

1. (Eexo92.tex) linéariser  $\cos^2 x$

2. (Ectrigus6.tex) Soit  $z$  un nombre complexe de partie réelle  $a$  et de partie imaginaire  $b$ . Exprimer avec des fonctions usuelles de  $a$  et de  $b$  un argument de

$$e^{(e^z)}$$

3. (Eexo96.tex) Exprimer

$$\arctan \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

à l'aide de  $\arccos x$

4. (Eexo242.tex) Donner un argument de

$$1 + i \tan \alpha$$

lorsque  $\alpha \in ]-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}[$ .

5. (Eexo232.tex) Linéariser  $\sin^2 x \cos y$

6. (Ectrigus43.tex) Déterminer l'ensemble des  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  vérifiant  $\sin 5x = 0$ .

7. (Ectrigus102.tex) Soit  $0 < a < b$ . Simplifier

$$\operatorname{sh} \left( \operatorname{argch} \left( \frac{b+a}{b-a} \right) \right)$$

8. (Ectrigus40.tex) Calculer les racines carrées de  $-1 + 2i\sqrt{6}$ .

9. (Ectrigus73.tex) Soit  $z = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  réels ( $z \neq 0$ ), soit

$$Z = \frac{z^2 + 1}{z^2}$$

Quelle est la partie imaginaire de  $Z$ ?

10. (Eexo245.tex) Calculer les racines carrées de

$$5 - 12i$$

11. (Ectrigus11.tex) En sommant de  $k = 1$  jusqu'à  $n$  l'encadrement

$$\frac{1}{2\sqrt{k+1}} \leq \sqrt{k+1} - \sqrt{k} \leq \frac{1}{2\sqrt{k}}$$

former un encadrement de

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}}$$

12. (Ectrigus126.tex) Résoudre dans  $]0, +\infty[$  l'équation d'inconnue  $x$  :

$$x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$$

13. (Ectrigus84.tex) Soit  $y \in [0, 1]$ . Préciser, en fonction de  $\arcsin y$ , l'ensemble des  $u \in [-\pi, \pi]$  tels que

$$\sin u > y$$

14. (Ectrigus131.tex) Soit  $a$  un nombre réel. Préciser, avec une syntaxe ensembliste correcte, l'ensemble des solutions de l'équation d'inconnue  $x$

$$\cos x = -\sin a$$

15. (Ectrigus34.tex) Linéariser

$$\sin(a) \sin(b) \sin(c)$$

16. (Ectrigus45.tex) Soit  $n$  un entier naturel non nul, déterminer le nombre de solutions dans  $[0, \frac{\pi}{2}]$  de l'équation  $\sin nx = 0$  d'inconnue  $x$ .

17. (Eexo136.tex) Expression de

$$\sum_{k=0}^n k^2$$

18. (Ectrigus60.tex) Donner une expression de  $\cos \frac{\pi}{8}$  avec des  $\sqrt{\quad}$ .

19. (Ectrigus109.tex) Résoudre l'équation d'inconnue  $z$

$$z^2 + iz + 1 + 3i = 0$$

20. (Ectrigus29.tex) Soit  $n$  un entier naturel non nul, exprimer  $\binom{2n}{n+1}$  comme un quotient avec seulement  $(n+1)!$  au dénominateur.

21. (Ectrigus27.tex) Soit  $n$  et  $p$  ( $p < n$ ) deux entiers naturels non nuls, exprimer  $\binom{n}{p}$  comme un quotient avec seulement  $p!$  au dénominateur.
30. (Ectrigus87.tex) Soit  $x \in [-1, 1]$ . Préciser, en fonction de  $\arccos x$ , l'ensemble des  $u \in [-\pi, \pi]$  tels que

$$\cos u > x$$

22. (Ectrigus105.tex) Soit  $z$  un nombre complexes de partie réelle  $a$  et de partie imaginaire  $b$ . Trouver une expression simple de

$$|e^{iz} - e^{-iz}|^2$$

à l'aide de fonctions trigonométriques.

23. (Ectrigus44.tex) Soit  $n$  un entier naturel non nul, déterminer l'ensemble des  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  vérifiant  $\sin nx = 0$ .

