

Bitte erläutern und begründen Sie alle Ihre Antworten.

**Aufgabe 1** Reduktionen

4+3+3 Punkte

- (a) Sei  $H_0 := \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält bei Eingabe } \varepsilon\}$ . Zeigen Sie:  $H \leq H_0$ .
- (b) Seien  $X$  und  $R$  Sprachen, so dass  $R$  regulär ist und  $X \leq R$  gilt. Muss  $X$  dann ebenfalls regulär sein? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (c) Sei  $D$  die Diagonalsprache und  $U$  die Universalsprache. Zeigen Sie, dass es keine Reduktion von  $D$  auf  $U$  geben kann.  
*Hinweis:* Zeigen Sie, dass  $D$  sonst entscheidbar wäre.

**Aufgabe 2** Rekursiv aufzählbare Sprachen

5+5 Punkte

- (a) Beweisen Sie: Eine Sprache  $L$  ist genau dann entscheidbar bzw. rekursiv, wenn es eine Turingmaschine  $M$  gibt, die alle Wörter von  $L$  *in lexikographischer Reihenfolge* durch Blankzeichen getrennt auf ein Ausgabeband ausgibt, auf das nur geschrieben werden kann.  
*Hinweis:* Sie müssen alle Wörter  $w \in \Sigma^*$  aufzählen und jeweils überprüfen, ob  $w$  in  $L$  enthalten ist.
- (b) Beweisen Sie: Eine Sprache  $L$  ist genau dann semientscheidbar bzw. rekursiv aufzählbar, wenn es eine Turingmaschine  $M$  gibt, die alle Wörter von  $L$  *in beliebiger Reihenfolge* durch Blankzeichen getrennt auf ein Ausgabeband ausgibt, auf das nur geschrieben werden kann.  
*Hinweis:* Gehen Sie vor wie bei (a). Wie können Sie dies bewerkstelligen, ohne dass ein Problem entsteht, wenn die Turingmaschine für  $L$  nicht anhält?

**Aufgabe 3** Unäres PKP

10 Punkte

Zeigen Sie: Das PKP über dem unären Alphabet  $\Sigma = \{0\}$  ist entscheidbar.