

ĐỀ ÔN 1:

Câu 1: Cho hàm Bool $f : B^4 \rightarrow B$,

$$\text{với } f(x, y, z, t) = \bar{x}z\bar{t} + \bar{x}yz + \bar{x}zt + \bar{y}z\bar{t} + x\bar{y}z + \bar{x}y\bar{t}$$

a/ Tìm dạng chính tắc tuyển (dạng chính tắc nối rời – d.n.f) cho hàm Bool f .

b/ Hãy tìm (các) công thức đa thức tối thiểu cho hàm Bool này.

c/ Vẽ sơ đồ mạch cho một (trong số các) công thức đa thức tối thiểu tìm được ở câu

b/.

Bài làm:

a/ Ta có biểu đồ Kar(f) của hàm f là

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

Từ biểu đồ Karnaugh của f ta có dạng d.n.f cần tìm là:

$$f(x, y, z, t) = \bar{x}yz\bar{t} + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}yzt + \bar{x}y\bar{z}t + x\bar{y}z\bar{t} + x\bar{y}z\bar{t} + x\bar{y}z\bar{t} + \bar{x}y\bar{z}\bar{t}$$

b/ Từ a/ ta có bảng 1 như sau

| Thành phần | Dãy bit | Số lượng bit 1 |
|--------------------------|---------|----------------|
| $\bar{x}yz\bar{t}$ | 0110 | 2 |
| $\bar{x}y\bar{z}\bar{t}$ | 0010 | 1 |
| $\bar{x}yzt$ | 0111 | 3 |
| $\bar{x}y\bar{z}t$ | 0011 | 2 |
| $x\bar{y}z\bar{t}$ | 1001 | 2 |
| $x\bar{y}z\bar{t}$ | 0001 | 1 |
| $x\bar{y}\bar{z}\bar{t}$ | 1000 | 1 |
| $\bar{x}y\bar{z}\bar{t}$ | 0100 | 1 |

Ta có bảng 2 như sau:

| STT | Số lượng bit 1 | Dãy bit | Tế bào 2 ô | Tế bào 4 ô | Tế bào 8 ô |
|-----|-------------------|---------|--------------|-----------------|------------|
| 1 | 3 | 0111* | (1,2): 011-* | (1,2,3,5): 0-1- | Không có |
| 2 | 2 | 0110* | (1,3): 0-11* | | |
| 3 | 2 | 0011* | (2,5): 0-10* | | |
| 4 | 2 | 1001* | (2,8): 01-0 | | |
| 5 | 1 | 0010* | (3,5): 001-* | | |
| 6 | 1 | 0001* | (3,6): 00-1 | | |
| 7 | 1 | 1000* | (4,6): -001 | | |
| 8 | 1 | 0100* | (4,7): 100- | | |

Ta có bảng 3 như sau:

| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Thành phần | $\bar{x}yz\bar{t}$ | $\bar{x}yz\bar{t}$ | $\bar{x}yz\bar{t}$ | $\bar{x}yz\bar{t}$ | $\bar{x}yz\bar{t}$ | $\bar{x}yz\bar{t}$ | $\bar{x}yz\bar{t}$ | $\bar{x}yz\bar{t}$ |
| $\bar{x}z$ | X | X | X | X | | | | |
| $\bar{x}y\bar{t}$ | X | | | | | | | X |
| $\bar{x}y\bar{t}$ | | | | X | | X | | |
| $\bar{y}z\bar{t}$ | | | | | X | X | | |
| $\bar{x}y\bar{z}$ | | | | | X | | X | |

Các cột chỉ có 1 phương án phủ (1 dấu X) là cột: 2,3,7,8

Mà cột 2,3 chỉ được phủ bằng tế bào $\bar{x}z \rightarrow$ ta chọn $\bar{x}z$ để phủ

cột 7 chỉ được phủ bằng tế bào $\bar{x}y\bar{z} \rightarrow$ ta chọn $\bar{x}y\bar{z}$ để phủ

cột 8 chỉ được phủ bằng tế bào $\bar{x}y\bar{t} \rightarrow$ ta chọn $\bar{x}y\bar{t}$ để phủ

Đến đây, ta thấy cột 6 chưa được phủ.

