1. (Evocens64.tex) Soit f une fonction à valeurs réelles définie dans un intervalle I. Écrire avec des quantificateurs que f n'est pas décroissante.

2. (Evocens49.tex) Soit A une partie d'un ensemble B. L'inclusion suivante

$$\mathcal{F}(A,\mathbb{C}) \subset \mathcal{F}(B,\mathbb{C})$$

est-elle vraie ?

3. (Evocens17.tex) Une fonction définie dans un ensemble fini et à valeurs dans $[0,+\infty[$ est-elle bornée ?

4. (Evocens48.tex) Soit a et b deux réels strictement positifs. Quelle est la justification valide de :

$$\ln a < \ln b \Rightarrow a < b$$

   a. La fonction exponentielle est strictement croissante.
   b. La fonction logarithme est strictement croissante.

5. (Evocens8.tex) Soit E un ensemble de cardinal m. Quel est le cardinal de $\mathcal{P}(E)$?

6. (Evocens5.tex) Soit $E = \{1,2\}$. Donner un exemple de fonction de E dans $\mathcal{P}(E)$

7. (Evocens37.tex) Soit $(a)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombres réels. On considère la proposition

$$(\mathcal{P}) \qquad \exists n \in \mathbb{N} \text{ tel que } a_n < a_{n+1}$$

Quelle propriété possède une suite qui ne vérifie pas $(\mathcal{P})$?

8. (Evocens28.tex) Soit f une application définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble F. Écrire avec des quantificateurs : f n'est pas surjective.

9. (Evocens61.tex) On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ qui converge vers un réel L en vérifiant

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq u_n - L \leq \frac{L}{n}$$

On ne connait pas L mais on connait un encadrement :

$$0 < a \leq L \leq b$$

Soit $\varepsilon > 0$. Comment choisir n en fonction de a, b, ε pour être certain que u_n soit une valeur approchée de L à ε près ?

10. (Eexo193.tex) Soit $I =]0,1[$ et f une fonction de I dans $\mathbb{R}$, l'implication suivante
$f > 0$ entraine f minorée par un nombre strictement positif est-elle vraie ?

11. (Evocens31.tex) Soit f une fonction définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble A. On considère l'équation

$$(1) \qquad f(x) = a$$

d'inconnue x et de paramètre a. Traduire avec des quantificateurs la propriété suivante.
Pour certaines valeurs du paramètre, l'équation (1) admet au moins une solution.

12. (Evocens45.tex) La proposition suivante est-elle vraie ? La justification proposée est-elle valide ?

Proposition. Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombres réels telle que

$$\forall n \in \mathbb{N} : 1 \leq x_n \leq 1 + \frac{1}{1+n}$$

Alors la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 1.

Justification D'après le théorème de passage à la limite dans une inégalité.

13. (Evocens60.tex) Soit p un naturel non nul et $a_1, \cdots, a_p$ des nombres réels. En utilisant un quantificateur, écrire que les $a_1, \cdots, a_p$ sont tous non nuls.

14. (Evocens56.tex) Soit $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux propositions. Former une implication logiquement équivalente à la proposition

Pour que $\mathcal{A}$ soit vraie, il faut que $\mathcal{B}$ le soit.

15. (Evocens54.tex) Soit E un ensemble et A une partie de E. Soit $\mathcal{C} \subset \mathcal{P}(A)$ et $\mathcal{D} \subset \mathcal{C}$. Les éléments de $\mathcal{D}$ sont-ils des éléments de A ou des parties de A ?

16. (Evocens71.tex) Soit $x_1, \cdots, x_p$ des nombres réels. Compléter l'équivalence suivante avec un quantificateur et une inégalité

$$\max(x_1, \cdots, x_p) < 1 \Leftrightarrow\ .\ i \in [\![1,p]\!], 1 - x_i\ .$$

17. (Evocens39.tex) Écrire avec des $\{\}$ l'ensemble $\mathcal{P}(\{a\})$.

18. (Evocens40.tex) Écrire avec des $\{\}$ l'ensemble $\mathcal{P}(\{a,b\})$.

19. (Evocens63.tex) Soit f une fonction à valeurs réelles définie dans un intervalle I. Écrire avec des quantificateurs que f n'est pas croissante.

20. (Evocens19.tex) Lorsque f est une fonction définie dans $\mathbb{R}$ et K un nombre > 0, on note f_K la fonction définie par $f_K(x) = f(Kx)$ pour tous les $x \in \mathbb{R}$. Soit $\mathcal{P}(f,K)$ la propriété :

$$f \rightarrow_{+\infty} l \Rightarrow f_K \rightarrow_{+\infty} l$$

Écrire la réciproque comme une propriété $\mathcal{P}(g,k)$

21. (Evocens57.tex) Soit $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux propositions. Former une implication logiquement équivalente à la proposition

Pour que $\mathcal{A}$ soit vraie, il suffit que $\mathcal{B}$ le soit.

