times 12 \times 6.75$$

$$\Rightarrow r^3 = 729 = 9^3$$

$$\therefore r_2 = 9 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\therefore \text{ఒక్క గోళం వ్యాసార్ధం} = 9 \text{ సెం.మీ.}$$

5. 35 సెం.మీ. వ్యాసార్ధంగా గల అర్ధగోళం ఘనపరిమాణం మరియు సంపూర్ణతల వైశాల్యము కనుగొనండి.

సాధన : అర్ధగోళ వ్యాసార్ధము (r) = 35 సెం.మీ

$$\text{అర్ధగోళ ఘనపరిమాణము} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 35 \times 35 \times 35$$

$$= \frac{269500}{3} \text{ ఫు. సెం.మీ.} = 89833 \frac{1}{3} \text{ ఫు. సెం.మీ.}$$

$$\text{సంపూర్ణతల వైశాల్యము} = 3 \pi r^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 35 \times 35$$

$$= 11550 \text{ చ. సెం.మీ.}$$

6. శంఖాకారంలో ఉన్న గుడారం భూ వ్యాసార్ధం 5 మీ. దాని ఎత్తు 12 మీ. ఆ గుడారం నిర్మించుటకు కావలసిన గుడ్డ వెడల్పు 2 మీ. అయినప్పుడు పొడవంత?

సాధన : శంఖాకారపు గుడారము వ్యాసార్ధము (r) = 5 మీ. గుడారము ఎత్తు (h) = 12 మీ.

$$\therefore \text{శంఖపు వాలు ఎత్తు} (l) = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \text{ మీ.}$$

$$\text{గుడారపు ప్రకృతల వైశాల్యము} = \pi l r$$

$$= \frac{22}{7} \times 5 \times 13 = \frac{1430}{7} \text{ చ. మీ.}$$

ఉపయోగించబడిన కాన్వాసు గుడ్డ వైశాల్యం

$$= \frac{1430}{7} \text{ చ. మీ.}$$

కాన్వాసు గుడ్డ వెడల్పు 2 మీ. అని ఇవ్వబడింది.

కనుక కాన్వాసు గుడ్డ పొడవు = వైశాల్యము వెడల్పు

$$= \frac{1430}{7} \times \frac{1}{2} = 102.14 \text{ మీ.}$$

7. 42 సెం.మీ. వ్యాసార్ధం కలిగిన ఒక గోళం యొక్క ఘనపరిమాణం మరియు ఉపరితల వైశాల్యం కనుగొనండి ($\pi = \frac{22}{7}$)

సాధన : గోళం వ్యాసార్ధము (r) = 42 cm

. గోళం ఉపరితల వైశాల్యము (A) = $4m^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 42 \times 42 \\ = 22,176 \text{ cm}^2$$

$$\text{గోళం ఘనపరిమాణం } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 42 \times \frac{14}{42} \times \frac{6}{42} \\ = 3,10,464 \text{ cm}^3$$

8. 64 ఫు॥ సెం.మీ. లోహపు ముద్దను కరిగించి ఒక సమఫునం తయారు చేయించిన ఆ సమఫునం యొక్క భూజం కనుగొనండి.

సాధన : లోహపు ముద్ద ఫు॥వ = సమఫునం ఫు॥వ॥

$$= 64 \text{ సెం.మీ}^3$$

$$\text{సమఫునం ఫు॥వ॥} = S^3$$

$$= 64 \text{ సెం.మీ}^3 = (4 \text{ సెం.మీ.})^3$$

$$\Rightarrow S = \text{సమఫునం భూజం} = 4 \text{ సెం.మీ.}$$

9. 14 సెం.మీ. భూ వ్యాసార్ధం, 21 సెం.మీ. ఎత్తు కలిగియన్న ఒక స్కూపం యొక్క ప్రకృతల వైశాల్యం కనుగొనండి. ($\pi = \frac{22}{7}$)

సాధన : దత్తాంశం $r = 14 \text{ సెం.మీ.}$,

$$h = 21 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\pi = \frac{22}{7}$$

$$\text{స్కూపం ప్రకృతల వైశాల్యం} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 21$$

$$= 1848 \text{ చ. సెం.మీ.}$$

10. ఒక ఆట పస్తువు అర్ధగోళము పై నిటారుగా నిలుపబడిన శంఖపు పలె యున్నది. శంఖపు యొక్క భూ వ్యాసార్ధము 7 సెం.మీ. మరియు ఎత్తు 8 సెం.మీ. అయినచో ఆట పస్తువు యొక్క ఉపరితల

వైశాల్యమును కనుగొనండి

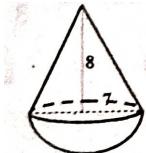
$$(\pi = \frac{22}{7})$$

సాధన: దత్తాంశం ప్రకారం

$$\text{ఆర్ధగోళ వ్యాసార్థం} = \text{శంఖువు భూవ్యాసార్థం} = r \\ r = 7 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{శంఖువు ఎత్తు} (h) = 8 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{శంఖువు ఏటవాటు ఎత్తు} = l = \sqrt{r^2 + h^2}$$



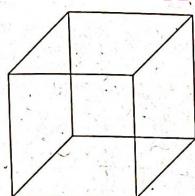
$$\begin{aligned} l &= \sqrt{7^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{49 + 64} \\ &= \sqrt{113} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ఆట వస్తువు ఉపరితల వైశాల్యము} &= \text{శంఖువు వక్రతల వైశాల్యం} + \text{ఆర్ధగోళ ఉపరితల వైశాల్యం} \\ &= \pi r l + 2\pi r^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{22}{7} \times 7 \times = \sqrt{113} + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2 \\ &= 22\sqrt{113} + 308 \text{ చ.సెం.మీ.} \end{aligned}$$

14. 66 సెం.మీ. భూజము కొలతగా గల ఒక సీసపు సమఫునమును 7 సెం.మీ వ్యాసము కల్గిన ఎన్ని గోళాకార బంతులుగా మార్పుచేయాలి?

సాధన: సమఫునం భూజం $s = 66$ సెం.మీ,



సీసపు గోళం వ్యాసము $d = 7$ సెం.మీ.

$$\text{వ్యాసార్థము } r = \frac{7}{2} \text{ సెం.మీ}$$

సమఫునంను n గోళాలుగా మార్చగలం అనుకొనము n గోళాల ఫునపరిమాణం = సమఫునం ఫున పరిమాణం

$$n = \frac{4}{3}\pi r^3 = s^3$$

$$n = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 = (66)^3$$

$$n = (66)^3 \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{22} \times \left(\frac{2}{7}\right)^3$$

$$n = 66 \times 66 \times 66$$

$$\times \frac{3}{4} \times \frac{7}{22} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7}$$

$$= 1600.16$$

$$\therefore n = 1600.16 \text{ గోళాలుగా మార్పుగలం}$$

15. ఒక స్ఫూర్షంలో ఇంది ఉన్న అతి పెద్ద శంకువు మరియు స్ఫూర్షపు ఫునపరిమాణాల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

సాధన: శంకువు ఫునపరిమాణం : స్ఫూర్షం ఫునపరిమాణం

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h : \pi r^2 h = \frac{1}{3} : 1 = 1 : 3$$

16. ఒక శంఖువు శీర్ష కోణము 60° అయినదాని వ్యాసం, ఎత్తుల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

సాధన : $\tan 30^\circ = \frac{r}{h}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{d/2}{h} \quad (\because r = \frac{d}{2})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{d}{2h} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{d}{h}$$

$$\text{శంఖువు భూవ్యాసం, ఎత్తుల నిష్పత్తి} = 2 : \sqrt{3}$$

17. శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యమును కనుగొనుటకు సూత్రమును ప్రాసి, అందులో ప్రతి పదమును వివరింపుము.

