1. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Grundlagen der theoretischen Informatik SoSe 2020

Wolfgang Mulzer

Abgabe bis zum 04. Mai 2020, 10 Uhr, im Whiteboard

Aufgabe 1 Kleene-Stern *10 Punkte*

Sei Σ ein Alphabet. Eine *formale Sprache* $A \subseteq \Sigma^*$ ist eine Menge von Wörtern über Σ. Der *Kleene-Abschluss* von A ist die Menge aller Wörter, die man erhält, indem man endlich viele Wörter aus A hintereinander schreibt (inklusive dem leeren Wort ε). Sind $A, B \subseteq \Sigma^*$ formale Sprachen, so ist die *Konkatenation* von A und B, $A \circ B$, die Menge aller Wörter, die man erhalten kann, indem man ein Wort aus B hinter ein Wort aus A schreibt. Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) $(A \cup B)^* = A^* \cup B^*$;

(b) $(A \cap B)^* = A^* \cap B^*$;

(c) $(A \circ B)^* = A^* \circ B^*$;

(d) $(A^*)^* = A^*$; und

(e) $A \subseteq B \Rightarrow A^* \subseteq B^*$.

Aufgabe 2 Reguläre Ausdrücke I *10 Punkte*

(a) Geben Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen an. Erklären Sie Ihren Ausdruck in einem Satz, und geben Sie das zu Grunde liegende Alphabet an. Erklären Sie ggf. auch alle Annahmen, die Sie gemacht haben.

  (i) Summen von positiven dezimalen Festkommazahlen. In der Sprache sollen also z.B. die Zeichenketten 3.14 oder auch $3 + 4.2 + 7 + 1$ vorkommen.

  (ii) KFZ-Nummernschilder, bestehend aus ein bis drei Großbuchstaben gefolgt von einem Bindestrich, dann ein bis zwei Großbuchstaben und zum Schluss ein bis vier Ziffern. Die Länge der Nummernschilder insgesamt beträgt nicht mehr als acht Zeichen.

  (iii) Die Menge aller Binärzahlen, die durch vier teilbar sind. Dabei sind keine überflüssigen führenden Nullen erlaubt.

(b) Beschreiben Sie in deutscher Sprache die durch die folgenden regulären Ausdrücke charakterisierten Mengen. Ihre Beschreibungen sollen die Form haben:

Die Menge aller Wörter über dem Alphabet $\{0, 1\}$ *. . . .*“

Dabei soll . . . durch maximal acht Wörter ersetzt werden.

  (i) $0^*(0^*10^*10^*)^*$; und

  (ii) $(00 \cup 11 \cup (01 \cup 10)(00 \cup 11)^*(01 \cup 10))^*$.

Aufgabe 3 Reguläre Ausdrücke II *10 Punkte*

Zwei reguläre Ausdrücke α, β heißen *äquivalent*, geschrieben $\alpha \sim \beta$, genau dann, wenn sie die gleiche Sprache repräsentieren, also $L(\alpha) = L(\beta)$ ist. Zeigen Sie:

(a) $(\alpha \cup \beta)\gamma \sim \alpha\gamma \cup \beta\gamma$;

(b) $(\alpha^*)^* \sim \alpha^*$;

(c) $(\alpha \cup \beta)^* \sim (\alpha^*\beta^*)^*$;

(d) $\alpha\emptyset \sim \emptyset$; und

(e) $\alpha\emptyset^* \sim \alpha$.