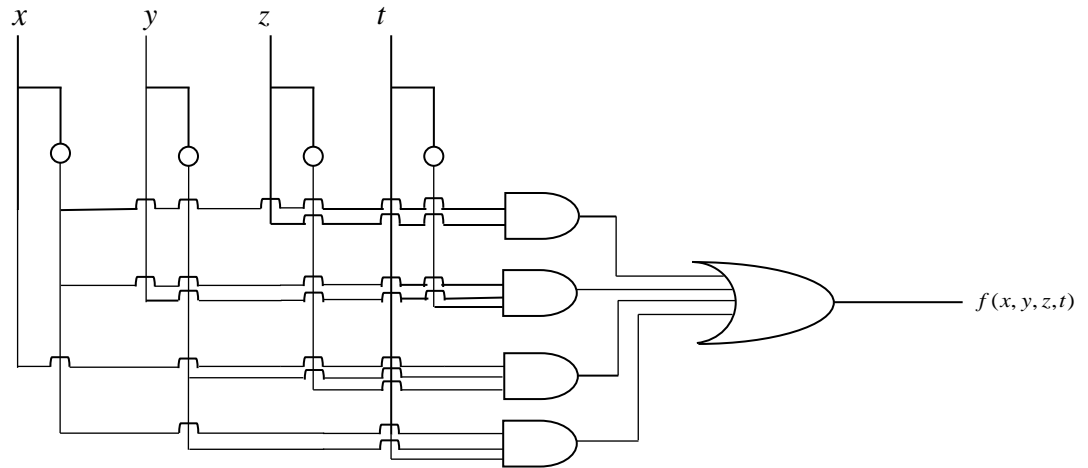
Mà cột 6 có thể được phủ bằng tế bào $\bar{x}y\bar{t}$ hay $\bar{y}z\bar{t}$

Dùng 1 trong 2 tế bào này để phủ, thì tất cả các cột của bảng 3 đều được phủ kín, và ta có công thức đa thức tối thiểu cần tìm của f khi đó là:

$$f(x, y, z, t) = \bar{x}z + \bar{x}y\bar{t} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}y\bar{t} \quad (1)$$

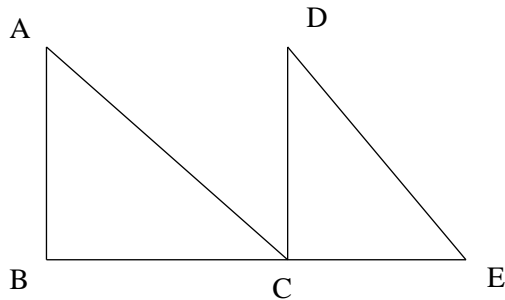
$$f(x, y, z, t) = \bar{x}z + \bar{x}y\bar{t} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{y}z\bar{t} \quad (2)$$

c/ vẽ sơ đồ mạch cho công thức (1) $f(x, y, z, t) = \bar{x}z + \bar{x}y\bar{t} + xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{t}$



Câu 2:

a/ Hãy vẽ biểu đồ (nếu được) minh họa cho G là một đồ thị vô hướng, không đầy đủ, có chu trình Euler và không có chu trình Hamilton (giải thích vì sao không có)./
Hoặc vẽ biểu đồ (nếu được) minh họa cho G là đồ thị có hướng, đầy đủ, liên thông yếu, không có chu trình Euler và không có chu trình Hamilton (giải thích vì sao không có).

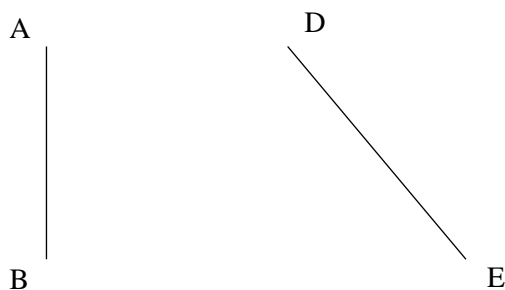


$$\deg(A) = 2; \deg(B) = 2; \deg(C) = 4; \deg(D) = 2; \deg(E) = 2$$

Do tất cả các đỉnh của G đều có bậc chẵn nên $G \rightarrow$ có chu trình Euler.

Ta chọn đỉnh C để xóa khỏi G (do đây là 1 đỉnh có bậc 4, là bậc cao nhất của các đỉnh trong G).