సాధన: శంకువు వక్రతల వైశాల్యం = $\pi r l$

$$r = \text{శంఖువు వ్యాసార్థం}$$

$$l = \text{శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు}$$

18. 6 సెం.మీ వ్యాసము కల్గిన ఒక ఫునపు గోళమును కరిగించి 4 సెం.మీ. ఎత్తు గల ఒక స్ఫూర్షముగా పోతపోసిన, ఆ స్ఫూర్షము యొక్క భూవ్యాసార్థమును కనుగొనుము.

సాధన: గోళం :

$$\text{వ్యాసం} (d) = 6 \text{ సెం.మీ}$$

$$\text{వ్యాసార్థం} (r) = 3 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{స్ఫూర్షం} :$$

$$\text{ఎత్తు} (h) =$$

$$\text{వ్యాసార్థం} (R) = ?$$

$$\text{గోళ ఫునపరిమాణం} = \text{స్ఫూర్షం ఫునపరిమాణం}$$

$$\therefore R = 3 \text{ సెం.మీ.}$$

19. ఒక దీర్ఘఫునము యొక్క పొడవు 12 సెం.మీ., వెడల్పు మరియు ఎత్తులు సమానము. దాని ఘనపరిమాణము 432 ఘ.సెం.మీ. ఆ దీర్ఘఫునమును రెండు ఘనములుగా విభజించిన, ఒక్క ఘనము యొక్క ప్రకృతల వైశాల్యమును కనుగొనుము.

సాధన : దీర్ఘఫునం పొడవు (l) = 12 సెం.మీ. (దత్తాంశం)

దీర్ఘఫునం వెడల్పు (b) = x సెం.మీ.

దీర్ఘఫునం ఎత్తు (h) = x సెం.మీ.

అని అనుకొనుము.

$$\begin{aligned} \therefore \text{దీర్ఘఫునం ఘనపరిమాణం} &= l b h \\ &= 12 \times x \times x \times \\ &= 12 x^2 \text{ సెం.మీ}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{దీర్ఘఫునం ఘనపరిమాణం} &= 432 \text{ సెం.మీ}^3 \\ (\because \text{దత్తాంశం}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 12x^2 = 432 \Rightarrow x^2 \frac{432}{12} = 36 = 6^2$$

$$x = 6 \text{ సెం.మీ.}$$

దీర్ఘఫునం వెడల్పు (b) = 6 సెం.మీ.

ఎత్తు (h) = 6 సెం.మీ.

దీర్ఘఫునాన్ని రెండు సమఘనాలుగా విభజించినారు సమఘనం భుజం = 6 సెం.మీ.

$$\begin{aligned} \text{సమఘనం ప్రకృతల వైశాల్యం} &= 4 (s)^2 \\ &= 4(6)^2 \\ &= 144 \text{ సెం.మీ}^2 \end{aligned}$$

20. 125 ఘనపు సెం.మీ. ఘనపరిమాణం గల రెండు ఘనములు కలుపబడినవి. అప్పుడు ఏర్పడిన దీర్ఘ ఘనము యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యం ఎంత?

సాధన : ఒక ఘనము యొక్క ఘనపరిమాణము

$$= 125 \text{ సెం.మీ}^3$$

$$\therefore a^3 = 125 \text{ సెం.మీ}^3 = (5 \text{ సెం.మీ})^3$$

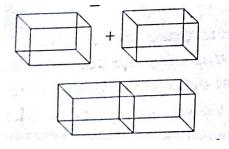
$$\therefore \text{ఆ ఘనం యొక్క భుజం} = 5 \text{ సెం.మీ.}$$

అటువంటి రెండు ఘనములు కలుపబడినపుడు

ఏర్పడిన దీర్ఘఫునం యొక్క పొడవు (l) = 10 సెం.మీ.

వెడల్పు (b) = 5 సెం.మీ.

ఎత్తు (h) = 5 సెం.మీ.



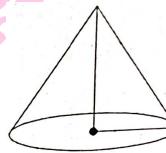
$$\begin{aligned} \therefore \text{దీర్ఘఫునం యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము} \\ &= 2 (1 b + b h + 1 h) \\ &= 2 [(10 \times 5) + (5 \times 5) + (5 \times 10)] \\ &= 2 [50 + 25 + 50] \\ &= 2 (125) = 250 \text{ సెం.మీ}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{రెండు ఘనములు కలుపగా ఏర్పడిన} \\ \text{దీర్ఘఫునం యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము} \\ &= 250 \text{ సెం.మీ}^2 \end{aligned}$$

20. ఒక శంఖువు యొక్క భూ వైశాల్యం 616 చ.సెం.మీ. దాని ఎత్తు 48 సెం.మీ. అయిన దాని సంపూర్ణతల వైశాల్యం కనుగొనుము.

సాధన : శంఖువు భూ వ్యాసార్ధం = r సెం.మీ అనుకొనుము. మరియు ఎత్తు = h = 48 సెం.మీ.

$$\begin{aligned} \therefore \text{శంఖువు భూ వైశాల్యం} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times r^2 = 616 \text{ సెం.మీ}^2. \end{aligned}$$



$$\Rightarrow r^2 = \frac{616 \times 7}{22} = 28 \times 7$$

$$= 2 \times 7 \times 2 \times 7 = 14^2$$

∴ శంఖువు భూ వ్యాసార్ధం $r = 14$ సెం.మీ.

∴ శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు = (l) = $\sqrt{r^2 + h^2}$

$$= \sqrt{14^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{196 + 2304}$$

$$= \sqrt{2500}$$

$$\therefore l = 50 \text{ సెం.మీ.}$$

శంఖువు సంపూర్ణతల వైశాల్యము = నేల వైశాల్యము

+ ప్రకృతల వైశాల్యము

$$= \pi r^2 + \pi r l = \pi r (r + l)$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times (14 + 50)$$

$$= \frac{22}{7} \times \sqrt{4 \times 64}$$

$$= 44 \times 64$$

∴ ఆ శంఖువు సంతల వైశాల్యము = 2816 సెం.మీ^2

23. 7 సెం.మీ వ్యాసార్థం గల అర్ధగోళ సంపూర్ణతల వైశాల్యంను కనుగొనుము.

