

Thomas Indrias (thoin216)

Linköping Universitet
2017-09-11

Medlaborant:
Christian Rejbrand (chrre931)

Handledare:
Omer Nour

Svängningstiden för bifilär pendel

En laborationsrapport på TNE043

Innehållsförteckning

1	Syfte och mål	1
2	Metod och materiel.....	1
	2.1 Materiel.....	1
	2.2 Metod.....	1
	2.2.1 Ansats och dimensionsanalys.....	1
	2.2.2 Experiment	2
	2.2.3 Linearisera genom logaritmering	2
	2.2.4 Bestämning av C och maximal feluppskattning	2
3	Resultat	3
4	Diskussion	4
5	Slutsatser	5
	Referenser.....	5

1 Syfte och mål

Syftet med laborationen är att ta fram ett uttryck för svängningstiden T för en bifilär pendel. Dessutom, öva på att skriva en formell labbrapport med utförlig akademiskt språk.

2 Metod och materiel

2.1 Materiel

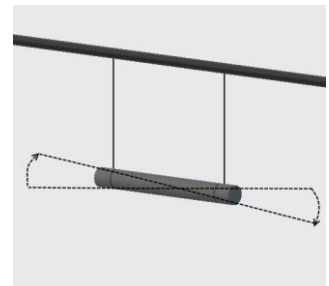
För laborationen användes dessa materiel:

- Stativ för upphängning av pendeln
- Pendlar av varierande material och dimensioner
- Vattenpass
- Våg
- Stoppur
- Måttband
- Skjutmått

2.2 Metod

Uttrycket för T hittades genom att hitta ett samband mellan storheterna som påverkar svängningstiden. I figur 1 visas hur pendeln svänger. Genom kontrollexperiment antas rörets svängningstid T , påverkas utav storheterna:

- Tyngdacceleration (g)
- Avståndet mellan snören på stativen (l_a)
- Avståndet mellan snören på röret (l_b)
- Längden på röret (l)
- Höjden mellan röret och stativet (h).



Figur 1: Röret rör sig kring vertikala axeln

2.2.1 Ansats och dimensionsanalys

Med hjälp av storheterna ansätts en produktansats där svängningstiden T är en funktion av storheterna

$$T = C g^x l_a^y l_b^z l^s h^t \quad (1)$$

Där x , y , z , s och t är okända exponenter och C är en dimensionslös konstant. Det som söks nu är de okända exponenterna och C . Storheterna har dimensionerna:

$$\begin{aligned} [g] &= LT^{-2} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right) \\ [l_a] &= [l_b] = [l] = [h] = L \quad (m) \\ [T] &= T \quad (s) \end{aligned}$$

För att hitta exponenterna så görs en dimensionsekvation av uttrycket (1)

$$T^1 = (LT^{-2})^x L^y L^z L^s L^t \quad (2)$$

För att vänsterledet skall vara överens med högerledet måste det vara sådan att längd L försvinner och tiden T är upphöjt med 1. Det resulterar ett ekvationssystem:

$$T(s): \quad 1 = -2x \quad (3)$$

$$L(m): \quad 0 = x + y + z + s + t \quad (4)$$

2.2.2 Experiment

Ur systemet går det bara att lösa en utav fem obekanta, dvs exponenten x . Det lämnar oss med fyra okända exponenter att lösa experimentellt. Det första experimenten som gjordes var att variera avståndet mellan snören på stativet, dvs l_a för att hitta dess korresponderande exponent, y . Alltså gjordes en mätserie av svängningstidens (T) samhörighet till längden (l_a) medan resten hålls konstant. Totalt gjordes fyra experiment för alla fyra storheterna, l_a , l_b , l och h med obekanta exponenter.