31. (Ectrigus99.tex) Pour  $n$  naturel non nul, on définit une fonction  $g$  par

$$g(t) = \sin(nt) \sin^n t$$

Donner une expression simple de  $g(\pi - t)$  en fonction de  $g(t)$  et d'une puissance.

32. (Ectrigus31.tex) Linéariser

$$\sin(x) \cos(2x) \sin(3x)$$

24. (Ectrigus15.tex) Calculer les racines carrées de  $-3 + 4i$ .

25. (Ectrigus115.tex) Soit  $a, b, x$  réels avec

$$\alpha = \arccos \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad b > 0$$

Mettre  $a \cos x + b \sin x$  sous la forme  $A \cos(x + \varphi)$  où  $A$  et  $\varphi$  sont exprimés avec  $a, b, \alpha$ .

33. (Ectrigus2.tex) Soit  $z$  un nombre complexe et  $\theta$  un argument de  $z$ . L'implication suivante est elle vraie ?

$$\operatorname{Re}(z) < 0 \Rightarrow \theta \in ]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$$

26. (Ectrigus132.tex) Soit  $a$  un nombre réel. Préciser, avec une syntaxe ensembliste correcte, l'ensemble des solutions de l'équation d'inconnue  $x$

$$\sin x = -\cos a$$

34. (Ectrigus54.tex) Préciser, dans  $[-\pi, \pi]$ , les intervalles dans lesquels doit de trouver  $\theta$  pour que  $\sin 2\theta$  et  $\sin(\theta + \frac{\pi}{4})$  soient de même signe.

35. (Eexo98.tex) Argument de

$$\frac{i + e^{i\frac{\pi}{3}}}{e^{i\frac{\pi}{4}} - e^{i\frac{\pi}{3}}}$$

27. (Ectrigus42.tex) Soit  $n$  un entier naturel non nul, déterminer l'ensemble des  $x \in [0, \pi]$  vérifiant  $\cos nx = 0$ .

36. (Ectrigus81.tex) Déterminer l'ensemble des complexes  $w$  tels que :

$$\operatorname{Im} w + |w| \leq 0$$

28. (Ectrigus137.tex) Rappeler l'identité remarquable pour  $x^3 - y^3$ .  
En utilisant  $b - c = (b - a) + (a - c)$ , factoriser

$$a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b)$$

37. (Ectrigus49.tex) Donner une autre expression de  $\arg z$ .

38. (Ectrigus39.tex) Simplifier

$$(\cos a)e^{ib} - i(\sin a)e^{ib}$$

29. (Ectrigus117.tex) Soit  $a, b, x$  réels avec

$$\alpha = \arcsin \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad b > 0$$

Mettre  $a \cos x + b \sin x$  sous la forme  $A \cos(x + \varphi)$  où  $A$  et  $\varphi$  sont exprimés avec  $a, b, \alpha$ .

39. (Ectrigus65.tex) Donner un argument de

$$i \cos \frac{2\pi}{3} e^{\frac{2i\pi}{3}}$$

40. (Ectrigus63.tex) Donner un argument de

$$\cos \frac{2\pi}{3} e^{\frac{2i\pi}{3}}$$

41. (Ectrigus23.tex) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation d'inconnue  $z$  :

$$z^2 + (1 - i)z - 5i = 0$$

42. (Ectrigus3.tex) Exprimer avec  $\operatorname{ch} t$  et  $\operatorname{sh} t$

$$\frac{1}{1-i}e^t - \frac{1}{1+i}e^{-t}$$

43. (Exo249.tex) Soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que

$$a^2 + b^2 = 1, a < 0$$

Donner un argument de  $a + ib$  en fonction de  $\arcsin b$ .

44. (Ectrigus119.tex) Soit  $z$  un nombre complexe non nul et  $\theta$  un nombre réel. Écrire avec un quantificateur que  $\theta$  est un argument de  $z$ .

45. (Exo1.tex) Soit  $x \in ]-\pi, -\frac{\pi}{2}[$ , simplifier  $\arcsin(\sin x)$ .

46. (Ectrigus94.tex) Simplifier  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  pour

$$u_n = \frac{n^n}{n!}$$

47. (Ectrigus128.tex) Soit  $\alpha > 0$  et  $\neq 1$ , résoudre dans  $]0, +\infty[$  l'équation d'inconnue  $x$  :

$$x^{(x^\alpha)} = (x^\alpha)^x$$

48. (Ectrigus24.tex) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation d'inconnue  $z$  :

$$z^2 + 3(1 + i)z + 5i = 0$$

49. (Ectrigus21.tex) Calculer les racines carrées de  $5 + 12i$ .