22. (Evocens35.tex) Soit f une fonction définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble A. Soit B une partie de A. On considère l'équation

$$(1) \qquad f(x) = a$$

d'inconnue x et de paramètre a. Traduire avec des quantificateurs et une implication la propriété suivante.
L'équation (1) n'admet des solutions que si le paramètre appartient à B.

23. (Evocens53.tex) Soit un ensemble B, un entier naturel p et p ensembles $A_1, \cdots, A_p$.
Traduire avec des quantificateurs et les symboles $\in$ et $\notin$ la phrase suivante :

L'ensemble B n'est pas inclus dans l'union des A_i pour i entier entre 1 et p.

24. (Evocens2.tex) Un ensemble est-il égal à l'ensemble de ses singletons ?

25. (Evocens72.tex) Soit $x_1, \cdots, x_p$ des nombres réels. Traduire la propriété suivante avec un quantificateur et une inégalité

$$\max(x_1, \cdots, x_p) > 1$$

26. (Evocens58.tex) Soit p un naturel non nul et $a_1, \cdots, a_p$ des nombres réels. En utilisant un p-uplet, écrire que les $a_1, \cdots, a_p$ ne sont pas tous nuls.

27. (Evocens62.tex) Soit $n \in \mathbb{N}$ fixé. Pour tout $k \in \mathbb{Z}$, on pose

$$t_k = \frac{k\pi}{n+1}, \qquad A = \{t_k, k \in \{0, 1, \cdots, n\}\}$$

Préciser k' tel que $\pi - t_k = t_{k'}$. L'implication

$$x \in A \Rightarrow \pi - x \in A$$

est-elle vraie ? Si elle ne l'est pas, préciser un x pour lequel elle est fausse.

28. (Evocens52.tex) Soit B un ensemble, soit p un entier naturel et soient p ensembles $A_1, \cdots, A_p$.
L'implication suivante est-elle vraie ?

B n'est inclus dans aucun des A_i
$\Rightarrow$ B n'est pas inclus dans l'union des A_i

29. (Eexo191.tex) Soit A une partie de $\mathbb{R}$, écrire avec des quantificateurs la phrase "A est minorée par un nombre strictement positif".

30. (Evocens1.tex) Un ensemble est-il égal à l'union des singletons formés avec ses éléments ?

31. (Evocens33.tex) Soit f une fonction définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble A. On considère l'équation

$$(1) \qquad f(x) = a$$

d'inconnue x et de paramètre a. Traduire avec des quantificateurs la propriété suivante.
L'équation (1) n'admet jamais de solution (pour aucune valeur du paramètre).

32. (Evocens69.tex) On considère le système suivant d'équations aux inconnues réelles x et y. Discuter suivant les paramètres réels a et b du nombre de couples solutions pour le système

$$\begin{cases} \sqrt{x-a} = a^2 + \sqrt{y-1} \\ b - \sqrt{y-1} = \sqrt{x-a} \end{cases}$$

33. (Evocens42.tex) Écrire avec des {} l'ensemble $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$.

34. (Evocens30.tex) Soit f une application définie dans un ensemble E et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Écrire avec des quantificateurs : f n'est pas la fonction nulle.

35. (Evocens41.tex) Écrire avec des {} l'ensemble $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$.

36. (Evocens9.tex) Soit p un entiers supérieur ou égal à 2,

$$\mathcal{T} = \{(x, y) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots p\} \text{ tq } x \geq y\}$$

Pour une famille de nombres $(a_{i,j})_{(i,j)\in\mathcal{T}}$, compléter la relation suivante :

$$\sum_{(i,j)\in\mathcal{T}} a_{i,j} = \sum_{i=} \left(\sum_{j=} a_{i,j} \right)$$

37. (Evocens21.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

$$(nu_n)_{n\in\mathbb{N}} = n\,(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$$

38. (Evocens68.tex) Soit a et b deux réels strictement positifs. Quelle est la justification valide de :

$$e^a < e^b \Rightarrow a < b$$

a. La fonction exponentielle est strictement croissante.
b. La fonction logarithme est strictement croissante.

39. (Evocens66.tex) Soit f une fonction à valeurs réelles définie dans un intervalle I. Écrire avec des quantificateurs que f n'est pas strictement décroissante.

40. (Eexo190.tex) Soit A une partie de $\mathbb{R}$, écrire avec des quantificateurs la phrase "A est minorée".

