

# Courte note récapitulative

## 1 Overview

**Question centrale : “Qu’apporte un modèle microscopique ?”**

Ambiance générale : Comprendre les mécanismes comportementaux qui sous-tendent les déplacements collectifs. Comprendre **l’émergence** des mécanismes collectifs depuis les mécanismes individuels.

## 2 Motivations

### 2.1 Mécanismes collectifs d’intérêt ou observés

*Création de réseaux et flux au sein de ceux-ci.* Dans un cadre bi-directionnel.

- Comment sont **créés** les pistes (trail) ?
- Comment est **optimisé** le fourrage (foraging) ? Chemin le plus court, flux maximal (et sécurité des workers)
- Notions d’auto-organisation et de coopération ?
- Règles de trafic (“code de la route” cf. *Ant Traffic Rules*, règles de priorité)
- Le flux satisfait un “Two-phase flow” (diagramme fondamental) et bonne gestion de la congestion (‘Experimental...’ Poissonnier et al. 2019)

### 2.2 Motivations hors biologie

- Les comportements ont inspiré des algos d’optimisation globale (voyageur de commerce). Meilleure compréhension bio pourrait mener au perfectionnement de ces algos.
- Extrapolation vers les voitures autonomes

## 3 Questions que l’on pourrait poser

- **Proposer un modèle micro simple qui explique le two-phase flow et la la formule de la vitesse moyenne en fonction du nombre de collisions ?** (cf. ‘Experimental...’ Poissonnier et al. 2019)
- La concentration de phéromone est-elle uniforme le long de la piste : pour savoir dans quelle direction le suivre, y a t’il un gradient ou bien est-ce une info préalable ?
- Étudier le rôle des confrontations (collisions) dans ces flux
- Dépendance du débit en fonction de l’épaisseur
- Le rôle des phéromones est-il effectivement nul dans cette expérience ou bien joue-t-il tout de même un rôle ?
- Concernant sa vue : comment est son champ de vision ? Importance de la prise en compte du champ visuel pour la trajectoire ?

## 4 Modèles microscopiques existants

Question étudiée : quelles règles microscopique cohérentes permettent de créer et suivre un trail ?  
→ Weber's law (dépendance linéaire en la concentration de phéromones) ou Deneubourg's law (dépendance linéaire en la concentration de phéromones à une puissance) pour l'orientation par la force de l'appel de phéromones. La plupart des travaux regarde la formation de *trails* (pistes).

- Reinforcement Random Walk : (e.g. Garnier 2015) modèle de marche aléatoire avec renforcement phéromonal. A tout instant l'angle est choisi selon une Pareto/Normale.

“An ant navigation model based on Weber's law” Amorim-Goudon-Peruani : correlated random walk (reinforced random walk)

“Analysis of a model of self-propelled agents interacting through pheromone” Amorim - Goudon

Pour  $t > 0$ , ils étudient le système d'ODEs

$$\dot{v}_i = -\frac{1}{\tau}(v_i - F(x_i, v_i, P)).$$

avec  $P(t, x)$  la concentration de phéromone, et  $F$  capture la loi de Weber.

## 5 Modèle évoqué lors de notre réunion

Le modèle que l'on avait évoqué lors de la réunion est le suivant (type Boltzmann) :

Chaque agent suit une trajectoire rectiligne à vitesse constante jusqu'à rencontrer un agent de l'autre groupe, auquel cas il y a arrêt pendant une durée tirée selon une certaine loi, puis re-tirage de l'orientation des deux agents en prenant en compte la direction cible et potentiellement les autres agents dans le champ visuel.

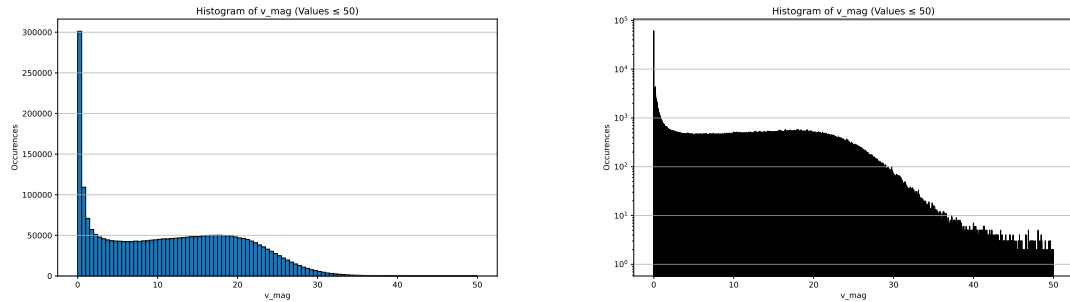
On peut l'écrire, à l'échelle mésoscopique, comme suit :

