Πανεπιστήμιο Πειραιώς Τμήμα Πληροφορικής

Έτος: 2021 - 2022



Μάθημα: «Αρχές και Εφαρμογές Σημάτων και Συστημάτων» Εργαστηριακές Ασκήσεις Εξάμηνο: 40

Ομάδα εργασίας:

Θεόδωρος Κοξάνογλου Π20094, Αιμιλιανός Κουρπάς Δανάς Π20100

Περιεχόμενα

| Άσκηση Γ'.1: | 2 |
|--------------|----|
| Ερωτήματα: | 2 |
| Г.1.1 | 2 |
| Г.1.2 | 3 |
| Г.1.3 | 4 |
| Г.1.4 | 5 |
| Г.1.5 | 6 |
| Г.1.6 | 8 |
| Άσκηση Γ'.2: | 9 |
| Ερωτήματα: | 9 |
| Г.2.1 | 9 |
| Г.2.2 | 10 |
| Г.2.3 | 11 |
| Άσκηση Γ'.3: | 13 |
| Ερωτήματα: | 13 |
| Г.3.1 | 13 |
| Г.3.2 | 13 |
| Г.3.3 | 14 |
| Άσκηση Γ'.4: | 15 |
| Ερωτήματα: | 15 |
| Г.4.1 | 15 |

Για να τρέχουν οι κώδικες της εργασίας θα χρειαστεί η εφαρμογή MATLAB μαζί με τις εφαρμογές της: Signal Processing Toolbox και το Image Processing Toolbox.

Άσκηση Γ'.1:

Ερωτήματα:

Γ.1.1

Από υπόθεση το σήμα συνεχούς χρόνου είναι:

$$x(t) = cos(100\pi t) + cos(200\pi t) + sin(500\pi t)$$
 (1)

Αρχικά θα βρούμε τις συχνότητες των επιμέρων ταλαντώσεων.

Από τον τύπο ω = 2πf έχουμε τις επιμέρους συχνότητες:

- Για την συχνότητα f1: 100π = 2πf ⇔ f1 = 50Hz
- Για την συχνότητα f2: 200π = 2πf ⇔ f2 = 100Hz
- Για την συχνότητα f3: 500π = 2πf ⇔ f3 = 250Hz

Η μέγιστη συχνότητα του σήματος είναι:

Fmax =
$$max{f1, f2, f3} \Leftrightarrow Fmax = 250Hz$$

Σύμφωνα με το **θεώρημα Whittaker, Shannon, Nyquist** η ελάχιστη συχνότητα της δειγματοληψίας (**Fs**) θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση από το διπλάσιο της μέγιστης συχνότητας πο παρατηρείται στο αρχικό αναλογικό σήμα.

Fs
$$\geq$$
 2*Fmax \Leftrightarrow Fs \geq 2*250Hz \Leftrightarrow Fs \geq 500Hz

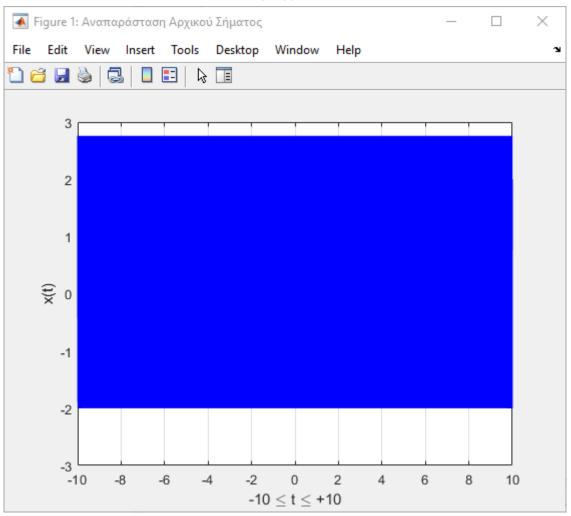
Επομένος η ελάχιστη απαιτούμενη δειγματοληψία για να μπορεί να επιτευχθεί η ανακατασκευή του σήματος **x(t)** από την ακολουθία των περιοδικών δειγμάτων του είναι:

$$Fs = 500Hz.$$

Στιγμιότυπο κώδικα με το διάγραμμα:

```
Erotima_G12.m × +
                                                                                                               Name 🔺
                                                                                                                                   Value
    1
               clc
                                                                                                              ⊞ dt
                                                                                                                                   1.0000e-03
   2
               clear
                                                                                                                                   1x20001 double
                                                                                                              u t
   3
               %Θεόδωρος Κοξάνογλου Ρ20094
                                                                                                              t_max
t_min
x
                                                                                                                                   10
   4
               dt = 0.001;
                                                                                                                                   10
               t_min = 10;
   5
                                                                                                                                   1x20001 double
               t_{max} = 10;
   6
   7
               t = -t_min:dt:t_max;
               x = cos(100*pi*t) + cos(200*pi*t) + sin(500*pi*t);
   8
               %Αναπαράσταση Αρχικού Σήματος
              figure('Name', 'Αναπαράσταση Αρχικού Σήματος'); plot(t,x,'-r','LineWidth',1,'Color',"blue"); xlabel('-10 \leq t \leq +10');
  10
  11
  12
              ylabel('x(t)');
  13
               grid on
  14
               %Αιμίλιος Κουπάς Δανάς Π20100
  15
```

Αρχείο απάντησης: Erotima_G12.m



Αναπαράσταση Αρχικού Σήματος

Από το Ερώτημα Γ.1.1 η Fs = 500Hz.

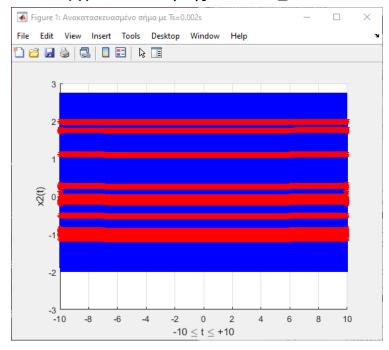
Aπό τον τύπο: f = 1/T, η Ts = (1/500)s ⇔ Ts = 0.002s

Σύμφωνα με το Θεώρημα του Nyquist, η περίοδο δειγματοληψίας είναι ίση με 0.002s Επομένος το σήμα μπορεί να αναπαρασθεί απαοτελεσματικά.

Ακολουθεί στιγμιότυπο με τον κώδικα και το τελικό διάγραμμα δειγματοληψίας:

```
☐ Erotima_G13.m × +
                                                                                               Name 🔺
            c1c
                                                                                              dt dt
                                                                                          \bigcirc
                                                                                                                1.0000e-03
  2
            clear
                                                                                              ∰ h1
                                                                                                                1x10001 double
            %θεόδωρος Κοξάνογλου Ρ20094
                                                                                              H k
                                                                                                                20001
                                                                                              Nmax
t1
t2
  4
            dt = 0.001;
                                                                                                                5000
  5
            t_max = 10;
                                                                                                                1x20001 double
  6
            t1 = -t_{max}:dt:t_{max};
                                                                                                                1x10001 double
            %Αρχικό Σήμα
                                                                                              🚻 t_max
                                                                                                                10
  8
            x1 = cos(100*pi*t1) + cos(200*pi*t1) + sin(500*pi*t1);
                                                                                              Ts Ts
                                                                                                                0.0020
                                                                                                                1x20001 double
  9
                                                                                              <u>₩</u> x1
                                                                                                                1x20001 double
                                                                                              x2
Xs
 10
            % Περίοδο Δειγματοληψίας
                                                                                                                1x10001 double
 11
            Ts = 0.002;
            t2 = -t_max:Ts:t_max;
 12
 13
            Nmax = t_max/Ts;
            h1 = (-Nmax:1:Nmax);
 14
 15
            %Ανακατασκευασμένο σήμα
            Xs = cos(100*pi*h1*Ts) + cos(200*pi*h1*Ts) + sin(500*pi*h1*Ts);
 16
      F
 17
            %Δημιουργία Vector για αποθήκευση των δειγμάτων του ανακατασκευασμένου
 18
            %σήματος
            x2 = zeros(1,length(t1));
 19
 20
 21
            for k=1:1:length(t1)
 22
                x2(k)=Xs*sinc((t1(k)-h1*Ts)/Ts)';
 23
            end
                   ('Name', 'Ανακατασκευασμένο σήμα με Ts=0.002s');
 24
            figure
 25
 26
            %Αρχικό Σήμα
 27
            plot(t1 ,x1, '-r', 'LineWidth', 1, 'Color', "blue");
 28
            %Δείγματα ανακατασκευασμένου Σήματος
            plot(t1, x2, '*b', 'LineWidth', 1.5, 'Color', "red");
 29
            xlabel('-10 \leq t \leq +10');
 30
 31
            ylabel('x2(t)');
 32
            grid on
 33
            %Αιμίλιος Κουπάς Δανάς Π20100
```

