

1. (Einteg17.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{\operatorname{ch} x}{1 + \operatorname{sh} x}$$

2. (Exo221.tex) Limite de

$$\left( \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2} \right)_{n \in \mathbb{N}^*}$$

3. (Einteg44.tex) Effectuer le changement de variable
- $u = \tan x$
- dans

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 x}{\cos^4 x} dx$$

4. (Einteg87.tex) Calculer

$$\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$$

5. (Exo47.tex) Soit
- $z$
- un nombre complexe non réel, donner une primitive de la fonction complexe d'une variable réelle
- $t \rightarrow \frac{1}{t-z}$
- .

6. (Einteg80.tex) Calculer
- $I$
- en utilisant le changement de variable
- $u = \ln x$
- pour

$$I = \int_1^e \frac{(2 \ln x - 1)^2}{x} dx$$

7. (Einteg19.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{x}{(x+2)(x+3)}$$

8. (Einteg64.tex) Soit
- $n \geq 2$
- dans
- $\mathbb{N}$
- , en utilisant une intégrale de la fonction
- $t \rightarrow \sqrt{t}$
- , majorer

$$S_n = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

9. (Exo164.tex) Calculer la limite de la suite

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e^{\frac{k}{n}}$$

10. (Einteg81.tex) Calculer
- $I$
- en utilisant le changement de variable
- $u = e^x$
- pour

$$I = \int_{\ln 2}^{2 \ln 2} \frac{dx}{e^x - 1}$$

11. (Einteg37.tex) Effectuer le changement de variable
- $u = \tan x$
- dans

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + 3 \cos^4 x}$$

12. (Einteg69.tex) Préciser les intervalles de continuité pour la fonction

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$$

Dans chacun de ces intervalles, calculer une primitive.

13. (Exo266.tex) Calculer une primitive de :

$$\left( 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$$

14. (Exo174.tex) Donner une primitive de
- $\cotan x$
- dans
- $]0, \pi[$

15. (Einteg31.tex) Calculer une primitive de

$$x \rightarrow x e^x \sin x$$

16. (Einteg51.tex) Calculer une primitive pour les fonctions

$$\frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}, \quad \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}$$

17. (Einteg10.tex) Primitive sur
- $]0, 2\pi[$
- de

$$\frac{1}{1 + \cos x}$$

18. (Exo262.tex) Calculer une primitive de :

$$\frac{1}{\sqrt{3 - 4x^2}} dx$$

19. (Einteg63.tex) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , en utilisant une intégrale de la fonction  $t \rightarrow \sqrt{t}$ , minorer

$$S_n = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{n}$$

20. (Einteg61.tex) Exprimer en fonction de  $t + 1$  une primitive de

$$\frac{t^3}{t+1}$$

21. (Einteg59.tex) Calculer  $a, b, c$  tels que

$$\frac{X}{(X+1)(X^2+1)} = \frac{a}{X+1} + \frac{bX+c}{X^2+1}$$

En déduire une primitive de

$$\frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

22. (Einteg39.tex) Effectuer le changement de variable  $u = \cos x$  dans

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + \sin 2x} dx$$

23. (Einteg86.tex) Calculer

$$\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

24. (Einteg5.tex) Calculer une primitive de  $(x+1)e^x$

25. (Einteg72.tex) Dans l'intégrale, faire le changement de variable proposé, en déduire une primitive

$$\int^t \frac{\tan x}{1 + \sin^2 x} dx \quad u = \tan x$$

26. (Einteg56.tex) Soit  $\varphi$  un réel qui n'est pas congru à 0 modulo  $\pi$ . Calculer une primitive de

$$\frac{1}{x^2 - 2x \cos \varphi + 1}$$

27. (Einteg26.tex) Calculer une primitive de

$$x \rightarrow x \cos^2 x$$

28. (Einteg42.tex) Effectuer le changement de variable  $t = x - \frac{\pi}{4}$  dans

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + \cos x + \sin x} dx$$

29. (Eexo173.tex) Donner une primitive de  $\tan x$  dans  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

30. (Einteg60.tex) Effectuer le changement de variable

$$t = (x^2 + 1)^{\frac{1}{6}}$$

dans

$$I = \int_0^1 \frac{x dx}{(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + (x^2 + 1)^{\frac{1}{3}}}$$

