

1. (Epolynom12.tex) Soit $A = X^3 - 1$, $B = X^2 - 1$. Quel est le pgcd de A et B . Calculer des polynômes U et V tels que

$$UA + VB = A \wedge B, \deg(U) < 2, \deg(V) < 3$$
2. (Exo285.tex) Le polynôme $X^4 + 1$ est-il irréductible dans $\mathbb{R}[X]$?
3. (Epolynom30.tex) Soit p et q complexes avec $q \neq 0$ et x_1, x_2, x_3 les trois racines complexes de

$$X^3 + pX + q$$
 Pour $n \in \mathbb{N}$, on note

$$S_n = \frac{1}{x_1^n} + \frac{1}{x_2^n} + \frac{1}{x_3^n}$$
 Former une relation entre $S_n, S_{n+1}, S_{n+2}, S_{n+3}$.
4. (Epolynom6.tex) Calculer la somme des cubes des racines de

$$X^2 + 2X + 3$$
5. (Epolynom19.tex) Calculer le reste R et le quotient Q de la division euclidienne de

$$X^3 - 2X^2 + 3X$$
 par $X^2 - X + 1$
6. (Epolynom43.tex) Soit $P \in \mathbf{K}[X]$ et $a \in \mathbf{K}$. Quel est le reste de la division de P par $(X - a)^2$?
7. (Epolynom33.tex) Calculer le pgcd des polynômes

$$X^4 + 2X^2 - X + 2 \quad X^3 + X - 2$$
8. (Epolynom31.tex) Exprimer

$$(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$$
 en fonction des $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ formés avec x, y, z .
9. (Epolynom42.tex) Soit $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ les polynômes symétriques élémentaires formés avec x, y, z . Exprimer

$$(\sigma_1 - x)(\sigma_1 - y)(\sigma_1 - z)$$
 avec $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
10. (Epolynom39.tex) Soit $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ les polynômes symétriques élémentaires formés avec x, y, z . On note

$$x' = y + z, \quad y' = x + z, \quad z' = x + y$$
 et $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ les polynômes symétriques élémentaires formés avec x', y', z' . Exprimer $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ en fonction de $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
11. (Exo74.tex) Exprimer $\sum a_1^2$ à l'aide des polynômes symétriques élémentaires σ_1 et σ_2
12. (Epolynom34.tex) Calculer la somme des puissances quatrièmes des racines de

$$X^3 + X^2 + 1$$
13. (Epolynom24.tex) Calculer la somme des carrés des racines de $X^2 + X + 2$.
14. (Epolynom13.tex) Soit $A = X^3 + 1$, $B = X^2 - 1$. Quel est le pgcd de A et B . Calculer des polynômes U et V tels que

$$UA + VB = A \wedge B, \deg(U) < 2, \deg(V) < 3$$
15. (Exo286.tex) Le polynôme $X^2 + 1$ est-il irréductible dans $\mathbb{R}[X]$?
16. (Epolynom32.tex) Soit n naturel non nul et

$$P = (n + 1)X^{n+2} - (n + 2)X^{n+1} + 1$$
 Quelle est la multiplicité de 1 comme racine de P ?
17. (Epolynom9.tex) Calculer la somme des puissances quatrièmes des racines de

$$X^3 + 3X + 2$$
18. (Epolynom7.tex) Calculer la somme des puissances quatrièmes des racines de

$$X^3 + 2X + 1$$
19. (Epolynom16.tex) Le polynôme $X^4 + X^2 + 16$ est-il irréductible dans $\mathbb{R}[X]$?
20. (Exo287.tex) Factoriser le polynôme $X^4 + 1$ en polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.
21. (Exo288.tex) Factoriser le polynôme $X^4 - 1$ en polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.
22. (Epolynom37.tex) Résoudre dans \mathbb{C}

$$z^3 + (1 - 3i)z^2 - (3i + 2)z - 2 = 0$$
 sachant que l'équation admet une racine réelle à préciser.

