

**INGENIERÍA FÍSICA**  
**MECÁNICA CUÁNTICA – DF0125**  
**Primer Examen parcial**

NOTA: \_\_\_\_\_

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

PROFESOR: *Mario Elkin Vélez R.*

GRUPO: 01

FECHA: Febrero 27 de 2024

---

El examen se debe resolver en parejas, no se admiten exámenes individuales. No puede haber comunicación entre parejas. Pueden usar algún software para desarrollar los cálculos matemáticos. Sólo se debe usar las notas de clase o el texto guía. Cada pareja debe hacer y entregar un documento tipo artículo (latex o word). La segunda parte del examen consiste en una evaluación "peer-to-peer". La evaluación "peer-to-peer" (entre pares) es un método de evaluación en el cual los estudiantes evalúan y proporcionan retroalimentación sobre el trabajo de sus compañeros. Este enfoque puede adoptar varias formas, pero generalmente implica que los estudiantes revisen, califiquen o comenten la evaluaciones de otros estudiantes en el mismo curso.

---

### PROBLEMA

Construya dos operadores (matrices) Hermíticos  $H$  y  $L$  que actúen sobre un espacio de Hilbert tri-dimensional. Los operadores deben tener por lo menos una entrada compleja (no pueden haber dos grupos con los mismos operadores, antes de seguir con los cálculos compruebe con sus compañeros que no hay dos iguales). Con esa información:

1. Construya los operadores  $H$  y  $L$  en notación de "kets y bras" y verifique que sean Hermíticos, en esa notación.
2. Calcule el conmutador  $[H, L]$ .
3. Calcule los autovalores y los autovectores de  $H$  y  $L$ . Para los autovectores de ambos operadores construya las expresiones normalizadas para las bases  $\{|h_1\rangle, |h_2\rangle, |h_3\rangle\}$  y  $\{|l_1\rangle, |l_2\rangle, |l_3\rangle\}$ .
4. Estudie la degeneración de los operadores  $H$  y  $L$ .
5. Es posible construir una base común para  $H$  y  $L$ . En caso afirmativo Construir la.
6. Construya las matrices que representan los proyectores en esos autovectores (para los dos operadores). Luego verifique si las bases satisfacen las relaciones de ortogonalidad y completas, concluya.
7. Construya la matriz  $U$  que transforma de la base  $\{h_i\}$  a la base  $\{l_i\}$ . Muestre que  $U^{-1} = U^\dagger$ . Verifique que  $U^\dagger U = \mathbb{I}$ . Calcule como se transforma la matriz  $H$  bajo  $U$ , es decir  $H' = U H U^\dagger$ .
8. Calcule la traza y el determinante de las matrices  $H$  y  $L$ , compárelos con la traza y el determinante de esas mismas matrices en su forma diagonal. Como son la traza y el determinante de  $H$  y  $H'$ , concluya.
9. Construya dos estados arbitrarios  $|\phi\rangle_h = \sum_i^3 \alpha_i |h_i\rangle$  y  $|\phi\rangle_l = \sum_i^3 \beta_j |l_j\rangle$  como combinación lineal de los vectores base de  $H$  y  $L$ .
10. Calcule el producto de las incertidumbres  $\Delta H \Delta L$  de  $H$  y  $L$  primero en el estado  $|\phi\rangle_h$  y luego  $|\phi\rangle_l$ .