Thomas Indrias (thoin216)

Medlaborant:
Christian Rejbrand (chrre931)

Handledare:
Omer Nour

Linköping universitet
Medieteknik

2017-09-11

Svängningstiden för bifilär pendel

En laborationsrapport på TNE043

Innehållsförteckning

1 Syfte och mål
Syftet med laborationen är att ta fram ett uttryck för svängningstiden *T* för en bifilär pendel.

2 Metod och materiel
2.1 Materiel
För laborationen användes:
- stativ för upphängning av pendeln
- pendlar av varierande material och dimensioner
- vattenpass
- våg
- stoppur
- måttband
- skjutmått.

2.2 Metod
Uttrycket för *T* hittades genom att hitta ett samband mellan storheterna som påverkar svängningstiden. I figur 1 visas hur pendeln svänger. Genom kontrollexperiment antas rörets svängningstid *T*, påverkas utav storheterna:
- Tyngdacceleration (*g*)
- Avståndet mellan snören på stativen (l_a)
- Avståndet mellan snören på röret (l_b)
- Längden på röret (*l*)
- Höjden mellan röret och stativet (*h*).

Figur 1: Röret rör sig kring vertikala axeln

2.2.1 Ansats och dimensionsanalys
Med hjälp av storheterna ansätts en produktansats där svängningstiden *T* är en funktion av storheterna

$$T = Cg^x l_a^y l_b^z l^s h^t \tag{1}$$

Där *x, y, z, s* och *t* är okända exponenter och C är en dimensionslös konstant. Det som söks nu är de okända exponenterna och C. Storheterna har dimensionerna:

$$[g] = LT^{-2} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$
$$[l_a] = [l_b] = [l] = [h] = L \quad (m)$$
$$[T] = T \quad (s)$$

För att hitta exponenterna så görs en dimensionsekvation av uttrycket *(1)*

$$T^1 = (LT^{-2})^x L^y L^z L^s L^t \tag{2}$$

För att vänsterledet skall vara överens med högerledet måste det vara sådan att längd *L* försvinner och tiden *T* är upphöjt med 1. Det resulterar ett ekvationssystem:

$$T\ (s): \quad 1 = -2x \tag{3}$$
$$L\ (m): \quad 0 = x + y + z + s + t \tag{4}$$

2.2.2 Experiment
Ur systemet går det bara att lösa en utav fem obekanta, dvs exponenten *x*. Det lämnar oss med fyra okända exponenter att lösa experimentellt. Det första experimentet som gjordes var att variera avståndet mellan snören på stativet, dvs l_a för att hitta dess korresponderande exponent, *y*. Alltså görs en mätserie av svängningstidens (*T*) samhörighet till längden (l_a) medan resten hålls konstant. Totalt gjordes fyra experiment för alla fyra storheterna, l_a, l_b, l och *h* med obekanta exponenter. Se *bilaga* för mätvärden.

Därefter ritades sambandet mellan svängningstiden och varje storhet i varsin graf med hjälp av mätvärden. Uttrycket för varje diagram är då:

$$T = C_{l_a} l_a^y \tag{5}$$
$$T = C_{l_b} l_b^z \tag{6}$$
$$T = C_l l^s \tag{7}$$
$$T = C_h h^t \tag{8}$$

2.2.3 Linearisera genom logaritmering
De fyra graferna visar att de antingen växer eller avtar olinjärt med respektive storhet. Alltså krävdes det en linearisering med hjälp av logaritmer. Med hjälp av logaritmlagarna fås uttryck *5–8* till:

$$\log(T) = \log(C_{l_a}) + y\log(l_a)$$
$$\log(T) = \log(C_{l_b}) + z\log(l_b)$$
$$\log(T) = \log(C_l) + slog(l)$$
$$\log(T) = \log(C_h) + tlog(h)$$

Genom linearisering drogs det enkelt en rät linje där riktningskoefficienten är ekvivalent med storhetens exponent.