50. (Exo250.tex) Soit  $a$  et  $b$  deux réels, donner une condition sur  $a$  et  $b$  assurant que  $\arctan \frac{b}{a}$  est un argument de  $a + ib$ .

51. (Ectrigus111.tex) Linéariser  $\sin x \sin 2x \sin 3x$ .

52. (Ectrigus61.tex) Donner une expression de  $\cos \frac{\pi}{5}$  avec des  $\sqrt{\phantom{x}}$  sachant que

$$\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

53. (Ectrigus50.tex) Donner une expression simple de

$$\sum_{k=1}^n \cos \frac{(2k-1)\pi}{n}$$

54. (Exo203.tex) Trouver une autre expression de

$$\sum_{k=1}^n \ln(kx)$$

55. (Ectrigus19.tex) Calculer les racines carrées de  $1 + 2i\sqrt{6}$ .

56. (Ectrigus57.tex) Exprimer

$$\arcsin \frac{2x}{1+x^2}$$

en fonction de  $\arctan x$  pour  $x \in ]1, +\infty[$ .

57. (Exo97.tex) Exprimer

$$\sin \theta + \sin 2\theta + \cdots + \sin n\theta$$

comme une fraction ne contenant que des  $\sin$  lorsque  $\theta \neq 0(2\pi)$ .

58. (Exo109.tex) Exprimer

$$1 + \cos \theta + \cos 2\theta + \cdots + \cos n\theta$$

comme un quotient de  $\sin$  et  $\cos$  lorsque  $\theta \neq 0(2\pi)$ .

59. (Ectrigus35.tex) Linéariser

$$\cos(a) \cos(b) \cos(c)$$

60. (Ectrigus135.tex) Soit  $a, b, c$  complexes deux à deux distincts, simplifier

$$\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

61. (Ectrigus130.tex) Soit  $a$  un nombre réel. Préciser, avec une syntaxe ensembliste correcte, l'ensemble des solutions de l'équation d'inconnue  $x$

$$\cos x = \sin a$$

62. (Ectrigus108.tex) Soit  $z$  un nombre complexes de partie réelle  $a$  et de partie imaginaire  $b$ . Trouver une expression simple de

$$|e^z + e^{-z}|^2$$

à l'aide de fonctions trigonométriques.

63. (Ectrigus114.tex) Soit  $a, p, q$  strictement positifs. Si on exprime

$$\left( \frac{a^{(p^q)}}{(a^p)^q} \right)^{\frac{1}{p}}$$

comme une puissance de  $a$ , quel est l'exposant ?

64. (Ectrigus68.tex) Donner le module de

$$i + e^{-\frac{i\pi}{3}}$$

65. (Exo201.tex) Lorsque  $x \neq e$ , trouver une autre expression de

$$\sum_{k=0}^n (\ln x)^k$$

66. (Ectrigus10.tex) Quelle est la partie réelle de  $2^i$  ?

67. (Exo246.tex) Calculer les racines carrées de

$$-1 - 2i\sqrt{6}$$

68. (Ectrigus66.tex) Donner un argument de

$$i \sin \frac{2\pi}{3} e^{\frac{2i\pi}{3}}$$

69. (Ectrigus112.tex) Soit  $\alpha$  et  $\beta$  des réels strictement positifs distincts. Déterminer les  $x > 0$  vérifiant

$$(x^\alpha)^{(x^\beta)} = (x^\beta)^{(x^\alpha)}$$

70. (Exo237.tex) Donner un argument de

$$\cot \alpha + i$$

lorsque  $\alpha \in ]\pi, 2\pi[$ .

71. (Ectrigus1.tex) Soit  $z$  un nombre complexe et  $\theta$  un argument de  $z$ . L'implication suivante est elle vraie ?

$$\operatorname{Re}(z) > 0 \Rightarrow \theta \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

72. (Ectrigus104.tex) Transformer  $x^2 + 2x \cos \psi + 1$  pour  $x = e^{i\varphi}$ .

