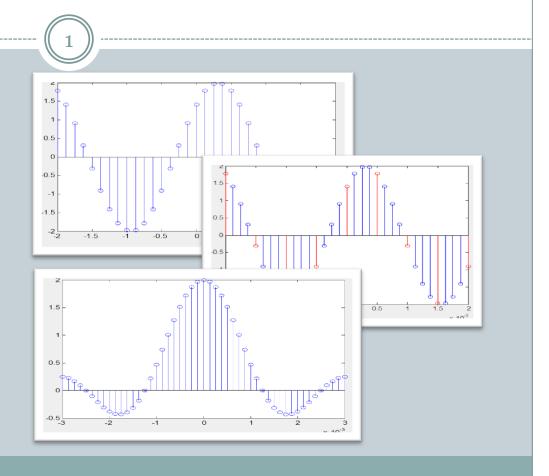
PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES CON MATLAB





Generación y Gráfica de Señales

2

Sea una señal:

$$x(t) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot Fo \cdot t + \phi)$$

Dónde:

A: Amplitud

Fo: Frecuencia

phi: Fase

La representación de esta señal en tiempo discreto está dada por:

$$\left| x_d[n] = x(n \cdot Ts) = A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot Fo \cdot n \cdot Ts + \phi) \right|$$

Donde:

Fs=1/Ts: Frecuencia de muestreo.

La gráfica de señales discretas se realiza con el comando:

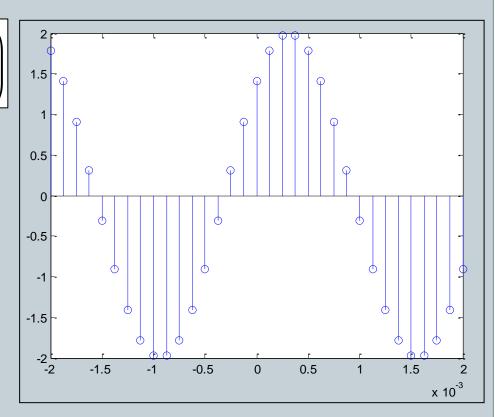
stem(t,xt)

Ejemplo: Generación y gráfica de una señal muestreada a 8 KHz.

Se genera una señal sinusoidal de 400 Hz y amplitud 2.

$$x(t) = 2 \cdot \sin \left(2 \cdot \pi \cdot 400 \cdot t + \frac{\pi}{4} \right)$$

- >> F0=400;
- >> A=2;
- >> phi=pi/4;
- >> Fs=8000;
- >> Ts=1/Fs;
- >> t=-0.002:Ts:0.002;
- >> xt=A*sin(2*pi*F0*t+phi);
- >> stem(t,xt)

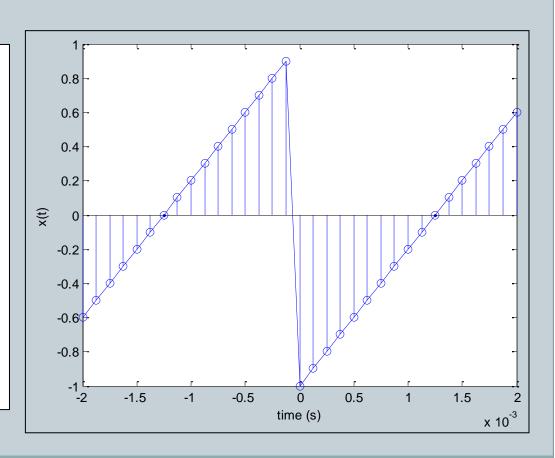


Ejemplo: Señales no sinusoidales periódicas.



Generación de una señal diente de sierra.

```
>> F0=400;
>> A=2;
>> Fs=8000;
>> Ts=1/Fs;
>> t=-0.002:Ts:0.002;
>> xt=sawtooth(2*pi*F0*t);
>> stem(t,xt)
>> hold on
>> plot(t,xt)
>> xlabel('time (s)');
>> ylabel('x(t)');
```



Ejemplo: Señal aperiódica.