2.2.4 Bestämning av *C* och maximal feluppskattning
Sista steget var att hitta konstanten *C*. Detta gjordes på ungefärlig samma sätt som att hitta en okänd komponent.

$$T = g^x l_a^y l_b^z l^s h^t \tag{9}$$

Eftersom de okända exponenterna är givna nu (se *resultat* för exponenternas värde under *resultat* i *fig.2–5*) så gjordes mätningar där svängningstiden (*T*) är som funktion av storheterna. Alla variabler varierades så mycket så möjligt. Utifrån mätningarna ritades en graf där punkterna formade en rät linje. *C* är lika med riktningskoefficienten.

C är en indirekt mätning vilket betyder att konstanten är baserad utifrån andra experimentella mätningar, i vårt fall beroende av *g*, l_a, l_b, *l*, *h*. Alltså gjordes en feluppskattning utav *C*. Detta gjordes genom en metod så kallad ”*maximalfelsuppskattning med logaritmisk derivering*”[1]:

$$\Delta C = C\left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2}\frac{\Delta l_a}{l_a} + \frac{1}{2}\frac{\Delta l_b}{l_b} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{1}{2}\frac{\Delta h}{h}\right) \tag{10}$$

Uttrycket ovan ger feluppskattningen hos *C*. Nämnaren i parentesen utgör mätpunkterna under den maximala svängningstiden medan täljaren består av noggrannheten för varsin

---

[1] Sandell, Bengt (2013) Experimentell problemlösning, Kompendium. Institutionen för fysik och mätteteknik: Linköpings Universitet (2017-09-15)

variabel. Observera att konstanterna $1/2$ kommer från de bestämda exponenterna som visas i avsnittet *3. Resultat.*

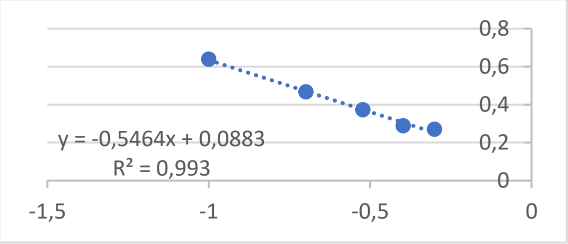
3 Resultat

Exponenten *x* löses ur *ekv. (3)*

⇨ Ger exponenten $x = -1/2$

Mätvärden för *uttrycket (5):*

Log(l_a) (m)	Log(t) (s)
-1,0	0,639
-0,7	0,467
-0,5	0,373
-0,4	0,288
-0,3	0,270

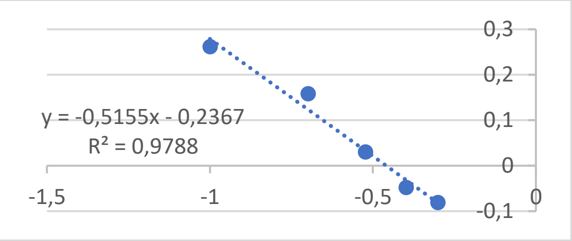


Figur 2: Mätvärden för respektive uttryck ritas ut

⇨ Ger exponenten $y \approx -0{,}5 = -1/2$

Mätvärden för *uttrycket (6):*

Log(l_b) (m)	Log(t) (s)
-1,0	0,262
-0,7	0,158
-0,5	0,030
-0,4	-0,048
-0,3	-0,081

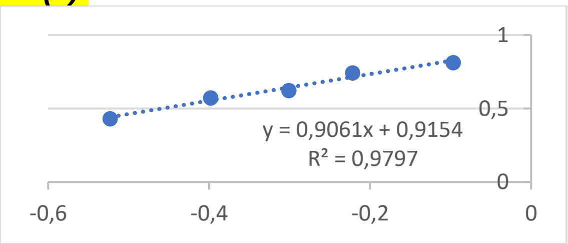


Figur 3: Mätvärden för respektive uttryck ritas ut.