సాధన: అర్ధగోళ వ్యాసార్థం $r = 7 \text{ సెం.మీ.}$

$$\text{అర్ధగోళ సంపూర్ణతల వైశాల్యం} = 3\pi r^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 462 \text{ చ. సెం.మీ.}$$

24. 3 సెం.మీ వ్యాసార్థము మరియు 14 సెం.మీ. ఎత్తు కల్గిన క్రమ వృత్తాకార శంఖువు యొక్క ఘనపరిమాణం కనుగొనండి.

$$\text{జ : శంఖువు ఘనపరిమాణం} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 14$$

$$= 132 \text{ సెం.మీ}^3$$

25. 66 సెం.మీ. భుజము కొలతగా గల ఒక సీసపు ఘనమును 3 సెం.మీ. వ్యాసార్థము కల్గిన ఎన్ని గోళాకార బంతులుగా మార్చాపచ్చు?

$$\text{జ : ఘనం యొక్క భుజము (s) = 66 \text{ cm}}$$

$$\text{గోళాకార బంతి వ్యాసార్థము (r) = 3 cm}$$

$$\text{తయారు చేయగల గోళాకార బంతుల సంఖ్య} = n$$

= n అనుకొనుము

$$n \times \text{గోళాకార బంతి ఘనపరిమాణం} =$$

$$\text{ఘనం ఘనపరిమాణం} n \times \frac{4}{3} \pi r^3 = s^3$$

$$n \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3 = (66)^3$$

$$n = 66 \times 66 \times 66 \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= 2541$$

తయారు చేయగల గోళాకార బంతుల సంఖ్య = 2541

26. 7 సెం.మీ వ్యాసార్థం మరియు 10 సెం.మీ. ఎత్తు కలిగిన స్ఫూర్హం యొక్క పక్రతల వైశాల్యము కనుగొనండి

సాధన: స్ఫూర్హం యొక్క వ్యాసార్థం (r) = 7 సెం.మీ.

$$\text{ఎత్తు (h)} = 10 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{స్ఫూర్హం యొక్క పక్రతల వైశాల్యం} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10$$

$$= 440 \text{ చ. సెం.మీ.}$$

27. క్రమ వృత్తాకార శంఖువు ఆకారములో ఉన్న జోకర్ టోపీ యొక్క భూ వ్యాసార్థము 7 సెం.మీ. మరియు ఎత్తు 24 సెం.మీ. ఇటువంటి 10 టోపీలను తయారు చేయడానికి కావలసిన అట్టముక్క (షిట్టి): యొక్క పరిమాణము ఎంత?

సాధన: శంఖువు ఆకారపు టోపీ భూ వ్యాసార్థం (r) = 7 సెం.మీ.

$$\text{ఎత్తు (h)} = 24 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{వీటవాలు ఎత్తు (l)}$$

$$= \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{7^2 + 24^2}$$

$$= \sqrt{49 + 576}$$

$$= \sqrt{625}$$

$$= 25 \text{ సెం.మీ.}$$

బక టోపీ తయారు చేయడానికి కావలసిన అట్ట పరిమాణం = టోపీ ప్రకృతల వైశాల్యం = πrl

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550 \text{ చ. సెం.మీ.}$$

10 టోపీలను తయారు చేయటకు కావలసిన అట్ట పరిమాణం = $10 \times 550 = 5500 \text{ చ. సెం.మీ.}$

27. స్ఫూర్హాకృతిలో ఉన్న నూనె పీపా 2 మీ. భూవ్యాసం మరియు 7 మీ. ఎత్తును కల్గియున్నది. పీపాకు రంగు వేయడానికి పెఱ్యింటర్ 1 చ.మీ.కు రూ.5 లను తీసుకుంటుంచే, 10 నూనె పీపాలకు రంగు వేయడానికి ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

సాధన: స్ఫూర్హాకృతిలో ఉన్న నూనె పీపా భూ వ్యాసం = d = 2 మీ.

$$\text{పీపా వ్యాసార్థం} = r = \frac{d}{2} = 1 \text{ మీ.}$$

$$\text{ఎత్తు} = h = 7 \text{ మీ.}$$

స్ఫూర్హాకార నూనె పీపా యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యం = $2\pi r(r + h)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1 \times (1 + 7)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 8$$

$$= \frac{352}{7} = 50.28 \text{ చ.మీ.}$$

1చ.మీ.కు రంగు వేయుటకు ఖర్చు = రూ. 5
అటువంటి 10 పీపాలకు రంగు వేయడానికి అయ్యే
ఖర్చు = $50.28 \times 5 \times 10$
= రూ. 2514

29. **2.1 సెం.మీ వ్యాసార్థం గల అర్ధగోళాకారపు గిస్చెలో ఐస్తుక్కిం కలదు. అయిన ఆ గిస్చె ఘనపరిమాణము ను కనుకోండి.**

సాధన: వ్యాసార్థము (r) = 2.1 సెం.మీ.

$$\text{పాత్ర ఘ.ప} = \text{అర్ధగోళ ఘ.ప.} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1^{0.1}$$

$$= 19.404 \text{ సెం.మీ}^3.$$

29. ఒక క్రమ వృత్తాకార స్ఫూర్పం యొక్క భూవ్యాసార్థం 3.5 సెం.మీ. మరియు ఎత్తు 14 సెం.మీ. అయిన దాని పక్రతల వైశాల్యం కనుగొనుము.

సాధన: వ్యాసార్థము (r) = 3.5 సెం.మీ.

$$\text{ఎత్తు} (h) = 14 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{స్ఫూర్పం పక్రతల వైశాల్యం} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 14$$

$$= 44 \times 7$$

$$= 308 \text{ సెం.మీ.}$$

31. $\sqrt{7}$ సెం.మీ భుజముగా గల ఏడు సమాన ఘనాలతో ఒక ఆటబొమ్మ తయారు అయినది. ఏడవ ఘనము యొక్క ఆరు తలాలకు ఆరు ఘనాలను అమర్చిన ఆ ఆటబొమ్మ యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యమును కనుకోండి.

సాధన: సమఘన భుజం $a = \sqrt{7}$ సెం.మీ.

$$7 \text{ సమఘనాల సంపూర్ణతల వైశాల్యం}$$

$$= 7 \times 6a^2 = 42a^2$$

$$\text{ఆటబొమ్మ ఉమ్మడి తలాల వైశాల్యం} = 12a^2$$

$$\therefore \text{ఆటబొమ్మ సంపూర్ణతల వైశాల్యం}$$

$$= 42a^2 - 12a^2$$

$$= 30a^2$$

$$= 30 \times (\sqrt{7})^2$$

$$= 30 \times 7$$

$$= 210 \text{ సెం.మీ}^2$$

అధ్యాయం - 13 : సంభావ్యత

ముఖ్యం శాలు

❖ సంభావ్యతకు చెందిన సిద్ధాంతం 16వ శతాబ్ది కాలానిది.

❖ “ది బుక్ అన్ గేమ్స్ ఆఫ్ ఛాన్స్” అనే పుస్తకాన్ని ఇటాలియన్ ఫిజీషియన్ మరియు గణితవేత అయిన జె.కార్పొన్ రచించారు.

❖ జేమ్స్ బెర్నోలీ, ఎ.డి.మావియర్ మరియు పియర్ సిమ్సన్ లాప్లేన్లు సంభావ్యత సిద్ధాంతంపై విశేషమైన కృషి చేశారు.

❖ **ప్రయోగిక సంభావ్యత :** ప్రయోగపూర్వక ఫలితాలను ఆధారం చేసుకుని లెక్కించిన సంభావ్యతను “ప్రయోగిక సంభావ్యత” అంటారు.