31. (Eexo220.tex) Primitive de

$$\cos x e^{2x} + i \sin x e^{2x}$$

32. (Einteg74.tex) Dans l'intégrale proposée, effectuer le changement de variable indiqué sans chercher à calculer l'intégrale obtenue

$$\int^t \frac{dx}{\cos^4 x \sin x}, \quad y = \cos x$$

33. (Eexo171.tex) Soit  $\lambda < 0$ , donner une primitive de

$$\frac{1}{\lambda x^2 + 1}$$

34. (Eexo200.tex) Soit  $f$  une fonction continue sur  $\mathbb{R}$ , préciser la dérivée de

$$\int_x^1 f(-t) dt$$

35. (Einteg22.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{1}{1+5x^2}$$

36. (Eexo166.tex) Calculer la limite de la suite

$$\frac{1}{n} \sum_{k=n+1}^{2n} \ln\left(\frac{k}{n}\right)$$

37. (Eexo261.tex) Calculer une primitive de :

$$\frac{x^2}{x^2+3}.$$

38. (Einteg85.tex) Effectuer le changement de variable
- $t = \ln x$
- dans l'intégrale sans chercher à calculer l'intégrale obtenue

$$I = \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} \cos(\ln(x)) dx$$

39. (Einteg27.tex) Calculer une primitive de

$$x \rightarrow \frac{1}{x(x+1)}$$

40. (Einteg36.tex) Soit
- $0 < b < a$
- . Effectuer le changement de variable
- $u = \tan \frac{x}{2}$
- dans

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{a+b \cos x}$$

41. (Einteg4.tex) Calculer une primitive de
- $xe^x$

42. (Einteg8.tex) Primitive sur
- $]0, 2\pi[$
- de

$$\frac{1}{\cos x - 1}$$

43. (Eexo253.tex) Calculer

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan t}{\cos^2 t} dt$$

44. (Eexo57.tex) Calculer une primitive dans
- $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
- de

$$\frac{1}{\cos^2 x}$$

45. (Eexo208.tex) Soit
- $f$
- une fonction
- $\mathcal{C}^\infty[a, b]$
- avec

$$\begin{aligned} f(b) &= f(a) + (b-a)f'(a) \\ &+ \dots + \frac{(b-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) \\ &+ R \end{aligned}$$

Préciser la forme de Lagrange de  $R$ .

46. (Einteg20.tex) Calculer

$$\int_0^x \ln(t^2+1) dt$$

47. (Eexo259.tex) Calculer l'intégrale :

$$\int_1^2 \frac{t + \sqrt{t} + 1}{(t+1)\sqrt{t}} dt.$$

48. (Einteg35.tex) Soient
- $f$
- et
- $g$
- deux fonctions définies dans
- $[a, b]$
- . Sous quelles hypothèses peut-on transformer

$$\int_a^b f'(t)g(t) dt$$

par la formule d'intégration par parties ?

49. (Einteg23.tex) Calculer une primitive de

$$xe^{3x}$$

50. (Einteg28.tex) Calculer une primitive de

$$x \rightarrow \frac{3-x}{(x+1)(x+3)}$$

51. (Eexo264.tex) Calculer une primitive de :

$$\frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}} dx$$

52. (Einteg2.tex) Calculer une primitive de  $\tan^2 x$

60. (Einteg77.tex) Calculer une primitive de

53. (Einteg54.tex) Effectuer le changement de variable  $u = \sqrt{x+1}$  dans

$$I = \int_0^1 \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$\frac{1}{x^2 - 4x + 29}$$

54. (Eexo52.tex) Calculer une primitive en précisant l'intervalle de définition

$$\arcsin x$$

61. (Einteg57.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 2e^{-x}}$$

55. (Einteg67.tex) Préciser les intervalles de continuité pour la fonction

$$\frac{1}{\sqrt{4x^2 + 4x}}$$

62. (Einteg13.tex) Calculer une primitive de  $\sin(2x)\sin(3x)$ .

63. (Eexo58.tex) Calculer une primitive de  $\cos^2 x \sin^3 x$ .

Dans chacun de ces intervalles, calculer une primitive.

64. (Einteg21.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{1+x}{1+x^2}$$

56. (Einteg16.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{\operatorname{sh} x}{1 + \operatorname{ch} x}$$

65. (Einteg66.tex) Préciser les intervalles de continuité pour la fonction

$$\frac{1}{\sqrt{4x^2 + 4x + 2}}$$

Dans chacun de ces intervalles, calculer une primitive.

57. (Einteg53.tex) Effectuer le changement de variable  $u = \tan \frac{t}{2}$  dans

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{2 + \cos t}$$

66. (Eexo219.tex) Simplifier la valeur de la dérivée de

$$x \rightarrow \int_0^{\cos^2 x} \arccos \sqrt{t} dt$$

pour  $x \in ]0, \frac{\pi}{2}[$

58. (Einteg84.tex) On définit  $I$  et  $J$  par :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t \cos(t) dt, \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t \sin(t) dt$$

67. (Eexo260.tex) Calculer une primitive de :

$$x^2(1 - \sqrt[3]{x}).$$

En utilisant des intégrations par parties, former deux relations entre  $I$  et  $J$ . En déduire leurs valeurs.

