S3 Épistémologie

Thomas Husson

1 Épistémologie

Épistemologie : étude critique des sciences, de leurs méthodes et de leurs fondements.

1.A Fisher : 1922 : fondements de la statistique inférentielle

1.A.1 Définitions

Article initial : Fisher 1922 : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, Vol. 222, pp. 309-368.

- *Quantité de données tellement importante que c'est impossible que ça rentre dans la tête*
- *Imaginer un échantillon aléatoire d'une population infinie (sous-jacente) - hypothétique*

Mais en soi, l'échantillon n'est jamais **purement** tiré au sort.

1.A.2 petit p

Plus le petit p est petit, moins on peut dire que le hasard peut l'observer

Hasard : considère que notre échantillon a été tiré au sort, d'une population sous-jacente hypothétique.

Exemple :

- Statistique1 (52%) > Statistique2 (50%) sur 1000 sujets
- Évaluer la probablilité que le hasard puisse produire une différence au moins aussi grande que 2% entre Statistique1 et Statistique2
- Dans l'article original : *worse fit* : différence *au moins aussi importante* en population générale infinie et hypothétique (donc population sous-jacente **virtuelle**).

Choix du seuil à 5% : limite **conventionnelle**
Et **plus le petit p est petit**, **moins on se trompe**.

1.B Neyman & Pearson : 1933 : tests d'hypothèses

1.B.1 Définitions

Article initial : Neyman & Pearson 1933 : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*

- Statistique inférentielle = procédure de décision
- Décision entre deux hypothèses (H0 et H1) à partir d'un échantillon aléatoire
- Hypothèse nulle H0 : hypothèse de base, de non-effet
- Hypothèse alternative H1 : hypothèse de recherche, d'effet
- **Risque alpha (erreur de type I) : rejeter H0 alors qu'elle est vraie**
- **Risque bêta (erreur de type II) : ne pas rejeter H0 alors qu'elle est fausse**
- Puissance (1 - bêta) : probabilité de rejeter H0 quand H1 est vraie

1.B.2 Tests d'hypothèses

Problème mathématique posé : "*Comment construire un test statistique qui garantit alpha et qui minimise beta ?*

Meilleur test = **RAPPORT DE VRAISEMBLANCE** (likelihood ratio test) = **INFÉRENCE STATISTIQUE**.

- Test le plus puissant pour un alpha donné
- Donc définir alpha *a priori*.
- Calculer un rapport de vraisemblance
- Et le comparer à une valeur seuil (dépendant de alpha)

Formule :

$$\frac{\mathcal{L}(x, \theta_0)}{\mathcal{L}(x, \theta_1)} \leq k_\alpha$$

Avec :

- $\mathcal{L}(x, \theta_0)$: vraisemblance des données x sous H0
- $\mathcal{L}(x, \theta_1)$: vraisemblance des données x sous H1
- k_α : valeur seuil dépendant de alpha

Mais dans la version **la plus puissante possible**, **en général** on n'utilise pas θ_1.
A part pour le calcul de puissance (1 - β).
Autre problème : tests **unilatéraux**

- Dans la formule originelle de Neyman et Pearson :
  - H0 = $\theta = \theta_0$
  - H1 = $\theta = \theta_1$
  - Mais comme on supprime θ_1, on ne sert que de H0.

Mais en vrai : on calcule un *petit p*, et on le compare à α = **COMME FISHER**.

1.C Querelle Neyman-Fisher

Fisher trouve ça abusé de définir α avec une mesure fixe alors que ça dépend du contexte.
Le risque β n'est pas calculable car dépend de θ_1 qu'on ne connaît pas et qu'on imagine pas.

Critique le fait de définir l'erreur de type I et II comme accepter soit l'hypothèse nulle, soit l'hypothèse alternative, ça revient **à les prouver** et les considéréer comme **établies** alors qu'on devrait juste dire que c'est **confirmé** ou **renforcé**.

- Dans le sens confirmé = on a des preuves contre H0
- Dans le sens renforcé = on a des preuves pour H1

Fisher propose une logique **d'induction**, c'est à dire :

- On part de l'observation des données
- On a des hypothèses / pensée scientifique pour expliquer ces données
- Et les tests statistiques permettent d'**apprendre** de ces données en donnant à quel % on a un risque de se tromper.

Alors que Neyman & Pearson proposent un test **déductif**, avec une procédure d'**acceptation binaire** entre H0 et H1 : faite pour les ingénieurs russes et américains, pas pour les connaissances.
Pour le travail d'inférence statistique :

- D'abord quels sont les motifs du travail expérimental
- Puis décision de prendre un critère ou non
- Pas forcément < 0,05 **mais choisi en temps que sujet libre** basé sur les hypothèses !

Pour Fisher : les statistiques doivent être enseignées par des personnes qui ont **une expérience personnelle dans les Sciences Naturelles**.

Réponse de Neyman :

- Pour **le comportement inductif** : il faut avoir des **règles *à priori***.

1.D Philosophie : inductioon - déduction - abduction

1.D.1 Déduction

= Règle **mathématique** :

- Partir de prémisses vraies
- Appliquer une règle logique
- Obtenir une conclusion vraie

Syllogisme : *Tout homme est mortel. Socrate est un homme. Donc Socrate est mortel.*

1.D.2 Induction

- Partir de prémisses vraies
- Conclusions **plausibles**
- Plausibilité basée sur la **généralisation des conclusions à partir d'un échantillon**

Exemple : *J'ai vu 1000 cygnes, tous blancs. Donc il est probable que tous les cygnes sont blancs.*

1.D.3 Abduction = pensée médicale

- Partir d'une **observation** / **un résultat** que l'on considère comme **vrai**

- On se demande quels sont les **prémisses** qui pourraient expliquer cette observation

Exemple *: J'observe que le sol est mouillé. Donc il a probablement plu.*

NB : Pensée Bayesienne :

- Partir d'une **hypothèse** avec une **probabilité a priori** basée sur des connaissances antérieures
- Observer des données (une nouvelle information)
- Mettre à jour la probabilité de l'hypothèse en fonction des nouvelles données (**probabilité a posteriori**)

1.E Conclusion

- Fisher : évaluer la force de l'évidence contre H0
  - **SURTOUT POUR ANALYSES EXPLORATOIRES**

- Neyman & Pearson : prendre une décision entre H0 et H1 avec des risques d'erreurs définis
  - **POUR ANALYSES CONFIRMATOIRE : Efficacité de médicament Y/N**
  -