73. (Ectrigus82.tex) Déterminer l'ensemble des complexes  $w$  tels que :

$$\operatorname{Im} w - |w| = 0$$

74. (Ectrigus76.tex) Soit  $z = e^{i\theta}$  avec  $\theta$  réel. Simplifier

$$Z = \frac{z^2 + 1}{z^2}$$

75. (Exo120.tex) Pour  $x > 0$ , simplifier

$$\arctan x + \arctan \frac{1}{x}$$

76. (Ectrigus123.tex) Pour tout entier naturel  $n$ , on pose

$$c_n = \cos \frac{\pi}{2^n}, \quad s_n = \sin \frac{\pi}{2^n}, \quad t_n = \tan \frac{\pi}{2^n}$$

Exprimer  $s_{n+1}$  en fonction de  $c_n$ .

77. (Exo95.tex) Factoriser  $\sin x + \cos y$

78. (Ectrigus67.tex) Donner un argument de

$$i + e^{-\frac{i\pi}{3}}$$

79. (Ectrigus37.tex) Soit  $z$  un nombre complexe d'argument  $\alpha$ , de module  $\rho$ , de partie réelle  $a$  et de partie imaginaire  $b$ . Donner un argument de  $2^z$ .

80. (Ectrigus22.tex) Calculer les racines carrées de  $1 - 2i\sqrt{6}$ .

81. (Ectrigus64.tex) Donner un argument de

$$\sin \frac{2\pi}{3} e^{\frac{2i\pi}{3}}$$

82. (Ectrigus69.tex) Donner un argument de

$$i - e^{-\frac{i\pi}{3}}$$

83. (Ectrigus17.tex) Calculer les racines carrées de  $3 + 4i$ .

84. (Ectrigus85.tex) Soit  $y \in [-1, 0]$ . Préciser, en fonction de  $\arcsin y$ , l'ensemble des  $u \in [-\pi, \pi]$  tels que

$$\sin u < y$$

85. (Ectrigus86.tex) Soit  $x \in [0, 1]$ . Préciser, en fonction de  $\arccos x$ , l'ensemble des  $u \in [-\pi, \pi]$  tels que

$$\cos u < x$$

86. (Eexo243.tex) Calculer les racines carrées de

$$-5 + 12i$$

87. (Eexo91.tex) linéariser  $\sin^2 x$

88. (Eexo204.tex) Trouver une autre expression de

$$\sum_{k=0}^n e^{k+x}$$

89. (Ectrigus90.tex) Soit  $M$  un point de coordonnées  $(x, y)$ . Porter sur le cercle trigonométrique de la figure 1 l'ensemble des points d'affixe  $e^{i\theta}$  tels que

$$\begin{cases} \cos \theta \leq x \\ \sin \theta \leq y \end{cases}$$

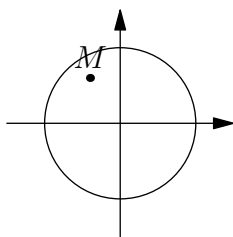


FIG. 1 – Exercice Ectrigus90

90. (Ectrigus124.tex) Pour tout entier naturel  $n$ , on pose

$$c_n = \cos \frac{\pi}{2^n}, \quad s_n = \sin \frac{\pi}{2^n}, \quad t_n = \tan \frac{\pi}{2^n}$$

Exprimer  $t_n$  en fonction de  $t_{n+1}$ .

91. (Ectrigus72.tex) Soit  $z = re^{i\theta}$  avec  $r$  et  $\theta$  réels ( $r \neq 0$ ), soit

$$Z = \frac{z^2 + 1}{z^2}$$

Quelle est la partie imaginaire de  $Z$ ?

92. (Ectrigus122.tex) Pour tout entier naturel  $n$ , on pose

$$c_n = \cos \frac{\pi}{2^n}, \quad s_n = \sin \frac{\pi}{2^n}, \quad t_n = \tan \frac{\pi}{2^n}$$

Exprimer  $c_{n+1}$  en fonction de  $c_n$ .

93. (Ectrigus28.tex) Soit  $n$  un entier naturel non nul, exprimer  $\binom{2n}{n-1}$  comme un quotient avec seulement  $(n-1)!$  au dénominateur.