68. (Einteg52.tex) Calculer

$$\int_0^1 \frac{dt}{t^2 + (1-t)^2}$$

59. (Einteg46.tex) Soit  $a$  et  $b$  des réels tels que  $(a, b) \neq (0, 0)$ . Calculer une primitive de

$$e^{-ax} \cos(bx)$$

69. (Einteg45.tex) Effectuer le changement de variable  $x = \sin \theta$  dans

$$I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x^2} dx$$

70. (Eexo163.tex) Calculer une primitive de  $\arccos x$ .

81. (Eexo269.tex) Calculer  $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin^2 x dx$ .

71. (Einteg82.tex) Effectuer le changement de variable  $u = \sin x$  dans l'intégrale

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$$

82. (Eexo51.tex) Calculer une primitive dans  $]0, +\infty[$

$$\frac{1}{\sinh x}$$

72. (Eexo59.tex) Calculer une primitive de

$$\cos^2 x \sin^2 x$$

83. (Einteg34.tex) Préciser les hypothèses que doit vérifier  $f$  pour que la fonction

$$x \rightarrow \int_{\cos x}^{\sin x} f(t) dt$$

soit définie et dérivable dans  $\mathbb{R}$ . Calculer alors la dérivée.

73. (Eexo53.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{1}{x^2 + x + 1}$$

84. (Einteg76.tex) Calculer une primitive de  $\arcsin x$ .

74. (Einteg49.tex) Soit  $a$  réel non nul. Calculer une primitive de

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

85. (Einteg48.tex) Soit  $a$  réel non nul. Calculer une primitive de

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

75. (Einteg33.tex) Soit  $a > 0$ , calculer une primitive de

$$x \rightarrow a^x$$

86. (Einteg68.tex) Préciser les intervalles de continuité pour la fonction

$$\frac{1}{\sqrt{4x - 4x^2}}$$

Dans chacun de ces intervalles, calculer une primitive.

76. (Einteg25.tex) Calculer une primitive de

$$x \rightarrow \sin^2 ax$$

87. (Einteg62.tex) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , en utilisant une intégrale de la fonction  $t \rightarrow \sqrt{t}$ , majorer

$$S_n = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{n}$$

77. (Eexo54.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{1}{1 - x^2}$$

88. (Eexo168.tex) Transformer par un changement de variable l'intégrale suivante en l'intégrale d'une fraction rationnelle

$$\int_0^t \frac{dx}{2 \operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x + 1}$$

78. (Eexo46.tex) Calculer une primitive de  $\arcsin x$

79. (Einteg11.tex) Calculer une primitive de  $\cos(2x) \cos(3x)$ .

89. (Eexo265.tex) Calculer une primitive de :

$$(3x^2 + 5x - 12) \cos 3x$$

80. (Einteg1.tex) Calculer une primitive de  $1 + \tan^2 x$

90. (Eexo175.tex) Donner une primitive de  $\coth$  dans  $]0, +\infty[$  101. (Einteg15.tex) Effectuer le changement de variable

91. (Eexo271.tex) Calculer  $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx$ .  $t = a + u(b-a)$  dans  $I = \int_a^b f(t)dt$

92. (Eexo270.tex) Calculer  $\int_0^1 \operatorname{ch} t \sin t dt$ .

93. (Eexo162.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{1}{(1+x^2)^2}$$

102. (Eexo170.tex) Soit  $\lambda > 0$ , donner une primitive de

$$\frac{1}{x^2 + \lambda}$$

94. (Einteg32.tex) Calculer une primitive de

$$x \rightarrow \frac{1}{x^2 - x + 1}$$

103. (Einteg41.tex) Effectuer le changement de variable  $u = \sin x$  dans

$$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + \tan^2 x} dx$$

95. (Eexo254.tex) Calculer l'intégrale :

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\tan t}{\cos^2 t} dt.$$

104. (Einteg70.tex) Préciser les intervalles de continuité pour la fonction

$$\frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$$

96. (Einteg40.tex) Effectuer le changement de variable  $u = \sin x$  dans

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{\cos 2x} dx$$

Dans chacun de ces intervalles, calculer une primitive.

105. (Eexo257.tex) Calculer l'intégrale :

$$\int_{-1}^1 t \sqrt{1-t^2} dt$$

97. (Einteg65.tex) Soit  $n \geq 2$  dans  $\mathbb{N}$ , en utilisant une intégrale de la fonction  $t \rightarrow \sqrt{t}$ , minorer

$$S_n = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

106. (Einteg83.tex) Calculer

$$\int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}$$

98. (Einteg50.tex) Soit  $a$  réel non nul. Calculer une primitive de

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

107. (Eexo172.tex) Soit  $\lambda < 0$ , donner une primitive de

$$\frac{1}{\lambda x^2 + 1}$$

99. (Eexo159.tex) Calculer une primitive dans  $]0, \pi[$  de

$$\frac{1}{\sin x}$$

108. (Einteg18.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{x}{\sqrt{1+5x^2}}$$

100. (Einteg6.tex) Calculer une primitive de  $(x^2 + x)e^x$ .