Αρχείο απάντησης: Erotima_G13.m

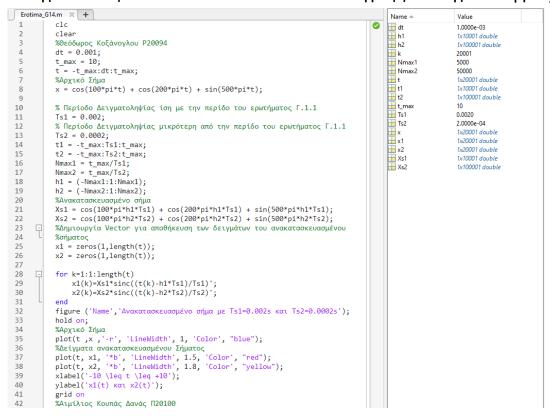


Ανακατασκευασμένο σήμα με Ts = 0.002s

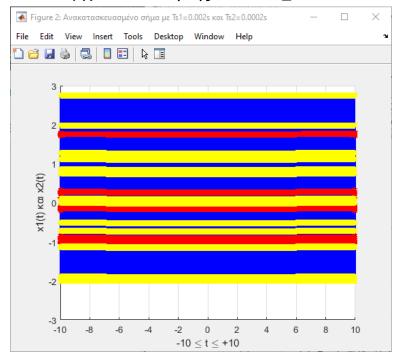
Έστω νέα συχνότητα δειγματολοψηψίας Fs = 5000Hz, μεγαλύτερη από την συχνότητα του ερωτήματος Γ.1.1.

Η νέα περίοδο δειγματοληψίας είναι: Ts = 1/Fs ⇔ Ts = 0.0002s

Ακολουθεί στιγμιότυπο με τον κώδικα και το τελικό διάγραμμα δειγματοληψίας:



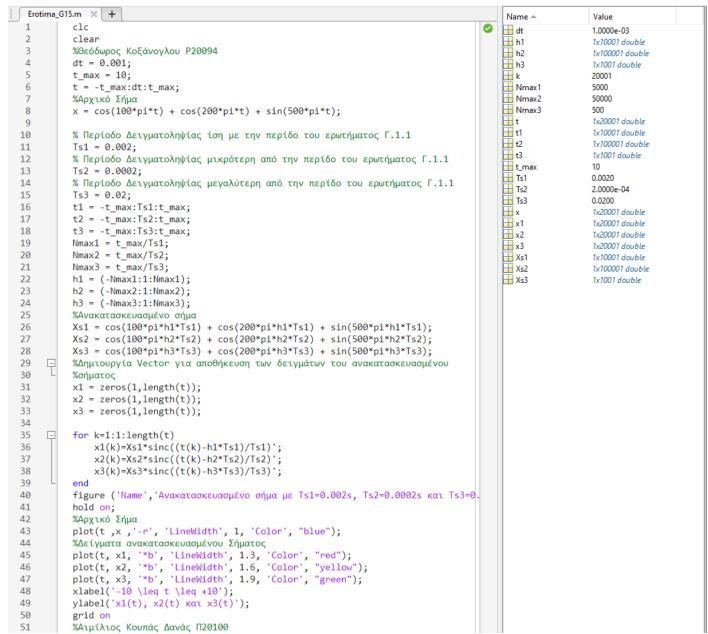
Αρχείο απάντησης: Erotima_G14.m



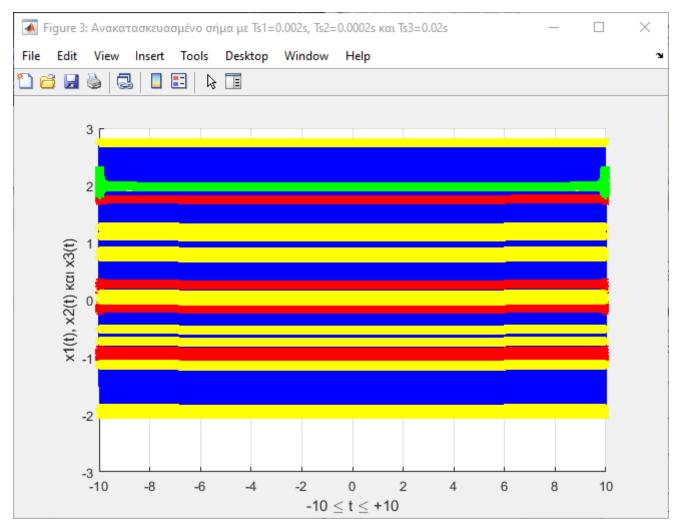
Ανακατασκευασμένο σήμα με Ts1 = 0.002s και Ts2 = 0.0002s

Έστω νέα συχνότητα δειγματολοψηψίας Fs = 50Hz, μικρότερηαπό την συχνότητα του ερωτήματος Γ.1.1.