$$\partial_t f + v \cdot \nabla_x f = Q(f(s, x, \cdot)_{s \leq t}, f(s, x, \cdot)_{s \leq t}),$$

C'est un modèle de type Boltzmann où les collisions ne sont pas instantanées. Possibilité de simulation par DSMC.

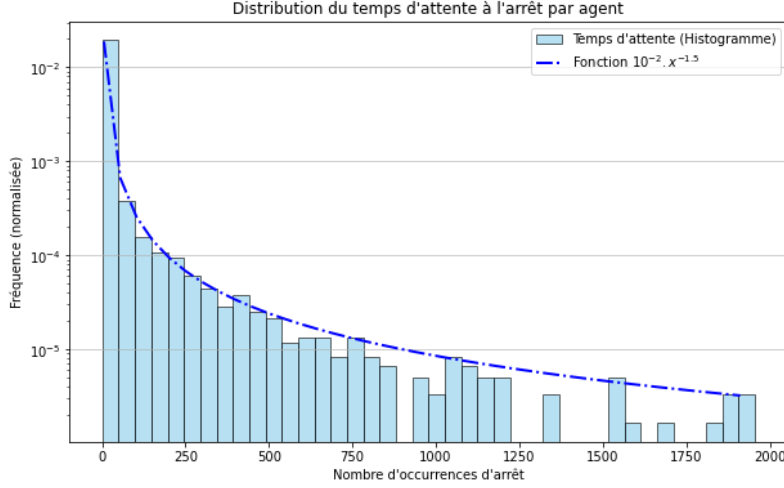
## 6 Quelques histogrammes

*Les données utilisées pour les tracés sont celles du 16 janvier.*



**Figure 1.** Histogramme de la magnitude des vitesses. À gauche : 100 bins, échelle linéaire. À droite : 10000 bins, échelle log.

On observe deux phénomènes sur l’histogramme ci-dessus :  $\sim 15\%$  des valeurs sont inférieures à 1 : ce bin est sur-représenté comparé aux autres ; la répartition des vitesses est globalement uniforme de 1  $\sim$  2 jusqu’à 20 avec un léger mieux vers 18, après quoi il y a un déclin. Il semble donc raisonnable de considérer que la vitesse prend ses valeurs dans un intervalle, avec une “vitesse de croisière” autour de 20, des freinages fréquents et la présence significative d’arrêts (et peut-être une sur-accélération occasionnelle).



**Figure 2.** Histogramme du temps d’attente à l’arrêt, avec pour comparaison le tracé de la fonction  $x \mapsto 10^{-2} \cdot x^{-3/2}$ . L’axe des abscisse est en frames (1/25 s).

On considère l’agent à l’arrêt quand sa vitesse est inférieure à 1. Temps d’attente à l’arrêt moyen : 33 frames (=1.32 s). On observe sur cet histogramme qu’un fit par une loi exponentielle ne colle pas, mais qu’une **modélisation** par une telle loi n’est pas déraisonnable.

Pour être précis, on ne trace pas l’histogramme du *temps d’attente par arrêt* mais plus grossièrement du *temps total arrêté* sur toute la section. Ce graphique est donc plutôt illustratif et indicatif.

