Εξέταση Συστήματα Αναμονής

Θοδωρής Παπαρρηγόπουλος
el18040
6ο Εξάμηνο

<u>Θέμα 1ο</u>

$\lambda_1 = 20/hr, \lambda_2 = 15/hr.$ ~~...~~ $\lambda_1 = 1/3$ πελ/min
$\lambda_2 = 1/4$ πελ/min.

I) $\mu_A = 0.5$ /min   M/M/1
II) $\mu_B = 2\mu_A$.
$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 7/12$
III) $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.

A) $E(T_1) = \frac{1}{\mu_A - \lambda_1} = \frac{1}{1/2 - 1/3} = 6$ min. } Σχήμα I
$E(T_2) = \frac{1}{1/2 - 1/4} = 4$ min

$E(T_3) = \frac{1}{1 - (1/3 + 1/4)} = \left(\frac{5}{12}\right)^{-1}$ min $= \frac{12}{5}$ min. } Σχήμα II

~~Εκτ...~~ $u_I = \frac{\gamma}{\mu_A} = \frac{\lambda(1 - P_{blocking})}{\mu} = \begin{cases} 2/3 \\ 1/2 \end{cases}$

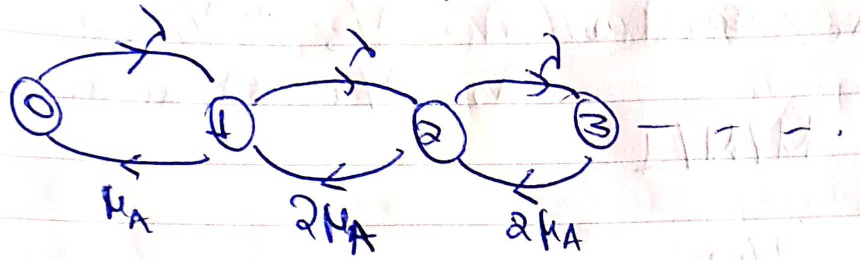
~~B~~

$u_{II} = \frac{\gamma}{\mu_B} = 7/12.$

Scanned with CamScanner

β) Περιμένουμε βελτίωση καθώς στο Ι σε κάθε ουρά υπάρχουν χρονικά διαστήματα που οι εξυπηρετητές δεν χρησιμοποιούνται. ~~Ακόμα~~ Επίσης στην 1η ουρά έχουμε μικρότερη χρησιμοποίηση, ενώ στην M/M/2 αν ένας πελάτης βρει γεμάτη την πρώτη ουρά θα πάει στην 2η με αποτέλεσμα να μοιράζονται καλύτερα και ο χρόνος εξυπηρέτησης μειώνεται.

Γ)



$$\lambda P_0 = \mu_A P_1 \Rightarrow P_1 = \frac{\lambda}{\mu_A}.$$

$$\lambda P_1 = 2\mu_A P_2$$

$$\vdots$$

$$\lambda P_x = 2\mu_A P_{x+1} \quad \text{για } x \geq 1. \quad \Rightarrow P_x = \rho^{x-1} P_1 \quad x \geq 1$$

Επίσης $P_0 + P_1 + \dots = 1$.

$$\Rightarrow \frac{\mu_A}{\lambda} P_1 + \sum_{x=1}^{\infty} P_1 \left(\frac{\lambda}{2\mu_A}\right)^{x-1} = 1.$$

$$P_1\left(\frac{\mu_A}{\lambda} + \sum_{x=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{2\mu_A}\right)^{x}\right) = 1$$

$$P_1\left(\frac{\mu_A}{\lambda} + \frac{1}{1-\frac{\lambda}{2\mu_A}}\right) = 1$$

$$P_1 = \frac{1}{\frac{\mu_A}{\lambda} + \frac{1}{1-\frac{\lambda}{2\mu_A}}} = \frac{1}{\frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{12}} + \frac{1}{1-\frac{7/12}{1}}} = \frac{1}{\frac{6}{7} + \frac{5}{12}}$$

$$P_1 = \frac{1}{\frac{107}{84}} = \frac{84}{107}$$

$$P_0 = \frac{1/2}{7/126} \cdot \frac{84}{107} = \frac{6}{7} P_1 = \underline{0.672}$$

$$E(T) = \frac{E[n]}{\gamma} = \frac{E[n]}{\lambda}$$

$$E[n] = \sum_{x=0}^{\infty} x P_x$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} x P_x = \sum_{x=1}^{\infty} x P_1 \left(\frac{\lambda}{2\mu_A}\right)^{x-1}$$

$$= P_1 \sum_{x=0}^{\infty} (x+1)\left(\frac{\lambda}{2\mu_A}\right)^x = \cancel{P_1 \sum_{x=0}^{\infty} x \left(\frac{\lambda}{2\mu_A}\right)^x} + \cancel{P_1 \sum_{x=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{2\mu_A}\right)^{2x}}$$

- Είναι $\sum_{x=0}^{\infty} a^x = \frac{1}{1-a} \Rightarrow \sum_{x=1}^{\infty} x a^{x-1} = \frac{1}{1-a}$

$$\Rightarrow \sum_{x=0}^{\infty} (x+1) a^x = \frac{1}{(1-a)^2}$$

Άρα $E[n] = P_1 \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{\lambda}{2\mu_A}\right)^2} = \frac{84}{107} \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{7/12}{1}\right)^2}$

$$= 1.1899 \text{ min}$$

$$E(T) = \frac{E[n]}{7/12} = 2.04 \text{ min}$$

Θέμα 2ο

Αν Είναι $E(T) = E(\omega) + E(s)$.

~~Αν 2 πακέτα έρθουν μαζί τότε ο ένας μπαίνει σε αναμονή και το άλλο σε εξυπηρέτηση. Και θα είναι σε αναμονή για T/2 και άλλα T/2.~~

~~Έτσι, έχουμε συνολικό χρόνο 3T/2~~
~~Άρα ο μέσος χρόνος 3T/4.~~

Έστω γενικά ότι το πρώτο πακέτο έρχεται την $t = 0$:

→ Αν το 2ο πακέτο έρθει και αυτό την $t=0$, τότε η πρώτη ροή κάνει $T/2$ ενώ η δεύτερη $(T/2 + T/2)$

$\Rightarrow E(T) = \dfrac{3T/2}{2} = 3T/4$

→ Αν το 2ο πακέτο έρθει $R/t \geq T/2$. τότε. Θα έχουμε για το 1ο $T/2$ και για το 2ο πάλι $T/2 \Rightarrow E(T) = \dfrac{2T/2}{2} = T/2$.

→ Και για μεγαλύτερο μέχρι R θα συμβαίνει το ίδιο.

→ Αν $t \geq R$ τότε θα έρθει και άλλο πακέτο και μιλάμε πάλι με την 1η περίπτωση.

→ Αν $0 < t < T/2$ τότε είναι ενδιάμεση περίπτωση οπότε το 1ο εξυπηρετείται σε $T/2$ και το 2ο σε $T/2 - t$ με εξυπηρέτηση $T/2$.

$\Rightarrow E(T) = \dfrac{\frac{3T}{2} - t}{2} = \dfrac{3T}{4} - \dfrac{t}{2}$.