a) $(A \cup B)^* \stackrel{?}{=} A^* \cup B^*$ Von Thore Brehmer und David Sey

Widerspruchsbew. Naja, das ist ein Gegenbeispiel. Die Aussage stimmt schließlich nicht.

sei $A = \{a\}$, $B = \{b, c\}$

$(\{a\} \cup \{b, c\})^* = \{a\}^* \cup \{b, c\}^*$

$(\{a, b, c\}^*) = \{a, aa, aaa, \dots\}^* \cup \{b, bb, \dots c, cc, \dots, bc, bcbc \dots\}$

$\{abc, \dots, a, \dots, b, \dots, c, \dots\} = \text{''} \underline{\qquad\qquad} \text{''}$ $\lightning$

Hier genauer ausführen! Welches Element fehlt in der rechten Menge? -0.5P

b) Widerspruchsbew.

sei $A = \{a, b\}$, $B = \{ab\}$

$(A \cap B)^* = A^* \cap B^*$

$(\emptyset)^* = \{\varepsilon, a, aa \dots, b, bb, \dots, ab, abab \dots\} \cap \{\varepsilon, ab, abab \dots\}$

$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon, ab, abab, \dots\}$ <

$\lightning$

c)

Widerspruchsbew.

Sei $A = \{a\}$, $B = \{b\}$

$(A \circ B)^* = A^* \circ B^*$

$(ab)^* = (a)^*(b)^*$

Nein, abab etc sind nicht in der rechten Menge enthalten. -0.5P

$\{\varepsilon, ab, abab, \dots\} = \{\varepsilon, a, aa, \dots, b, bb, \dots, ab, aab, \dots, abb, \dots, abab, \dots\}$ $\lightning$

d) $(A^*)^* \stackrel{?}{=} A^*$

$\bigcup_{k=0}^{\infty} \left(\bigcup_{i=0}^{\infty} A^i \right)^k = \bigcup_{i=0}^{\infty} A^i$

$\bigcup_{k=0}^{\infty} (A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty) = A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty$

Unendlich ist keine Zahl! Ihr könnt sie also nicht als Exponent verwenden. -0.5P

$\underbrace{(A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty)^0} \cup (A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty)^1 \cup \dots \cup (A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty)^\infty = A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty$

$\{\varepsilon\} \cup A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty \underbrace{\cup \dots \cup (A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty)^\infty} = A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty$

da $\varepsilon \cup A^0 \dots A^\infty$ die Potenz ∞ besitzt, ist $\dots \cup (A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty)^\infty$ bereits enthalten

Von der Idee sinnvoll, aber das dürft ihr so nicht aufschreiben. Ich würde das als Text formulieren.

(e) fehlt -2P

$A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty = A^0 \cup A^1 \cup \dots \cup A^\infty$

6.5/10

2)

Die Zahlen müssen kein Komma und auch keinen Nachkommateil besitzen. -0.5P

i) $A = (0 \cup 1 \cup 2 \cup 3 \cup 4 \cup 5 \cup 6 \cup 7 \cup 8 \cup 9)^* \circ . \circ (0 \cup 1 \cup 2 \cup 3 \cup 4 \cup 5 \cup 6 \cup 7 \cup 8 \cup 9)^*$

$L = \quad A(+A)^*$

ii) sei $A = \{A, B, C \dots X, Y, Z\}$ und $\alpha \in A$
$Z = \{0, 1, \dots, 9\}$ und $z \in Z$

So schreibt man das nicht. Wenn ihr ausdrücken wollt, dass im reg.A. ein beliebiger Buchstabe steht, schreibt vorher z.B. a = (A U B U ... U Z) und setzt a in den reg.A. ein (so wie ihr das mit a gemacht habt)

$\alpha \circ (\varepsilon \cup \alpha) \circ (\varepsilon \cup \alpha) \circ - \circ \alpha \circ (\varepsilon \cup \alpha) \circ z \circ (z \cup \varepsilon) \circ (z \cup \varepsilon) \circ (z \cup \varepsilon)$

$= \alpha (\varepsilon \cup \alpha)^2 - \alpha (\varepsilon \cup \alpha) z (z \cup \varepsilon)^3$

Das ist kein regulärer Ausdruck. -1P

sei $L = \{ \ell \mid \ell \in (\alpha (\varepsilon \cup \alpha)^2 - \alpha (\varepsilon \cup \alpha) z (z \cup \varepsilon)^3) \wedge |\ell| \leq 8 \}$

iii) $1 \circ (0 \cup 1)^* \circ 0 \circ 0$ ✓

Angabe der Alphabete in (a) fehlt -1.5P

b)

i) ... mit gerader Anzahl an 1 bits.

Einsen (in Wörtern betrachten wir allgemein Zeichen)

ii) ... mit gerader Anzahl an 1 und 0 bits.

Einsen und Nullen

7/10

3)

a) $(\alpha \cup \beta)\gamma \sim \alpha\gamma \cup \beta\gamma$

Nein! Der reguläre Ausdruck ist nicht das gleiche wie seine Sprache. -1P

$(\alpha \cup \beta)\gamma = L((\alpha \cup \beta)\gamma) = (L(\alpha) \cup L(\beta)) \circ L(\gamma)$

wenn dann Sigma*

$= \{ w \in \Sigma \mid \exists u \in L(\alpha) \cup L(\beta), \exists v\, L(\gamma), w = u \circ v \}$

Die Quantorschreibweise für Mengen ist nicht empfehlenswert. Lieber z.B. $\{uv \mid u \in L(\alpha), v \in L(\gamma)\}$

$= \{ w \in \Sigma \mid \exists u \in L(\alpha), \exists v\, L(\gamma), w = u \circ v \} \cup \{ w \in \Sigma \mid \exists u \in L(\beta), \exists v\, L(\gamma), w = u \circ v \}$

vgl.o.

$= L(\alpha) \circ L(\gamma) \cup L(\beta) \circ L(\gamma) = \alpha\gamma \cup \beta\gamma$

b) $(\alpha^*)^* \sim \alpha^*$

aus schrift: $L((\alpha^*)^*) = L((\alpha)^*)^* = L(\alpha)^{**}$

$\Rightarrow$ aus 1 d) wissen wir, dass für Sprachen gilt $(A^*)^* = A^*$ ✓

c) $(\alpha \cup \beta)^* \sim (\alpha^* \beta^*)^*$

sei $w \in (\alpha \cup \beta)^*$

$\Rightarrow w = w_0 \circ w_1 \circ \dots w_i \dots \circ w_k$ wobei $w_i \in L(\alpha) \vee w_i \in L(\beta)$

außerdem $w = w_0 \circ w_1 \circ \dots w_i \dots \circ w_k$ wobei $w_i \in L(\alpha^* \circ \beta^*)$

$\Rightarrow w \in (\alpha \cup \beta)^*$ Warum gilt das? Begründen! -1P

d) $\alpha\emptyset \sim \emptyset$

vgl.o.

$\alpha\emptyset \sim \underbrace{L(\alpha \circ \emptyset) = L(\alpha) \circ L(\emptyset) = L(\emptyset)}_{\text{aus Vorlesung}} = \emptyset$ ✓

e) $\alpha\emptyset^* \sim \alpha$

vgl.o.

$\alpha\emptyset^* \sim \underbrace{L(\alpha \circ \emptyset^*) = L(\alpha) \circ L(\emptyset)^* = L(\alpha) \circ \{\varepsilon\} = L(\alpha)}_{\text{aus Vorlesung}} = \alpha$ ✓

8/10