3. Aufgabenblatt zur Vorlesung

Grundlagen der theoretischen Informatik SoSe 2020

Wolfgang Mulzer

Abgabe bis zum 18. Mai 2020, 10 Uhr, im Whiteboard

Aufgabe 1 Potenzmengenkonstruktion *10 Punkte*

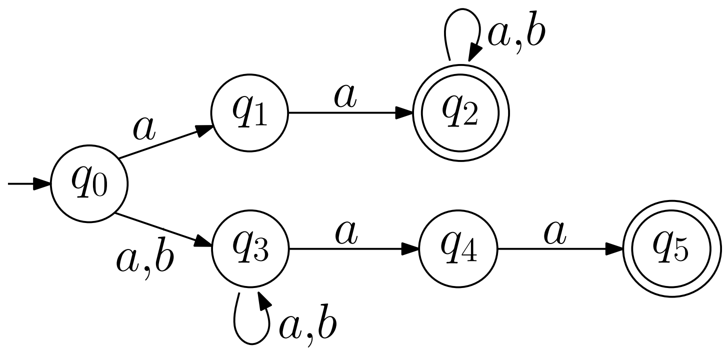
Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten M mit $\Sigma = \{0, 1\}$, $Q = \{a, b, c\}$, $q_0 = a$, $F = \{a\}$ und $\delta(a, 0) = \{a, b\}$, $\delta(b, 1) = \{b, c\}$, $\delta(c, 0) = \{a, c\}$, $\delta(a, 1) = \delta(b, 0) = \delta(c, 1) = \emptyset$.

(a) Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm für M.

(b) Benutzen Sie die Potenzmengenkonstruktion, um einen zu M äquivalenten deterministischen endlichen Automaten zu finden. Beseitigen Sie alle überflüssigen Zustände.

Aufgabe 2 Endliche Automaten *10 Punkte*

(a) Welche Sprache erkennt der folgende Automat? Begründen Sie Ihre Antwort.



(b) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Konstruieren Sie einen endlichen Automaten für die Sprache, die durch den regulären Ausdruck

$$(a \cup ba)(a \cup ba)^*(b \cup ab)^* \cup (bb)^*aa^*(bb)^*$$

erzeugt wird.

Aufgabe 3 Vereinigung von regulären Sprachen *10 Punkte*

Aus der Vorlesung wissen Sie: Wenn L_1 und L_2 durch deterministische endliche Automaten erkannt werden, so auch $L_1 \cup L_2$. Hier wollen wir diese Tatsache mit Hilfe einer alternativen Konstruktion beweisen.

Seien $M^1 = (\Sigma, Q^1, q_0^1, F^1, \delta^1)$ und $M^2 = (\Sigma, Q^2, q_0^2, F^2, \delta^2)$ deterministische endliche Automaten mit $L(M^1) = L_1$ und $L(M^2) = L_2$. Geben Sie einen DEA mit

Zustandsmenge $Q^1 \times Q^2$ an, der die Sprache $L_1 \cup L_2$ erkennt. Beweisen Sie die Korrektheit Ihres Automaten.

Hinweis: Der neue Automat simuliert die Automaten M^1 und M^2 gleichzeitig.

Aufgabe 4 Halbe Sprache *freiwillig, 10 Zusatzpunkte*

Sei $L \subseteq \{0,1\}^*$. Wir definieren $L_{\frac{1}{2}-}$ als die Sprache, die aus den ersten Hälften der Wörter aus L besteht, d.h.,

$$L_{\frac{1}{2}-} := \{x \mid \exists y, \text{so dass } |x| = |y| \text{ und } xy \in L\}.$$

Zeigen Sie: Wenn L regulär ist, so ist auch $L_{\frac{1}{2}-}$ regulär.