

1. Données bathymétriques

Le fichier `mnt.npz` contient un extrait d'un levé bathymétrique sur les côtes françaises avec une résolution de 50 cm.

Le vecteur \mathbf{x} contient les abscisses [m], le vecteur \mathbf{y} les ordonnées [m], la matrice \mathbf{z} la profondeur [m] pour chaque coupe de coordonnées.

1. En utilisant la fonction `meshgrid`, visualiser les données sous forme de carte de couleurs ; tracer les lignes de niveau.
Calculer la moyenne, l'écart-type et les valeurs minimale et maximale de la bathymétrie.
2. On constate que le fond sous-marin observé a une allure plane.
Estimer l'équation cartésienne du plan correspondant.
3. Calculer les résidus de l'ajustement et les visualiser sous forme de carte de couleur ; superposer les lignes de niveau.
Calculer la moyenne, l'écart-type et les valeurs minimale et maximale des résidus ; afficher les valeurs avec le nombre adéquat de chiffres significatifs.
Conclure.

2. Sphère de calage

On dispose d'un nuage de points correspondant à une sphère de calage observée par un scanner laser. Une sphère de calage permet de fusionner des nuages de points acquis par un scanner laser depuis plusieurs points de vue. Pour cela, il est nécessaire d'estimer le centre de la sphère.

Le nuage de points est contenu dans le fichier `sphere.txt`. Les colonnes du fichier contiennent, dans l'ordre, les coordonnées x , y et z de chaque point du nuage.

1. Visualiser le nuage de point 3D.
2. On rappelle l'équation cartésienne de la sphère :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r_0^2$$

où (x_0, y_0, z_0) désignent les coordonnées du centre de la sphère, r_0 son rayon.

À partir du développement de cette équation, trouver un changement de variable permettant l'écriture du problème sous forme linéaire.

3. Poser le problème des moindres carrés et déterminer ces paramètres inconnus.

4. Tracer la sphère estimée ; la comparer visuellement au nuage de point initial.
5. On admet que dans cette configuration (mesure d'une sphère), l'incertitude de la mesure, σ , est approximativement donnée par :

$$\sigma \approx \frac{\sigma_{\hat{V}}}{2r_0}$$

où $\sigma_{\hat{V}}$ est l'écart-type des résidus (en mm^2).
Évaluer σ .