109. (Einteg58.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{\sin x}{3 + \sin^2 x}$$

110. (Eexo60.tex) Calculer une primitive de
- $\arctan x$
- .

111. (Einteg29.tex) Calculer une primitive de

$$x \rightarrow \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x}$$

112. (Eexo207.tex) Soit
- $f$
- une fonction
- $\mathcal{C}^\infty[a, b]$
- avec

$$\begin{aligned} f(b) &= f(a) + (b-a)f'(a) \\ &+ \dots + \frac{(b-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) \\ &+ R \end{aligned}$$

Préciser la forme intégrale de  $R$ .

113. (Eexo255.tex) Calculer l'intégrale :

$$\int_0^{2\pi} \cos(nt) \cos(mt) dt$$

où  $n, m \in \mathbb{N}, m \neq n$ .

114. (Einteg78.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{x}{x^2 - 4x + 29}$$

115. (Einteg24.tex) Calculer une primitive de

$$\cos^3 x$$

116. (Eexo165.tex) Calculer la limite de la suite

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+n}$$

117. (Eexo268.tex) Calculer
- $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$
- .

118. (Eexo55.tex) Calculer une primitive de
- $\tanh x$

119. (Eexo263.tex) Calculer une primitive de :
- $(1 + \tan x)^2$
- .

120. (Einteg43.tex) Effectuer le changement de variable
- $u = \cos x$
- dans

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^5 x} dx$$

121. (Eexo222.tex) Limite de

$$\left( \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} \right)_{n \in \mathbb{N}^*}$$

122. (Einteg7.tex) Exprimer comme l'intégrale d'une fraction rationnelle :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x} dx$$

123. (Eexo272.tex) Calculer
- $\int_1^2 \frac{1}{(t+1)\sqrt{t}} dt$
- (poser
- $u = \sqrt{t}$
- )

124. (Eexo161.tex) Calculer une primitive de
- $\ln x$

125. (Eexo169.tex) Soit
- $\lambda > 0$
- , donner une primitive de

$$\frac{1}{\lambda x^2 + 1}$$

126. (Einteg3.tex) Calculer une primitive de
- $x \tan^2 x$
- .

127. (Eexo267.tex) Calculer une primitive de :

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}}$$

128. (Einteg12.tex) Calculer une primitive de
- $\cos(2x) \sin(3x)$
- .

129. (Einteg47.tex) Soit
- $a$
- et
- $b$
- des réels tels que
- $(a, b) \neq (0, 0)$
- . Calculer une primitive de

$$e^{-ax} \sin(bx)$$

130. (Eexo48.tex) Calculer la dérivée de
- $\int_x^{2x} \frac{dt}{t^4 + t^2 + 1}$
- . En déduire un développement limité de
- $f$
- à l'ordre 3 en 0.

131. (Eexo256.tex) Calculer l'intégrale :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos t + 2 \sin t}{\cos t + \sin t} dt$$

140. (Eexo258.tex) Calculer l'intégrale :

$$\int_1^2 \frac{dt}{\sqrt{t+1} + \sqrt{t-1}}.$$

132. (Einteg75.tex) Calculer la limite de

$$\left( \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right)^{\frac{1}{n}}$$

141. (Einteg14.tex) Calculer

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$$

133. (Einteg73.tex) Dans l'intégrale, faire le changement de variable proposé, en déduire une primitive

$$\int^t \frac{dx}{\sin^4 x} \quad u = \cotan x$$

142. (Einteg30.tex) Calculer une primitive de

$$x \rightarrow x^2 \cos(3x)$$

134. (Einteg9.tex) Primitive de

$$\frac{1}{2 + \cos x}$$

143. (Eexo167.tex) Donner une primitive de
- $e^{(1+i)x}$

144. (Einteg79.tex) Calculer la dérivée de

$$x \rightarrow \int_x^{x^2} \frac{dt}{1 + t^4}$$

135. (Einteg38.tex) Effectuer le changement de variable
- $u = \tan x$
- dans

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} dx$$

145. (Einteg71.tex) Préciser les intervalles de continuité pour la fonction

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x - 5}}$$

136. (Eexo56.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{1}{\sinh^2 x}$$

Dans chacun de ces intervalles, calculer une primitive.

137. (Einteg55.tex) Effectuer le changement de variable
- $u = e^x$
- dans

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{\operatorname{ch}^3 x + \operatorname{sh}^3 x - 1}$$

138. (Eexo160.tex) Calculer une primitive de

$$\frac{1}{\operatorname{ch} x}$$

139. (Eexo50.tex) Calculer une primitive dans
- $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
- de

$$\frac{1}{\cos x}$$