Sida 1

Namn: Sayed Ismail Safwat / LiU-ID: saysa289

Del A

01

a)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	(A) $p \to q$	(B) $\neg q \to \neg p$
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1

Det stämmer, det bevisar vi genom att ställa upp sanningstabeller för $A \to B$ så det är en tautologi och B är en logisk konsekvens av A.

b)

i) $p \land q \land (p \land q \to r)$

$\Rightarrow$ kontradiktion

ii) $(p \lor q) \land (p \lor \neg q) \land (\neg p \lor q) \land (\neg p \lor \neg q)$

$\Rightarrow$ kontradiktion

p	q	$\neg p$	$\neg q$	r	i	ii
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0

* Här har jag inkluderat både sammansatta deluppgifterna som är i) och ii) i sanningstabellen.

c)

Jag antar att vi har följande mängder:

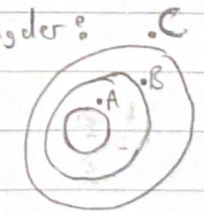
$A = \{1, 2\}$

$B = \{1, 2, 3\}$

$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

① $A \subseteq B$

② $A \subseteq C$



i) Genom att kolla på ovanstående mängderna, så stämmer $A \subseteq B \cup C$ också eftersom "A" är en delmängd av "$B \cup C$".

ii) Samma sak gäller här också det vill säga "A" är en delmängd av "$B \cap C$".

iii) Enligt mängderna i exemplet, så stämmer både $A \subseteq B$ och $A \subseteq B^c$ då "A" är en delmängd av "B" samt delmängd av "B" komplement.

Sida 2

Namn: Sayed Ismail Safwat / LiU-ID: saysa289

02
3

a)

i) $a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = 1 + (n-1)2$

$a_n = 2n - 1$

strikt mindre än 100 blir 99

$99 = 2n - 1$

$n = 50$

ii) $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$S_n = \frac{50(1+99)}{2}$

$S_n = 2500$

b) $a_n = a_1 k^{n-1}$

i) $a_8 = 2 \cdot 3^{8-1}$

$= 2 \cdot 2187$

$a_8 = 6561$

ii) $\sum_{k=1}^{8} a_k = \frac{a_1(k^n - 1)}{k-1}$ (Summan av geometriska talföljd)

$= \frac{2(3^8 - 1)}{3 - 1} = \frac{2(2186)}{2}$

$\Rightarrow 2186$

iii) 8. Då vilket tal som helst större än 8 resulterar till en summan större än 10000.

c) I Induktion över n där $n \geq 1$.

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n+1} i}_{V} = \underbrace{\frac{n^2 + 3n + 2}{2}}_{H} \Rightarrow \sum_{i=1}^{1+1=2} i = \frac{1^2 + 3 \cdot 1 + 2}{2}$$

$3 = 3$

II Induktionsantagandet: Vi antar att detta stämmer för $k \geq 1$. Den stämmer för "$k+1$" också.

$$\sum_{i=1}^{k+1} i = \frac{k^2 + 3k + 2}{2}$$

$$V = \sum_{i=1}^{(k+1)+1} i = \sum_{i=1}^{k+2} i = \sum_{i=1}^{k+1} i + (k+2) = \frac{k^2+3k+2}{2} + k+2$$

$$= \frac{k^2+3k+2}{2} + \frac{2(k+2)}{2}$$

$$= \frac{k^2+3k+2+2k+4}{2}$$

$$= \frac{k^2+5k+6}{2}$$

$$H = \frac{(k+1)^2 + 3(k+1) + 2}{2} = \frac{k^2+2k+1+3k+3+2}{2}$$

$$= \frac{k^2+5k+6}{2}$$

$V = H$

Namn: Sayed Ismail Safwat / LiU-ID: saysa289

Sida 3

03

a)

i) $s(1) = 0 \rightarrow$ fattigt

$s(2) = 1 \rightarrow$ fattigt

$s(3) = 1 \rightarrow$ fattigt

$s(4) = 1+2 = 3 \rightarrow$ fattigt

$s(5) = 1 \rightarrow$ fattigt

$s(6) = 1+2+3 = 6 \rightarrow$ perfekt

$s(7) = 1 \rightarrow$ fattigt

$s(8) = 1+2+4 = 7 \rightarrow$ fattigt

$s(9) = 1+3 = 4 \rightarrow$ fattigt

$s(10) = 1+2+5 = 8 \rightarrow$ fattigt

ii) Den är rikt eftersom den ingår själva talet också.

T.ex: $p(2) = 1+2 = 3$

$p(5) = 1+5 = 6$

$p(11) = 1+11 = 12$

b) Eftersom additiv inverse måste vara ett tal som man adderar med ett tal och resulterar "0". Därför finns det inget tal förutom "0" själv som har additiv invers. Så varken 1 eller 2 har additiv invers då — de är naturliga tal.

c) $sgd(11,29) = sgd(29,11)$

$= sgd(29-11, 11) = sgd(18,11)$

$= sgd(18-11, 11) = sgd(7,11)$

$= sgd(7,11) = sgd(11,7)$

$= sgd(11-7, 7) = sgd(4,7)$

$= sgd(4,7) = sgd(7,4)$

$= sgd(7-4, 4) = sgd(3,4)$

$= sgd(3,4) = sgd(4,3)$

$= sgd(4-3, 3) = sgd(1,3)$

$= sgd(1,3) = sgd(3,1)$

$= sgd(3-1,1) = sgd(2,1)$

$= sgd(2-1,1) = sgd(1,1) \Rightarrow sgd(1-1,1) \Rightarrow sgd(0,1) \Rightarrow sgd(1)$

Så "11" och "29" är relativt prima.

Namn: Sayed Ismail Safwat / LiU-ID: saysa289

Sida 4

06

7

a)

i) "finns ej" då i en Eulerväg måste varje passeras — exakt en gång och måste ha högst två noder med udda gradtal.

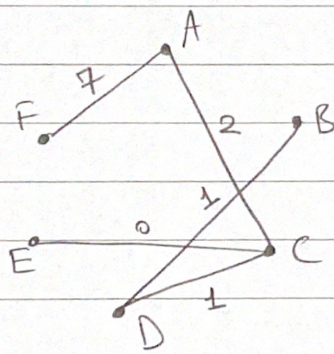
ii) En båge mellan "B" och "F".

b)

i) A – C – E – D – B – F – A = 2 + 0 + 10 + 1 + 10 + 7

⇒ 30

ii)

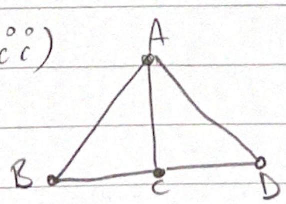


Trädets totalkostnad = 0 + 1 + 1 + 2 + 7

= 11

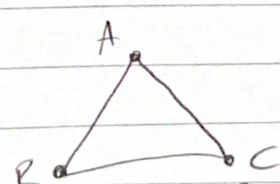
c) i) ja. Om vi antar A och B är två noder, och — en väg passerar en båge exakt en gång så varje fullständig graf har en Eulerväg.

ii)



Nej, Till exempel i grafen som ligger till vänster. En Eulercyckel innehåller inga noder — som har udda gradtal.

iii)



{A, B}, {B, C}, {C, A}

Ja, Som står i frågan, en fullständig — graf är en oriktad graf vilket samtliga par av noder har en båge mellan sig. Exemplet — visar en hamilton cyckel som besöker varje nod exakt en gång. Ovanstående definition stämmer med mitt svar som är "ja".