46 Satz: $F : U_1 \times U_2 \in \mathbb{R}^k \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar. $F(a,b) = 0$, $\frac{\partial F}{\partial y}(a,b) \neq 0 \implies$ $\exists! g : \underbrace{V_1}_{U_1} \to \underbrace{V_2}_{U_2}$. $\forall (x,y) \in V_1 \times V_2$:

$$F(x,y) = 0 \iff y = g(x)$$

47 Satz: Sei F wie in (A) differenzierbar mit $\det\left(\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)\right) \neq 0$ und sei g wie in (B) differenzierbar. Dann gilt:

$$\mathrm{Dg}(a) = -\left(\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial x}(a,b)\right)$$

45 Satz: Sei F wie in (A) differenzierbar in (a,b) mit $U_1 = B(a,\tau_1) \subseteq \mathbb{R}^k, U_2 = B(a,\tau_2) \subseteq \mathbb{R}^m$ und $\det\left(\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)\right) \neq 0$. Sei g wie in (B) stetig. Dann ist g differenzierbar in a mit

$$\mathrm{Dg}(a) = -\left(\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial x}(a,b)\right)$$

49 Satz über implizite Abbildungen: Sei F wie in A stetig differenzierbar mit $U_1 = B(a,\tau_1) \subseteq \mathbb{R}^k, U_2 = B(a,\tau_2) \subseteq \mathbb{R}^m$ und $\det\left(\frac{\partial F}{\partial y}(a,b)\right) \neq 0$ Dann gibt es offene Umgebungen $V_1 \subseteq U_1$ von a, $V_2 \subseteq U_2$ von b und $g : V_1 \to V_2$ stetige Abbildung, sodass: $\forall (x,y) \in V_1 \times V_2$

$$F(x,y) = 0 \iff y = g(x)$$