94. (Ectrigus14.tex) Simplifier

$$\sin \alpha e^{i\beta} + i \cos \alpha e^{i\beta}$$

95. (Eexo2.tex) Linéariser  $\sin x \sin y$

96. (Ectrigus93.tex) Simplifier  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  pour

$$u_n = \binom{2n}{n}$$

97. (Ectrigus91.tex) Soit  $M$  un point de coordonnées  $(x, y)$ . Porter sur le cercle trigonométrique de la figure 2 l'ensemble des points d'affixe  $e^{i\theta}$  tels que

$$\begin{cases} \cos \theta \leq x \\ \sin \theta \geq y \end{cases}$$

98. (Ectrigus7.tex) Soit  $z$  un nombre complexe de partie réelle  $a$  et de partie imaginaire  $b$ . Exprimer avec des fonctions usuelles de  $a$  et de  $b$  le module de

$$e^z$$

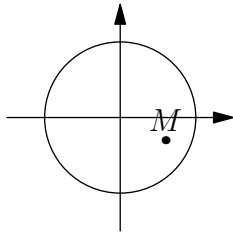


FIG. 2 – Exercice Ectrigus91

99. (Eexo121.tex) Pour  $x < 0$ , simplifier

$$\arctan x + \arctan \frac{1}{x}$$

100. (Ectrigus121.tex) Soit  $a > 0$ . Déterminer l'ensemble des solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation d'inconnue  $x$  :

$$a^x = -2$$

101. (Ectrigus113.tex) Une suite  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  vérifie  $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ . Si on exprime

$$a_{n+1}^{(2^{n+1})}$$

comme une puissance de  $a_n$ , quel est l'exposant ?

102. (Eexo82.tex) Exprimer  $\frac{1}{1+\cos x}$  en fonction de  $\tan \frac{x}{2}$

103. (Ectrigus118.tex) Soit  $a, b, x$  réels avec

$$\alpha = \arcsin \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad b < 0$$

Mettre  $a \cos x + b \sin x$  sous la forme  $A \cos(x + \varphi)$  où  $A$  et  $\varphi$  sont exprimés avec  $a, b, \alpha$ .

104. (Ectrigus136.tex) En utilisant  $b - c = (b - a) + (a - c)$ , factoriser

$$a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$$

105. (Ectrigus25.tex) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation d'inconnue  $z$  :

$$z^2 - 2(1 + 2i)z - 3 + 4i = 0$$

106. (Ectrigus41.tex) Déterminer l'ensemble des  $x \in [0, \pi]$  vérifiant  $\cos 5x = 0$ .

107. (Eexo31.tex)  $\theta \in ]-\pi, \pi[$ , module et argument de  $\frac{1}{1+e^{i\theta}}$ .

108. (Eexo244.tex) Déterminer l'ensemble des complexes  $w$  tels que :

$$\operatorname{Re} w + |w| = 0$$

109. (Ectrigus32.tex) Linéariser

$$\cos(x) \cos(2x) \sin(3x)$$

110. (Eexo241.tex) Donner un argument de

$$1 + i \tan \alpha$$

$$\text{lorsque } \alpha \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[.$$

111. (Ectrigus33.tex) Linéariser

$$\cos(a) \cos(b) \sin(c)$$

112. (Eexo240.tex) Donner un argument de

$$1 + i \tan \alpha$$

$$\text{lorsque } \alpha \in ]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[.$$

113. (Ectrigus96.tex) Simplifier  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  pour

$$u_n = \frac{1 \times 3 \times \cdots \times (2n-1)}{n^n}$$

114. (Eexo236.tex) Linéariser  $\sin^2 x \cos y \sin z$

115. (Ectrigus55.tex) Dans cet exercice,  $i(\alpha, \beta)$  est un nombre réel défini pour tous les entiers  $\alpha$  et  $\beta$ . Écrire l'expression suivante avec le symbole  $\sum$  étendu de  $k = 0$  à  $p$  :

$$\begin{aligned} & i(p, a)i(0, b) + \frac{p}{1} i(p-1, a)i(1, b) \\ & + \frac{p \times (p-1)}{1 \times 2} i(p-2, a)i(2, b) + \cdots \\ & + \frac{p \times (p-1) \times \cdots \times (1)}{1 \times 2 \times \cdots \times (p-1)} i(1, a)i(p-1, b) \\ & + i(0, a)i(p, b) \end{aligned}$$

116. (Ectrigus139.tex) Soit  $x > 1$  et  $x \neq e$ , simplifier

$$(\ln x)^{\frac{\ln x}{\ln(\ln x)}}$$

128. (Ectrigus38.tex) Exprimer avec des factorielles et une puissance

$$e^{\sum_{k=n+1}^{2n} \ln \frac{k}{n}}$$

117. (Exo248.tex) Soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que

$$a^2 + b^2 = 1, b < 0$$

Donner un argument de  $a + ib$  en fonction de  $\arccos a$ .