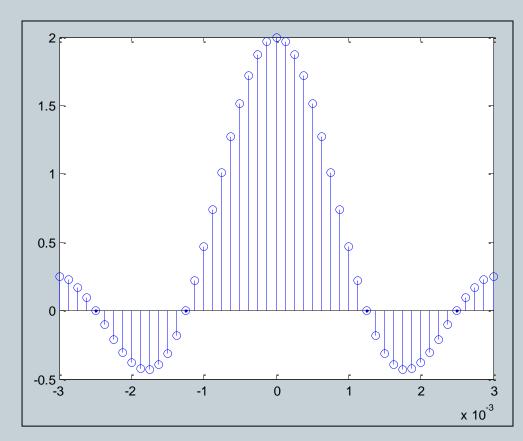


Muestreo de la señal Sinc.

```
>> F0=400;
>> A=2;
>> Fs=8000;
>> Ts=1/Fs;
>> t=-0.003:Ts:0.003;
```

>> xt=A*sinc(2*F0*t);

>> stem(t,xt)



Generación de Ruido

6

Se utilizan los comandos:

Y=rand(rows,cols): Genera ruido con distribución uniforme.

Y=randn(rows,cols):Genera ruido Gaussiano.

Dónde:

rows, cols: Indica la dimensión de la matriz de ruido aleatorio a generar.

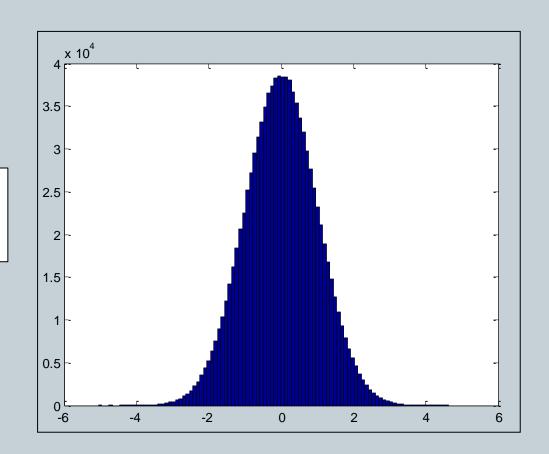
Para observar el histograma se utiliza el comando:

hist(y,m): Representa el ruido "y" mediante m "contenedores".

Ejemplo: Generación y Representación de Ruido Gaussiano

7)

- >> Gnoise=randn(1,1e6);
- >> hist(Gnoise,100);



Submuestreo y Sobremuestro

8

Submuestreo

xtDown=downsample(xt,N)

La señal **xDown** tendrá una frecuencia de muestro Fs/N.

Submuestrear la señal significa conservar cada N-ésima muestra y eliminar las muestras restantes.

Sobremuestreo

xtUp=upsample(xt,N)

La señal **xUp** tendrá una frecuencia de muestreo N·Fs.

Sobremuestrear la señal significa introducir N-1 ceros entre muestras consecutivas.

Ejemplo: Submuestreo.

9

Se submuestrea la señal sinusoidal generada anteriormente (Fs=8 KHz) para obtener una señal xtDown muestreada a 2 KHz.

```
>> F0=400;

>> A=2;

>> phi=pi/4;

>> Fs=8000;

>> Ts=1/Fs;

>> t=-0.002:Ts:0.002;

>> xt=A*sin(2*pi*F0*t+phi);

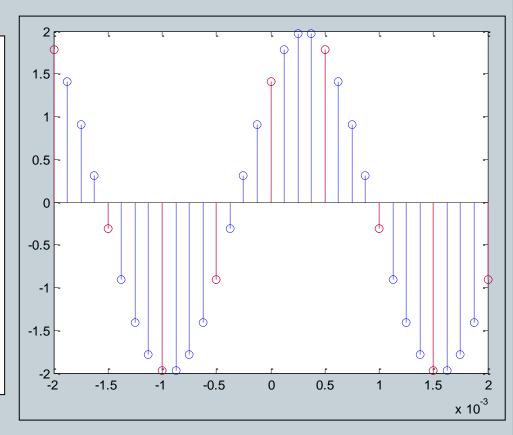
>> stem(t,xt)

>> xtDown=downsample(xt,4);

>> tDown=downsample(t,4);

>> hold on

>> stem(tDown,xtDown,'r');
```



Procesamiento de Audio



Para escuchar un tono de señal en Matlab se utiliza el comando:

soundsc(xt,Fs)

Donde:

xt: Tono a escuchar.