ఉదా : ఒక నాటేన్ని 1000 సార్లు ఎగురవేసినపుడు 455 సార్లు బొమ్మ, 445 సార్లు బొరుసు పడినది. బొమ్మపడే సంభవాన్ని ప్రమాణీకరణము చేస్తే

$$1000 \text{కి } 455 \text{ సార్లు అనగా \frac{455}{1000} = 0.455$$

❖ ప్రయోగిక సంభావ్యత :

$$= \frac{\text{అనుకూల పర్యవేసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవేసానాల సంఖ్య}}$$

❖ **సైద్ధాంతిక (లేదా) సాంప్రదాయక సంభావ్యత :** ప్రయోగం చేయకుండానే అన్ని పర్యవేసానాలను బట్టి ఒక ఘుటన యొక్క సంభావ్యతను అంచనా వేయుటను సైద్ధాంతిక సంభావ్యత లేదా సాంప్రదాయక సంభావ్యత అంటారు. పియర్ సిమ్సన్ లాప్లేన్ ఈ క్రింది నిర్వచనాన్ని ఇచ్చారు.

$$P(T) = \frac{\text{ఘుటన టకు అనుకూల పర్యవేసానాల సంఖ్య}}{\text{ప్రయోగంలోని మొత్తం పర్యవేసానాల సంఖ్య}}$$

ఉదా : ఒక నాటేన్ని ఎగురవేసిన బొమ్మ పడు సంభావ్యత

ఒక నాచేన్ని ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ పదుటకు గల అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య - 1

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = 2 (బొమ్మ, బొరుసు)

$$\therefore P(E) = \text{అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య} = \frac{1}{2}$$

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య

గమనిక : ఒక ప్రయోగాన్ని అనేకసార్లు నిర్వచించినపుడు ప్రయోగిక సంభావ్యత దాదాపుగా సైద్ధాంతిక సంభావ్యతను సమీపించును. అనగా రెండింటి విలువలు ఒకే విధంగా

ఉండును (దాదాపుగా సమానంగా ఉండును)

పదం	నిర్వచనం	ఉదాహరణ
సమ సంభవ ఘుటనలు	ఒక ప్రయోగంలో రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ ఘుటనలు సంభవించడానికి సమాన ఆవకాశములు ఉంటే వాటిని సమసంభవ ఘుటనలు అంటారు.	ఒక నాచేన్ని ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ లేదా బొరుసు పదే సంభావ్యత
పరస్పర వర్షిత ఘుటనలు	ఒక ప్రయోగంలోని రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ ఘుటనలలో ఒక యొక్క సంభవము మిగిలిన ఆన్ని ఘుటనల సంభవము నిరోధిస్తే ఆ ఘుటనలను పరస్పర వర్షిత ఘుటనలంటారు.	సాచేన్ని ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ మరియు బొరుసు పదే సంభావ్యత
పూరక ఘుటనలు	ఒక ప్రయోగములో ఒక ఘుటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానములు కాని, ప్రతిరూప ఆవరణలోని మిగిలిన ఆన్ని పర్యవసానములు గల ఘుటనను మొదటి దాని యొక్క ఘుటన పూరక ఘుటన అంటారు.	పాచిక వేసినపుడు బేసి సంఖ్య పడి సంభావ్యత (E) బేసినంఖ్య కానిది అయ్యి సంభావ్యత (E) ఘుటన
పూర్ణ ఘుటనలు	ఒక ప్రయోగంలోని ఆన్ని ఘుటనల సమ్మేళనము ప్రతిరూప ఆవరణము అయిన, వానిని పూర్ణ ఘుటనలు అంటారు.	పాచిక వేసినపుడు బేసి లేదా సరి సంఖ్యలు పదు ఘుటన
కచ్చిత ఘుటన (లేదా) దృఢ ఘుటన	ఒక ప్రయోగములో ఒక ఘుటన యొక్క సంభవము కచ్చితము మరియు సంభావ్యత 1 అయిన దానిని కచ్చిత లేదా దృఢ ఘుటన అంటారు.	పాచిక వేసినపుడు 6 లేదా 6 కంటే కంటే చిన్న సంఖ్య పడే సంభావ్యత
అసాధ్య ఘుటన అసంభవ ఘుటన	ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘుటన ఎప్పుడూ సాధ్యపడకపోతే దానిని అసాధ్య ఘుటన అంటారు.	ఒక పాచికను వేసిన '7' ను పొందు సంభావ్యత

☒ కచ్చిత ఘుటన యొక్క సంభావ్యత 1

☒ అసంభవ ఘుటన యొక్క సంభావ్యత "0".

☒ ఒక ఘుటన (E) యొక్క సంభావ్యత $P(E)$ అయిన $0 \leq P(E) \leq 1$ అగును.



శ్రీ లక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేవ్లీన్

సామాజిక కులాద్యోగిత

త్వరలో...
అన్ని సబ్జెక్టులకు
చాప్టర్ వారీగా టైమ్స్
బుక్‌లైన్ టు లైన్ ఆధారంగా
ఉట్ బ్యాంక్

- ✿ DSCలో మిమ్మల్ని విజయ తీర్మాని చేర్చుకోండి 99% ఉపయోగించే ప్రస్తుతాలు
- ✿ TETలో 99% ప్రశ్నలు మన ప్రస్తుతాలు సుంది వచ్చయిని చేప్పటకు సింతణించున్నామి.
- ✿ 3-10వ తరగతి వరకూ పూర్తి సిలబస్ కల్గిన రాష్ట్రంలాగే విక్రెక ప్రస్తుతాలు.

ప్రస్తుతాలు పోస్ట్ డాస్ట్రిబ్యూటర్ ను ఇంటికి డెలివరీ కేయించును

పూర్తి వీచాల కేసు సంప్రయించండి:

**9550039204
9502439204**



డ్రైక్టర్, భవాని గాంధీర్
శ్రీలక్ష్మీ ప్రజ్ఞకేవ్లీన్, అన్సంతప్పరమ్.

ఉదాహరణలు

1. ఒక నాణమును ఒకసారి ఎగురవేసినప్పుడు బొమ్మపడే సంభావ్యతను, బొరుసు వదే సంభావ్యతను లెక్కించండి.

సాధన : నాణమును ఒకసారి ఎగురవేసినప్పుడు సాధ్యపడు పర్యవసానములు రెండు, బొమ్మ (H) లేక బొరుసు (T). బొమ్మ పడుట అనే ఘటన E అయితే అనుకూల పర్యవసానములు 1.

$$P(E) = P(\text{బొమ్మ}) =$$

= E కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య
సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య
ఇదేవిధంగా బొరుసు పడు అనే ఘటన F అయిన

$$P(F) = P(\text{బొరుసు}) = \frac{1}{2}$$

2. ఒక సంచిలో ఒక ఎరువు బంతి, ఒక నీలం బంతి, ఒక పసుపు రంగు బంతి ఉన్నాయి. అన్ని బంతులు ఒకే పరిమాణము కలిగి ఉన్నాయి. సంచిలోనికి చూడకుండా మానస ఒక బంతిని తీస్తే ఆ బంతి (i) పసుపు రంగు బంతి (ii) ఎరువు బంతి (iii) నీలం బంతి అవడానికి సంభావ్యతలు కనుగొనండి

సాధన : మానస చూడకుండా బంతిని తీసుకున్నది. కావున అన్ని పర్యవసానములు సమసంభవములు. పసుపు రంగు బంతిని తీయు ఘటన Y, నీలం బంతి తీయు ఘటన B మరియు ఎరువు బంతి తీయు ఘటన R అయిన ప్రతిరూప ఆవరణము {Y, B, R}.