129. (Ectrigus88.tex) Soit  $x \in [-1, 0]$ . Préciser, en fonction de  $\arccos x$ , l'ensemble des  $u \in [-\pi, \pi]$  tels que

$$\cos u < x$$

118. (Exo238.tex) Donner un argument de

$$\cot \alpha + i$$

lorsque  $\alpha \in ]-\pi, 0[$ .

130. (Ectrigus46.tex) Donner une autre expression de  $\operatorname{argsh} 1$ .

119. (Ectrigus9.tex) Quelle est la partie imaginaire de  $2^i$  ?

131. (Ectrigus47.tex) Donner une autre expression de  $e^{\operatorname{argsh} 1}$ .

120. (Ectrigus51.tex) Donner une expression simple de

$$\sum_{k=1}^n \sin \frac{(2k-1)\pi}{n}$$

132. (Exo235.tex) Linéariser  $\sin x \cos^3 y$

121. (Ectrigus100.tex) Expression logarithmique de  $\operatorname{argch} x$ .

$$\alpha = \arccos \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad b < 0$$

122. (Ectrigus78.tex) Déterminer l'ensemble des complexes  $w$  tels que :

$$\operatorname{Re} w - |w| > 0$$

Mettre  $a \cos x + b \sin x$  sous la forme  $A \cos(x + \varphi)$  où  $A$  et  $\varphi$  sont exprimés avec  $a, b, \alpha$ .

134. (Ectrigus79.tex) Déterminer l'ensemble des complexes  $w$  tels que :

$$\operatorname{Re} w - |w| \geq 0$$

123. (Exo71.tex) Donner un argument de  $j + e^{i\frac{\pi}{6}}$

124. (Ectrigus74.tex) Soit  $z = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  réels ( $z \neq 0$ ), soit

$$Z = \frac{z^2 + 1}{z^2}$$

Quelle est la partie réelle de  $Z$  ?

135. (Ectrigus20.tex) Calculer les racines carrées de  $-5 - 12i$ .

136. (Exo205.tex) Trouver une autre expression de

$$\prod_{k=1}^n \ln(x^k)$$

125. (Exo293.tex) Une suite est définie par son premier terme  $u_1 = 2$  et par la relation  $u_{n+1} = 2u_n + 1$ . Exprimer  $u_n$ .

137. (Ectrigus101.tex) Expression logarithmique de  $\operatorname{argsh} x$ .

126. (Ectrigus70.tex) Donner le module de

$$i - e^{-\frac{i\pi}{3}}$$

138. (Ectrigus125.tex) Forme trigonométrique de

$$\frac{j}{1-j}$$

127. (Ectrigus127.tex) Soit  $a, b, c$  des réels strictement positifs, différents de 1 et tels que  $abc \neq 1$ . Simplifier :

$$\frac{1}{\ln(abc)} \left( \frac{1}{\ln a \ln b} + \frac{1}{\ln b \ln c} + \frac{1}{\ln c \ln a} \right)$$

139. (Ectrigus18.tex) Calculer les racines carrées de  $3 - 4i$ .

140. (Ectrigus16.tex) Calculer les racines carrées de  $-3 - 4i$ .

141. (Ectrigus8.tex) Soit  $z$  un nombre complexe de partie réelle  $a$  et de partie imaginaire  $b$ . Exprimer avec des fonctions usuelles de  $a$  et de  $b$  un argument de
148. (Ectrigus98.tex) Pour  $n$  naturel non nul, on définit une fonction  $g$  par

$$e^z$$

$$g(t) = \sin(nt) \sin^n t$$

Donner une expression simple de  $g(-t)$  en fonction de  $g(t)$  et d'une puissance.