Η νέα περίοδο δειγματοληψίας είναι: Ts = 1/Fs ⇔ Ts = 0.02s Ακολουθεί στιγμιότυπο με τον κώδικα και το τελικό διάγραμμα δειγματοληψίας:



Αρχείο απάντησης: Erotima_G15.m



Ανακατασκευασμένο σήμα με Ts1 = 0.002s, Ts2 = 0.0002s και Ts3 = 0.02s

Παρατηρούμε ότι:

Όσο αυξάνεται η συχνότητα δειγματοληψίας, τόσο μειώνεται η περίοδος δειγματοληψίας, ενώ όσο μειώνεται η συχνότητα δειγματοληψίας, τόσο αυξένται η περίοδος δειγματοληψίας. Παρατήρηση λογική αφού η συχνότητα με την περίοδο ενός σήματος είναι αντιστρόφως ανάλογη.

$$Fs = 1/Ts$$

Στην μικρότερη περίοδο δειγματολοψίας μειώνεται ο αριθμός δειγμάτων που συλλέγονται από το αρχικό σήμα, το οποίο δημιουργεί απώλεια πληροφορίας στο νέο ανακατασκευασμένο σήμα.

Στην μεγαλύτερη περίοδο δειγματοληψίας αυξάνεται ο αριθμός των δειγμάτων από το αρχικό σήμα. Ως αποτέλεσμα το ανακατασκευασμένο σήμα να έχει καλύτερη ευκρίνεια του αρχικού σήματος από τα ανακατασκευασμένα σήματα με μεγαλύτερη συχνότητα από αυτό.

Στο ανακατασκευασμένο σήμα του ερωτήματος Γ.1.3, παρατηρούμε τα σημεία του ανακατασκευασμένου σήματος - κόκκινα - να συμπεφτουν - τα περισσότερα - στα σημεία του αρχικού σήματος - μπλε.

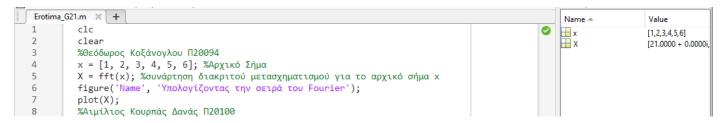
Στο ανακατασκευασμένο σήμα του ερωτήματος Γ.1.4, το οποίο έχει μεγαλύτερη συχνότητας δειγματοληψίας από το Γ.1.3, παρατηρούμε μεγαλύτερη απώλεια πληροφορίας - διακρίνεται εύκολα στην αντίθεση των χρωμάτων. Τα σημεία του σήματος αυτού - κίτρινα - δεν συμπέφτουν με το αρχικό σήμα - μπλε, γι αυτό και φαίνονται περισσότερο τα σημεία του σήματος αυτού από το σήμα του Γ.1.3 που έχει την ίδια συχνότητα με το αρχικό σήμα.

Στο τελευταίο ανακατασκευασμένο σήμα, του ερωτήματος Γ.1.5, το οποίο έχει μεγαλύτερη συχνότητα δειγματοληψίας και από τα δύο σήματα των ερωτημάτων Γ.1.3 και Γ.1.4, παρατηρούμε λιγότερη απώλεια πληροφορίας. Τα σημεία του σήματος αυτού - πράσινα - συμπέφτουν με μεγαλύτερη ακρίβεια στο αρχικό σήμα σε σχέση με τα άλλα δύο ανακατασκευασμένα σήματα, γι' αυτό και διακρίνονται λιγότερα πράσινα σημεία από ότι κίτρινα και κόκκινα.

