

Lernziele

- Formale Sprachen als Grammatik, EBNF und Syntaxdiagramm formulieren können.
- den Typ von Grammatiken und Sprachen gemäß der Chomsky-Hierarchie bestimmen können.

Die Lösung zu diesem Übungsblatt muss als PDF-Datei abgegeben und nach dem Schema <nachname>-<vorname>-<blattnr>.pdf benannt werden. Beachten Sie die Vorgaben auf Blatt0.

Aufgabe 1 Grundlagen und Terminologie $(6 * 1/3 = 2) + 3 + 3 + 2 = 10$ Punkte

- a) Definieren Sie die Begriffe: Alphabet, Wort, Sprache, Nichtterminalsymbol, Terminalsymbol und Produktionsregel.

Lösung

- *Alphabet*: Menge an Terminalsymbolen.
- *Wort*: Eine Sequenz aus Symbolen des Alphabets.
- *Sprache*: Eine Menge an Wörtern.
- *Nichtterminalsymbol*: Variable zur Verwendung in einer Produktionsregel, die nicht Element eines Wortes sein kann.
- *Terminalsymbol*: Eine Element des Alphabets.
- *Produktionsregel*: Eine Ableitung, die von einem Nichtterminalsymbol auf eine Sequenz an Terminal- und Nichtterminalsymbolen abbildet. (Bei Typ-0- und Typ-1-Grammatiken können links auch mehrere Terminal- und Nichtterminalsymbole stehen).

- b) Worin unterscheiden sich Grammatik, BNF und EBNF?

Lösung

Eine Grammatik ist ein Quadrupel aus einer Menge an Nichtterminalsymbolen V , einem Alphabet Σ , einer Menge an Produktionsregeln P und einem Startsymbol.

Eine **BNF** definiert Terminal- und Nichtterminalsymbole implizit durch Verwendung, ermöglicht die Vereinfachungen von mehreren Abbildung mit gleicher linker Seite, durch Einführung von Alternativen $|$. Mehrfachersetzung kann mit Rekursion erreicht werden.

EBNF führen weitere Notationsvereinfachungen ein:

- $\{A\}$, lies 0 oder n-Mal A .
- $[A]$, lies 0 oder 1-Mal A .

c) Was ist die Chomsky-Hierarchie?

Lösung

Die Chomsky-Hierarchie definiert eine Einteilung von Grammatiken in Typen. Die Menge der Grammatiken vom Typ n sind dabei Teilmenge der Grammatiken vom Typ $n - 1$ (für $0 < n \leq 4$).

- **Typ 3:** reguläre Grammatiken, alle Produktionsregeln sind regulär (entweder alle links-regulär oder alle rechts-regulär). Seien A, B Nichtterminalsymbole und x ein Terminalsymbol, dann sind die folgenden Produktionsregeln links-regulär (sh. Skript):
 - $A \rightarrow \epsilon$
 - $A \rightarrow x$
 - $A \rightarrow xB$
- **Typ 2:** kontextfreie Sprachen, diese beschränken die linke Seite auf ein Nichtterminalsymbol.
- **Typ 1:** die linke Seite muss aus weniger oder gleich vielen Symbolen bestehen wie die rechte Seite.
- **Typ 0:** keine Einschränkungen.

d) Was ist der Unterschied zwischen dem Typ einer Grammatik und dem Typ einer Sprache?

Lösung

Der Typ einer Grammatik bestimmt sich wie in Teilaufgabe c) beschrieben. Eine Sprache ist genau dann vom Typ n , wenn eine Grammatik von Typ n existiert, die diese Sprache erzeugt.

Aufgabe 2 Grammatik für Fließkommazahlen

$1 + (2 + 2 = 4) + 9 + 5 + 6 = 25$ Punkte

Gegeben sei die folgende Grammatik $G = \{V, \Sigma, P, S\}$ in BNF-Syntax:

$V = \{Start, Ziffer, Dot\}$

$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, .\}$

$P = \{Start \rightarrow ZifferDotZiffer,$

$Ziffer \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9,$

$Dot \rightarrow .\}$

$S = Start$

a) Geben Sie 2 Wörter an, die Teil der durch G definierten Sprache sind.

Lösung

z.B: 0.0, 9.9, 1.2, 0.3, 1,8

b) Welchen Typ hat G ? Welchen Typ hat die durch G definierte Sprache? Begründen Sie jeweils.

Lösung

Die erste Produktionsregel ($Start \rightarrow ZifferDotZiffer$) ist nicht-regulär, jedoch handelt es sich stets um Einzelzeichenersetzungen. Folglich ist die Grammatik G von Typ 2. Die Sprache ist vom Typ 3, da eine Grammatik G' vom Typ 3 existiert (sh. Teilaufgabe d)).

- c) Erweitern Sie die Grammatik so, dass beliebig lange Fließkommazahlen erzeugt werden können. Achten Sie dabei darauf, dass eine Fließkommazahl nur mit 0 terminieren darf, wenn die 0 die einzige Ziffer nach dem Komma ist. Achten Sie des weiteren darauf, dass die Stellen vor dem Komma nur mit 0 beginnen dürfen, wenn 0 die einzige Ziffer vor dem Komma ist.