23. (Epolynom21.tex) Calculer le reste R et le quotient Q de la division euclidienne de

$$X^4 + X^3 + 2X^2 + 2X + 2 \text{ par } X^3 + X + 1$$

24. (Epolynom15.tex) Soit $A = X^2 - 3X + 2$, $B = X^2 - 2X - 3$. Quel est le pgcd de A et B . Calculer des polynômes U et V tels que

$$UA + VB = A \wedge B, \deg(U) < 2, \deg(V) < 2$$

25. (Epolynom41.tex) Calculer le quotient de la division de

$$X^7 + 2X^6 - 3X^5 + 17X^4 - 28X^3 + \sqrt{2}X^2 - \pi X + e$$

par

$$X^6 - X^5 + 2X^4 - \sqrt{3}X^3 + \sqrt{2}X^2 - X$$

26. (Epolynom23.tex) Exprimer les racines de

$$4X^2 - 4 \operatorname{ch} \theta X + 1$$

à l'aide de la fonction exponentielle.

27. (Epolynom2.tex) Calculer la somme des carrés des racines de

$$X^2 - 2X - 1$$

28. (Epolynom22.tex) Exprimer les racines de

$$4X^2 - 4 \cos \theta X + 1$$

à l'aide de la fonction exponentielle.

29. (Epolynom3.tex) Calculer la somme des carrés des racines de

$$X^2 + 2X + 3$$

30. (Epolynom28.tex) Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^3 + X^2 - 1$ par $X^2 - X + 2$.

31. (Epolynom11.tex) Exprimer $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ en fonction de

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3$$

32. (Exo289.tex) Factoriser le polynôme $X^4 + X^2 + 1$ en polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.

33. (Epolynom8.tex) Calculer la somme des puissances quatrièmes des racines de

$$X^3 - 2X + 1$$

34. (Epolynom18.tex) Calculer le reste R et le quotient Q de la division euclidienne de

$$X^3 + 2X^2 + 3X + 2 \text{ par } X^2 + X + 1$$

35. (Epolynom38.tex) Soit $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ les polynômes symétriques élémentaires formés avec x, y, z . On note

$$x' = yz, \quad y' = xz, \quad z' = xy$$

et $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ les polynômes symétriques élémentaires formés avec x', y', z' . Exprimer $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ en fonction de $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

36. (Epolynom20.tex) Calculer le reste R et le quotient Q de la division euclidienne de

$$X^3 + 2X^2 + X - 2 \text{ par } X^2 + X - 1$$

37. (Epolynom1.tex) Calculer la somme des carrés des racines de

$$X^2 + X - 1$$

38. (Epolynom29.tex) Soit p et q complexes avec $q \neq 0$ et x_1, x_2, x_3 les trois racines complexes de

$$X^3 + pX + q$$

Pour $n \in \mathbb{N}$, on note

$$S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$$

Former une relation entre $S_n, S_{n+1}, S_{n+2}, S_{n+3}$.

39. (Exo290.tex) Factoriser le polynôme $X^4 - X^2 + 1$ en polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.

40. (Exo141.tex) Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$

$$X^4 - 2 \cos 2\alpha X^2 + 1$$

41. (Epolynom35.tex) Calculer la somme des inverses des racines de

$$X^3 + X^2 + 1$$

42. (Epolynom40.tex) Quelle est la multiplicité de 1 comme racine de

$$X^5 - 3X^4 + 4X^3 - 4X^2 + 3X - 1$$

43. (Epolynom25.tex) Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de $X^3 + X^2 - 1$ par $X^3 - X + 2$.

44. (Epolynom26.tex) Soit x une racine de $X^4 + X + 1$. Exprimer x^7 à l'aide de x, x^2, x^3 .

45. (Epolynom5.tex) Calculer la somme des cubes des racines de

$$X^2 - 2X - 1$$

46. (Epolynom36.tex) Calculer le reste R et le quotient Q de la division euclidienne de

$$X^4 + X^3 + 2X^2 + 2X + 2 \text{ par } X^3 - X + 1$$

47. (Epolynom17.tex) Déterminer les arguments dans $[0, 2\pi]$ des racines de $X^6 + X^3 + 1$.

48. (Epolynom4.tex) Calculer la somme des cubes des racines de

$$X^2 + X - 1$$

49. (Epolynom27.tex) Soit $A = X^3 + 1$ et $B = X^2 + 1$. Déterminer des polynômes U et V tels que

$$UA + VB = 2$$

50. (Epolynom14.tex) Soit $A = X^2 - 3X + 2$, $B = X^2 - 5X + 6$. Quel est le pgcd de A et B . Calculer des polynômes U et V tels que

$$UA + VB = A \wedge B, \deg(U) < 1, \deg(V) < 1$$

51. (Eexo142.tex) Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$

$$X^4 + 2 \cos 2\alpha X^2 + 1$$

52. (Epolynom10.tex) Exprimer $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ en fonction de

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3$$