## 7 Une proposition de modèle

Un modèle, relativement simple, et que je souhaiterais mettre en avant, qui contient les informations **chimique**, (au besoin, de **suivi**), de **frottements** et de **dialogues**.

$$\dot{v}_{i,\text{souhaité}} = \frac{1}{\tau_{\text{chem}}} (V_i - v_i) \text{ (+Cucker Smale)} - \frac{\mathbb{1}_{\text{frot}}}{\tau_{\text{frot}}} v_i + \sqrt{2D} \xi_i, \quad (1)$$

$$v_i = \mathbb{1}_{\text{dial}} \times v_{i,\text{souhaité}}.$$

Dans notre cadre,

- $V_i$  ne peut prendre que 2 valeurs (selon la direction), et correspond à  $F(x_i, v_i, P)$  de Amorim & Goudon

- Les **frottements** surviennent lorsqu’une zone latérale est occupée
- Un peu d’**exploration**
- Le **dialogue** survient lors de l’entrée d’une fourmi de l’autre groupe dans la zone des antennes, dont la durée suit une certaine loi

- On pourrait, au besoin, rajouter un **Cucker-Smale** pour aligner la vitesse sur les fourmis la précédent dans son champ visuel

On pourrait étudier les implications et la pertinence de chaque bout du modèle. Les attentes sont les suivantes :  $\frac{1}{\tau_{\text{chem}}}(V_i - v_i)$  donne la direction générale de chaque groupe,  $-\frac{\mathbb{1}_{\text{frot}}}{\tau_{\text{frot}}}v_i$  couplé à  $\mathbb{1}_{\text{dial}}$  implique l'apparition de congestion légère occasionnelle, et  $\sqrt{2D}\xi_i$  permet de fluidifier la dynamique. Au besoin, l'ajout d'un **Cucker-Smale** pourrait peut-être expliquer des phénomènes de sur-accélération (cf. facteur  $\alpha + \beta k e^{-\gamma k}$ ).

## 8 SINDy

Supposons que l'on ait une équation de la forme  $\dot{X}_t = V(X_t, t)$

On considère une librairie de fonctions  $\Theta(X, t)$  (par exemple  $[1, X, X^2, X^3, \sin(X), \cos(X), t, Xt, t^2]$ )

On cherche à identifier un sous-ensemble minimal de termes qui gouvernent la dynamique du système, de telle sorte que l'on puisse écrire par exemple  $V(X_t, t) = 2X_t^2 + X_t \cdot t$ .

On voudrait donc trouver un vecteur  $\xi$  sparse tel que  $\dot{X}_t \approx \Theta(X_t) \xi$  : on va donc chercher à résoudre

$$\min_{\xi} \left\| \dot{X}_t - \sum_j \xi_j \theta_j(X(t), t) \right\|^2 + \lambda \|\xi\|_0$$

Comme le problème avec la norme 0 est np-dur, on peut remplacer par  $\|\xi\|_1$  et faire un LASSO. En pratique, on préfère d'autres méthodes que la régularisation  $L^1$ , comme la "sequential thresholded least square" (sparsification forcée en alternance avec un moindres carrés classique), plus robuste.

C'est une méthode très efficace si la librairie est bien choisie dans le problème considéré.

## 9 Quelques extraits

Extrait de la thèse de Audrey Dussutour :

*“Lorsque le trafic de fourmis est important, les contacts qui ont lieu au niveau de la piste résultent principalement de la confrontation entre les fourmis qui reviennent de la source et celles qui sortent du nid. Ces contacts pourraient permettre le transfert d'information concernant les caractéristiques de la source de nourriture comme le suggère Burd et Aranwela (2003) [...] L'idée d'un transfert d'information par l'intermédiaire des rencontres avait initialement été introduite par Moffett [...]. Cet auteur montre que les fourmis transportant une charge utilisent les contacts établis avec les fourmis chargées afin de s'orienter correctement dans la direction du nid. Ce mécanisme permet aux fourmis de ne pas faire de mauvais choix lorsqu'elles sont confrontées à une bifurcation de la piste.”*

“A stochastic model of ant trail formation and maintenance in static and dynamic environments”  
Dussutour et al : cherche un modèle micro qui permet d'obtenir un multi-trail

*“[...] three pheromone-based model alternatives: (1) a single pheromone laid on the way toward the food source and on the way back to the nest; (2) single pheromone laid on the way toward the food source and an internal imperfect compass to navigate toward the nest; (3) two different pheromones, each used for one direction. [...] We found that increasing pheromone deposition for the richer food sources has a larger impact on the dynamics than elevation of the ant recruitment level for the richer food sources.”*

*“Indeed, using both social cues, like pheromone trails, and individual cues, such as visual signals, is common in ants (Barrie et al., 2023).”*

*“Generally ants follow the direction of higher pheromone concentration (Suckling et al., 2011).”*