**1. príklad**

Nájdite obor pravdivosti výrokovej formy:  
 2|x−1|+ 3≤|5−4x|  
 definovanej nad oborom reálnych čísel. Dokážte, že vaše riešenie je správne. V dôkaze využite   
 tieto dve vlastnosti absolútnej hodnoty:

∀x∀y(y≤|x|↔y≤x ∨ y≤−x) (1)

∀x∀y(|x|≤y↔x≤y ∧ −x≤y) (2)

**Riešenie 1. úlohy:**

V tomto príklade môžeme použiť aj prvý aj druhý prípad pre vlastnosti absolútnych hodnôt. Aplikujeme tieto dva prípady do nerovnice a dostávame:

2|x−1|+ 3≤|5−4x| ↔ {podľa (1) aj (2)}

[2\*(x−1)+ 3≤ 5−4x] ∧ [2\* -(x−1)+ 3≤ 5−4x] ∨ [2\*(x−1)+ 3≤ -(5−4x)] ∧ [2\*(x−1)+ 3≤ 5−4x]

Jednotlive prípady pre x som dala do [], aby boli lepšie rozlíšiteľné logické operandy a - ∧ a alebo - ∨. Ďalej môžeme počítať jednotlivé prípady pre x.

[2x−2 + 3≤ 5−4x] ∧ [ -2x + 2 + 3≤ 5−4x] ∨ [2x−2+ 3≤ -5+4x] ∧ [2x-2+ 3≤ 5−4x]

A ďalej už len upravujeme:

[2x +1 ≤ 5−4x] ∧ [ -2x +5≤ 5−4x] ∨ [2x+1≤ -5+4x] ∧ [2x+1≤ 5−4x]

[2x + 4x ≤ 5 - 1] ∧ [ -2x + 4x ≤ 5-5] ∨ [2x-4x≤ -5-1] ∧ [2x+4x≤ 5−1]

[6x ≤ 4] ∧ [ 2x ≤ 0] ∨ [-2x≤ -6] ∧ [6x≤ 4]

[x ≤] ∧ [x ≤ 0] ∨ [ x 3] ∧ [ x ≤ ]

Z doterajšieho riešenia nám vyšli 2 podmienky pre x kedy: x ≤ alebo 3 ≤ x ≤ . Lenže druhá podmienka nám neplatí, pretože neexistuje x, ktoré je menšie ako a zároveň väčšie ako 3. Preto nám táto podmienka neplatí. Dostávame interval kedy x patrí do intervalu (-∞, .

**2. príklad**

Nech an je postupnosť čísel definovaná vzťahom:

a0= 0

a1= 0

a2= 2

an+3= 6an+2−11an+1+ 6an

Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí rovnosť:

an= −+1

**Riešenie 2. úlohy:**

Túto úlohu budeme riešiť pomocou princípu matematickej indukcie. Kde si určime bázu indukcie, indukčný krok a nakoniec vyjadríme indukciu.

Báza indukcie:

Musíme dokázať tvrdenie pre n = 0, n = 1 a n = 2 a dostávame:

a0= 0 = −+1 = 1 – 2 + 1 = 0

a1= 0 = −+1 = 3 – 4 + 1 = 0

a2= 2 = −+1 = 9 – 8 + 1 = 2

Indukčný krok:

Budeme predpokladať, že tvrdenie platí pre n, n+1, n+2 a n+3. A zapíšeme indukčné predpoklady (IP):

an = −+1

an+1 = −+1 = −+1

an+2 = −+1 = −+1

an+3 = −+1 = −+1

A teraz môžeme ďalej dosadiť do rovnice podla IP:

an+3 = 6an+2−11an+1+ 6an = 6 \* [−+1] – 11 \* [−+1] + 6 \* [−+1] =

= 6 \* [\*- (\*)+1] – 11 \* [] + 6 \* [−+1] =

= 6 \* [\*- (\*)] – 11 \* [] + 6 \* [−] + 6 – 11 + 6 =

= 6 \* [\*- (\*)] – 11 \* [] + 6 \* [−] + 1 =

= [\*\*] – [] + [−] + 1 =

= 54 \* – 42 \* – 33 \* + + 6\* – 12\* + 1 =

= 27 \* – 16 \* + 1 =

= \* - \* + 1 =

= **−+1**

Týmito výpočtami sme dokázali pravdivosť indukčného predpokladu pre n+3. A teda platí indukčný predpoklad.