2. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Grundlagen der theoretischen Informatik — SoSe 2020

Wolfgang Mulzer

Abgabe bis zum 11. Mai 2020, 10 Uhr, im Whiteboard

Aufgabe 1 Reguläre Sprachen *10 Punkte*

Eine Sprache heißt *regulär*, falls sie sich durch einen regulären Ausdruck darstellen lässt.

(a) Zeigen Sie: Jede endliche Sprache ist regulär.

(b) Sei Σ ein Alphabet und $w = \sigma_1\sigma_2 \dots \sigma_n$ ein Wort über Σ. Die *Umkehrung* von w, w^R, ist definiert als $w^R = \sigma_n\sigma_{n-1} \dots \sigma_1$. So ist zum Beispiel $\text{haus}^R = \text{suah}$, $\text{blatt}^R = \text{ttalb}$, $\text{a}^R = \text{a}$ und $\varepsilon^R = \varepsilon$. Die Umkehrung einer Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist definiert als $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$.

Zeigen Sie: Ist L eine reguläre Sprache, so ist auch L^R regulär. Geben Sie dazu einen detaillierten Beweis, der strukturelle Induktion über den regulären Ausdruck für L verwendet.

Aufgabe 2 Deterministische endliche Automaten *10 Punkte*

Geben Sie deterministische endliche Automaten für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Erklären Sie Ihren Automaten jeweils in einem Satz.

(a) Die Menge aller Wörter, deren erster und letzter Buchstabe gleich sind.

(b) Die Menge aller Wörter, deren vorletzer Buchstabe eine 1 ist.

(c) Die Menge aller Wörter, die 0110 als Teilwort enthalten.

(d) Die Menge aller durch drei teilbaren Zahlen (in Binärdarstellung). Das leere Wort ε ist nicht durch drei teilbar.

Aufgabe 3 NEAs mit mehreren Startzuständen *10 Punkte*

In der Vorlesung haben wir definiert, dass nichtdeterministische endliche Automaten genau einen Startzustand besitzen. In dieser Aufgabe wollen wir die Variante betrachten, dass es *mehrere* Startzustände geben kann.

(a) Geben Sie eine sinnvolle Definition für nichtdeterministische endliche Automaten mit mehreren Startzuständen. Erklären Sie insbesondere, wie die Sprache definiert ist, die von einem solchen Automaten erkannt wird.

(b) Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache. Zeigen Sie: Es existiert ein NEA mit genau einem Startzustand, der L akzeptiert, genau dann, wenn es einen NEA mit mehreren Startzuständen gibt, der L akzeptiert.