⇨ Ger exponenten $z \approx -0{,}5 = -1/2$

Mätvärden för *uttrycket (7):*

Log(l) (m)	Log(t) (s)
-0,2	0,742
-0,4	0,573
-0,5	0,430
-0,1	0,813
-0,3	0,623

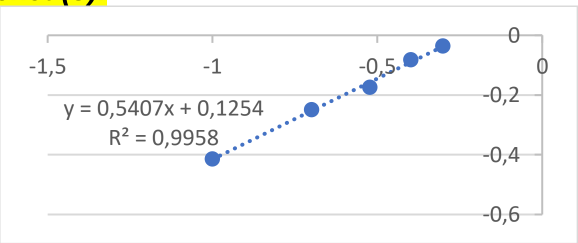


Figur 4: Mätvärden för respektive uttryck ritas ut.

⇨ Ger exponenten $s \approx 1{,}0$

Mätvärden för *uttrycket (8):*

Log(h) (m)	Log(t) (s)
-1,0	-0,413
-0,7	-0,249
-0,5	-0,174
-0,4	-0,081
-0,3	-0,035

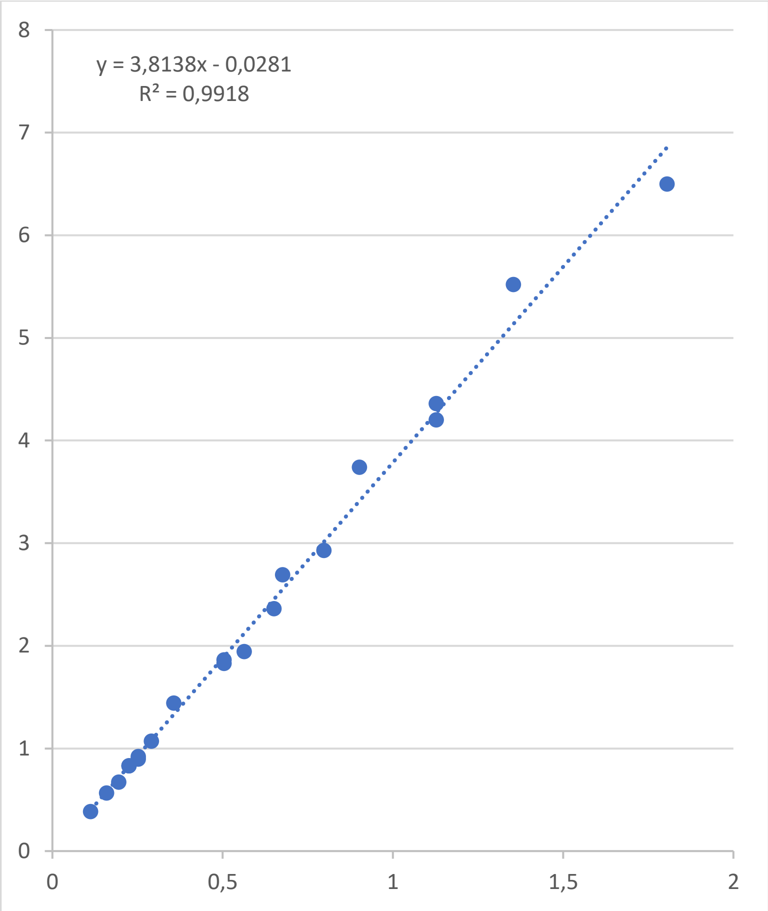


Figur 5: Mätvärden för respektive uttryck ritas ut.

⇨ Ger exponenten $t \approx 0{,}5 = 1/2$

Mätvärden för *uttrycket (9):*

$\text{sqrt}\left(\frac{l^2 h}{g l_a l_b}\right)$ (s)	*t* (s)
1,354	5,520
0,903	3,740
0,677	2,692
1,805	6,500
1,128	4,200
1,128	4,360
0,798	2,928
0,651	2,362
0,564	1,942
0,505	1,862
0,505	1,828
0,357	1,440
0,291	1,072
0,252	0,896
0,226	0,830
0,113	0,386
0,160	0,564
0,195	0,670
0,226	0,830
0,252	0,922



Figur 6: Graf där svängningstiden är i y-axeln och uttryck (9) är i x-axeln. Uttrycket har substituerats med de kända exponenterna (x, y, z, s, t).