Đồ thị lúc này còn lại là:

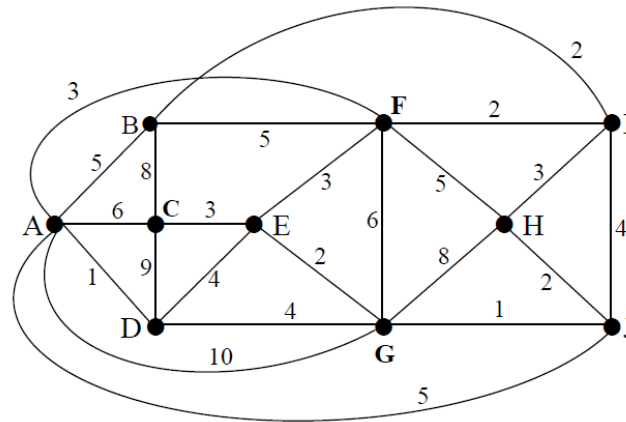


Đồ thị lúc này còn lại 2 thành phần là 2 cạnh: AB, DE nên số thành phần còn lại $= 2 > 1$ là số đỉnh đã xóa $\rightarrow G$ không có chu trình Hamilton.

b/ Có thể có một nhóm gồm 9 người trong đó mỗi người đều chỉ quen biết đúng 5 người khác trong nhóm hay không?

Đó là 1 đơn đồ thị có 9 đỉnh, mỗi đỉnh đều có bậc 5, không đầy đủ, không loop nên không tồn tại được.

Câu 3: Cho G là một đồ thị vô hướng, có trọng số, có biểu đồ sau:



a) Đồ thị có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của đồ thị.

$\deg(A) = 6; \deg(B) = 4; \deg(C) = 4; \deg(D) = 4; \deg(E) = 4; \deg(F) = 6; \deg(G) = 6; \deg(H) = 4; \deg(I) = 4; \deg(J) = 4$

Do các đỉnh của G đều có bậc chẵn nên G có chu trình Euler.

Gọi chu trình Euler cần tìm là c_E .

Ta có chu trình Euler cần tìm là: $c_E = ABCADCEDGAFBIFEGFHGJHIJA$

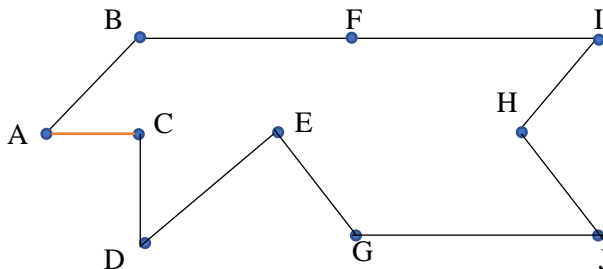
b) Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của đồ thị nếu có.

Gọi p_H là đường đi Hamilton cần tìm.

Chọn đỉnh A làm đỉnh xuất phát (do là 1 trong các đỉnh có bậc cao nhất, bậc 6 nên ta chọn nó)

$p_H = ABFIHJGEDC$.

Ta có $p_H = ABFIHJGEDC$



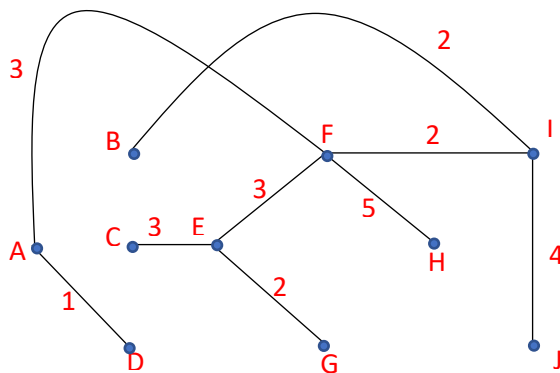
Ta thấy có đoạn nối trực tiếp giữa đỉnh C với A nên ta có chu trình Hamilton là:

$$c_H = ABFIHJGEDCA$$

c) Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh **F** đến các đỉnh còn lại của đồ thị (chỉ rõ thuật toán).

Dùng thuật toán Dijkstra, ta có bảng sau:

| Đỉnh Bước | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | Đỉnh đã xét | Cạnh đã xét |
|--------------|-------|-------|----------------|----------------|-------|---|-------|-------|-------|----------------|----------------|----------------|
| Khởi tạo | (3,F) | (5,F) | (∞ ,F) | (∞ ,F) | (3,F) | * | (6,F) | (5,F) | (2,F) | (∞ ,F) | F | ϕ |
| 1 | (3,F) | (4,I) | (∞ ,I) | (∞ ,I) | (3,F) | - | (6,F) | (5,F) | * | (6,I) | I | FI |
| 2 | * | (4,I) | (9,A) | (4,A) | (3,F) | - | (6,F) | (5,F) | - | (6,I) | A | FA |
| 3 | - | (4,I) | (6,E) | (4,A) | * | - | (5,E) | (5,F) | - | (6,I) | E | FE |
| 4 | - | * | (6,E) | (4,A) | - | - | (5,E) | (5,F) | - | (6,I) | B | IB |
| 5 | - | - | (6,E) | * | - | - | (5,E) | (5,F) | - | (6,I) | D | AD |
| 6 | - | - | (6,E) | - | - | - | * | (5,F) | - | (6,I) | G | EG |
| 7 | - | - | (6,E) | - | - | - | - | * | - | (6,I) | H | FH |
| 8 | - | - | * | - | - | - | - | - | - | (6,I) | C | EC |
| 9 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | * | J | IJ |



Ta có đường đi ngắn nhất từ đỉnh B đến các đỉnh còn lại của G là:

Từ F đến A bằng đường FA có độ dài bằng 3.