పర్యవసానములు = 3.

$$(i) Y కి అనుకూల పర్యవసానములు = 1.$$

$$\therefore P(Y) = \frac{1}{3}$$

$$\text{ఆదే విధముగా } P(R) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{3}$$

3. సంగీత, రేప్పులు టెన్నిస్ అటను అడుతున్నారు. సంగీత గెలిచే సంభావ్యత **0.62** అయినప్పుడు రేప్పు గెలిచే సంభావ్యత కనుగొనండి.

సాధన : సంగీత, రేప్పులు అటను గెలిచే ఘటనలను S, R లు సూచిస్తున్నాయి అనుకొనుము.

సంగీత గెలిచే సంభావ్యత =

$$P(S) = 0.62 \text{ (దత్తాంశం)}$$

పూరక సంభావ్యతలను అనుసరించి

$$\text{రేప్పు గెలిచే సంభావ్యత} = P(R) = 1 = P(S) \\ = 1 = 0.62 = 0.38$$

6. శారద, హమీద మంచి స్నేహితులు. వారిద్దరి పుట్టినరోజు పండుగలు సంవత్సరంలో (లీపు సంవత్సరం కాదు) (i) వేరువేరు రోజు రావడానికి? (ii) ఒకే రోజు రావడానికి సంభావ్యతలు లెక్కించండి?

సాధన : సంవత్సరంలో 365 రోజులలో ఇద్దరిలో ఎవరి పుట్టిన రోజు అయినా ఏ రోజు అయినా రావచ్చును. కావున మొత్తం 365 పర్యవసానాలు సమసంభవములని పరిగణించాలి.

(i) శారద, హమీదల పుట్టినరోజులు వేరువేరు రోజులు అవడానికి అనుకూల పర్యవసానాలు

$$= 365 - 1 = 364$$

$$\therefore P(\text{వేరువేరు పుట్టినరోజులు}) = \frac{364}{365}$$

$$(ii) P(\text{ఒకే రోజు పుట్టినరోజు}) = 1 - P$$

$$(\text{వేరువేరు పుట్టినరోజులు}) = 1 - \frac{364}{365} = \frac{1}{365}$$

7. 40 మంది విద్యార్థులు గల తరగతిలో 25 మంది బాలికలు, 15 మంది బాలురు ఉన్నారు. తరగతి ప్రతినిధిని నియమించ డానికై వారి ఉపాధ్యాయురాలు అందరి పేర్లను విడివిడి కార్డులపై ద్రాసి, ఒక పెట్టెలో వేసి బాగా కలిపి, ఒక కార్డును తీశారు. ఆ కార్డుపై పేరు i) అమ్మాయి లేక ii) అబ్బాయిది కావడానికి సంభావ్యతలు లెక్కించండి

సాధన : కార్డులన్నీ సమానం అయితే 40 మందిలో ఎవరి పేరు కార్డు అయినా రావచ్చును.

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = 40

$$(i) \text{ తీసిన కార్డుపై అమ్మాయి పేరు ఉండడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య} = 25$$

$$\therefore P(\text{అమ్మాయి పేరు గల కార్డు}) = P(\text{అమ్మాయి}) \\ = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$(ii) \text{ తీసిన కార్డుపై అబ్బాయి పేరు ఉండడానికి అనుకూల పర్యవసానాలు} = 15$$

$$\therefore P(\text{అబ్బాయి పేరు గల కార్డు}) = P(\text{అబ్బాయి}) \\ = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$$(\text{లేదా}) P(\text{అబ్బాయి}) = 1 - P(\text{అబ్బాయి కానిది}).. \\ = 1 - P(\text{అమ్మాయి})$$

$$= 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

ఇవి చేయండి

అ. క్రింది ఘటనలలో దేని పర్యవేసానములన్నీ సమ సంభవాలు?

1. పాచిక (dies) ను ఎగురవేసినపుడు 1, 2, 3, 4, 5 లేక 6 పదుట.

సాధన : ఒక పాచికను వేసిన దానిపై ముఖంపై 1, 2, 3, 4, 5 లేదా 6 సంఖ్యలు వచ్చుటకు (బక్కాక్కడానికి) సమాన అవకాశాలు కలవు.

2. 5 ఎఱుపు, 4 నీలం, 1 నలుపు బంతులు గల సంచి నుంచి ఒక బంతిని యాడ్చుచ్చికంగా తీయుట.

సాధన : 5 ఎఱుపు బంతులు, 4 నీలం బంతులు, 1 నల్లని బంతి గల సంచి నుండి 2 వేర్చేరు రంగులు కల బంతులను బయటకు తీయుటకు (పొందుటకు) సమాన అవకాశాలు లేవు.

3. కారమ్మ ఆటను గెలుచుట

సాధన : కారమ్మ ఆట గెలుచుటకు ఇద్దరికీ సమాన అవకాశాలు కలవు.

4. రెండంకెల సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానము 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 లేక 9 అగుట

సాధన : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 లేక 9 నుండి రెండంకెల సంఖ్యను ప్రాయటలో ఒకట్ల స్థానంలో పై అంకెలు వచ్చుటకు సమాన అవకాశాలు కలవు.

5. సమసంభవ పర్యవేసానములు గల ఐదు సందర్భాలను పేర్కొని వాని ప్రతిరూప ఆవరణలను ప్రాయండి. సమసంభవము మరియు పరస్పర వర్జిత ఫుటసల యొక్క సంభావ్యతను ఎట్లు గమనించవచ్చునో కొన్ని ఉధారణలను పరిశీలిద్దాము.

సాధన : a) ఒక నాచేన్ని పైకి ఎగురవేసిన బొమ్మ లేదా బొరుసు పొందే సందర్భం.

.: ప్రతిరూప ఆవరణము = {T, H}.

- b) ఒక పాచికను దొర్లించినపుడు సరి లేదా బేసి సంఖ్యను పొందటం.

.: ప్రతిరూప ఆవరణము = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

- c) షటీల్ ఆటను గెలిచే సందర్భం

.: ప్రతిరూప ఆవరణం = { గెలుపు, టటమి }.

- d) 3 నీలం మరియు 3 నల్లని బంతులు గల సంచి నుండి ఒక సలువు లేదా నీలం బంతిని యాడ్చుచ్చికంగా తీసే సందర్భం.

.: ప్రతిరూప ఆవరణం = { నీలం, నల్లని బంతులు }.

e) పేక ముక్కల కట్ట నుండి 1నలుపు లేదా 1 ఎరుపు పేక ముక్కను యాడ్చుచ్చికంగా తీసే సందర్భం .: ప్రతిరూప ఆవరణం = { నలుపు, ఎరుపు }.

8. i) బొమ్మ పదుట అనేది బొరుసు పదుటకు పూరక ఫుటనా? కారణాలు తెలుపండి.

సాధన : ఒక నాచేమును ఎగురవేసినపుడు సాధ్యమగు

పర్యవేసానాల సమితి $S = \{ T, H \}$ బొమ్మపడు ఫుటన కాకుండా లో మిగిలిన ఫుటన పర్యవేసానం బొరుసు పదుట. కావున బొమ్మపడు ఫుటన, బొరుసు పదు ఫుటనకు పూరక ఫుటన అవుతుంది.