⇨ Ger konstanten $C \approx 3{,}81$

Maximala feluppskattningen i *C* ges av *ekv. (10)*

⇨ Ger

$$C_{max} = 3{,}81\left(\frac{0{,}01}{0{,}564} + \frac{1}{2}\frac{0{,}01}{9{,}82} + \frac{1}{2}\frac{0{,}0001}{0{,}5} + \frac{1}{2}\frac{0{,}0001}{0{,}4} + \frac{0{,}0001}{0{,}5} + \frac{1}{2}\frac{0{,}0001}{0{,}5}\right) \approx 0{,}07 \tag{11}$$

Uttrycket blir:

$$T = (3.81 \pm 0.07)\sqrt{\left(\frac{l^2 h}{g l_a l_b}\right)} \tag{12}$$

4 Diskussion

Uttrycket *(12)* har kontrollerats och stämmer utifrån experimentet som har gjorts, men som i alla experiment så finns det viss osäkerhet i mätningar. Detta kan dels bero på hur väl man mäter eller tar tid dvs mänskliga fel samt själva mätmaterialets noggrannhet. För att motverka detta kan flera mätningar tas per experiment. I vårt fall så togs 5 mätvärden per experiment. Om det funnits tillgång till sensor som mäter svängningstid, hade resultatet varit mycket noggrannare.

Det bestämdes att exponenterna (*x, y, z, s, t*) skulle avrundas med en tiondels noggrannhet. När det kom till *C* så avrundades det med en hundradel för en bättre approximation i uttrycket.

Det resulterande uttrycket *(12)* gäller inte i alla fall. En förutsättning är att röret ej får vara vinklad utan massan måste vara lika fördelat och balanserat, annars påverkas svängningstiden. Som förklarat avsnitt *2.2.4* så krävs en feluppskattning av *C* då det är en indirekt mätning. I *ekv. (11)* löses maximalfelet på *C.* Resulterande maximalfel är någorlunda lågt vilket betyder att konstanten *C* är bra approximerad. Vid analys av *ekv. (11)* framgick att svängningstiden *T* och tyngdaccelerationen *g*, bidrar mest till maximalfelet.

5 Slutsatser

Genom en logisk ansats och experiment har vi lyckats ta fram ett uttryck *(12)* för svängningstiden av en bifilär pendel. Experimentet kunde dock förbättrats med flera mätvärden och bättre approximerande utrustning.

Bilaga

Mätvärden

T	l_a	l_b	l	h	
5,52	0,1	0,1	0,6	0,5	
3,74	0,1	0,1	0,4	0,5	
2,692	0,1	0,1	0,3	0,5	l förändras
6,5	0,1	0,1	0,8	0,5	
4,2	0,1	0,1	0,5	0,5	
T	l_a	l_b	l	h	
4,36	0,1	0,1	0,5	0,5	
2,928	0,2	0,1	0,5	0,5	l_a förändras
2,362	0,3	0,1	0,5	0,5	
1,942	0,4	0,1	0,5	0,5	
1,862	0,5	0,1	0,5	0,5	
T	l_a	l_b	l	h	
1,828	0,5	0,1	0,5	0,5	
1,44	0,5	0,2	0,5	0,5	
1,072	0,5	0,3	0,5	0,5	l_b förändras
0,896	0,5	0,4	0,5	0,5	
0,83	0,5	0,5	0,5	0,5	
T	l_a	l_b	l	h	
0,386	0,5	0,4	0,5	0,1	
0,564	0,5	0,4	0,5	0,2	
0,67	0,5	0,4	0,5	0,3	h förändras
0,83	0,5	0,4	0,5	0,4	
0,922	0,5	0,4	0,5	0,5	