4Η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

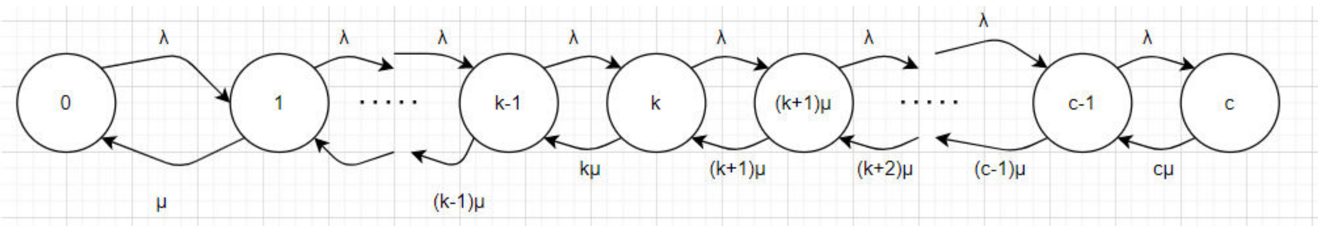
ΦΙΛΙΠΠΟΠΟΥΛΟΣ ΟΡΦΕΑΣ

Α.Μ.: el18082

<u>Άσκηση 1</u>

<u>1)</u>

Το διάγραμμα ρυθμού μεταβάσεων του συστήματος M/M/c/ :



Από τις λεπτομερείς εξισώσεις ισορροπίας έχουμε:

Pk = (λ/(kμ))*Pk-1 = (ρ^k/k!)Po

και P0 + P1 + P2 + …. + Pc-1 + Pc = 1 => Po = 1/(Σ_1^c ρ^k/k!)

Άρα Pc = Pblocking = (ρ^c/c!)/(Σ_1^c ρ^k/k!) = B(ρ, c)

Μέσος ρυθμός απωλειών:

λ-γ = λ-λ(1-Pblocking) = λPc = λ * (ρ^c/c!)/(Σ_1^c ρ^k/k!)

<u>1)-2)</u>

Οι συναρτήσεις που ζητούνται έχουν υλοποιηθεί και έχουν παραδοθεί στο zip αρχείο.

<u>3)</u>

Όταν χρησιμοποιούμε την erlangb_factorial για μεγάλους αριθμούς αποτυγχάνει (δηλαδή μας βγάζει αποτέλεσμα NaN), αφού πρέπει να υπολογιστούν αριθμοί όπως 1024^{1024} 1024! (για ρ, c εισόδου ίσα με

1024). Από την άλλη η erlangb_iterative δεν εμφανίζει κάποιο μην αναμενόμενο αποτέλεσμα (όπως NaN) καθώς υλοποιεί σε κάθε επανάληψη έναν πολλαπλασιασμό, ένα άθροισμα και μία διαίρεση.

Τα αποτελέσματα των συναρτήσεων για εισόδους 1024,1024 είναι:

```
counter = 0
checkres =  0.024524
minimuc c is:
0
ans =  0.024524
```

που το πρώτο κόκκινο πλαίσιο είναι το αποτέλεσμα υλοποιώντας την συνάρτηση που μας ζητείται και το δεύτερο κόκκινο αποτέλεσμα είναι χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση erlangb του πακέτου queueing του Octave επιβεβαιώνοντας την ορθότητα της συνάρτησης μας.

Από την άλλη χρησιμοποιώντας την erlangb_factorial με τις παραπάνω εισόδους παίρνουμε το παρακάτω αποτέλεσμα:

```
nominator =  NaN
On hand Pblocking
 NaN
erlangb Pblocking
 0.024524
```

Που το πρώτο αποτέλεσμα είναι NaN (δηλαδή το αποτέλεσμα της συνάρτησης που υλοποιήσαμε, ενώ το δεύτερο αποτέλεσμα είναι από τη συνάρτηση erlangb του πακέτου queueing του Octave που προφανώς βγάζει το σωστό αποτέλεσμα) γεγονός που το περιμέναμε.

4)

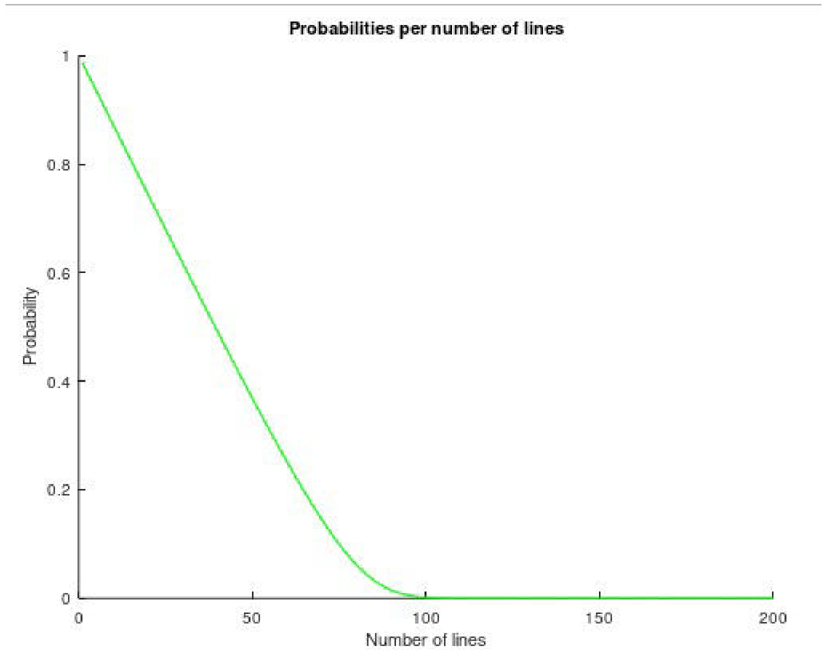
α)