Därefter ritades sambandet mellan svängningstiden och varje storhet i varsin graf med hjälp av mätvärden. Uttrycket för varje diagram är då:

$$T = C_{l_a} l_a^y \quad (5)$$

$$T = C_{l_b} l_b^z \quad (6)$$

$$T = C_l l^s \quad (7)$$

$$T = C_h h^t \quad (8)$$

2.2.3 Linearisera genom logaritmering

De fyra graferna visar att de antingen växer eller avtar olinjärt med respektive storhet. Alltså krävdes det en linearisering med hjälp av logaritmer. Med hjälp av logaritmlagarna fås uttryck 5–8 till:

$$\log(T) = \log(C_{l_a}) + y \log(l_a)$$

$$\log(T) = \log(C_{l_b}) + z \log(l_b)$$

$$\log(T) = \log(C_l) + s \log(l)$$

$$\log(T) = \log(C_h) + t \log(h)$$

Genom linearisering drogs det enkelt en rät linje där riktningskoefficienten är ekvivalent med storhetens exponent.

2.2.4 Bestämning av C och maximal feluppskattning

Sista steget var att hitta konstanten C . Detta gjordes på ungefärlig samma sätt som att hitta en okänd komponent.

$$T = g^x l_a^y l_b^z l^s h^t \quad (9)$$

Eftersom de okända exponenterna är givna nu (se *resultat* för exponenternas värde under *resultat* i *fig.2–5*) så gjordes mätningar där svängningstiden (T) är som funktion av storheterna. Alla variabler varierades så mycket så möjligt. Utifrån mätningarna ritades en graf där punkterna formade en rät linje. C är lika med riktningskoefficienten.

C är en indirekt mätning vilket betyder att konstanten är baserad utifrån andra experimentella mätningar, i vårt fall beroende av g , l_a , l_b , l , h . Alltså gjordes en feluppskattning utav C .

Detta gjordes genom en metod så kallad "*maximal feluppskattning med logaritmisk derivering*"¹:

$$\Delta C = C \left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \frac{\Delta l_a}{l_a} + \frac{1}{2} \frac{\Delta l_b}{l_b} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} \right) \quad (10)$$

Uttrycket ovan ger feluppskattningen hos C . Nämnaren i parentesen utgör mätpunkterna under den maximala svängningstiden medan täljaren består av noggrannheten för varsin

¹ Sandell, Bengt, (2013), Experimentell problemlösning, (2017-09-15)

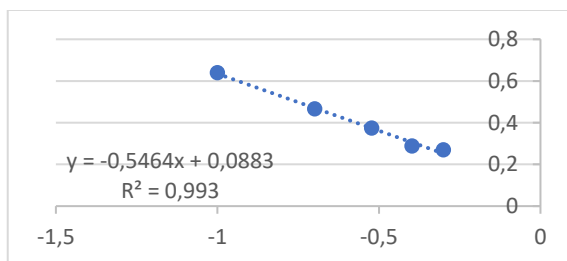
variabel. Observera att konstanterna $1/2$ kommer från de bestämda exponenterna som visas i avsnittet *Resultat*.

3 Resultat

Exponenten x löses ur ekv. (3)

⇒ Ger exponenten $x = -1/2$

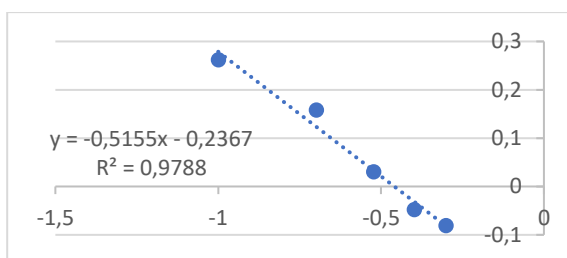
$\text{Log}(I_a)$ (m)	$\text{Log}(t)$ (s)
-1,0	0,639
-0,7	0,467
-0,5	0,373
-0,4	0,288
-0,3	0,270



Figur 2: Tabell och graf för uttryck (5)