Fs: Frecuencia de muestreo.

Por ejemplo: Para escuchar la señal sinusoidal generada

anteriormente:

>> soundsc(xt,Fs)

Grabación de Audio



Para grabar una señal audible mediante la tarjeta de sonido y un micrófono se utilizan los siguientes comandos:

r=audiorecorder: Crea un objeto de grabación.

record(r): Inicio de grabación.

pause(r), stop(r): Pausa y finalización.

play(r): Escuchar la grabación

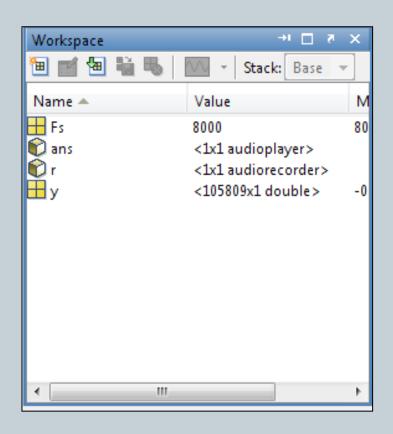
y=getaudiodata(r): Para obtener la matriz que contiene las muestras de la señal audible. Ésta es la señal que se puede procesar.

Fs=r.SampleRate: Para obtener la frecuencia de muestreo.

Ejemplo:

(12)

```
>> r=audiorecorder;
>> record(r)
>> pause(r)
>> record(r)
>> stop(r)
>> play(r)
>> y=getaudiodata(r);
>> Fs=r.SampleRate
Fs =
    8000
```



Guardar como Archivo de Audio

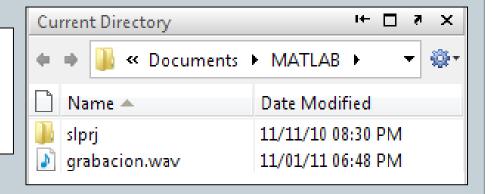
13

Para guardar la señal de audio que se acaba de grabar se utiliza el comando:

wavwrite(y,Fs,'grabacion')

Se guarda en formato wav en la carpeta de trabajo de Matlab.

- >> wavwrite(y,Fs,'grabacion');
- >> which grabacion.wav C:\Users\Casa\Documents\MATLAB\ grabacion.wav



Leer un Archivo de Audio

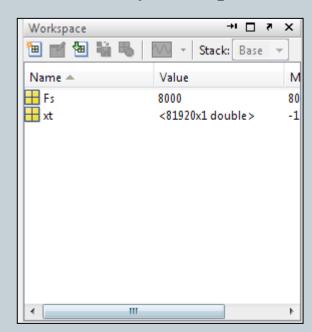
14

Para leer un archivo de audio en formato wav que se encuentra en la carpeta de trabajo de Matlab se utiliza la función:

[xt,Fs]=wavread('nombre_de_archivo')

Se guardan las muestras y la frecuencia de muestro en **xt** y **Fs** respectivamente.

>> [xt,Fs]=wavread('tuner1');



Análisis en Frecuencia



Transformada Rápida de Fourier:

Donde:

nFFT=número de puntos a representar.

Comandos adicionales:

magxF=abs(xF): Magnitud de la fft de xt.

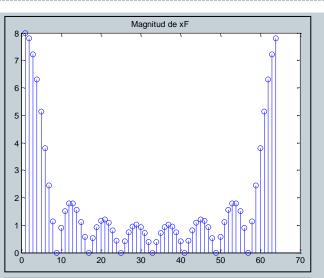
phasexF=angle(xF): Fase de la fft de xt.

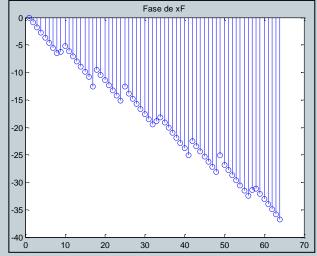
phasexF=unwrap(phasexF): Para obtener la apropiada

información de fase.

