

FIGURE 3.1 – Géométrie des éléments importants à proximité du bain électrolytique dans une cuve AP32 (fig. 3.1a), et détail du volume occupé par le bain électrolytique dans cette même cuve (fig. 3.1b). On distingue les anodes en haut et la cathode en bas (noir), le bain électrolytique (orange), le métal liquide (jaune) et les bus bar (gris clair).

5 m. La figure 3.1 montre la disposition des différents éléments à l'intérieur de la cuve. Les fluides s'étendent horizontalement sur environ 14 m par 3.5 m. L'épaisseur de la couche d'aluminium liquide (en jaune sur la figure 3.1a) en contact avec la cathode est d'environ 17 cm, tandis que l'épaisseur maximale du bain électrolytique, au niveau des canaux entre les blocs anodiques, est d'environ 20 cm. La figure 3.1b illustre le volume occupé par le bain ~~liquide~~ ^(orange) dans lequel nous nous intéressons à déterminer la concentration d'alumine, ~~en~~ orange. Les indentations rectangulaires à la surface de celui-ci correspondent au volume occupé par les anodes partiellement immergées. L'ACD est typiquement de l'ordre de 3 cm. Ces différentes épaisseurs des fluides varient d'un point à l'autre de la cuve à cause des écoulements dans les fluides, de la déformation de l'interface bain-métal et des irrégularités à la surface des anodes. De plus, le volume de métal liquide varie constamment, d'une part à cause du produit de la réaction d'électrolyse, et d'autre part à cause des opérations de siphonnage du métal, qui interviennent environ une fois par jour.

Le plan anodique est composée de deux rangées de 10 anodes chacune, représentées en noir sur la figure 3.1a. La surface du plan anodique est d'environ 40.3 m^2 et seulement 25% de la surface du bain est libre, le reste étant recouvert par les anodes. La cuve est conçue pour que l'électrolyte soit traversé par un courant électrique total $I = 320\,000 \text{ A}$, ce qui correspond à une densité de courant d'environ 0.8 A cm^{-2} à la surface des anodes. En supposant un rendement de réaction de 100%, ce courant électrique permet de réduire par électrolyse 29.8 g s^{-1} ou 2577.4 kg par jour d'aluminium métallique, i.e., un peu plus qu' 1 m^3 de métal par jour. Cet accroissement de volume de métal correspond à une variation de l'épaisseur du métal liquide d'environ 2 cm.

Du côté des anodes, la réaction d'électrolyse produit environ 0.8 mol s^{-1} d'oxygène O_2 . Cet oxygène réagit immédiatement avec le carbone de l'anode pour former du CO_2 . Dans l'ensemble de la cuve, l'électrolyse produit au total environ 80 L par seconde de gaz, qui remonte vers la surface du bain par le canal central et les canaux latéraux. La réaction de l'oxygène avec le carbone des anodes provoque l'érosion de celles-ci à une vitesse d'environ 1100 kg par jour. Étant donné le nombre total d'anodes et leur taille respectives, chaque anode d'une cuve AP32 a une durée de vie d'environ 30 jours, après quoi elle doit être remplacée par une anode neuve.

Pour compenser l'alumine dissoute qui est consommée par la réaction d'électrolyse, il faut injecter en moyenne au cours du temps 56.3 g s^{-1} de poudre d'alumine. Comme déjà mentionné dans la section 1.1, la poudre d'alumine est déposée à la surface du bain dans le canal central par une série d'injecteurs dont la position est fixe. Un piqueur vient percer mécaniquement un trou dans la croûte et créer un accès à la surface libre du bain avant

(*) Production de CO_2 ; oxygène brûlé avec C.