⇒ Ger exponenten $y \approx -0,5 = -1/2$

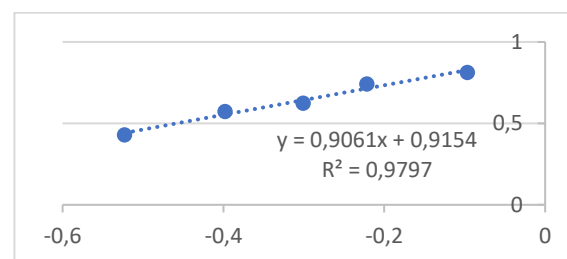
$\text{Log}(I_b)$ (m)	$\text{Log}(t)$ (s)
-1,0	0,262
-0,7	0,158
-0,5	0,030
-0,4	-0,048
-0,3	-0,081



Figur 3: Tabell och graf för uttryck (6)

⇒ Ger exponenten $z \approx -0,5 = -1/2$

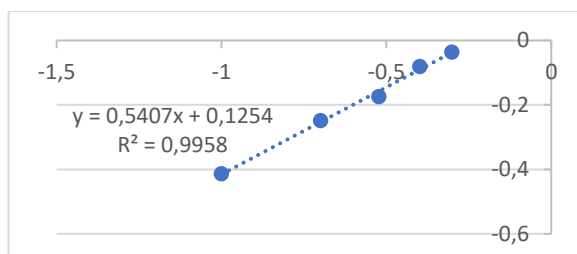
$\text{Log}(I)$ (m)	$\text{Log}(t)$ (s)
-0,2	0,742
-0,4	0,573
-0,5	0,430
-0,1	0,813
-0,3	0,623



Figur 4: Tabell och graf för uttryck (7)

⇒ Ger exponenten $s \approx 1,0$

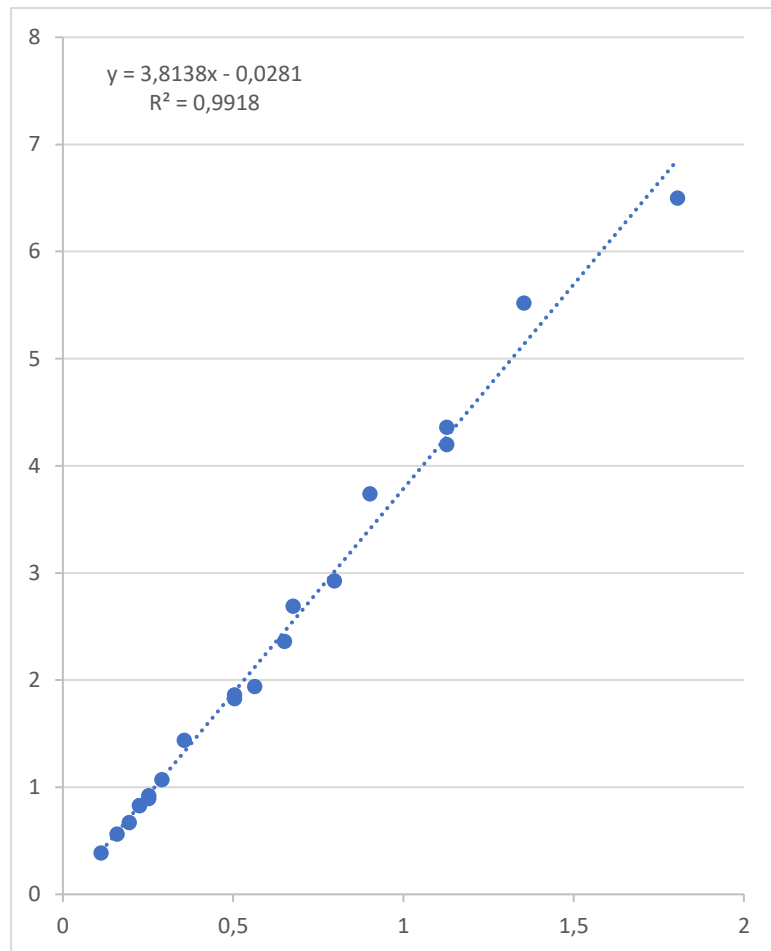
$\text{Log}(h)$ (m)	$\text{Log}(t)$ (s)
-1,0	-0,413
-0,7	-0,249
-0,5	-0,174
-0,4	-0,081
-0,3	-0,035