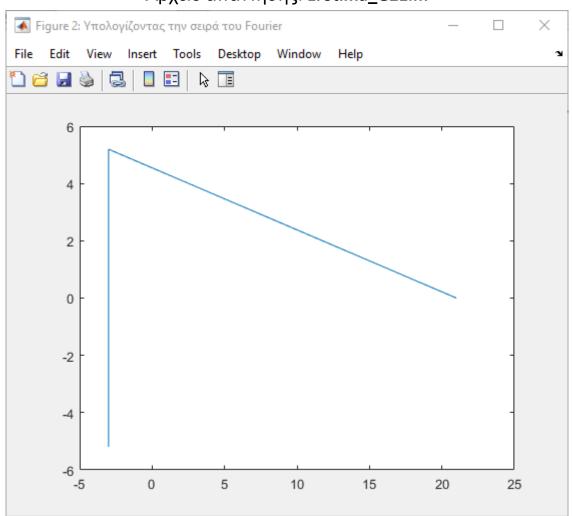
Άσκηση Γ'.2:

Ερωτήματα:

Γ.2.1



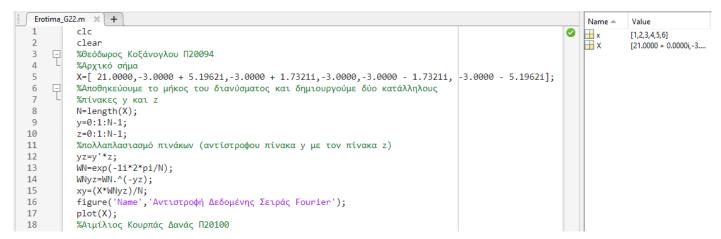
Αρχείο απάντησης: Erotima_G21.m



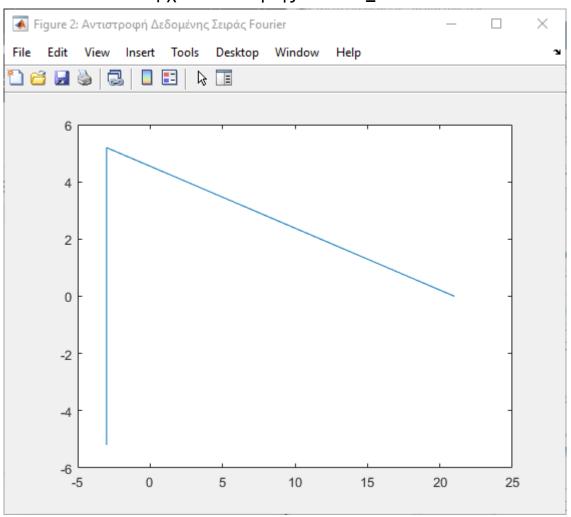
Υπολογίζοντας την σειρά του Fourier

Αρχικό σήμα: x = [1, 2, 3, 4, 5, 6]

Γ.2.2



Αρχείο απάντησης: Erotima_G22.m



Αντιστροφή Δεδομένης Σειράς Fourier

Παρατηρούμε ότι το αντίστροφο του Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier προκύπτει το ίδιο αποτέλεσμα.

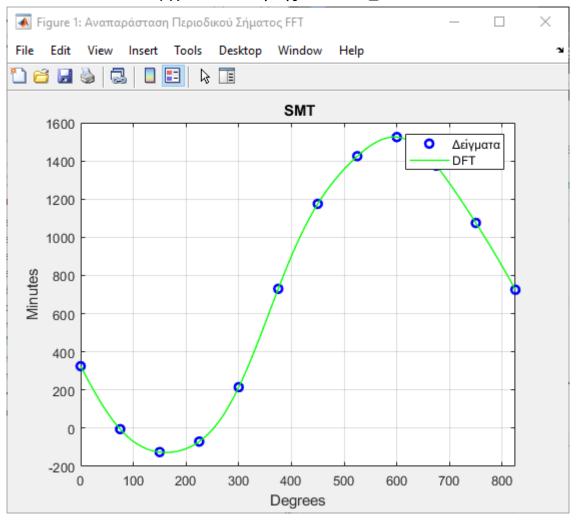
Αρχικό σήμα:

x = [21.0000, -3.0000 + 5.1962i, -3.0000 + 1.7321i, -3.0000, -3.0000 - 1.7321i, -3.0000 - 5.1962i]