2. క్రిందివానిలో ఏవి ఒక ఫుటన యొక్క సంభావ్యతను సూచించలేపు?

a) 2.3 b) -1.5 c) 15% d) 0.7

సాధన : a) 2.3 ఒక ఫుటన యొక్క సంభావ్యతను సూచించలేదు.

b) -1.5 ఒక ఫుటన యొక్క సంభావ్యతను సూచించలేదు.

c) 15% ఒక ఫుటన యొక్క సంభావ్యతను సూచిస్తుంది.

d) 0.7 ఒక ఫుటన యొక్క సంభావ్యతను సూచిస్తుంది.

3. మీ దగ్గర ఒక కట్ట పేకాట కార్డులు బాగుగా కలుపబడి ఉన్నాయి అనుకోనడి. వాటి నుండి యాడ్చుచ్చికము గా తీసిన కార్డు

1) రాణి ఆటుకు సంభావ్యత ఎంత?

2) ముఖ కార్డు ఆటుకు సంభావ్యత ఎంత?

3) స్టేడ్ ఆటుకు సంభావ్యత ఎంత?

4) స్టేడ్, ముఖ కార్డు ఆటుకు సంభావ్యత ఎంత?

5) ముఖకార్డు కాకపోవుటకు సంభావ్యత ఎంత?

సాధన :

1. మొత్తం సాధ్యపడు పర్యవేసానాల సంఖ్య = 52 రాణి పేక ముక్కను పొందు అనుకూల పర్యవేసానాల సంఖ్య = 4 [

.: రాణి ముక్కను పొందు సంభావ్యత = $P(E)$

= అనుకూల పర్యవేసానాల సంఖ్య

సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవేసానాల సంఖ్య

$$= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

2. ముఖ కార్డు గల ముక్కలు J, Q, K.
ముఖ కార్డు పొందు అనుకూల పర్యవసానాలు
 $= 4 \times 3 = 12$
సాధ్యపడు అన్ని పర్యవసానాల సంఖ్య = 52
 $\therefore P(E) = \text{అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}$
సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య
 $= \frac{12}{52} = \frac{3}{13}.$

అలోచించి, చర్చించి రాయండి

1. ఏడైనా ఆటలో ఏ జట్టువారు మొదటి బంతిని తీసుకోవాలో నిర్ణయించడానికి నాణిమును వేయడమే నిష్పాక్షికం అంటారెందుకు?

సాధన : బొమ్మ పదుటకు గల సంభావ్యత = $\frac{1}{2}$

బొరుసు పదుటకు గల సంభావ్యత = $\frac{1}{2}$

రెండు ఫుటనల సంభావ్యత సమానం. కనుక
 \therefore నాణిం ఎగురవేయటయే నిష్పాక్షికం.

2. ఒక ఫుటన యొక్క సంభావ్యత $\frac{7}{2}$ ఉంటుందా?
వివరించండి

సాధన : ఒక ఫుటన యొక్క సంభావ్యత $\frac{7}{2}$ అగుట అసాధ్యం.

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$, ఇది 1 కన్నా ఎక్కువ.

∴ ఏ ఫుటన యొక్క సంభావ్యతైనా 0, 1 ల మధ్య ఉండును. [$\because 0 \leq P(E) \leq 1$]
కావున అసాధ్యము.

అభ్యాసం - 13.1

1. క్రింది ప్రవచనాలను పూరించండి
i) ఫుటన E యొక్క సంభావ్యత + ఫుటన 'E కాదు'
సంభావ్యత =

సాధన : 1

ii) ఎల్లపుడు సాధ్యపడని ఫుటన యొక్క సంభావ్యత దానిని.....
ఫుటన అంటారు.

సాధన : సున్న, అసంభవ ఫుటన.

iii) కచ్చితంగా సంభవించే ఫుటన యొక్క

సంభావ్యత దానిని.....

ఫుటన అంటారు.

సాధన : 1, కచ్చిత లేదా ధృడ

i) ఒక ప్రయోగంలోని అన్ని ప్రాథమిక ఫుటనల యొక్క సంభావ్యతల మొత్తము

సాధన : 1

v) ఒక ఫుటన యొక్క సంభావ్యత ఎల్లపుడూ కన్నా ఎక్కువ లేక సమానము

మరియు కన్నా తక్కువ లేక

సమానముగా ఉంటుంది

సాధన : 0 మరియు 1

2. క్రింది ప్రయోగాలలో దేని పర్యవసానములు సమ సంభవములు? వివరించండి

i) స్టార్టు చేయబోయిన కారు స్టార్టు అవుతుంది లేక కాదు

సాధన : సమసంభవ ఫుటన. రెండింటికీ ఒకే సంభావ్యత $\left(\frac{1}{2}\right)$ కలదు

ii) ఒక ఆటగాడు బాస్కెట్బాల్సు కొట్టబోతే, అది తగులుతుంది లేక తగలదు

సాధన : సమసంభవ ఫుటన. రెండింటికీ ఒకే సంభావ్యత $\left(\frac{1}{2}\right)$ కలదు

iii) తప్పు-బప్పు ప్రశ్నకు సమాధానము త్రాసినప్పుడు అది సరికావచ్చు, కాకపోవచ్చు.

సాధన : సమసంభవ ఫుటన. రెండింటికీ ఒకే సంభావ్యత కలదు

iv) పుట్టబోయే శిశువు అబ్బాయి లేక అమ్మాయి కావచ్చు.

సాధన : సమసంభవ ఫుటన. రెండింటికీ ఒకే సంభావ్యత కలదు అది $\left(\frac{1}{2}\right)$

- 3) $P(E) = 0.05$ అయిన 'E కాదు' యొక్క సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : ఇచ్చినది $P(E) = 0.05$

$$P(\bar{E}) = ?$$

$$\begin{aligned} P(E) + P(\bar{E}) &= 1 \\ \Rightarrow P(E) + 0.05 - 1 & \\ P(\bar{E}) &= 1 - 0.05 \\ \therefore P(\bar{E}) &= 0.95 \end{aligned}$$

4. ఒక సంచిలో నిమ్మ వాసన గల చాక్టెట్లు ఉన్నాయి. మాలిని చూడకుండా సంచి నుంచి ఒక చాక్టెట్ తీస్తే అది (i) నారింజ వాసన గలది అవడానికి (ii) నిమ్మ వాసన గలది అవడానికి సంభావ్యతలు లెక్కించండి.

సాధన : (i) ఆ సంచి నుండి నారింజ వాసన గల చాక్టెట్లు అగుట అనంభం కనుక దాని సంభావ్యత '0'.
(ii) నిమ్మ వాసన గల చాక్టెట్లను ఆ సంచి నుండి యాచ్చుచ్చికంగా బయటకు తీయట ఒక కచ్చిత ఘటన. కావున దాని సంభావ్యత 1.

5. ముగ్గురు విద్యార్థులలో ఇద్దరి పుట్టినరోజులు సంవత్సరములో ఒకేరోజు రాని సంభావ్యత **0.992** అయిన ఒకేరోజు వచ్చే సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : ఇద్దరు విద్యార్థుల పుట్టినరోజులు ఒకే రోజు కాకుండా సంభావ్యత $P(E) = 0.992$ అనుకొనుము.
ఇద్దరు విద్యార్థుల పుట్టినరోజు ఒకేరోజు అయ్యే సంభావ్యత = E యొక్క పరస్పర ఘటన = $P(E)$ అగును.

$$\begin{aligned} \therefore P(E) + P(\bar{E}) &= 1 \\ \Rightarrow P(\bar{E}) &= 1 - P(E) = 1 - 0.992 \\ &= 0.008 \end{aligned}$$

∴ ఆ ఇద్దరి పుట్టినరోజు ఒకేరోజు అయ్యే సంభావ్యత = 0.008.

