



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής

Εργαστήριο Διαχείρισης και Βέλτιστου Σχεδιασμού Δικτύων Τηλεματικής - NETMODE

---

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφου, 157 80

e-mail: [queuing@netmode.ntua.gr](mailto:queuing@netmode.ntua.gr), URL: <http://www.netmode.ntua.gr>

19/4/2021

## Συστήματα Αναμονής (Queuing Systems)

### 3η Ομάδα Ασκήσεων

#### Προσομοίωση συστήματος M/M/1/10

Με τη μέθοδο της προσομοίωσης, θα μελετήσετε ένα σύστημα M/M/1/10, δηλαδή σύστημα με έναν εξυπηρετητή και μέγιστη χωρητικότητα 10 πελάτες. Οι αφίξεις στην ουρά ακολουθούν την κατανομή Poisson με ομοιόμορφο μέσο ρυθμό  $\lambda$  πελάτες/min, ενώ οι εξυπηρετήσεις είναι εκθετικές με ομοιόμορφο μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης  $\mu = 5$  πελάτες/min. Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα προγραμματισμού της προτίμησής σας και χωρίς να χρησιμοποιήσετε έτοιμες βιβλιοθήκες προσομοίωσης να γράψετε μία προσομοίωση που θα υπολογίζει:

- Τις πιθανότητες των καταστάσεων του συστήματος.
- Την πιθανότητα απόρριψης πελάτη από το σύστημα.
- Το μέσο αριθμό πελατών στο σύστημα.
- Το μέσο χρόνο καθυστέρησης ενός πελάτη στο σύστημα.

Κριτήριο σύγκλισης της προσομοίωσής σας θα αποτελεί η διαφορά ανάμεσα σε δύο τιμές του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα. Η σύγκριση θα πραγματοποιείται ανά 1000 μεταβάσεις. Η προσομοίωση θα τερματίζεται όταν η διαφορά αυτή είναι μικρότερη από 0.001% ή όταν ο αριθμός των συνολικών μεταβάσεων ξεπεράσει το 1.000.000.

(1) Για το debugging της προσομοίωσής σας θα πρέπει να παράξετε λεπτομερές trace των μεταβάσεων της κατάστασης του συστήματος για τις πρώτες 30 μεταβάσεις, δηλαδή θα πρέπει να καταγράψετε (α) την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το σύστημα, (β) τι είδους μετάβαση είναι η επόμενη (άφιξη/αναχώρηση) και (γ) το συνολικό αριθμό αφίξεων στην παρούσα κατάσταση. Εάν τα αποτελέσματα είναι σωστά, να συνεχίσετε την προσομοίωσή σας απενεργοποιώντας τον κώδικα που αφορά το debugging.

(2) Να εκτελέσετε την προσομοίωσή σας για τιμές του  $\lambda = \{1, 5, 10\}$  και να παραστήσετε γραφικά (α) τις εργοδικές πιθανότητες που υπολογίζει τελικά η

προσομοίωσή σας και (β) την εξέλιξη του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα για τις τιμές που υπολογίσατε.

(3) Να σχολιάσετε πώς αλλάζει (σε γενικές γραμμές) η ταχύτητα σύγκλισης της προσομοίωσης, δηλαδή ο απαιτούμενος αριθμός μεταβάσεων μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης, καθώς μεγαλώνει η τιμή του  $\lambda$ . Πόσες αρχικές μεταβάσεις θα μπορούσατε με ασφάλεια να αγνοήσετε ώστε να επιταχυνθεί η σύγκλιση της προσομοίωσης; Για να μπορέσετε να συγκρίνετε σωστά τις επιμέρους προσομοιώσεις, θα πρέπει να φροντίσετε ώστε να παράγονται οι ίδιες ακολουθίες τυχαίων αριθμών σε κάθε προσομοίωση. Αυτό μπορείτε να το πετύχετε με την εντολή `rand("seed", 1)` στην αρχή του προγράμματος.

(4) Τι αλλαγές θα έπρεπε να κάνετε στην προσομοίωσή εάν το σύστημά σας είχε εκθετικές εξυπηρετήσεις με μεταβλητό μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης  $\mu_i = \mu * (i+1)$ , όπου  $\mu = 1$  πελάτης/sec, και  $i = \{1, 2, \dots, 10\}$  η κατάσταση του συστήματος σας;

**Αρχείο demo3:** Περιλαμβάνει την προσομοίωση μιας ουράς M/M/1. Κριτήριο σύγκλισης αποτελεί η διαφορά ανάμεσα σε δύο μετρήσεις του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα ( $<0.001\%$ ). Το κριτήριο σύγκλισης ελέγχεται ανά 1000 μεταβάσεις.