BFIB.....4.

C.....FEC.....6.

D.....FAD.....4.

E.....FE.....3.

G.....FEG.....5.

H.....FH.....5.

I.....FI.....2.
J.....FIJ.....6.

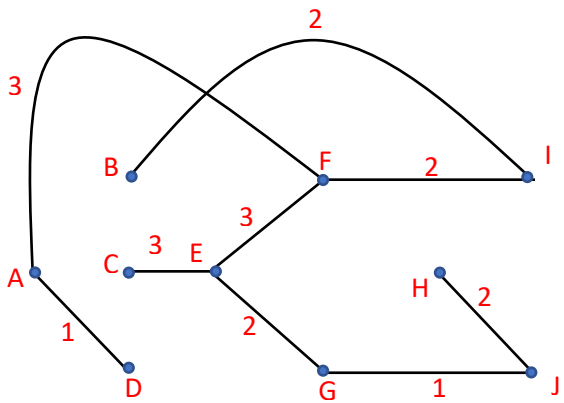
d) Hãy tìm cây khung có trọng số nhỏ nhất (T1) và cây khung có trọng số lớn nhất (T2) của đồ thị (chỉ rõ thuật toán) và tính trọng số của T1, T2.

Dùng KRUSKAL, ta có bảng sau:

| Trọng số | Cạnh | Quyết định |
|----------|------|------------|
| 1 | AD | Chọn |
| 1 | GJ | Chọn |
| 2 | EG | Chọn |
| 2 | FI | Chọn |
| 2 | BI | Chọn |
| 2 | HJ | Chọn |
| 3 | AF | Chọn |
| 3 | CE | Chọn |
| 3 | EF | Chọn |
| 3 | HI | Dừng |
| 4 | DE | |
| 4 | DG | |
| 4 | IJ | |
| 5 | AB | |
| 5 | BF | |
| 5 | FH | |
| 5 | AJ | |
| 6 | AC | |
| 6 | FG | |
| 8 | BC | |
| 8 | GH | |
| 9 | CD | |

| | | |
|----|----|--|
| 10 | AG | |
|----|----|--|

Ta có cây bao trùm có trọng số nhỏ nhất T1 cần tìm là

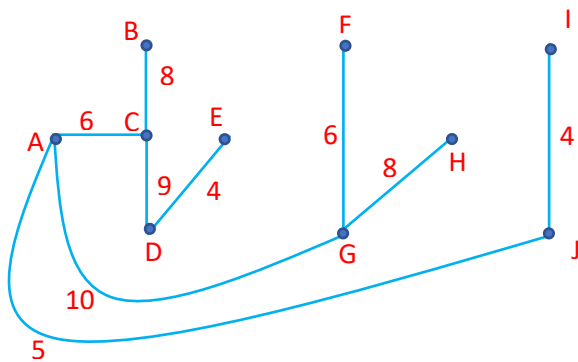


Tổng trọng số trên cây là: $1+1+2+2+2+2+3+3+3=19$

| Trọng số | Cạnh | Quyết định |
|----------|------|--|
| 10 | AG | Chọn |
| 9 | CD | Chọn |
| 8 | GH | Chọn |
| 8 | BC | Chọn |
| 6 | FG | Chọn |
| 6 | AC | Chọn |
| 5 | AJ | Chọn |
| 5 | FH | không chọn (do tạo thành chu trình FHGF) |
| 5 | BF | không chọn (do tạo thành chu trình BFGACB) |
| 5 | AB | không chọn (do tạo thành chu trình ABCA) |
| 4 | IJ | Chọn |
| 4 | DG | không chọn (do tạo thành chu trình DGACD) |
| 4 | DE | Chọn |

| | | |
|---|----|------|
| 3 | HI | Dùng |
| 3 | EF | |
| 3 | CE | |
| 3 | AF | |
| 2 | HJ | |
| 2 | BI | |
| 2 | FI | |
| 2 | EG | |
| 1 | GJ | |
| 1 | AD | |

Ta có cây bao trùm có trọng số lớn nhất T2 cần tìm là



Tổng trọng số trên cây là: $10+9+8+8+6+6+5+4+4 = 60$