6. ఒక పేకముక్కల కట్ట నుండి ఎరువు రంగు రాజును తీయు సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : ఎరువు రాజు రాగల అనుకూల పర్యవసాానాల సంఖ్య
 $() = 2$.
మొత్తం పర్యవసాానాల సంఖ్య = 52.
ఎరువు రాజు కార్డు పొందుటకు సంభావ్యత
 P (ఎరువు రాజు)
= అనుకూల పర్యవసాానాల సంఖ్య =
మొత్తం పర్యవసాానాల సంఖ్య

71. ఒక సంచిలో 3 ఎరువు, 5 నలుపు బంతులు కలవు. సంచి నుంచి ఒక బంతిని తీస్తే అది (i) ఎరువునై ఉండుటకు (ii) ఎరువుది కాకపోవుటకు సంభావ్యతలు ఎంతెంత?

సాధన : (i) సంచిలోని మొత్తం బంతుల సంఖ్య = 3 ఎరువు + 5 నలుపు = 8 బంతులు సంఖ్య = 3
ఎరువు బంతి అగుటకు గల అనుకూల పర్యవసాానాల సంఖ్య = 3
ఎరువు బంతి పొందుటకు గల సంభావ్యత
 $P(E) = \text{అనుకూల పర్యవసాానాల సంఖ్య} = \text{మొత్తం పర్యవసాానాల సంఖ్య}$

$$\begin{aligned} (ii) \quad P(\bar{E}) &\text{ అనునది పరస్పర ఘటన ఆయిన} \\ \Rightarrow P(E) + P(\bar{E}) &= 1 \\ P(\bar{E}) &= 1 - P(E) \\ &= 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{బంతి ఎరువుది కాకపోవుటకు సంభావ్యత} = \frac{5}{8}$$

PART - A

1. ఒక సంచిలో 5 ఎరువు, 8 తెలుపు బంతులు కలవు. ఆ సంచి నుండి యాచ్చుచ్చికంగా ఒక బంతిని తీస్తే అది (i) తెలుపు బంతి అయ్యే (ii) తెలుపు బంతి కాకుండా సంభావ్యతలు ఎంత?

సాధన : సంచిలోని మొత్తం బంతుల సంఖ్య = 5 + 8 = 13
5 ఎరువు + 8 తెలుపు = 13
తెలుపు బంతి అగుటకు గల సంభావ్యత = అనుకూల పర్యవసాానాల సంఖ్య = మొత్తం పర్యవసాానాల సంఖ్య

$$P(E) = \frac{8}{13}$$

తెలుపు బంతి కాకుండటకు సంభావ్యత
 $= P(\bar{E}) = ?$

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

$$\Rightarrow P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

$$= 1 - \frac{8}{13} = \frac{5}{13}$$

2. ఒక పాచికను నిష్టుభీకరంగా ఒకసారి దొర్లించిన వచ్చు ఘలితాలలో పాచికపై 3 యొక్క గుణిజం వచ్చు సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : 3 యొక్క గుణిజాలు 2 (3, 6) మరియు మొత్తము ఘలితముల సంఖ్య = 6

$$P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

3. ఒక పెట్టీలో 12 ఎరువు, 18 నీలం మరియు 6 తెలుపు బంతులున్నాయి. ఆ పెట్టీ నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఒక బంతిని తీసిన అది ఎరువు బంతి కాని సంభావ్యత ఎంత?

సాధన : సమాధానం

$$\text{మొత్తం బంతుల సంఖ్య} = 12 + 18 + 6 = 36$$

$$\text{ఎరువు బంతుల సంఖ్య} = 12$$

$$\therefore \text{ఎన్నకునే బంతి ఎరువు బంతి అయ్యే సంభావ్యత}$$

$$P(E) = \text{అనుకూల ఘుటనలు}$$

మొత్తము ఘుటనలు

$$(\text{నఫల సంభావ్యత}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$\therefore \text{ఎన్నకునే బంతి ఎరువు బంతి కాని సంభావ్యత}$

$$= P(\bar{E}) = 1 - \frac{1}{3}$$

$$(\text{విఫల సంభావ్యత}) = \frac{2}{3}$$

4. మొదటి 50 సహజ సంఖ్యల నుండి ఒక సంఖ్యను ఎన్నకొనిన అది 3 యొక్క గుణిజము అగు సంభావ్యతను కనుగొనుము.

సాధన : మొదటి 50 సహజ సంఖ్యలలో 3 యొక్క గుణిజాలు : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48

మొదటి 50 సహజ సంఖ్యలలో 3 యొక్క గుణిజాలకు అనుకూల పర్యవసాయాల సంఖ్య = 16

మొదటి 50 సహజ సంఖ్యలలో ఎన్నకొన్న సంఖ్య 3 యొక్క గుణిజం అయ్యే ఘుటన సంభావ్యత

$$= \text{అనుకూల పర్యవసాయాల సంఖ్య} = \text{మొత్తం పర్యవసాయాల సంఖ్య}$$

5. బాగుగా కలుపబడిన పేకాట 52 కార్డుల కట్ట నుండి ఒక కార్డు తీయుటలో అది ప్రధాన సంఖ్య కలిగిన ఎరువు రంగు కార్డు అయ్యే సంభావ్యతను కనుగొనుము.

సాధన : మొత్తం పేకముక్కలు = 52

52 పేకముక్కలలో ప్రధాన సంఖ్య కలిగి ఎరువు రంగు గల పేక ముక్కల సంఖ్య = 8

ఎన్నకొన్న పేకముక్క ప్రధాన సంఖ్యను కలిగి అది ఎరువు రంగు గల పేక ముక్క అగు ఘుటన సంభావ్యత = అనుకూల పర్యవసాయాల సంఖ్య = మొత్తం ఘలితాల సంఖ్య

6. ఆంగ్ల అక్షరమాల నుండి యాదృచ్ఛికంగా ఎన్నకొన్న అక్షరం హల్లు కావడానికి సంభావ్యతను కనుకోండి.

సాధన : మొత్తం పర్యవసాయాల సంఖ్య = 26

అనుకూల పర్యవసాయాల సంఖ్య = 21

ఎన్నకొన్న అక్షరం హల్లు అగు ఘుటన సంభావ్యత = అనుకూల పర్యవసాయాల సంఖ్య = 21

మొత్తం పర్యవసాయాల సంఖ్య = 26

|| అధ్యాయం - 14 : సాంఖ్యక శాస్త్రం ||

1. 10 క్రికెట్ మ్యాచ్‌లలో ఒక బొలర్ తీసిన వికెట్లు క్రింది విథంగా ఉన్నాయి. 2, 6, 4, 5, 0, 2, 1, 3, 2, 3. ఈ దత్తాంశానికి ‘బాహుళకాన్ని’ కనుకోండి.

సాధన : దత్తాంశములోని అంకెలను (రాశులను) ఒక క్రమ పద్దతిలో అమర్చగా అనగా 0, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6.

పై దత్తాంశంను పరిశేలించగా, ఎక్కువ మ్యాచుల్లో బొలర్ ‘2’ వికెట్లను తీసినట్లుగా న్యష్టంగా తెలియుచున్నది. (అనగా 3 సార్లు). అందువల్ల ఇవ్వబడిన దత్తాంశం యొక్క బాహుళకము 2.