Γ.2.3

```
Erotima_G23.m × Erotima_G23_2.m × +
                                                                                                                                Name 📤
                                                                                                                                            Value
               clc
                                                                                                                                ⊞ a0
                                                                                                                                            697.5000
               clear
                                                                                                                               a6
                                                                                                                                            0.8333
        딘
   3
               %Θεόδωρος Κοξάνογλου Π20094
                                                                                                                                            [-414.6244,47.9167,-10,3.75...
               % ASCII K = 75
                                                                                                                                            1x12 double
                                                                                                                                asc
               asc = 0:75:825;
                                                                                                                                            [-721.8706,10.8253,3.3333,-...
                                                                                                                                🛗 bn
               nums = [325 -5 -125 -70 215 730 1175 1425 1525 1375 1075 725];
   6
                                                                                                                                d d
                                                                                                                                            1x12 complex double
               figure ('Name' , 'Αναπαράσταση Περιοδικού Σήματος FFT'); plot (asc, nums, 'ro', 'LineWidth', 2, 'Color', 'blue');
                                                                                                                                m
M
                                                                                                                                            12
   8
   9
               xlim([0 825]);
                                                                                                                                <u>ll</u> n
                                                                                                                                            [1,2,3,4,5]
                                                                                                                                            1x12 double
               xlabel('Degrees');
                                                                                                                                mums 🛗
  10
               ylabel('Minutes');
title('{\bf SMT}');
                                                                                                                               x
y
                                                                                                                                            1x825001 double
  11
                                                                                                                                            1x825001 double
  12
  13
               grid on
  14
               d = fft(nums);
  15
               m = length(nums);
  16
               M = floor((m+1)/2);
               a0 = d(1)/m;
an = 2 * (real(d(2:M))/m);
  17
  18
               a6 = d(M+1)/m;
  19
  20
               bn = -2*imag(d(2:M))/m;
  21
               hold on
  22
               x = 0:0.001:825;
               n = 1:length(an);
y = a0 + an * cos(2* pi * n' * x/900) + bn * sin(2 * pi * n' * x/900) + a6 * c
  23
  24
               y - au τ aii cust2 pi x/300/ τ bii s
plot(x, y, 'LineWidth', 1, 'Color', 'green');
legend('Δείγματα', 'DFT', 'Θέση', 'NW');
%Αιμίλιος Κουρπάς Δανάς Π20100
  25
  26
  27
```

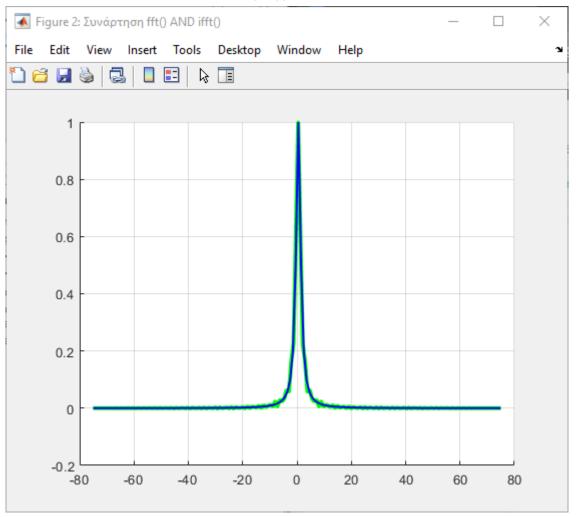
Αρχείο απάντησης: Erotima_G23.m



Αναπαράσταση Περιοδικού Σήματος fft

```
Erotima_G23_2.m × +
                                                                                                                    Name 📤
                                                                                                                              Value
              clc
                                                                                                               Ø
                                                                                                                               150
                                                                                                                   n n
   2
              clear
                                                                                                                   madsize padsize
                                                                                                                              14
   3
              %θεόδωρος Κοξάνογλου Π20094
                                                                                                                   x
xp
y
yp
                                                                                                                               1x150 double
   4
              n = 150;
                                                                                                                               1x178 double
   5
              x=linspace(-75,75,n);
                                                                                                                               1x150 double
   6
              y=1./((x-0.5).^2+1);
                                                                                                                               1x178 double
              z= fft(y);
                                                                                                                               1x150 complex double
                                                                                                                   z
zp
                                                                                                                               1x178 complex double
   8
              padsize = 28/2;
   9
  10
              if mod(length(z),2)
  11
                  zp = ifftshift([zeros(1,padsize) fftshift(z) zeros(1,padsize)]);
  12
              else
                   zp = fftshift(z);
  13
                   zp(1) = zp(1)/2;
  14
  15
                   zp(end+1) = zp(1);
                   zp = ifftshift ([zeros(1,padsize) zp zeros(1,padsize-1)]);
  16
  17
              figure ('Name','\Sigmaυνάρτηση fft() AND ifft()');
xp = linspace (x(1), x(end), length(zp));
  18
  19
              yp = ifft(zp)/length(z)*length(zp);
  20
  21
              %Αιμίλιος Κουρπάς Δανάς Π20100
  22
             plot(xp, yp, '-r', 'LineWidth', 3, 'Color', 'green');
plot(x, y, '-b', 'LineWidth', 1.5, 'Color', 'blue');
  23
  24
  25
              grid on
```

