

1. (Elineuc5.tex) Soit $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ une base orthonormée directe. Calculer un vecteur \vec{w} tel que $(\vec{w}, \vec{u}, \vec{v})$ soit une base orthonormée directe avec

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_2 + \vec{e}_3), \quad \vec{v} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3)$$

2. (Elineuc13.tex) Soient θ_1 et θ_2 des écarts angulaires entre des vecteurs dans un espace euclidien de dimension quelconque. L'implication

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_2 \Rightarrow |\cos \theta_1| = |\cos \theta_2|$$

est-elle vraie ?

3. (Eexo292.tex) Formule du double produit vectoriel pour

$$(\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c}$$

4. (Elineuc14.tex) On se place dans un espace euclidien muni d'une base orthonormée. Calculer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point M de coordonnées (a, b, c) sur le plan d'équation

$$x + y - z + 1 = 0$$

5. (Elineuc9.tex) Dans un espace vectoriel euclidien orienté, on se donne deux vecteurs non colinéaires \vec{u}_1 et \vec{u}_2 et deux droites :

- \mathcal{D}_1 : passant par A_1 et dirigée par \vec{u}_1
- \mathcal{D}_2 : passant par A_2 et dirigée par \vec{u}_2

On note Δ la perpendiculaire commune à \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 . Former à l'aide de déterminants un système d'équations vérifié par le point d'intersection (noté M) de \mathcal{D}_1 et Δ .

6. (Elineuc10.tex) Dans un espace vectoriel euclidien orienté, on se donne deux vecteurs non colinéaires \vec{u}_1 et \vec{u}_2 et deux droites :

- \mathcal{D}_1 : passant par A_1 et dirigée par \vec{u}_1
- \mathcal{D}_2 : passant par A_2 et dirigée par \vec{u}_2

On note Δ la perpendiculaire commune à \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 . Former à l'aide de déterminants un système d'équations vérifié par le point d'intersection (noté M) de \mathcal{D}_2 et Δ .

7. (Elineuc20.tex) Soit A un point et \vec{u} un vecteur dans un espace euclidien orienté de dimension 3. Donner une formule exprimant le projeté orthogonal d'un point M sur le plan passant par A et orthogonal à \vec{u} .

8. (Elineuc6.tex) Dans un espace vectoriel euclidien orienté, donner la distance d'un point M à une droite passant par un point A et dirigée par un vecteur \vec{u} .

9. (Elineuc18.tex) On se place dans un espace euclidien muni d'une base orthonormée. Calculer les coordonnées de l'image d'un point M de coordonnées (a, b, c) par la réflexion par rapport au plan d'équation

$$x + y - z + 1 = 0$$

10. (Elineuc21.tex) Dans un plan euclidien orienté muni d'une base orthonormée directe (\vec{i}, \vec{j}) , calculer les coordonnées d'un vecteur \vec{v} tel que

$$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$$

angle orienté $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv \frac{\pi}{3}$

11. (Elineuc4.tex) Soit $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ une base orthonormée directe. Calculer un vecteur \vec{w} tel que $(\vec{w}, \vec{v}, \vec{u})$ soit une base orthonormée directe avec

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1 + \vec{e}_3), \quad \vec{v} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3)$$

12. (Elineuc16.tex) On se place dans un plan euclidien muni d'une base orthonormée. Calculer les coordonnées de l'image d'un point M de coordonnées (a, b) par la réflexion par rapport à la droite d'équation

$$x - y + 1 = 0$$

13. (Elineuc17.tex) On se place dans un espace euclidien muni d'une base orthonormée. Calculer les coordonnées de l'image d'un point M de coordonnées (a, b, c) par la réflexion par rapport au plan d'équation

$$x + y + z + 1 = 0$$

14. (Elineuc8.tex) Dans un espace vectoriel euclidien orienté, on se donne deux vecteurs non colinéaires \vec{u}_1 et \vec{u}_2 et deux droites :

- \mathcal{D}_1 : passant par A_1 et dirigée par \vec{u}_1
- \mathcal{D}_2 : passant par A_2 et dirigée par \vec{u}_2

Former à l'aide de déterminants un système d'équations que doit vérifier un point M pour être sur la perpendiculaire commune à \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 .

21. (Elineuc19.tex) Soit A un point et \vec{u} un vecteur dans un espace euclidien orienté de dimension 3. Donner une formule exprimant le projeté orthogonal d'un point M sur la droite $A + \text{Vect}(\vec{u})$.

15. (Elineuc7.tex) Dans un espace vectoriel euclidien orienté, donner la distance entre la droite D passant par un point A et dirigée par un vecteur \vec{u} et la droite D' passant par un point A' et dirigée par un vecteur \vec{u}' . Les droites sont supposées non coplanaires.

22. (Exo187.tex) L'ensemble des droites d'un plan est-il égal au plan ?

23. (Elineuc3.tex) Soit $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ une base orthonormée directe. Calculer un vecteur \vec{w} tel que $(\vec{v}, \vec{w}, \vec{u})$ soit une base orthonormée directe avec

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1 - \vec{e}_3), \quad \vec{v} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3)$$

16. (Elineuc15.tex) On se place dans un plan euclidien muni d'une base orthonormée. Calculer les coordonnées de l'image d'un point M de coordonnées (a, b) par la réflexion par rapport à la droite d'équation

$$x + y + 1 = 0$$

17. (Elineuc11.tex) Soient θ_1 et θ_2 des écarts angulaires entre des vecteurs dans un espace euclidien de dimension quelconque. L'implication

$$\cos \theta_1 = \cos \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_1 = \sin \theta_2$$

est-elle vraie ?

18. (Elineuc12.tex) Soient θ_1 et θ_2 des écarts angulaires entre des vecteurs dans un espace euclidien de dimension quelconque. L'implication

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_2 \Rightarrow \cos \theta_1 = \cos \theta_2$$

est-elle vraie ?

19. (Elineuc2.tex) Dans un espace euclidien orienté de dimension 3, on se donne deux points A et A' , deux vecteurs \vec{u} et \vec{u}' , la droite \mathcal{D} passant par A et dirigée par \vec{u} , la droite \mathcal{D}' passant par A' et dirigée par \vec{u}' . Ces droites admettent une perpendiculaire commune Δ . Former l'équation du plan contenant \mathcal{D} et Δ .

20. (Elineuc1.tex) Dans un espace euclidien de dimension 3 muni d'un repère orthonormé direct. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite définie par les équations :

$$\begin{cases} x + 2y + z + 1 = 0 \\ -x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$$