Avant cette figure, on aurait pu mettre une figure de l'AP32 numérisée

3.4. DISSOLUTION DE POUDRE D'ALUMINE DANS UNE CUVE INDUSTRIELLE51

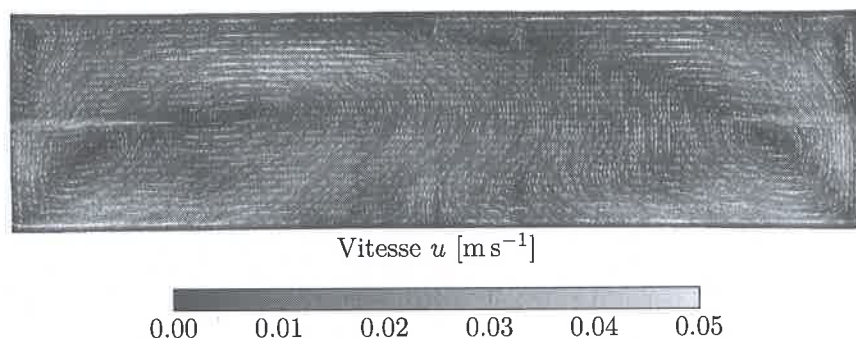


FIGURE 3.2 – Champ de vitesse u dans le bain électrolytique d'une cuve AP32 restreint sur une surface placée à mi-hauteur de l'ACD, vue depuis dessus. Cette situation correspond à un état d'opération standard.

chaque injection. Ce trou se rebouche rapidement, et pour cette raison l'injection de la poudre d'alumine ne peut pas avoir lieu continûment.

Pour maintenir un rendement énergétique maximum, éviter l'émission de gaz fluorés et éviter l'occurrence des effets d'anodes, il est crucial que la concentration d'oxyde d'aluminium dissout dans le bain soit maintenue dans un intervalle très précis. Malheureusement, pour de nombreuses raisons il est impossible de maintenir un bilan précis de la quantité d'alumine dans le bain en fonction de ce qui est injecté et de ce qui est consommé. En effet, l'environnement rend difficile la pesée précise des quantités déposées, une partie des particules volatiles ne parviennent jamais dans le bain, des agrégats se forment, dont une partie s'accumule au fond de la cuve sur la cathode, et des réactions chimiques parasites viennent, entre autres, grever ce bilan. *

Pour contourner cette difficulté, les opérateurs exploitent le fait que la résistivité du bain électrolytique dépend de la concentration d'alumine dissoute, et atteint un minimum à la concentration optimale $c \approx 3\%$ masse. En mesurant la chute de potentiel électrique à travers le bain électrolytique, on maintient la concentration d'alumine dissoute au voisinage de la concentration optimale en alternant une phase de sur-alimentation en alumine et une phase de sous-alimentation. Durant la phase de sur-alimentation, la concentration d'alumine va passer au-delà de la concentration optimale par conséquent accroître la résistivité du bain. Passé un certain seuil, on débute une phase de sous-alimentation, durant laquelle la résistivité commence par chuter, puis croît à nouveau. Passé un certain seuil, on amorce une phase de sur-alimentation, et ainsi de suite. *

Dans chacune des phases de sur-alimentation ou sous-alimentation, les injecteurs déposent les doses d'alumine selon une cadence préétablie et périodique. La période et une taille des doses peuvent être spécifiées indépendamment pour chaque injecteur. *

Calcul de l'écoulement dans le bain Une approximation de vitesse d'écoulement du bain u et de la densité de courant j dans la cuve AP32 est obtenue par l'intermédiaire du modèle multi-physique stationnaire proposé par S. Steiner [Ste09], J. Rochat [Roc16] déjà introduit dans la section 3.1. La figure 3.2 représente la vitesse d'écoulement ainsi calculée par le logiciel Alucell dans le bain électrolytique de la cuve AP32, dans l'ACD. Lorsque la densité de courant électrique est répartie uniformément sur toutes les anodes, l'écoulement dans les fluides forme deux tourbillons principaux qui tournent en sens opposés. Deux petits tourbillons se forment dans les coins avals. Les vitesses maximales de l'écoulement *

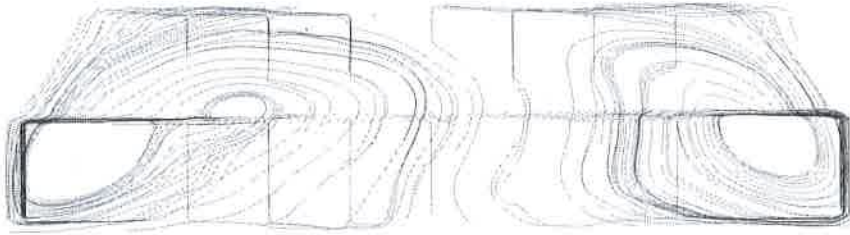


FIGURE 3.3 – Lignes de courant correspondant au champ de vitesse représenté sur la figure 3.2. Les lignes de courant prennent leur origine le long du canal central.