జివి చేయడి

1. ఈ క్రింది దత్తాంశానికి బాహుళకాన్ని కనుకోండి.

a) 5, 6, 9, 10, 6, 12, 3, 6, 11, 10, 4, 6, 7

b) 20, 3, 7, 13, 3, 4, 6, 7, 19, 15, 7, 18, 3

c) 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6

సాధన : బాహుళకం

a) 6 (తరచుగా వచ్చు విలువ)

b) 3, 7 (ద్విబాహుళకం)

c) బాహుళకం లేదు. బాహుళక రహిత దత్తాంశము

2. బాహుళకము ఎల్లప్పుడు దత్తాంశమునకు మధ్యలో ఉంటుందా?

సాధన : ఉండదు.

3. 10 క్రికెట్ మ్యాచ్‌లలో ఒక బొలర్ తీసిన వికెట్లు క్రింది విధంగా ఉన్నాయి. 2, 6, 4, 5, 0, 2, 1, 3, 2, 3. (ఉదాహరణ-4) ఈ దత్తాంశానికి మరొక రాళిని చేర్చగా బాహుళకము మారుతుందా? వ్యాఖ్యానించండి

సాధన : దత్తాంశానికి మరో అంశం కొత్తగా కలిపినపుడు దాని బాహుళకం మారుతుందా లేదా అనేది మనం చేర్చిన దత్తాంశంపై ఆధారపడుతుంది. ఉదాహరణకు మనకు ఇచ్చిన దత్తాంశం నందు 0, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6 అనుదానిలో 2 (3 సార్లు) ఉన్నది. కావున దీని బాహుళకం = 2. అయితే మనం ఈ దత్తాంశానికి “3” అనే అంశాన్ని చేర్చితే ఆ దత్తాంశం 0, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6 గా మారును. అప్పుడు ఈ క్రొత్త దత్తాంశానికి 2 మరియు 3 లు రెండూ కూడా బాహుళకం అగును. అప్పుడు దీనిని దీఘబాహుళక దత్తాంశం అందురు. కావున ‘3’ చేర్చిట వల్ల బాహుళకం మారును. 3 కాకుండా ఏ ఇతర అంశాన్ని చేర్చినా బాహుళకం మారదు అని గుర్తించాలి.

4. ఒకవేళ ఉదాహరణ-4 లోని రాపులలోని గరిష్ట విలువ ‘8’కి మారిన, దాని ప్రభావం అట్టి దత్తాంశం యొక్క బాహుళకంపై ఉంటుందా? వ్యాఖ్యానించము.

సాధన : 4లోని రాపులలో గరిష్ట విలువ 8కి మారిన, దాని ప్రభావం బాహుళకంపై ఉండదు, బాహుళకం మారదు. గరిష్ట, కనిష్ట విలువలకు బాహుళకం మారదు.

అలోచించి, చర్చించి రాయండి

1. సందర్భాన్ని బట్టి మనము తరగతిలోని విద్యార్థుల అందరి సరాసరి మార్పులు, లేక ఎక్కువమంది విద్యార్థులు పొందిన మార్పులు కనుగొంటాము
a) మొదటి సందర్భంలో మనం ఏ కేంద్రీయ స్థానపు విలువను కనుకొంటాం?

సాధన : సగటు

- b) రెండవ సందర్భంలో మనం ఏ కేంద్రీయ స్థానపు విలువను కనుకొంటాం?

సాధన : బాహుళకము

2. వేరువేరు తరగతి అంతరాలు గల దత్తాంశమునకు కూడా ‘బాహుళకము’ ను కనుగొనవచ్చునా?

సాధన : లేదు. విభిన్న తరగతి అంతరాలతో బాహుళకం కనుగొనలేదు.

1. 5, 6, 9, 10, 6, 12, 3, 6, 11, 10 ల దత్తాంశపు సగటు ఎంత?

సాధన : దత్తాంశం సగటు = ఇచ్చిన రాపుల మొత్తం = ఇచ్చిన రాపుల సంఖ్య

$$\frac{5+6+9+10+6+12+3+6+11+10}{10} = \frac{78}{10} = 7.8$$

2. వర్గీకృత దత్తాంశము నందు మధ్యగతం కనుగొనుటకు సూత్రము ప్రాసి, అందలి పదాలను వివరింపుము

$$\text{సాధన : మధ్యగతము } (M) = 1 + \left(\frac{\frac{n}{2} - c.f}{f} \right) x h$$

$1 = \text{మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు}$

$n = \text{దత్తాంశంలోని రాపుల సంఖ్య}$

$c.f = \text{మధ్యతరగతికి ముందు తరగతి యొక్క సంచిత పొనఃపున్యము}$

$f = \text{మధ్యగత తరగతి యొక్క పొనఃపున్యము}$

$h = \text{తరగతి పొడవు}$

3. 5, 3, 4, - 4, 6, 7, 0 దత్తాంశ మధ్యగతము ఎంత?

సాధన : ఇవ్వబడిన పరిశీలనాంశములు 5, 3, 4, - 4, 6, 7, 0

పరిశీలనాంశములను ఆరోహణ క్రమంలో ప్రాయగా - 4, 0, 3, 4, 5, 6, 7

మొత్తము 7 పరిశీలనాంశములున్నవి. కనుక

$$\left(\frac{7+1}{2} \right) = 4 \text{ వ పరిశీలనాంశము మధ్యగతమగును} \\ \therefore \text{మధ్యగతము} = 3.$$

5. 6, 9, 6, 12, 3, 6, 11, 6, 7ల బాహుళకం ఎంత?

సాధన : 5, 6, 9, 6, 12, 3, 6, 11, 6, 7లలో 6 యొక్క పొనఃపున్యము గరిష్టం కావున పై దత్తాంశానికి బాహుళకం = 6.

6. మొదటి ‘n’ సహజ సంఖ్యల సగటు కనుగొనము

సాధన : సగటు = మొదటి ‘n’ సహజ సంఖ్యల మొత్తం

$$= \frac{n}{n} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{1}{n} = \left[\frac{n+1}{2} \right]$$

$$\text{మొదటి 'n' సహజ సంఖ్యల సగటు} = \frac{n+1}{2}$$



శ్రీ లక్ష్మీ వెబ్‌కేమ్స్

త్వరలో...
అన్ని సజ్జెక్చులకు
చాప్టర్ వాల్గా టెక్స్
బుక్‌లైన్ టు లైన్ ఆధారంగా
ఐట్ బ్యాంక్

- DSCలో ఖమ్ముల్లి విజయ తీర్మాని చేర్చుకొని 99% ఉపయోగించే పుస్తకాలు
- TETలో 99% ప్రశ్నలు మన పుస్తకాల సుండి వచ్చాయిని చెప్పుతు సంతోషించుటాణి.
- 3-10వ తరగతి వరకూ పూర్తి సిలబస్ కల్గిన రాష్ట్రంలలోనే వికైక పుస్తకాలు.

పుస్తకాలు పోస్ట్‌ల్ ద్వారా మీ జంటికే డెివలి చేయించును

పూర్తి వీరాల కేసు సంప్రదించి:

**9550039204
9502439204**



డ్రెక్టర్, భవాని గౌచాల్
శ్రీలక్ష్మీ పెబ్లుకేమ్స్ అసింటిప్స్ రమ్మ.