12836 BOBILLE Thomas

Recherche d’un chemin de poids minimal sur un graphe pondéré dynamique.

J'apprécie les problèmes d'informatique et plus particulièrement ceux liés aux graphes. De plus le transport de marchandise par voie maritime représente 3% des émissions de gaz à effet de serre et cette part augmente, trouver un moyen de réduire ces émissions est primordial.
La recherche d’un itinéraire maritime utilisant au mieux les vents et les courants marins s’inscrit dans le thème océan. Un tel problème nécessite en effet de modéliser l’océan à partir de relevés océanographiques.

Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.
Liste des membres du groupe :
- *OBJOIS Etienne*

Positionnement thématique (ETAPE 1)

INFORMATIQUE (Informatique Théorique), INFORMATIQUE (Informatique pratique), MATHEMATIQUES (Algèbre).

Mots-clés (ETAPE 1)

Mots-Clés (en français)	**Mots-Clés** (en anglais)
Graphe pondéré dynamique	*Dynamic weighted graph*
Recherche de chemins	*Pathfinding*
Optimisation	*Optimization*
Algèbre tropical	*Tropical algebra*

Bibliographie commentée

La modélisation de la zone sur laquelle se déplace le bateau se fait par un graphe pondéré par le vent. La pondération des arcs nécessite la discrétisation du vent et des données de sa vitesse ainsi que de sa direction sur chaque arête.

La recherche de chemin de poids minimal dans un graphe est un problème commun dans la littérature, il existe ainsi plusieurs algorithmes. Celui de Dijkstra (1959) permet de trouver un tel chemin entre deux sommets en une complexité quasi-quadratique par rapport au nombre d'arête. Celui de Floyd-Warshall (1962) trouve les chemins minimaux entre tous les sommets d'un graphe en une complexité cubique par rapport au nombre de sommet. Divers méthodes permettent d’améliorer le temps d’exécution moyen de l’algorithme. L'algorithme A* (1968) **[1]** ajoute une heuristique qui estime le coût du chemin restant et renvoie le chemin de poids minimal avec la même complexité que Dijkstra dans le pire cas mais une meilleure en moyenne.

Cependant ces algorithmes sont adaptés à la recherche de chemins dans des graphes statiques mais pas à notre cas où les poids des arcs ne sont pas constants mais évoluent lors du parcours du graphe.

L'algèbre tropicale développée par Imre Simon **[2][3]** dans les années 1970 définit la plupart des opérations utilisées dans les algorithmes de recherche de chemin. Il définit un semi-anneau dont la loi additive est la fonction minimum et la loi multiplicative est l'addition usuelle sur l'ensemble des réels avec un infini. Ces travaux permettent de prouver l'existence d'une solution au problème du chemin de poids minimal dans le cas où les arcs du graphe ne sont plus pondérés par des réels mais par des fonctions.

Les problèmes de plus court chemin ont été beaucoup étudié dans la littérature et différents cas abordés : temps discrétisé ou continue, possibilité d'attendre sur un nœud, existence de cycles, etc **[4]**. Les graphes pondérés dynamiques ont été séparé en deux catégories : celle où le poids d'un arc représente le temps de trajet entre deux sommets (*time-dependant*) et celle où le poids représente un coût (*cost-dependant*).

Dans le premier problème, qui est en réalité un cas particulier du second, il existe une solution en temps polynomial si la condition *FIFO* (*First-In-First-Out*) est respectée **[5]**, l'algorithme trouvant la solution est en temps polynomial. Cette condition stipule que les fonctions donnant les temps de sortie des arcs doivent être croissantes. Dans le cas où il est impossible d'attendre sur un nœud, alors, si le graphe suit la condition *FIFO*, le problème peut être résolu en adaptant l'algorithme de Dijkstra et a la même complexité que dans le cas statique. Si il est possible d'attendre sur un nœud, alors puisque la condition *FIFO* reste vérifiée, on peut également modifier l'algorithme de Dijkstra et avoir la même complexité. L'algorithme A* peut également être modifié pour résoudre le problème *time-dependent* **[6]**.

En revanche, dans le problème *cost-dependant*, la condition *FIFO* n'est plus vérifiée et le problème peut être NP-difficile **[7]**. On ne connaît alors pas d'algorithmes donnant la solution en temps polynomial. Le cas échéant, on peut s'appuyer sur des algorithmes quasi-polynomiaux ou bien chercher à trouver une solution approchée de la solution optimale (c'est-à-dire inférieure à un multiple de la solution optimale). Des algorithmes d'optimisation comme le recuit-simulé, les algorithmes génétiques, peuvent être des alternatives **[8]**. Il est aussi possible d'utiliser des caractéristiques propres au graphe étudié pour développer un algorithme efficace.

Problématique retenue

Nous cherchons les algorithmes les plus efficaces pour déterminer le chemin de coût minimal pour le bateau en fonction du modèle de l'océan que l'on utilise, ainsi qu'à déterminer dans quelle mesure le vent peut-il influer sur le chemin optimal d'un navire.

Objectifs du TIPE

Les objectifs de ce TIPE sont de mettre au point un ou plusieurs algorithmes capables de trouver un chemin optimal en coût pour un navire s'aidant du vent pour se propulser, d'évaluer la complexité de ces algorithmes et de les comparer et d'observer l'influence des paramètres du modèle sur le fonctionnement l'efficacité des algorithmes.

Références bibliographiques (ETAPE 1)

[1] Peter E. Hart, Nils J. Nilsson et Bertram Raphael : A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths : *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics (Volume: 4 , Issue: 2 , July 1968)*

[2] Antoine Delignat : Algèbres tropicales et plus court chemin : *http://antoine.delignat-lavaud.fr/doc/tropical.pdf*

[3] Ilia Itenberg : INTRODUCTION À LA GÉOMÉTRIE TROPICALE : *http://www.math.polytechnique.fr/xups/xups08-01.pdf*

[4] Ismail Chabini : Discrete Dynamic Shortest Path Problems in Transportation Applications: Complexity and Algorithms with Optimal Run Time : *Transportation Research Records, (Volume: 1645, issue: 1, page(s): 170-175, Issue published: January 1, 1998)*

[5] Giacomo Nannicini et Leo Liberti : Shortest paths on dynamic graphs : *https://www.enseignement.polytechnique.fr/informatique/profs/Leo.Liberti/sppsurvey.pdf*

[6] Yibiao Lu, Xiaoming Huo, Oktay Arslan, and Panagiotis Tsiotras : Incremental Multi-Scale Search Algorithm for Dynamic Path Planning With Low Worst-Case Complexity : *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics) (Volume: 41, Issue: 6, Dec. 2011)*

[7] A. Orda and R. Rom : Shortest-path and minimum delay algorithms in networks with time-dependent edge-length. : *Journal of the ACM, 37(3):607–625, 1990.*

[8] David P. Williamson et David B. Shmoys, : The design of approximation algorithms : *Cambridge University Press, 2011*