

Riešenie 1. príkladu

$$A \cap C = B \cap C \leftrightarrow \forall x (x \in A \wedge x \in C \leftrightarrow x \in B \wedge x \in C) \leftrightarrow \{\text{znegujeme}\}$$

$$\forall x (x \notin A \vee x \notin C \leftrightarrow x \notin B \vee x \notin C) \leftrightarrow \{\text{vlastnosť distributívnosti disjunkcie cez ekvivalenciu}\}$$

$$\forall x ((x \notin A \leftrightarrow x \notin B) \vee x \notin C) \leftrightarrow \{\text{upravíme}\}$$

$$\forall x ((x \in A \leftrightarrow x \in B) \vee x \notin C)$$

$$A \cup C = B \cup C \leftrightarrow \forall x (x \in A \wedge x \in C \leftrightarrow x \in B \wedge x \in C) \leftrightarrow \{\text{vlastnosť distributívnosti disjunkcie cez ekvivalenciu}\}$$

$$\forall x (x \in A \leftrightarrow x \in B) \vee x \in C$$

Požijeme oba výsledky:

$$\forall x ((x \in A \leftrightarrow x \in B) \vee x \notin C) \wedge \forall x ((x \in A \leftrightarrow x \in B) \vee x \in C) \leftrightarrow \{\text{vlastnosť distributívnosti disjunkcie cez ekvivalenciu}\}$$

$$\forall x ((x \in A \leftrightarrow x \in B) \vee (x \in C \wedge x \notin C)) \leftrightarrow \{\text{zjednodušíme kontradikciu}\}$$

$$\forall x ((x \in A \leftrightarrow x \in B)) \leftrightarrow \{\text{def. rovnosť množiny}\}$$

$$A = B$$

Riešenie 2. príkladu

$$A \subseteq B \rightarrow A \cap B = A \quad (1)$$

$$A \subseteq B \vee A \subseteq C \quad (2)$$

$$A \cap C \subseteq B \quad (3)$$

$$\text{Chceme dokázať že: } A \cap B \text{ nie je podmnožinou } C \quad (4)$$

Uvažujeme nad dvoma prípadmi v (2), kde buď platí že A je podmnožinou B, kde ak je to pravda tak potom aj (1) je pravda (lebo z pravdy vyplýva pravda). Tak potom tým sme dokázali (4).

Alebo druhou možnosťou je že platí (2) a potom A je podmnožinou C. Ak aj toto je pravda tak pomocou (3) zistíme že $A \cap C = A$ potom (3) je A podmnožinou B a to potom môžeme upraviť na (1) potom ak predpoklad v implikácii je pravdivý tak potom platí aj tvrdenie (4).

Ak sú obe tvrdenia pravdivé, tak platí (1) čiže (4) by platilo. Nemôže sa stať že by boli obe tvrdenia nepravdivé keďže jedno alebo druhé je pravdivé.