142. (Ectrigus75.tex) Soit  $z = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  réels ( $z \neq 0$ ), soit
149. (Ectrigus107.tex) Soit  $z$  un nombre complexes de partie réelle  $a$  et de partie imaginaire  $b$ . Trouver une expression simple de

$$Z = \frac{z^2 + 1}{z^2}$$

On note  $X = \operatorname{Re} Z$  et  $Y = \operatorname{Im} Z$ . Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

$$|e^z - e^{-z}|^2$$

à l'aide de fonctions trigonométriques.

$$(a) \quad x^2 - y^2 = \frac{X - 1}{(X - 1)^2 + Y^2}$$

$$(b) \quad 2xy = -\frac{Y}{(X - 1)^2 + Y^2}$$

$$(c) \quad 2xy = \frac{Y}{(X - 1)^2 + Y^2}$$

$$(d) \quad x^2 + y^2 = \frac{X + 1}{(X - 1)^2 + Y^2}$$

$$(e) \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{\sqrt{(X - 1)^2 + Y^2}}$$

150. (Ectrigus71.tex) Soit  $z = re^{i\theta}$  avec  $r$  et  $\theta$  réels ( $r \neq 0$ ), soit

$$Z = \frac{z^2 + 1}{z^2}$$

Quelle est la partie réelle de  $Z$  ?

151. (Ectrigus59.tex) Exprimer

$$\arctan \frac{2x}{1 - x^2}$$

en fonction de  $\arctan x$  pour  $x \in ]1, +\infty[$ .

143. (Exo202.tex) Trouver une autre expression de

$$\sum_{k=0}^n \ln(x^k)$$

152. (Ectrigus12.tex) En sommant de  $k = 1$  jusqu'à  $n$  l'encadrement

$$\frac{1}{(k+1)^2} \leq \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \leq \frac{1}{k^2}$$

former un encadrement de

144. (Ectrigus62.tex) Donner une expression de  $\cos \frac{\pi}{12}$  avec des  $\sqrt{\quad}$ .

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$$

145. (Ectrigus134.tex) Soit  $a, b, c$  complexes deux à deux distincts, simplifier

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

153. (Exo233.tex) Linéariser  $\sin^3 x \cos y$

154. (Exo28.tex) Linéariser  $\sin x \cos y$ .

146. (Ectrigus26.tex) Soit  $n$  un entier naturel non nul, exprimer  $\binom{2n}{n}$  comme un quotient avec seulement  $n!$  au dénominateur.

155. (Ectrigus129.tex) Soit  $a$  un nombre réel. Préciser, avec une syntaxe ensembliste correcte, l'ensemble des solutions de l'équation d'inconnue  $x$

$$\sin x = \cos a$$

147. (Ectrigus53.tex) Donner une expression simple de

$$\sum_{k=1}^n e^{\frac{(2k-1)i\pi}{n}}$$

En déduire la valeur de

$$\sum_{k=1}^n \cos^2 \frac{(2k-1)\pi}{2n}$$

156. (Ectrigus83.tex) Soit  $y \in [0, 1]$ . Préciser, en fonction de  $\arcsin y$ , l'ensemble des  $u \in [-\pi, \pi]$  tels que

$$\sin u < y$$



157. (Ectrigus52.tex) Donner une expression simple de

$$\sum_{k=1}^n e^{\frac{(2k-1)i\pi}{n}}$$

158. (Eexo78.tex) Linéariser
- $\cos^2 x \sin y$

159. (Eexo26.tex) Linéariser
- $\sin^4 x$
- .

160. (Ectrigus48.tex) Donner une autre expression de
- $e^{\operatorname{argch} 2}$
- .

161. (Ectrigus58.tex) Exprimer

$$\arctan \frac{2x}{1-x^2}$$

en fonction de  $\arctan x$  pour  $x \in ]-1, 1[$ .

162. (Eexo30.tex) Linéariser
- $\cos x \cos y$

163. (Ectrigus36.tex) En sommant l'encadrement suivant :

$$\frac{1}{k+1} \leq \ln(k+1) - \ln(k) \leq \frac{1}{k}$$

former un encadrement de

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$$

164. (Eexo234.tex) Linéariser
- $\sin^2 x \sin^2 y$
- .