(5 cm s⁻¹ environ) sont atteints dans le canal central au niveau des extrémités de la cuve, ainsi que le long de la paroi amont, de part et d'autre de la cuve. Dans le reste du bain et en particulier sous les anodes la vitesse d'écoulement dépasse rarement 2 cm s⁻¹. La figure 3.3 illustre les lignes de courant de l'écoulement dans le bain. On remarque les lignes de courant s'engagent volontiers dans les canaux latéraux et dans le bain en pourtour des rangées d'anodes.

Conditions sur l'injection et l'effet Joule Le schéma numérique proposé dans la section 3.3 est conçu de manière à conserver exactement d'une part la masse d'alumine dans les populations de particules n_p et concentration d'alumine dissoute c , et d'autre part la quantité d'énergie thermique liée à la température du bain Θ . Pour des raisons déjà évoquées, ces bilans ne sont pas exactement respectés dans une cuve industrielle réelle, et il faut en général injecter un peu plus d'alumine que ce qui est consommé par la réaction d'électrolyse. Quand à l'énergie thermique, nous avons supposé que le bain est isolé thermiquement, alors que dans une cuve réelle une quantité non négligeable d'énergie s'échappe par le métal, les parois latérales de la cuve, les anodes, la surface du bain et par le CO₂ qui s'échappe dans l'atmosphère.

Pour éviter que la masse totale d'alumine dans la cuve croisse sans limite au cours du temps, il faut s'assurer que dans un état pseudo stationnaire, la masse d'alumine reste proche de la masse d'alumine initialement présente dans le bain. En d'autres termes, si M_n est la masse totale d'alumine dans le bain à l'instant t_n telle que définie dans la section (3.3), alors on demande à ce que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M_{n+1} - M_0}{t_n} = 0,$$

c'est-à-dire que

$$\frac{I[\text{Al}_2\text{O}_3]}{6F} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{n+1}} \sum_k \int_{\Omega} \int_0^\infty \rho_{\text{Al}} S^k \frac{4}{3} \pi r^3 dr dx. \quad (3.51)$$

Il faut donc choisir la masse des doses d'alumine injectées S^k , $k = 1, 2, \dots$ et les temps d'injection τ^k , $k = 1, 2, \dots$ de sorte à ce que le débit de masse de poudre d'alumine moyen au cours du temps soit égal à $\frac{I[\text{Al}_2\text{O}_3]}{6F}$, c'est-à-dire $56.382 \times 10^{-3} \text{ kg s}^{-1}$.

La cuve AP32 possède 4 injecteurs placés au-dessus du canal central, numérotés de 1 à 4, dans le sens de la coordonnée x croissante (voir la figure 3.4). Les paramètres qui définissent chaque injecteur sont regroupés dans la table 3.1.

La masse des doses dans le tableau 3.1 est choisie de telle sorte à ce que l'ensemble des 4 injecteurs injecte 25% de la masse d'alumine en moyenne. La forme des densités

répartition

3.4. DISSOLUTION DE POUDRE D'ALUMINE DANS UNE CUVE INDUSTRIELLE53

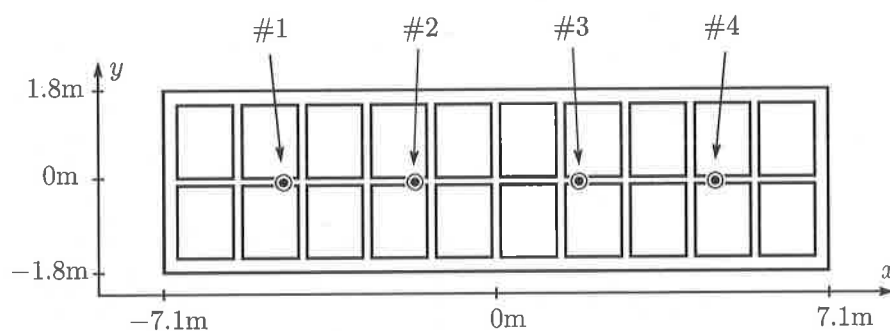


FIGURE 3.4 – Vue schématique de la partie supérieure du bain électrolytique. Les blocs rectangulaires représentent l'emplacement des anodes, tandis que les cercles indiqués par les flèches et numérotés marquent l'emplacement des injecteurs disposés le long du canal central.