Ejemplo: Obtención de La FFT de la Función Compuerta.

```
>> Fs=2000;
>> Ts=1/Fs;
>> t=-0.005:Ts:0.005;
>> xt=rectpuls(t,0.004);
>> nFFT=64;
>> xF=fft(xt,nFFT);
>> magxF=abs(xF);
>> phasexF=angle(xF);
>> phasexF=unwrap(phasexF);
>> figure,stem(magxF);
>>title('Magnitud de xF')
>> figure,stem(phasexF)
>>title('Fase de xF')
```



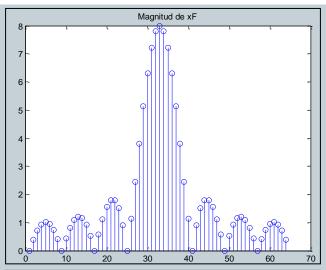


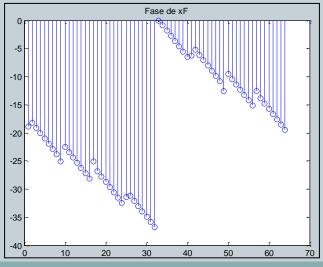
Ejemplo: Obtención de La FFT de la Función

Compuerta.

El comando **fft** obtiene la transformada de Fourier en la región comprendida entre o y la frecuencia de muestro Fs. Se requiere desplazar una parte de la gráfica para obtener la región negativa de la transformada de Fourier.

- >> magxF=fftshift(magxF);
- >> phasexF=fftshift(phasexF);
- >> stem(magxF);
- >>title('Magnitud de xF')
- >> figure,stem(phasexF);
- >>title('Fase de xF')

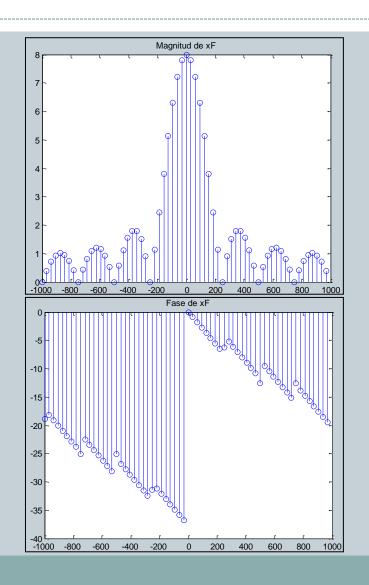




Ejemplo: Obtención de La FFT de la Función Compuerta.

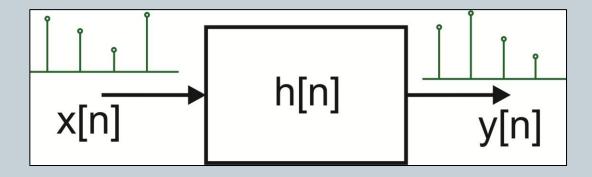
Los gráficos anteriores no presentan el eje de frecuencia correcto. Se debe crear el vector de eje de frecuencias para graficar correctamente.

- >> f_esp=Fs/nFFT;
- >> fNyquist=Fs/2;
- >> f_inicio=-fNyquist;
- >> f_fin=fNyquist-f_esp;
- >> f_eje=f_inicio:f_esp:f_fin;
- >> stem(f_eje,magxF)
- >> figure,stem(f_eje,phasexF)

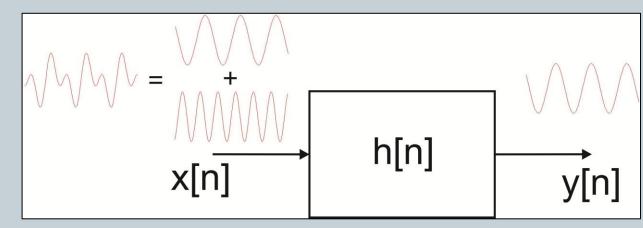


Sistemas LTI





Todos los sistemas LTI pueden ser analizados como Filtros LTI discretos.