Αρχείο απάντησης: Erotima_G23_2.m



Συνάρτηση fft() AND ifft()

Άσκηση Γ'.3:

Ερωτήματα:

Γ.3.1

```
Erotima_G32.m × Erotima_G31.m × +
                                                                                                     Name 🔺
                                                                                                                      Value
                                                                                                    Dt Fs i notes
            clc
  2
            clear
                                                                                                                      8000
  3
            %Θεόδωρος Κοξάνογλου Ρ20094
                                                                                                                      11
  4
            Fs = 8000; %Συχνότητα Δειγματοληψίας
                                                                                                                      12
           Ts = 1/Fs; %Περίοδος Δειγματοληψίας
                                                                                                                      1x8001 double
                                                                                                    Ts
y
           Dt = 1; %Διάρκεια κάθε μίας νότας του μουσικού κομματιού
                                                                                                                      1.2500e-04
            t = 0:Ts:Dt;
            notes = 12; \%πλήθος νοτών
  8
            %Αιμίλιος Κουπάς Δανάς Π20100
  9
 10
            for i = 0:1:(notes-1)
 11
                y = sin(2*pi*220*2^(i/12)*t); %sin(2*p*f*t)
                sound(y,Fs);
 13
                pause(1);
```

Αρχείο απάντησης: Erotima_G31.m

Δημιουργούμε ένα δικό μας μουσικό κομμάτι, χρησιμοποιώντας for loop, συμπεριλαμβάνοντας μικρές παύσεις του 1s.

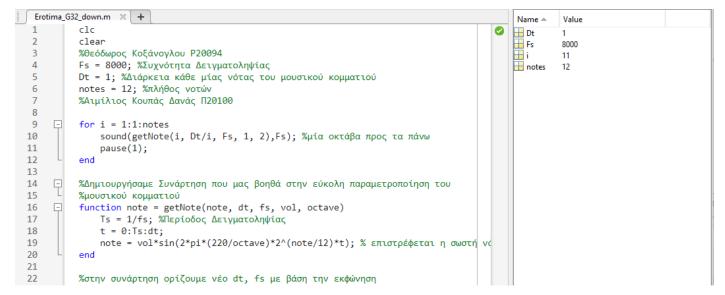
Γ.3.2

Πρώτα επιφέραμε ψηφιακή ολίσθηση προς τα πάνω κατά μία οκτάβα, με την διάρκεια κάθε νότας να αυξάνεται κατά i.

```
📝 Editor - C:\Users\theok\Desktop\Σήματα Συστήματα\Άσκηση Γ3\Erotima_G32_up.m
                                                                                               Erotima_G32_up.m × +
                                                                                                               Value
                                                                                                     <u></u> Dt
   1
            clc
   2
                                                                                                               8000
                                                                                                     H Fs
            %Θεόδωρος Κοξάνογλου Ρ20094
                                                                                                               11
            Fs = 8000; %Συχνότητα Δειγματοληψίας
                                                                                                               12
                                                                                                     motes notes
            Dt = 1; %Διάρκεια κάθε μίας νότας του μουσικού κομματιού notes = 12; %πλήθος νοτών
   6
            %Αιμίλιος Κουπάς Δανάς Π20100
   8
            for i = 0:1:(notes-1)
  10
                sound(getNote(i, i*Dt, Fs, 1, 2),Fs); %μία οκτάβα προς τα πάνω
  11
                pause(1);
  12
  13
            %Δημιουργήσαμε Συνάρτηση που μας βοηθά στην εύκολη παραμετροποίηση του
  15
            %μουσικού κομματιού
  16
            function note = getNote(note, dt, fs, vol, octave)
                Ts = 1/fs; %Περίοδος Δειγματοληψίας
  17
                t = 0:Ts:dt;
  18
  19
                note = vol*sin(2*pi*octave*220*2^(note/12)*t); % επιστρέφεται η σωστή νότο
  20
  21
            %στην συνάρτηση ορίζουμε νέο dt, fs με βάση την εκφώνηση
```