TABLE 3.1 – Paramètres caractérisant les 4 injecteurs de la cuve AP32.

Injecteur	Position	Première injection	Intervalle d'injection	Masse de dose
#1	-4.4m	16s	16s	0.225kg
#2	-1.6m	32s	32s	0.451kg
#3	1.6m	48s	48s	0.676kg
#4	4.4m	64s	24s	0.338kg

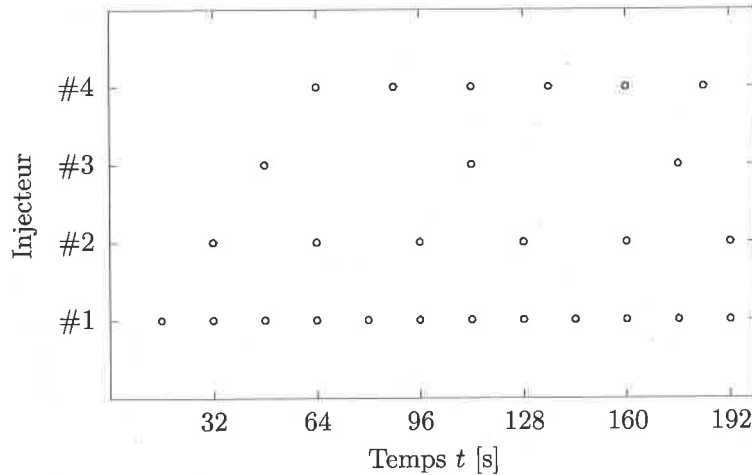


FIGURE 3.5 – Temps d'injections des différents injecteurs de la cuve AP32. Chaque cercle représente une injection. Chaque ligne correspond à l'un des 4 injecteurs.

de particules initiales S^k est décrite dans [Hof11]. Plus précisément, la forme spatiale de chaque S^k est une fonction lisse à support compact centrée autour du point d'injection de l'injecteur correspondant. La distribution en rayon initiale est approximée par une loi log-normale basée sur des mesures expérimentales. Puisque le rapport des périodes d'injection des 4 injecteurs sont des nombres rationnels, on peut définir une période globale liée à l'ensemble des 4 injecteurs. Étant données les périodes d'injections reportées dans le tableau 3.1, le cycle d'injection global est périodique après une transition initiale de 64s, avec une période de 192s. La figure 3.5 représente les injections qui ont lieu durant les 192 premières secondes de la simulation.

On détermine maintenant une condition sur la conductivité électrique σ , issue d'un argument similaire sur l'énergie thermique du bain. Pour que l'énergie thermique du bain reste proche de l'énergie thermique initiale, on demande à ce que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\rho_e C_{p,e} \int_{\Omega} (\Theta_{n+1} - \Theta_0) dx}{t_{n+1}} = 0, \quad (3.52)$$

ce qui correspond à la condition :

$$\frac{1}{\sigma} \int_{\Omega} j \cdot j dx = C_{p,Al} (\Theta_{\text{Init}} - \Theta_{\text{Inj}}) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{n+1}} \sum_{p^k+1 \leq n+1} \int_{\Omega} \int_0^{\infty} \rho_{Al} \frac{4}{3} \pi r^3 S^k dr dx$$

$$+ \Delta H_{\text{Diss}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{n+1}} \sum_{m=0}^n \sum_{q^k < m+1} \int_{\Omega} \int_0^{\infty} \rho_{Al} \frac{4}{3} \pi r^3 (n_{p,m+1}^k - n_{p,m}^k) dr dx \quad (3.53)$$

en considérant (3.50). Le premier terme du membre de droite de (3.53) est égal à

$$C_{p,Al} (\Theta_{\text{Init}} - \Theta_{\text{Inj}}) \frac{I[Al_2O_3]}{6F}$$

en vertu de (3.51). Pour que le deuxième terme du membre de droite de (3.53) converge, il est suffisant que chaque population $k \geq 1$ se dissolve en un temps fini donné quel que soit

3.4. DISSOLUTION DE POUDRE D'ALUMINE DANS UNE CUVE INDUSTRIELLE 55

k . Plus précisément, les populations n_p^k se dissolvent en un temps fini s'il existe un entier positif q' tel que $n_{p,n}^k = 0$ pour tout $n > q^k + q'$.