Ecuación de Diferencias Para Filtros Causales

(20)

Dónde: x[n]: Entrada y[n]: Salida

$$\sum_{k=0}^{N} a_{k} \cdot y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_{k} \cdot x[n-k]$$

En el dominio Z

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \cdot z^{-k} \cdot Y(z) = \sum_{k=0}^{M} b_k \cdot z^{-k} X(z)$$

Función de transferencia en el dominio Z

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k \cdot z^{-k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k \cdot z^{-k}}$$

Representación de Filtros en Matlab

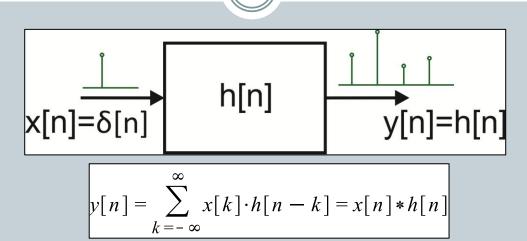
21

Para representar la función de transferencia del filtro:

$$H(z) = \frac{1 + 1.1 \cdot z^{-1}}{1 - 0.1 \cdot z^{-2}}$$

en Matlab:

Respuesta al Impulso y Convolución



Para obtener la respuesta al impulso se utilizan los comandos:

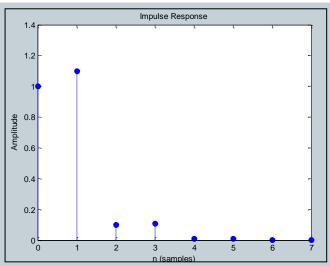
Impz(num,den): Grafica la respuesta al impulso del filtro. Por defecto se considera Fs=1 Hz y grafica las 10 primeras muestras.

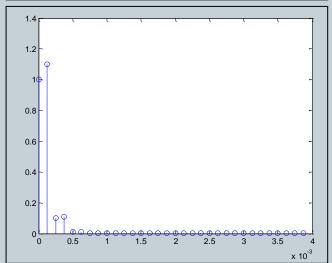
Impz(num,den,n,Fs): Grafica la respuesta al impulso. Se especifica el número de muestras a graficar y la frecuencia de muestro utilizada.

[h,t] = Impz(num,den,n,Fs): Guarda los vectores de magnitud y eje de tiempo en h y t respectivamente.

Ejemplo: Graficando la respuesta al impulso del filtro creado anteriormente.

```
>> num=[1 1.1];
>> den=[1 0 -0.1];
>> impz(num,den);
>> Fs=8000;
>> [h,t]=impz(num,den,32,Fs);
>> figure,stem(t,h)
```





Señal de Salida del Filtro Para una Señal de Entrada

Se realiza mediante los comandos:

Donde: h es la respuesta al impulso del filtro. x es la señal de entrada.

y=filter(num,den,x)

Donde: x es la señal de entrada.

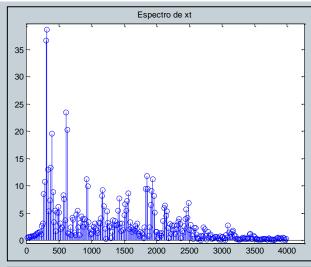
Ejemplo:

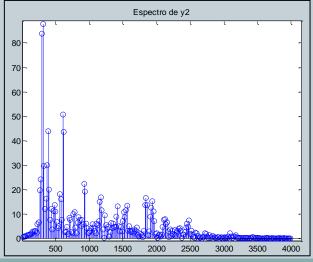
(25)

Se obtendrá la señal de salida del filtro para una señal de entrada audible:

```
>> [xt,Fs]=wavread('tuner1');
```

- >> [h,t]=impz(num,den,10,Fs);
- >> y1=convn(h,xt);
- >> soundsc(xt,Fs);
- >> soundsc(y1,Fs);
- >> y2=filter(num,den,xt);
- >> soundsc(xt,Fs);
- >> soundsc(y2,Fs);





Análisis de Filtros en el Dominio de la Frecuencia

Relación Entrada – Salida de un filtro en el dominio de la frecuencia.

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$$

$$||H(\omega)||$$

$$\angle H(\omega)$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,\omega} \angle H(\omega)$$

Respuesta de Magnitud y Fase de Filtros

27

Se utilizan los comandos:

[H,F]=freqz(num,den): Por defecto asume 512 puntos equidistantemente espaciados y el eje de frecuencias es normalizada.

