

# Approfondimento Algoritmica

Liva Giovanni

Università di Udine

20 agosto 2014

- 1 Introduzione
  - Principio di Brent
- 2 Modello *PRAM*
  - Tipologie e Ugualianze
  - Algoritmo Ottimale
- 3 Modello Circuiti
  - Definizioni
  - Relazioni con *PRAM*
  - Classe *NC*
  - SottoClassi  $NC^k$
- 4 Macchine di Turing Alternate
- 5 Problemi
  - Matrix Multiplication
  - Reachability
  - Prefix Sum

Vari modelli di calcolo, si differenziano sul livello di astrazione dal modello reale

- *VLSI*: Attenzione ai limiti fisici dei processori
- *PRAM*: Modello teorico non implementabile che non considera i problemi di comunicazione

Abbiamo una computazione parallela eseguita in  $t$  passi.

- Supponiamo di avere  $x_i$  operazioni ad ogni passo  $i$
- Il numero di processori necessario è  $d = \max x_i$
- Possediamo solo  $p < m$  processori
- Possiamo simulare la computazione originaria con  $p$  processori in  $\lceil x_i/p \rceil$  passi ad ogni  $i$ -esimo step
- In totale la simulazione viene eseguita in  $\lceil \frac{\sum_i x_i}{p} \rceil + t$  passi

# Parallel Random-Access Machine

- Si basa sul modello delle *RAM* introducendo una memoria globale (*registro accumulatore*) dove le varie *RAM* possono comunicare
- In tempo  $\mathcal{O}(1)$  possiamo r/w una cella della memoria locale o globale oppure eseguire una operazione *RAM*

Un programma *PRAM*  $\mathbb{P} = (\Pi_1, \dots, \Pi_q)$  è fatto da  $q$  macchine *RAM* indipendenti dove  $q$  è una funzione  $q(m, n)$  dove  $m = |I|$  ed  $n = \ell(I)$ . Normalmente il numero di *RAM* richiesto dipende solo da  $m$ .

In base a come gestiamo i conflitti di  $r/w$  sul registro accumulatore abbiamo 3 diverse tipologie di PRAM

- Exclusive-Read Exclusive-Write (*EREW*)
- Concurrent-Read Exclusive-Write (*CREW*)
- Concurrent-Read Concurrent-Write (*CRCW*)

Per risolvere i conflitti di scrittura abbiamo 3 metodi:

- *Common*: Tutti i processi che insistono in una stessa locazione devono scrivere lo stesso valore
- *Arbitrary*: Tra tutti i processi che provano a scrivere, solo uno ha successo. L'algoritmo deve comunque funzionare a prescindere da chi vince
- *Priority*: Il processo l'identificativo più basso è quello che scrive

L'ordine con il quale sono state presentate è anche l'ordine di potenza dei vari modelli.

Tra loro però sono correlati da un fattore logaritmico. Per cui il modello più potente, *CRCW Priority* può essere simulato da una *EREW* con lo stesso numero di processori e con un tempo parallelo aumentato di  $\mathcal{O}(\log P)$ ; dove  $P$  è il numero di processori.

- Dimostrazione a voce

## Definizione

$$\text{polylog}(n) = \bigcup_{k>0} \mathcal{O}(\log^k n)$$

Sia  $S$  un programma sequenziale che opera in tempo  $T(n)$ .

Diremo che il programma  $A$  di una  $PRAM$  per  $S$  che opera in tempo  $t(n)$  con  $p(n)$  processori è ottimale se:

- $t(n) = \text{polylog}(n)$
- $w(n) = p(n) \times t(n) = \mathcal{O}(T(n))$



# Paragraphs of Text