Le cas échéant on peut télescoper la somme sur k et en remarquant que

$$\int_{\Omega} n_{p,q^k}^k dx = \int_{\Omega} S^k dx$$

pour tout $k \leq 1$ et pour tout $r > 0$ lorsque la vitesse de chute $w = 0$, le deuxième terme du membre de droite de (3.53) se réduit à

$$\Delta H_{\text{Diss}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{t_{n+1}} \sum_k \int_{\Omega} \int_0^{\infty} \rho_{\text{Al}} \frac{4}{3} \pi r^3 S^k dr dx.$$

Ainsi finalement,

$$\frac{1}{\sigma} \int_{\Omega} j \cdot j dx = C_{p,\text{Al}} (\Theta_{\text{Init}} - \Theta_{\text{Inj}}) \frac{I[\text{Al}_2\text{O}_3]}{6F} + \Delta H_{\text{Diss}} \frac{I[\text{Al}_2\text{O}_3]}{6F}$$

et on fixe σ de sorte à satisfaire cette dernière relation, c'est-à-dire que

$$\sigma = \frac{\int_{\Omega} j \cdot j dx}{(C_{p,\text{Al}} (\Theta_{\text{Init}} - \Theta_{\text{Inj}}) + \Delta H_{\text{Diss}}) \frac{I[\text{Al}_2\text{O}_3]}{6F}} \quad (3.54)$$

Diffusivité du bain électrolytique La vitesse d'écoulement stationnaire du bain u obtenue par la méthode introduite dans [Ste09], [Roc16] est la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent. Les structures turbulentes du fluide sont décrites par un modèle de longueur de mélange de Smagorinsky [Roc16]. Dans le modèle de Smagorinsky, les structures turbulentes de l'écoulement se traduisent par une viscosité de l'écoulement moyen ν proportionnelle au tenseur des déformation de u . Dans le présent travail, nous caractérisons la diffusivité D_c de la concentration c et la diffusivité D_{Θ} de la température Θ par deux réels D^M , D^T pour tout $x \in \Omega$ de la manière suivante :

$$D_{\Theta}(x) = D_c(x) = D^M + D^T \left(2 \sum_{i,j} \mathcal{E}_{ij}(x) \mathcal{E}_{ij}(x) \right)^{1/2}, \quad (3.55)$$

où \mathcal{E}_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$ est le tenseur des déformation de l'écoulement défini par

$$\mathcal{E}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (3.56)$$

Les valeurs du paramètre D^M , associé à la diffusion moléculaire et de D^T , associé à la diffusion induite par les turbulences de l'écoulement, sont rapporté dans le tableau 3.2.

Conditions initiales de la concentration et de la température Les conditions initiales des populations de particules n_p^k sont données implicitement dans la description du modèle par la relation (3.27). Plus précisément, aucune particule n'est présente dans le bain électrolytique à $t = 0$, et donc $n_p(0, x, r) = 0$ pour $r > 0$ et $x \in \Omega$.

On observe expérimentalement sur des cuves d'électrolyse industrielles que celle-ci atteint un état stationnaire périodique lié à la période du cycle d'injection après un temps

TABLE 3.2 – Paramètres physiques et paramètres liés à la cuve AP32 qui interviennent dans le transport et la dissolution de poudre d'alumine.