Με πρότυπο τον πιο απαιτητικό χρήστη και υποθέτοντας ότι βρισκόμαστε σε ώρα αιχμής έχουμε:

$\rho = 200*(23/60) \rightarrow \rho = 76{,}67$ Erlang

β)

Παραδίδουμε τον κώδικα για το ερώτημα αυτό στο zip αρχείο (task1_4_2.m).
Η ζητούμενη γραφική που προκύπτει είναι:



γ)

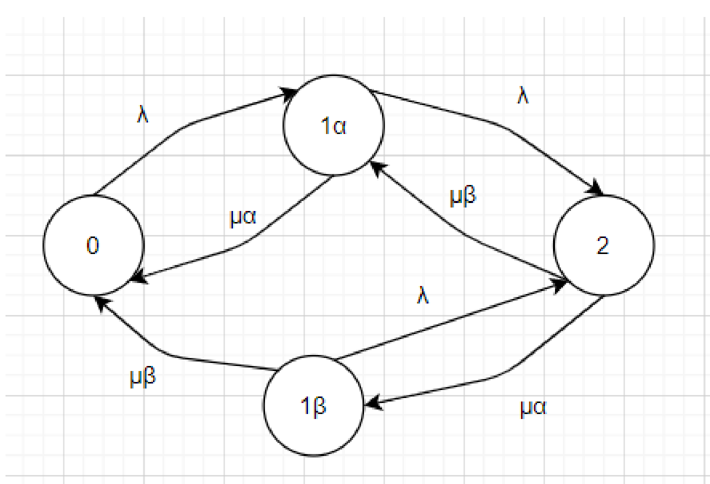
Ο ελάχιστος αριθμός γραμμών προκειμένου να έχουμε Pblocking < 1% είναι:

```
minlines =  93
```

<u>Άσκηση 2</u>

<u>1)</u>

Το διάγραμμα ρυθμού μεταβάσεων σε κατάσταση ισορροπίας είναι:



Αξιοποιώντας της global εξισώσεις ισορροπίας έχουμε:

$\lambda Po = \mu a P1a + \mu b * P1b \Rightarrow Po = 0.8P1a + 0.4P1b$

$(\mu a + \mu b)\, P2 = \lambda P1a + \lambda P1b \Rightarrow P2 \Rightarrow 5/6\ (P1a + P1b)$

$\mu a P1a + \lambda P1a = \lambda Po + \mu b P2 \Rightarrow P1a = 5/9Po + 2/9P2$

$(\mu b + \lambda)P1b = \mu a P2 \Rightarrow P1b = 4/7\ P2$

$Po + P1a + P1b + P2 = 1$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα προκύπτουν οι εξής πιθανότητες:

Po = 0.24951
P1a = 0.21443
P1b = 0.19493
P2 = 0.34113 = Pblocking

Ο μέσος αριθμός πελατών είναι:

$E(n(t)) = \Sigma_0^2\, k*Pk = 0*Po + P1a + P1b + 2P2 = 1.0916$

2)

- Αρχικά επιβεβαιώνουμε τα παραπάνω αποτελέσματα με χρήση της octave:

```
 0.25160
 0.21453
 0.19378
 0.34009
mean_clients =  1.0885
```

- Στη συνέχεια γεμίζουμε τα κενά που ζητούνται ως:

```
threshold_1a = lambda/(lambda + m1);
threshold_1b = lambda/(lambda + m2);
threshold_2_first = lambda/(m1 + m2 + lambda);
threshold_2_second = (m1+lambda)/(m1 + m2 + lambda);
```

Τα παραπάνω thresholds δικαιολογούνται ως εξής:

Αν ήμαστε στην κατάσταση 1α ή 1β σπάμε το διάστημα (0,1) σε 2 κομμάτια όπου το μέγεθος του πρώτου είναι ίσο ως λ/(λ+μα,β) και αντιστοιχεί στη περίπτωση που έχουμε άφιξη ενώ το υπόλοιπο είναι για το εάν έχουμε αναχώρηση.

Όσον αφορά τώρα τη κατάσταση 2 (εδώ χρειαζόμαστε και το λ και το μα και το μβ καθώς από την κατάσταση 2 μπορούμε να πάμε και στην 1α και στην 1β) αφού αποφασίσουμε για το εάν έχουμε άφιξη ή αναχώρηση σπάμε το διάστημα των αφίξεων σε 2 κομμάτια, όπου το μέγεθός τους εξαρτάται από τα μα και μβ (τα thresholds φαίνονται παραπάνω). Εάν ήμαστε ενδιάμεσα από το threshold_2_first και threshold_2_second τότε έχουμε αναχώρηση προς το 1β (δηλαδή έχουμε μα) αλλιώς έχουμε αναχώρηση προς το 1α (δηλαδή έχουμε μβ).

- Το κριτήριο σύγκλισης της προσομοίωσης μας είναι ο αριθμός των πελατών στο σύστημα δεν μεταβάλλεται παραπάνω από 1/10000 της προηγούμενης τιμής του.

- Όπως προανέφερα και παραπάνω, οι θεωρητικές τιμές των εργοδικών πιθανοτήτων και του μέσου αριθμού πελατών καθώς και οι τιμές από την προσομοίωση είναι πολύ κοντά αλλά όχι ίδιες ακριβώς και αυτό οφείλεται σε προσεγγίσεις κατά τον θεωρητικό υπολογισμό αλλά και στο κριτήριο σύγκλισης τής προσομοίωσης μας λόγο του οποίου δεν φτάνει σε ακριβής τιμές (θα έπρεπε να αφήσουμε την προσομοίωση επάπειρον προκειμένου να βρει τις ακριβής τιμές).