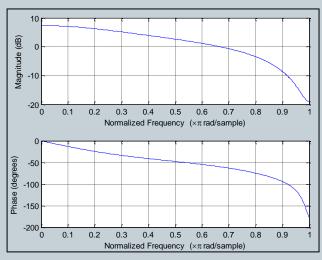
[H,F]=freqz(num,den,n,Fs): Donde se especifica número de puntos n y la frecuencia de muestreo Fs.

[H,F]=freqz(num,den,f,Fs): Donde f es un vector en el que se especifica las frecuencias particulares en las que se obtendrá la respuesta de magnitud y fase.

Ejemplo: Respuesta en frecuencia del filtro creado anteriormente.



- >> num=[1 1.1];
- >> den=[1 0 -0.1];
- >> Fs=8000;
- >> freqz(num,den)
- >> figure, freqz(num, den, 1024, Fs);
- >> f=[0,200,400];
- >> [H,F]=freqz(num,den,f,Fs);



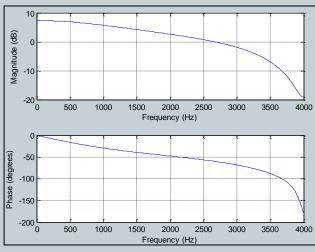


Gráfico de Retardo de Grupo



Se utilizan los comandos:

[G,F]=grpdelay(num,den)

[G,F]=grpdelay(num,den,n,Fs)

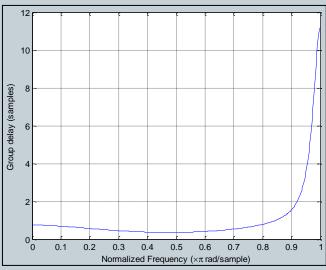
[G,F]=grpdelay(num,den,f,Fs)

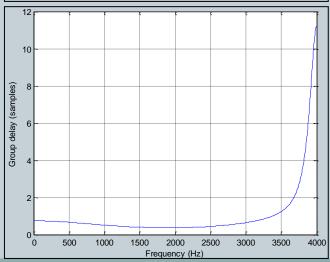
Los argumentos son iguales a los del caso anterior.

Ejemplo: Continuando con el ejemplo anterior

30

- >> [G,F]=grpdelay(num,den);
- >> grpdelay(num,den);
- >> figure,grpdelay(num,den,1024,Fs);





Análisis de Polos y Ceros de Funciones de Transferencia

Para estudiar la estabilidad de los sistemas LTI.

Función de transferencia:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k \cdot z^{-k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k \cdot z^{-k}}$$

Ganancia polo – cero:

$$H(z) = K \cdot \frac{\prod_{k=1}^{M} (z - z_k)}{\prod_{k=1}^{N} (z - p_k)}$$

Obtención de Polos y Ceros

32

Se realiza una transformación del dominio **tf** al dominio **zp**.

$$[z,p,k]=tf2zp(num,den)$$

Dónde los vectores:

z: ceros

p: polos

k: ganancia de cada numerador de tf.

De manera inversa:

Ejemplo: Con el filtro implementado anteriormente.



```
>> num=[1 1.1];
>> den=[1 0 -0.1];
>> [z,p,k]=tf2zp(num,den)
Z =
 -1.1000
p =
  0.3162
 -0.3162
k =
>> [num,den]=zp2tf(z,p,k)
num =
       1.0000 1.1000
den =
  1.0000 0 -0.1000
```

Gráfico de Polos y Ceros

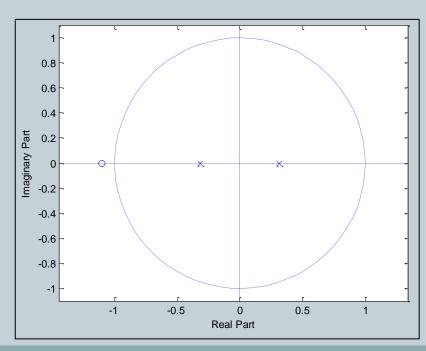
34

Se utiliza el comando:

zplane(z,p)

Si hay polos fuera del círculo unitario significa que el sistema es inestable. Continuando con el ejemplo anterior:

>> zplane(z,p)