Quantité	Valeur	Unités	Description
ρ_e	2130	kg m^{-3}	Masse volumique du bain électrolytique
ρ_{Al}	3960	kg m^{-3}	Masse volumique de l'oxyde d'aluminium
$C_{p,e}$	2945	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Chaleur spécifique du bain électrolytique liquide
$C_{p,Al}$	1200	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Chaleur spécifique de l'oxyde d'aluminium
g	9.81	m s^{-2}	Accélération de la gravité terrestre
I	320 000	A	Courant électrique total
F	96 485.33	C mol^{-1}	Constante de Faraday
η_F	0.945	[]	Rendement de Faraday de l'électrolyse
$[\text{Al}_2\text{O}_3]$	0.102	kg mol^{-1}	Masse molaire de l'oxyde d'aluminium
Θ_{Init}	1223	K	Température initiale du bain électrolytique
Θ_{Inj}	423	K	Température d'injection des particules d'alumine
Θ_{Liq}	1218	K	Température du liquidus du bain électrolytique
Θ_{Crit}	1218.86	K	Température critique de dissolution dans le bain électrolytique
K	0.5×10^{-9}	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Taux de dissolution des particules d'alumine
ΔH_{Diss}	5.3×10^5	J kg^{-1}	Enthalpie de dissolution de l'oxyde d'aluminium
σ	≈ 900	S m^{-1}	Conductivité électrique du bain électrolytique
D^M	5×10^{-4}	m s^{-1}	Diffusivité moléculaire dans le bain
D^T	5×10^{-4}	m s^{-1}	Diffusivité turbulente dans le bain
μ	2×10^{-3}	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$	Viscosité laminaire du bain électrolytique
c_{Sat}	1689.7	mol m^{-3}	Concentration de saturation de l'alumine dissoute
$c_{\text{Sat},\%w}$	7.8	w%	Concentration de saturation de l'alumine dissoute
c_{Init}	635.3	mol m^{-3}	Concentration initiale de l'alumine dissoute
$c_{\text{Init},\%w}$	3.0	w%	Concentration initiale de l'alumine dissoute

) A voir avec le
qui prie de !

3.4. DISSOLUTION DE POUDRE D'ALUMINE DANS UNE CUVE INDUSTRIELLE57

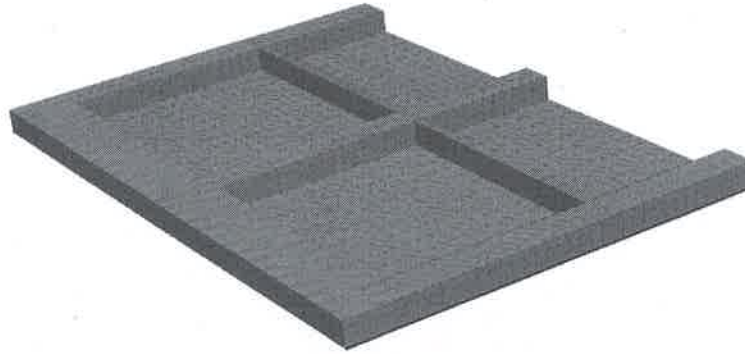


FIGURE 3.6 – Aperçu du maillage du domaine occupé par le bain électrolytique dans la cuve AP32.

caractéristique de transition. On observe typiquement l'établissement de cet état périodique par d'intermédiaire de mesures indirectes de la résistivité électrique de la cuve. Par analogie, dans le cadre du modèle de transport et dissolution d'alumine nous nous attendons à ce que la densité de particules n_p , la concentration c et la température Θ atteignent asymptotiquement lorsque $t \rightarrow \infty$, un état périodique stationnaire de période P identique à la période du cycle d'injection global, soit 192s dans notre cas.

Il est clair que plus les conditions initiales pour c et Θ sont éloignées de l'état périodique stationnaire asymptotique, plus le temps nécessaire pour atteindre un tel état est long. Par conséquent, nous choisissons des conditions initiales uniformes en espace pour la concentration et la température, et qui soient égales aux conditions optimales d'opération de la cuve AP32 :

$$c(0, x) = c_{\text{Init}}, \quad \forall x \in \Omega,$$

$$\Theta(0, x) = \Theta_{\text{Init}}, \quad \forall x \in \Omega,$$

où $c_{\text{Init}}, \Theta_{\text{Init}}$ sont donnés dans la Table 3.2. Remarquons que le paramètre Θ_{Init} est reporté dans la table 3.2. La concentration initiale c_{Init} en mol m^{-3} s'exprime en fonction de la concentration initiale $c_{\text{init},\%w}$ en % masse à l'aide de la formule :

$$c_{\text{Init}} = \frac{c_{\text{init},\%w} \cdot 100^{-1}}{\rho_e[\text{Al}_2\text{O}_3] \left(1 - c_{\text{init},\%w} \cdot 100^{-1} \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_{\text{Al}}} \right) \right)}.$$

Nous exploiterons également cette dernière formule pour convertir les valeurs du champ de concentration en % masse lors de la visualisation des résultats. Les deux valeurs de la concentration initiale selon les unités physique sont rapportées dans la table 3.2.

