

Abgabe bis zum 13. Juli 2020, 10 Uhr, im Whiteboard

Dies ist das letzte Aufgabenblatt.

Bitte erläutern und begründen Sie alle Ihre Antworten.

Aufgabe 1 Chomsky Normalform

5+5 Punkte

- (a) Sei G eine kontextfreie Grammatik in Chomsky Normalform, und sei $w \in L(G)$ mit $n := |w| \geq 1$. Zeigen Sie, dass jede Ableitung von w genau $2n - 1$ Schritte besitzt.

Hinweis: Betrachten Sie den zugehörigen Syntaxbaum.

- (b) Sei G eine kontextfreie Grammatik in Chomsky Normalform mit b Variablen. Zeigen Sie: Wenn ein Wort $w \in L(G)$ existiert, so dass eine Ableitung von w mindestens 2^b Schritte benötigt, so ist $L(G)$ unendlich.

Hinweis: Gehen Sie vor wie im Beweis des Pumping-Lemmas.

Aufgabe 2 Pumping-Lemma

3+3+4 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

- (a) $\Sigma = \{0, 1\}$ und $L = \{w\bar{w} \mid w \in \Sigma^*\}$, wobei \bar{w} aus w hervor geht, indem man jede 0 durch eine 1 und jede 1 durch eine 0 ersetzt.
- (b) $\Sigma = \{0, 1\}$ und $L = \{0^n 1^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$.
- (c) $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L = \{a^m b^n c^{mn} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 3 Verständnisfragen

2+2+2+2+2 Punkte

Welche der folgenden Aussagen treffen zu? Begründen Sie Ihre Antwort jeweils in einem Satz.

- (a) Jede Sprache $L \subseteq \{0, 1\}^*$ kann durch eine Grammatik erzeugt werden.
- (b) Jede kontextfreie Sprache hat unendlich viele Wörter.
- (c) Die Vereinigung zweier kontextfreier Sprachen ist wieder kontextfrei.
- (d) Wenn eine Sprache kontextsensitiv ist, dann ist sie auch regulär.
- (e) Die folgende Sprache kann durch eine Grammatik erzeugt werden:

$\{\langle M \rangle \mid \text{Die Turingmaschine } M \text{ hält nach höchstens 16534 Schritten}\}.$