165. (Eexo3.tex) Simplifier
- $\frac{1-\cos x}{\sin x}$
- en utilisant
- $\frac{x}{2}$

166. (Ectrigus13.tex) Simplifier

$$\cos \alpha e^{i\beta} + i \sin \alpha e^{i\beta}$$

167. (Ectrigus95.tex) Simplifier
- $\frac{u_{n+1}}{u_n}$
- pour

$$u_n = \frac{(2n)!}{(n-1)!n^n}$$

168. (Eexo239.tex) Donner un argument de

$$\cot \alpha + i$$

lorsque  $\alpha \in ]0, \pi[$ .

169. (Ectrigus120.tex) Soit
- $a > 0$
- . Déterminer l'ensemble des solutions dans
- $\mathbb{C}$
- de l'équation d'inconnue
- $x$
- :

$$a^x = -1$$

170. (Eexo135.tex) Expression de

$$\sum_{k=0}^{n-1} k$$

171. (Eexo11.tex) Exprimer
- $\arcsin \sqrt{\frac{1-x}{2}}$
- en fonction de
- $\arccos x$

172. (Ectrigus138.tex) Résoudre dans
- $\mathbb{C}$
- :

$$z + |z| = 8 + 4i$$

173. (Ectrigus5.tex) Soit
- $z$
- un nombre complexe de partie réelle
- $a$
- et de partie imaginaire
- $b$
- . Exprimer avec des fonctions usuelles de
- $a$
- et de
- $b$
- :

$$\left| e^{(e^z)} \right|$$

174. (Ectrigus92.tex) Soit
- $\lambda, \mu$
- deux nombres complexes et
- $a, b$
- deux nombres réels. Linéariser

$$\lambda \sin a \cos b + \mu \cos a \sin b$$

175. (Ectrigus30.tex) Linéariser

$$\sin(x) \cos(2x) \sin(3x)$$

176. (Eexo75.tex) Pour
- $\theta \in ]\pi, 3\pi[$
- , module et argument de

$$\frac{1}{1 + e^{i\theta}}$$

177. (Ectrigus103.tex) Transformer
- $x^2 - 2x \cos \psi + 1$
- pour
- $x = e^{i\varphi}$
- .

178. (Ectrigus133.tex) Calculer

$$\prod_{j=2}^n \left(1 - \frac{1}{j^2}\right)$$

à l'aide de deux produits télescopiques

179. (Ectrigus97.tex) Pour
- $n$
- naturel non nul, on définit une fonction
- $g$
- par

$$g(t) = \sin(nt) \sin^n t$$

Donner une expression simple de  $g(t + \pi)$  en fonction de  $g(t)$  et d'une puissance.

180. (Ectrigus77.tex) Déterminer l'ensemble des complexes
- $w$
- tels que :

$$\operatorname{Re} w + |w| > 0$$

181. (Ectrigus110.tex) Former une équation du second degré dont les racines sont
- $-1 - i$
- et
- $1 + 3i$
- .

182. (Ectrigus106.tex) Soit
- $z$
- un nombre complexes de partie réelle
- $a$
- et de partie imaginaire
- $b$
- . Trouver une expression simple de

$$|e^{iz} + e^{-iz}|^2$$

à l'aide de fonctions trigonométriques.

183. (Ectrigus80.tex) Déterminer l'ensemble des complexes
- $w$
- tels que :

$$\operatorname{Im} w + |w| > 0$$

184. (Ectrigus4.tex) Simplifier

$$(\sin a)e^{ib} - i(\cos a)e^{ib}$$

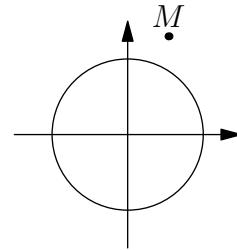


FIG. 3 – Exercice Ectrigus89

185. (Exo206.tex) Trouver une autre expression de

$$\prod_{k=1}^n e^{k+x}$$

186. (Ectrigus56.tex) Exprimer

$$\arcsin \frac{2x}{1+x^2}$$

en fonction de  $\arctan x$  pour  $x \in ]-1, 1[$ .

187. (Exo111.tex) Linéariser
- $\cos^4 x$
- .

188. (Ectrigus89.tex) Soit
- $M$
- un point de coordonnées
- $(x, y)$
- . Porter sur le cercle trigonométrique de la figure 3 l'ensemble des points d'affixe
- $e^{i\theta}$
- tels que

$$\begin{cases} \cos \theta \leq x \\ \sin \theta \leq y \end{cases}$$