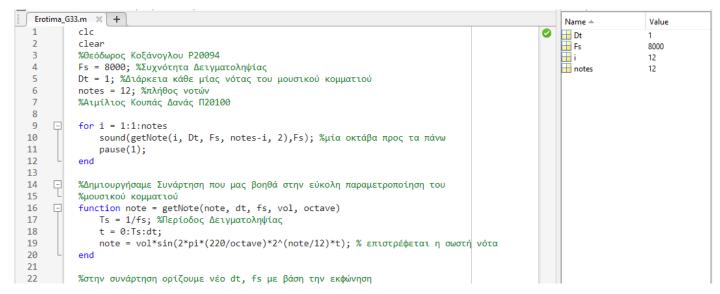
Αρχείο απάντησης: Erotima_G32_up.m

Μετά επιφέραμε ψηφιακή ολίσθηση προς τα κάτω κατά μία οκτάβα, με την διάρκεια κάθε νότας να μειώνεται κατά i.



Αρχείο απάντησης: Erotima_G32_down.m

Г.3.3



Αρχείο απάντησης: Erotima_G33.m

Η ένταση - το πλάτος της ταλάντωσης κάθε νότας - μειώνεται με τον χρόνο.

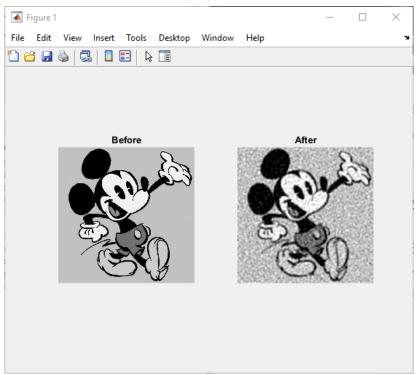
Άσκηση Γ'.4:

Ερωτήματα:

Γ.4.1

```
📝 Editor - C:\Users\theok\Desktop\Σήματα Συστήματα\Άσκηση Γ4\Erotima_G41.m
                                                                                                           Workspace
   Erotima_G41.m × +
                                                                                                            Name -
                                                                                                                      Value
                                                                                                                      600x600 uint8
                                                                                                            🚻 array
            clear
                                                                                                            compr...
dbl
                                                                                                                      600x600 double
            %Θεόδωρος Κοξάνογλου Ρ20094
                                                                                                                      600x600 double
            image = 'mickey.jpg';
                                                                                                                      600x600 double
            num_coeff = 2000; %Αριθμός Συντελεστή -> πόσες φορές επανάληψη/συμπίεση
                                                                                                                      2000
            array = imread(image);
                                                                                                                      'mickey.jpg'
            [~, ~, p] = size(array); %Αποθήκευση εικόνας σε array
                                                                                                            index
                                                                                                                      360000x1 double
                                                                                                            🚻 num_c...
                                                                                                                      2000
                                                                                                            utput 🛗
                                                                                                                      600x600 uint8
  10
                array = rgb2gray(array); %Η είκονα θα γίνει ασπρόμαυρή
                                                                                                            p
sqr
  11
                                                                                                                      360000x1 double
  12
            dbl = double(array); %Μετατρέπουμε την εικόνα σε μορφή double
  13
            dft = dct2(dbl); %Διακριτός Μετασχηματισμός
           sqr = (dft).^2; %Υπολογίζουμε το τετράγωνο του μετασχηματισμού
  15
  16
            sqr = sqr(:);
            [~,index] = sort(sqr); %Τοποθετούμε τις σειρές σε αύξουσα σειρά
            index = flipud(index);
            compressed_dft = zeros(size(dbl));
  20
 21
           for i = 1:num_coeff
 22
               compressed_dft(index(i)) = dft(index(i));
            %Αιμίλιος Κουπάς Δανάς Π20100
            output = idct2(compressed_dft); %Ξαναμετατρέπουμε την εικόνα για την προβάλλουμε
            output = uint8(output);
 27
            imwrite(output, 'mickeyCompressed.jpg'); %Αποθηκεύουμε το τελικό αποτέλεσμα
 28
            subplot 121; imshow(array); title('Before');
            subplot 122; imshow(output); title('After');
```

Αρχείο απάντησης: Erotima_G41.m



Αρχική Φωτογραφία - Συμπιεσμένη Φωτογραφία