Beispiele:

11.10 (nicht erlaubt)

11.0 (erlaubt)

0.123 (erlaubt)

01.123 (nicht erlaubt)

Lösung

$$V = \{Start, Zahl0, Zahl, Dot, Zahl1, Zahl2\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, .\}$$

$$P = \{Start \rightarrow Zahl0Dot$$

$$Zahl0 \rightarrow 0|Zahl$$

$$Zahl \rightarrow ZahlZahl0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$$

$$Dot \rightarrow .Zahl1|.0$$

$$Zahl1 \rightarrow Zahl2Zahl1|1|2|3|4|5|6|7|8|9$$

$$Zahl2 \rightarrow 0|Zahl1\}$$

$$S = Start$$

oder

$$V = \{Start, A, B, Dot, C\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, .\}$$

$$P = \{Start \rightarrow 0Dot|...|9Dot$$

$$Start \rightarrow 1A|...|9A$$

$$A \rightarrow 0A|...|9A$$

$$A \rightarrow 0Dot|...|9Dot$$

$$Dot \rightarrow .B$$

$$B \rightarrow 0|...|9$$

$$B \rightarrow 0C|...|9C$$

$$C \rightarrow 0C|...|9C$$

$$C \rightarrow 1|...9\}$$

$$S = Start$$

- d) Formulieren Sie Ihre Lösung aus c) als EBNF.

Lösung

$$A \rightarrow B.C$$

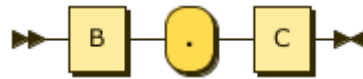
$$B \rightarrow 0 \mid (1|2|3|4|5|6|7|8|9)\{0|1|2|3|4|5|6|7|8|9\}$$

$$C \rightarrow 0 \mid \{0|1|2|3|4|5|6|7|8|9\}(1|2|3|4|5|6|7|8|9)$$

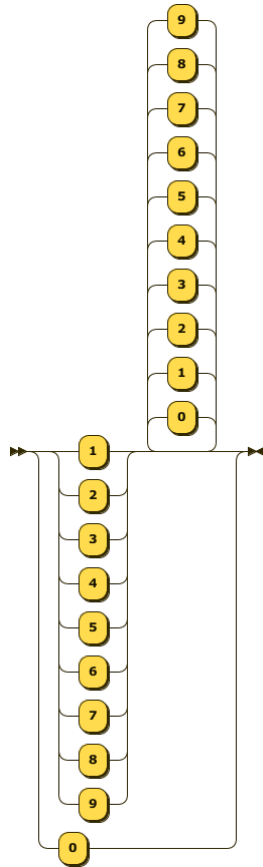
- e) Geben Sie ein Syntaxdiagramm an, welches die gleiche Sprache erzeugt wie ihre Lösung aus d).

Lösung

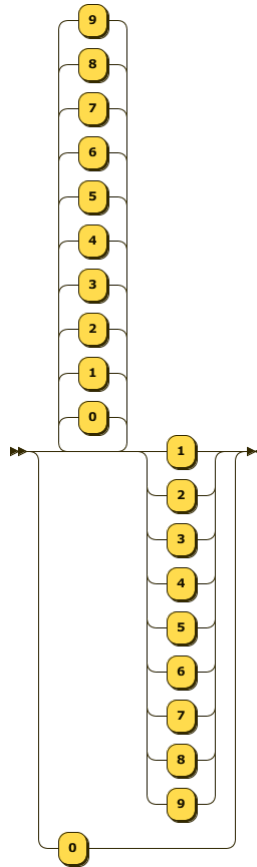
A:



B:



C:



Aufgabe 3 Mehr Grammatiken zu Zahlen

8 + 7 = 15 Punkte

Lösen Sie alle Aufgaben unter der Verwendung von BNF-Syntax.

- a) Geben Sie eine Typ-2-Grammatik G_1 an, welche alle korrekten 2-stelligen Rechenausdrücke zwischen ganzen Zahlen produzieren kann.

Hinweis: Korrekt heißt hier, dass die Division durch 0 verhindert werden soll und dass nur die Zahl 0 mit der Ziffer 0 beginnt.

Beispiele:

1+1

234*6

0-9

10/9

01+1 (illegal)

10/0 (illegal)

Lösung

$$\begin{aligned}V &= \{Start, Zahl0, Zahl, Op\} \\ \Sigma &= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, *, /\} \\ P &= \{Start \rightarrow Zahl0Op \\ &\quad Zahl0 \rightarrow 0|Zahl \\ &\quad Zahl \rightarrow ZahlZahl0|1|2|3|4|5|6|7|8|9 \\ &\quad Op \rightarrow +Zahl0|-Zahl0|*Zahl0|/Zahl \\ &\quad \} \\ S &= Start\end{aligned}$$

- b) Definieren Sie eine Typ-3-Grammatik G_2 , mit welcher sich genau alle geraden Zahlen größer 0 erzeugen lassen. **Hinweis:** Jede 2. Zahl ist eine gerade Zahl.

Lösung

$$\begin{aligned}V &= \{A, B\} \\ \Sigma &= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \\ P &= \{A \rightarrow 2|4|6|8|B0|B2|B4|B6|B8 \\ &\quad B \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9 \\ &\quad B \rightarrow B0|B1|B2|B3|B4|B5|B6|B7|B8|B9\} \\ S &= A\end{aligned}$$