Paramètres de discrétisation Le maillage du domaine Ω est obtenu en même temps que les champs u et j par la méthode déjà évoquée plus haut proposée par [Ste09], [Roc16]. On peut voir sur la figure 3.6 un aperçu du maillage de Ω qui correspond à l'une des extrémités de la cuve. Le maillage est fortement anisotrope, avec des rapports d'aspect d'environ 25 dans l'ACD. Le diamètre des mailles est compris entre 38cm (aux extrémités de la cuve) et 9cm (dans l'ACD et les canaux). Le maillage comporte 282 240 éléments tétraédriques. On choisit le nombre de discrétisation des rayons des particules $M = 5$ et $\Delta r = 40 \mu\text{m}$. Enfin on fixe $\Delta t = 1 \text{ s}$ et $T = 10000 \text{ s}$, le temps auquel on veut évaluer la concentration.

chaque hypothèse doit occuper une ligne dégoûtée

Solution de référence Afin d'évaluer l'effet de la température de l'électrolyte sur la dissolution de la poudre d'alumine, nous commençons par présenter un calcul *qui tient compte des hypothèses suivantes:* pour lequel les particules d'alumine ne chutent pas dans le bain, i.e. $w = 0$, pour lequel les particules commencent à se dissoudre instantanément, c'est-à-dire que $\Theta_{\text{Lat}} = 0$, et pour lequel la vitesse de dissolution ne dépend pas de température du bain Θ . Plus précisément, la vitesse de dissolution définie par (2.51) est remplacée par

$$\kappa(c, \Theta) = \begin{cases} K \frac{c_{\text{Sat}} - c}{c_{\text{Sat}}} & \text{si } 0 \leq c \leq c_{\text{Sat}}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.57)$$

Cette situation est équivalente à supposer que la température du bain Θ reste largement supérieure à la température critique Θ_{Crit} au cours du calcul, de sorte à ce que le terme exponentiel dans (2.51) soit proche de zéro.

Un des objectifs recherchés par les opérateurs de cuve industrielles est de minimiser les écarts de concentration autour de la concentration d'alumine dissoute optimale. Pour évaluer le champ de concentration par rapport à cet objectif, nous proposons de représenter la variance du champ de concentration c dans Ω au cours du temps définie par :

$$\text{Var}_c(t) = \sqrt{\int_{\Omega} (c(t, x) - \bar{c}(t))^2 dx}, \quad (3.58)$$

où \bar{c} est la moyenne de c sur Ω ; *c'est-à-dire*

$$\bar{c}(t) = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} c(t, x) dx. \quad (3.59)$$

De $|\Omega|$ est le volume de Ω . Clairement, la situation idéale *pour laquelle* où la concentration d'alumine est uniforme dans tout l'électrolyte, correspond à une variance de c nulle. À l'inverse, plus c s'écarte de sa valeur moyenne, plus sa variance est importante.

La valeur de Var_c au cours du temps offre un moyen d'évaluer si le système a atteint l'état stationnaire périodique recherché. ~~Bien entendu ce n'est qu'une condition nécessaire, la variance d'une fonction stationnaire est elle-même stationnaire, mais l'inverse n'est pas nécessairement vrai.~~ En pratique on prend soin de vérifier que la différence en norme L^2 à deux instants successifs séparés par la période du cycle d'injection global P est inférieure à 1%. Pour tous les calculs présentés dans cette partie, la solution satisfait ce critère pour $T = 10\,000$ s.

La figure 3.7 représente l'évolution de la variance de la concentration au cours du temps. On remarque une phase initiale lorsque $t \in [0, 500]$, au cours de laquelle la variance croît rapidement. Cette croissance ralentit quand la concentration approche de l'état stationnaire, et à partir de $t \approx 4500$ s nous pouvons considérer que la concentration est dans un état stationnaire et périodique. Les fluctuations de Var_c que l'on peut observer sur la figure 3.7 sont dues aux injections de poudre d'alumine dans le bain. Immédiatement après l'injection, la dissolution des particules provoque un accroissement rapide de la concentration d'alumine dissoute localement autour du point d'injection. Lorsque la dose est totalement dissoute, ce pique de concentration est atténué par la diffusion de la concentration dans l'électrolyte. Cet effet se traduit par un accroissement de la variance de la concentration immédiatement après l'injection d'une dose, puis par une décroissance de la variance.