41. (Evocens51.tex) Soit B un ensemble, soit p un entier naturel et soient p ensembles $A_1, \cdots, A_p$.
Traduire avec des quantificateurs et les symboles $\in$ et $\notin$ la phrase suivante :

L'ensemble B n'est inclus dans aucun des A_i pour i entier entre 1 et p.

42. (Evocens46.tex) La proposition suivante est-elle vraie ? La justification proposée est-elle valide ?

Proposition. Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombres réels telle que

$$\forall n \in \mathbb{N} : 1 \leq x_n \leq 1 + \frac{1}{1+n}$$

Alors la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 1.

Justification D'après le théorème de convergence des suites monotones.

43. (Evocens6.tex) Soit $E = \{1, 2\}$. Donner un exemple de fonction de $\mathcal{P}(E)$ dans E.

44. (Evocens25.tex) Soit f une application définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble F. Écrire avec des quantificateurs : f est bijective.

45. (Evocens11.tex) Soit p un entiers supérieur ou égal à 2,

$$\mathcal{T} = \{(x, y) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots q\} \text{ tq } x \leq y\}$$

Pour une famille de nombres $(a_{i,j})_{(i,j)\in\mathcal{T}}$, compléter la relation suivante :

$$\sum_{(i,j)\in\mathcal{T}} a_{i,j} = \sum_{i=} \left(\sum_{j=} a_{i,j} \right)$$

46. (Eexo189.tex) Soit A une partie de $\mathbb{R}$, écrire avec des quantificateurs la phrase "A est majorée".

47. (Evocens59.tex) Soit p un naturel non nul et $a_1, \cdots, a_p$ des nombres réels. En utilisant un quantificateur, écrire que les $a_1, \cdots, a_p$ ne sont pas tous nuls.

48. (Evocens20.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

La suite $(u_1 + u_2 + \cdots + u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est la somme des suites

$$(u_1)_{n\in\mathbb{N}}, (u_2)_{n\in\mathbb{N}}, \cdots, (u_n)_{n\in\mathbb{N}}$$

49. (Evocens70.tex) Pour chaque $k \in \mathbb{N}$, f_k est une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Soit $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. Écrire avec des quantificateurs les propriétés $(f_n(x))_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et f_n est décroissante.

50. (Evocens10.tex) Soit p et q deux entiers tels que $2 \leq q \leq p$,

$$\mathcal{T} = \{(x, y) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots q\} \text{ tq } x \geq y\}$$

Pour une famille de nombres $(a_{i,j})_{(i,j)\in\mathcal{T}}$, compléter la relation suivante :

$$\sum_{(i,j)\in\mathcal{T}} a_{i,j} = \sum_{j=} \left(\sum_{i=} a_{i,j} \right)$$

51. (Eexo194.tex) Soit $I =]0, 1[$ et f une fonction continue de I dans $\mathbb{R}$, l'implication suivante
$f > 0$ entraine f minorée par un nombre strictement positif
est-elle vraie ?

52. (Evocens55.tex) Soit A et B deux parties d'un ensemble E. Traduire par une relation simple entre A et B la propriété $\overline{A} \cap B = \emptyset$.

53. (Evocens7.tex) Soit E un ensemble de cardinal m et F un ensemble de cardinal n. Quel est le cardinal de $\mathcal{F}(E, F)$?

54. (Evocens29.tex) Soit f une application définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble F. Écrire avec des quantificateurs : f n'est pas injective.

55. (Evocens65.tex) Soit f une fonction à valeurs réelles définie dans un intervalle I. Écrire avec des quantificateurs que f n'est pas strictement croissante.

56. (Eexo192.tex) Soit f une fonction de I (intervalle de $\mathbb{R}$) dans $\mathbb{R}$, écrire avec des quantificateurs la phrase f est majorée par un nombre strictement négatif.

57. (Evocens34.tex) Soit f une fonction définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble A. On considère l'équation

$$(1) \qquad f(x) = a$$

d'inconnue x et de paramètre a. Traduire avec des quantificateurs la propriété suivante.
L'équation (1) admet toujours des solutions (pour toutes les valeurs du paramètre).