Figur 5: Tabell och graf för uttryck (7)

⇒ Ger exponenten $t \approx 0,5 = 1/2$

$\sqrt{\left(\frac{l^2 h}{g l_a l_b}\right)^2}$ (s)	t (s)
1,354	5,520
0,903	3,740
0,677	2,692
1,805	6,500
1,128	4,200
1,128	4,360
0,798	2,928
0,651	2,362
0,564	1,942
0,505	1,862
0,505	1,828
0,357	1,440
0,291	1,072
0,252	0,896
0,226	0,830
0,113	0,386
0,160	0,564
0,195	0,670
0,226	0,830
0,252	0,922



Figur 6: Tabell och graf för uttryck (9). Se fotnot nedan för detaljer på uttrycket i tabellen!

⇒ Ger konstanten $C \approx 3,81$

Maximala feluppskattningen i C ges av ekv. (10)

⇒ Ger

$$C_{max} = 3,81 \left(\frac{0,01}{0,564} + \frac{1}{2} \frac{0,01}{9,82} + \frac{1}{2} \frac{0,0001}{0,5} + \frac{1}{2} \frac{0,0001}{0,4} + \frac{0,0001}{0,5} + \frac{1}{2} \frac{0,0001}{0,5} \right) \approx 0,07 \quad (11)$$

Uttrycket blir:

$$T = (3.81 \pm 0.07) \sqrt{\left(\frac{l^2 h}{g l_a l_b}\right)} \quad (12)$$

4 Diskussion

Uttrycket (12) har kontrollerats och stämmer utifrån experimentet som har gjorts, men som i alla experiment så finns det viss osäkerhet i mätningar. Detta kan dels bero på hur väl man mäter eller tar tid dvs mänskliga fel samt själva mätmaterialalets noggrannhet. För att motverka detta kan flera mätningar tas per experiment. I vårt fall så togs 5 mätvärden per experiment. Om det fanns tillgång till sensor som mäter svängningstid, hade resultatet varit mycket noggrann.

² Detta kommer från uttrycket (9) där de okända exponenterna (x, y, z, s, t) som nu är lösta stoppas in och förenklas.

Det bestämdes att exponenterna (x, y, z, s, t) skulle avrundas med en tiondels noggrannhet. När det kom till C så avrundades det med en hundradel för en bättre approximation i uttrycket.

Det resulterande uttrycket (12) gäller inte i alla fall. En förutsättning är att röret ej får vara vinklad utan massan måste vara lika fördelat och balanserat, annars påverkas svängningstiden. Som förklarat i tidigare avsnitt så krävs en feluppskattning av C då det är en indirekt mätning. I *ekv. (11)* löses maximalfelet på C . Resulterande maximalfel är någorlunda låg vilket betyder att konstanten C är bra approximerad. Vid analys av *ekv. (11)* framgick att svängningstiden T och tyngdaccelerationen g , bidrar mest till maximalfelet.

5 Slutsatser

Genom en logisk ansats och experiment har vi lyckats ta fram ett uttryck (12) för svängningstiden av en bifilär pendel. Sammanfattningsvist har labbet även gett oss ett smakprov på hur det är att hitta en funktion som beskriver ett slags fysisk fenomen. Dessutom gett oss mer förståelse och erfarenhet på hur man skriver en akademisk och utförlig rapport.

Referenser

1. Sandell, Bengt (2013) *Experimentell problemlösning*, Kompendium. Institutionen för fysik och mätteknik: Linköpings Universitet