Cependant, ces variations de la concentration dans l'état stationnaire sont très localisées autour des points d'injection. Dans le reste du bain électrolytique, les variations de la concentration restent de l'ordre de 1%.

3.4. DISSOLUTION DE POUDRE D'ALUMINE DANS UNE CUVE INDUSTRIELLE 59

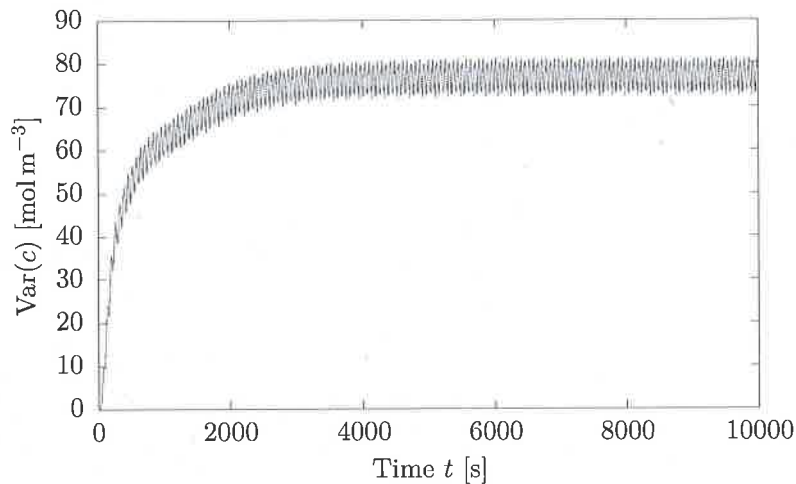


FIGURE 3.7 – Évolution de $\text{Var}(c)$ au cours du temps sur l'intervalle $[0, T]$ dans le bain électrolytique de la cuve AP32 lorsque la température n'est pas prise en compte dans la vitesse de dissolution des particules.

Puisque, lorsque l'état stationnaire périodique est atteint, la concentration varie peu au cours du cycle d'injection global, nous pouvons nous permettre de visualiser la distribution de la concentration dans le bain électrolytique à un instant arbitraire du cycle d'injection global. Le temps $T = 10\,000$ s auquel la solution est évaluée correspond donc à environ 51 périodes du cycle d'injection global, sans compter la phase transitoire initiale de 64 s.

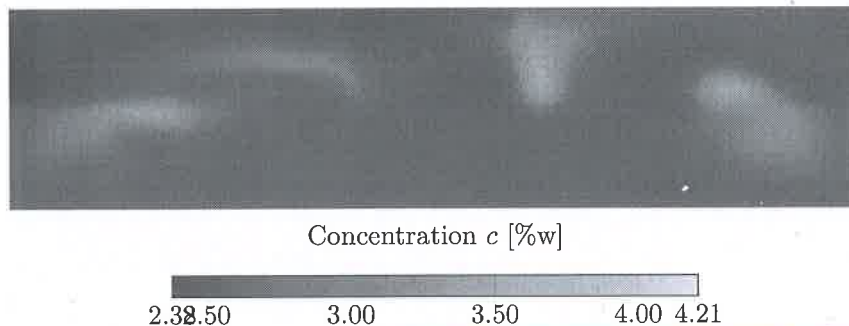


FIGURE 3.8 – Concentration d'alumine dissoute dans à $t = 10\,000$ s dans l'ACD de la cuve AP32, lorsque la température n'est pas prise en compte dans la vitesse de dissolution des particules. *à température constante.*

On s'intéresse à la distribution de la concentration d'alumine là où a lieu la réaction d'électrolyse, c'est-à-dire essentiellement dans l'ACD. On se contente donc de visualiser la distribution de la concentration d'alumine dans cette zone. Dans le domaine Ω occupé par l'électrolyte, l'ACD est maintenue constante avec 3.2 cm d'épaisseur sur l'ensemble de l'interface. Pour visualiser la concentration d'alumine dissoute dans l'ACD, on évalue c sur une surface fictive placée dans l'électrolyte, parallèle à l'interface et à une distance égale à la moitié de l'ACD. La figure 3.8 présente la distribution de la concentration d'alumine dans le bain électrolytique.