

1. (Exo76.tex) Décomposer en éléments simples $\frac{X+2}{(X-1)X(X+1)}$
9. (Efracrat21.tex) Soit $A = X^2 + 1$ et $B = X^2 + X + 1$. Déterminer des polynômes U et V tels que $AU + BV = 1$. En déduire la décomposition dans $\mathbb{R}(X)$ en éléments simples de deuxième espèce de $F = \frac{1}{AB}$.

2. (Efracrat13.tex) La décomposition de

$$F = \frac{X^7}{(X^3 - 1)^3}$$

contient deux éléments simples

$$\frac{a}{(X - j)^2} \text{ et } \frac{b}{(X - j^2)^2} \text{ avec } a \in \mathbb{C}, b \in \mathbb{C}$$

En considérant $F \in \mathbb{R}(X)$, trouver une relation liant a et b .

3. (Efracrat3.tex) Écrire avec des coefficients indéterminés que l'on ne calculera pas la décomposition en éléments simples de

$$F = \frac{X^6}{(X^2 + 1)(X^2 + X + 1)^2}$$

4. (Exo73.tex) Décomposer en éléments simples $\frac{X^5}{(X+1)^4}$

5. (Efracrat22.tex) Soit A un polynôme de degré strictement plus petit que n . Former la décomposition en éléments simples de

$$F = \frac{A}{(X - 1)^n}$$

6. (Exo65.tex) Décomposer $\frac{1}{X(X-1)(X-2)}$.

7. (Efracrat7.tex) Décomposer en éléments simples la fraction F :

$$F = \frac{3X + 2 + i}{X^2 + (1 + i)X + i}$$

8. (Efracrat4.tex) Soient a_1, a_2, \dots, a_n des nombres complexes deux à deux distinctes et

$$A = \prod_{i=1}^n (X - a_i)$$

Décomposer en éléments simples $F = \frac{A'}{A}$.

10. (Efracrat19.tex) La décomposition en éléments simples dans $\mathbb{C}(X)$ de

$$F = \frac{1}{(X^4 - 1)^2}$$

est de la forme

$$\frac{a}{(X - 1)^2} + \frac{b}{X - 1} + \frac{c}{(X + 1)^2} + \frac{d}{X + 1} + \frac{e}{(X - i)^2} + \frac{f}{X - i} + \frac{g}{(X + i)^2} + \frac{h}{X + i}$$

Exprimer d, f, h en fonction de b .

11. (Efracrat14.tex) Décomposer en éléments simples

$$F = \frac{1}{X(X - 1)^2}$$

12. (Efracrat8.tex) Décomposer en éléments simples la fraction F :

$$F = \frac{3X + 2 + 3i}{X^2 + (1 + 2i)X - 1 + i}$$

13. (Efracrat5.tex) Soit $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{C}$, $A \in \mathbb{C}[X]$ de degré strictement plus petit que n . Écrire à l'aide de dérivées la décomposition en éléments simples de $F = \frac{A}{(X-a)^n}$.

14. (Efracrat2.tex) Écrire avec des coefficients indéterminés (que l'on ne calculera pas) la décomposition en éléments simples de

$$F = \frac{X^6}{(X + 1)^3(X^2 - 1)}$$

15. (Efracrat26.tex) Décomposer en éléments simples

$$\frac{X}{(X - 1)^2(X + 2)}$$

16. (Efracrat20.tex) La décomposition en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$ de

$$F = \frac{1}{(X^4 - 1)^2}$$

contient un élément simple de deuxième espèce

$$\frac{aX + b}{(X^2 + 1)^2}$$

avec a et b réels. Précisez le.

17. (Efracrat28.tex) Calculer le développement limité en 2 de la fonction

$$x \mapsto \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

Calculer la décomposition en éléments simples de

$$\frac{X^3}{(X - 2)^2(X^2 - 1)}$$

18. (Efracrat11.tex) Décomposer en éléments simples la fraction F :

$$F = \frac{X^4}{(X - 1)^2}$$

19. (Efracrat6.tex) Soient A et B deux polynômes de même degré et de coefficients dominants respectivement λ et μ . Quelle est la partie entière de la décomposition en éléments simples de $\frac{A}{B}$?

20. (Efracrat23.tex) Décomposer en éléments simples

$$\frac{1}{X^4(X^2 - 1)}$$

21. (Efracrat1.tex) Soit $a \in \mathbb{C}$, soient A et B dans $\mathbb{C}[X]$ tels que a n'est pas racine de A et a est racine de multiplicité 1 de B . Exprimer (à l'aide d'une dérivée) la partie polaire relative à a de la décomposition en éléments simples de $F = \frac{A}{B}$.

22. (Efracrat16.tex) Décomposer en éléments simples

$$F = \frac{X^5 + 1}{X^2(X - 1)^2}$$

23. (Efracrat29.tex) Soit $t \in \mathbb{C}$, $t \neq 0$, $t \neq 1$. Décomposer en éléments simples

$$\frac{1}{(1 - X)(1 - tX)}$$

24. (Efracrat9.tex) Décomposer en éléments simples la fraction F :

$$F = \frac{X^4}{(X + i)^2}$$

25. (Efracrat25.tex) Décomposer en éléments simples

$$\frac{X^3}{(X - 1)(X - 2)}$$

26. (Efracrat15.tex) Décomposer en éléments simples

$$F = \frac{X^2 + 2X + 5}{X^2 - 3X + 2}$$

27. (Efracrat30.tex) Décomposer en éléments simples

$$\frac{X}{(X + 2)^2(X - 1)}$$

28. (Efracrat18.tex) La décomposition en éléments simples dans $\mathbb{C}(X)$ de

$$F = \frac{1}{(X^4 - 1)^2}$$

est de la forme

$$\frac{a}{(X - 1)^2} + \frac{b}{X - 1} + \frac{c}{(X + 1)^2} + \frac{d}{X + 1} + \frac{e}{(X - i)^2} + \frac{f}{X - i} + \frac{g}{(X + i)^2} + \frac{h}{X + i}$$

Exprimer c , e , g en fonction de a .

29. (Efracrat17.tex) Écrivez avec des coefficients indéterminés que l'on ne vous demande pas de calculer la décomposition en éléments simples dans $\mathbb{C}(X)$ de

$$F = \frac{X^9 + 1}{(X^4 - 1)^2}$$

30. (Efracrat27.tex) Décomposer en éléments simples

$$\frac{X^5 + 1}{X^2(X - 1)^2}$$

31. (Efracrat12.tex) La décomposition de

$$F = \frac{X^7}{(X^3 - 1)^3}$$

contient deux éléments simples

$$\frac{a}{(X - j)^2} \text{ et } \frac{b}{(X - j^2)^2} \text{ avec } a \in \mathbb{C}, b \in \mathbb{C}$$

En considérant $\widehat{F}(jX)$, trouver une relation liant a et b .

32. (Efracrat24.tex) Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et z_0, z_1, \dots, z_{n-1} des complexes deux à deux distincts. Soit

$$P = \prod_{k=0}^{n-1} (X - z_k)$$

Quelle est la décomposition en éléments simples de $\frac{P'}{P}$?
Calculer

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{2 - e^{\frac{2ik\pi}{n}}}$$

33. (Efracrat10.tex) Décomposer en éléments simples la fraction F :

$$F = \frac{X^4}{(X + 1)^2}$$