58. (Evocens12.tex) Soit p et q deux entiers supérieurs ou égaux à 2,

$$\mathcal{T} = \{(x, y) \in \{1, \cdots p\} \times \{1, \cdots q\} \text{ tq } x \leq y\}$$

Pour une famille de nombres $(a_{i,j})_{(i,j)\in\mathcal{T}}$, compléter la relation suivante :

$$\sum_{(i,j)\in\mathcal{T}} a_{i,j} = \sum_{j=} \left(\sum_{i=} a_{i,j} \right)$$

59. (Evocens16.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

Soit $p \in \mathbb{N}$, La suite $(x_n^p)_{n\in\mathbb{N}}$ est la puissance p-ieme de la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$

60. (Evocens23.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

$$\left(\frac{1}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}^*} + \left(\frac{1}{p}\right)_{p\in\mathbb{N}^*} = \left(\frac{2}{q}\right)_{q\in\mathbb{N}^*}$$

61. (Evocens43.tex) La proposition

« Une fonction qui n'admet pas de maximum global est non majorée »

est-elle vraie ou fausse ?

62. (Eexo143.tex) Soit f une fonction définie sur un intervalle I, écrire avec des quantificateurs la définition de la proposition "f est bornée"

63. (Evocens15.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

Soit $(x-1)^2(x+1) = 0$ une équation d'inconnue x. Si $x \neq 1$, l'unique solution est -1.

64. (Evocens26.tex) Soit f une application définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble F. Écrire avec des quantificateurs : f est surjective.

65. (Evocens27.tex) Soit f une application définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble F. Écrire avec des quantificateurs : f est injective.

66. (Evocens44.tex) La proposition suivante est-elle vraie ? La justification proposée est-elle valide ?

Proposition. Soit f une fonction continue et strictement croissante dans un intervalle $[a, b]$ et telle que $f(a)f(b) < 0$. Il existe alors un unique $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = 0$.

Justification D'après le théorème du tableau des variations.

67. (Evocens22.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

$$(nu_n)_{n\in\mathbb{N}} = \underbrace{(u_n)_{n\in\mathbb{N}} + \cdots + (u_n)_{n\in\mathbb{N}}}_{n \text{ termes}}$$

68. (Eexo195.tex) Soit $I = [0, 1]$ et f une fonction continue de I dans $\mathbb{R}$, l'implication suivante
$f > 0$ entraine f minorée par un nombre strictement positif
est-elle vraie ?

69. (Evocens32.tex) Soit f une fonction définie dans un ensemble E et à valeurs dans un ensemble A. On considère l'équation

$$(1) \qquad f(x) = a$$

d'inconnue x et de paramètre a. Traduire avec des quantificateurs la propriété suivante.
Pour certaines valeurs du paramètre, l'équation (1) n'admet pas de solution.

70. (Evocens24.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

La suite $\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{2n}\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est une somme de suites qui convergent vers 0.

71. (Evocens38.tex) Écrire avec des $\{\}$ l'ensemble $\mathcal{P}(\emptyset)$.

72. (Evocens47.tex) La proposition suivante est-elle vraie ? La justification proposée est-elle valide ?

Proposition. Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombres réels telle que

$$\forall n \in \mathbb{N} : 1 \leq x_n \leq 1 + \frac{1}{1+n}$$

Alors la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 1.

Justification D'après le théorème d'encadrement.

73. (Evocens4.tex) Un ensemble est-il égal à l'union de ses parties ?

74. (Evocens3.tex) Un ensemble est-il égal à l'ensemble de ses parties ?

75. (Evocens18.tex) Une fonction définie dans $\mathbb{R}$ et ne prenant qu'un nombre fini de valeurs est-elle bornée ? Atteint-elle ses bornes ?

76. (Evocens50.tex) Soit A une partie d'un ensemble B.
On considère *la restriction* à A des fonctions définies dans B et à valeurs réelles. Dans la liste suivante quelle est la flèche qui correspond aux espaces de départ et d'arrivée de cette restriction ?

$$A \to B, \ \mathcal{F}(A, \mathbb{R}) \to \mathcal{F}(B, \mathbb{R}), \ \mathcal{F}(B, \mathbb{R}) \to \mathcal{F}(A, \mathbb{R}), \ B \to A$$

77. (Evocens14.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

$\{1\}$ est l'unique solution de l'équation

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

d'inconnue x.

78. (Evocens13.tex) La phrase suivante est-elle vraie, fausse ou incorrecte ?

    La suite $(x_n^n)_{n\in\mathbb{N}}$ est la puissance n-ieme de la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$

79. (Evocens67.tex) Soit f une fonction définie dans un ensemble Ω et à valeurs dans un ensemble X. Soit A une partie de Ω. Écrire avec des quantificateurs que la restriction de f à A n'est pas surjective.

80. (Evocens36.tex) Soit $(a)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombres réels. On considère la proposition

    $$(\mathcal{P}) \qquad \exists n \in \mathbb{N} \text{ tel que } a_n > a_{n+1}$$

    Quelle propriété possède une suite qui ne vérifie pas $(\mathcal{P})$?