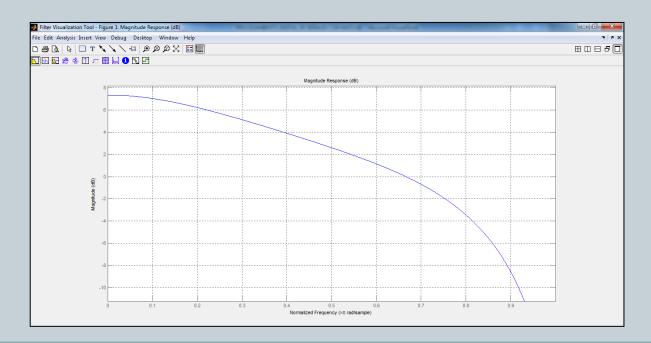


Uso del FVTool

35

FVTool (Filter Visualization Tool) Es una herramienta que simplifica el trabajo de estudiar el comportamiento de los filtros.

Se trata de una interfaz GUI para el análisis de filtros.



Llamada al FVtool

36

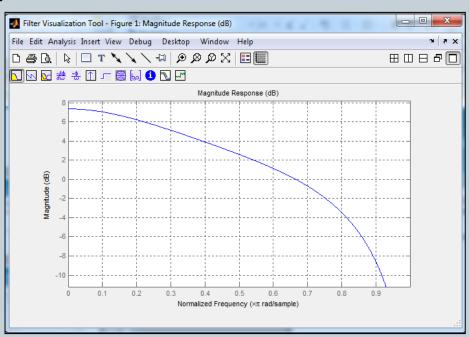
Se llama a la herramienta con el comando:

fvtool(num,den)

Donde: num y den corresponden al filtro en estudio.

Continuando con el ejemplo anterior:

>>fvtool(num,den)

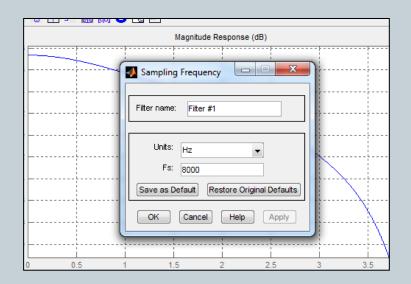


Configuración de FVtool

37

El eje de frecuencias por defecto no se corresponde con los valores correctos. Para configurarlo correctamente:

Menú **Analysis>Sampling Frecuency.** En el cuadro **Fs** se introduce el valor de la frecuencia de muestreo.

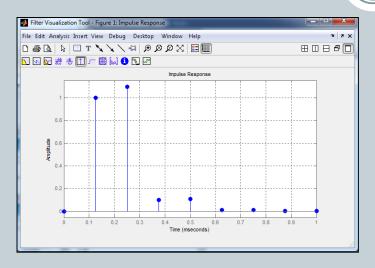


La herramienta Fvtool permite visualizar diferentes respuestas del filtro en estudio

- Respuesta de Magnitud
- Respuesta de fase
- Respuestas de magnitud y fase
- Respuesta de retardo de grupo
- Respuesta de retardo de fase
- Respuesta al impulso
- Respuesta al escalón
- Gráfico de polos y ceros
- Etc

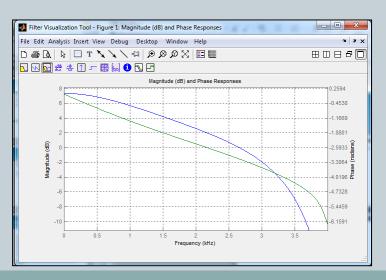
Ejemplo:





Respuesta al impulso

Respuestas de Magnitud y fase



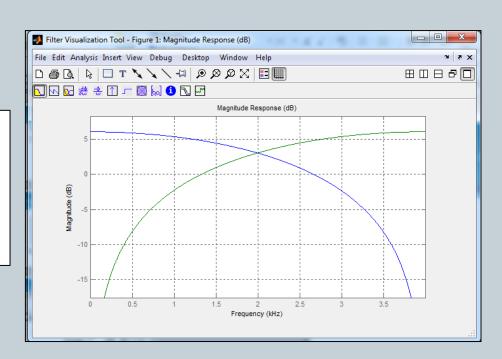
Visualización de Múltiples Filtros



Es posible visualizar la respuesta de varios filtros en simultáneo.

Ejemplo:

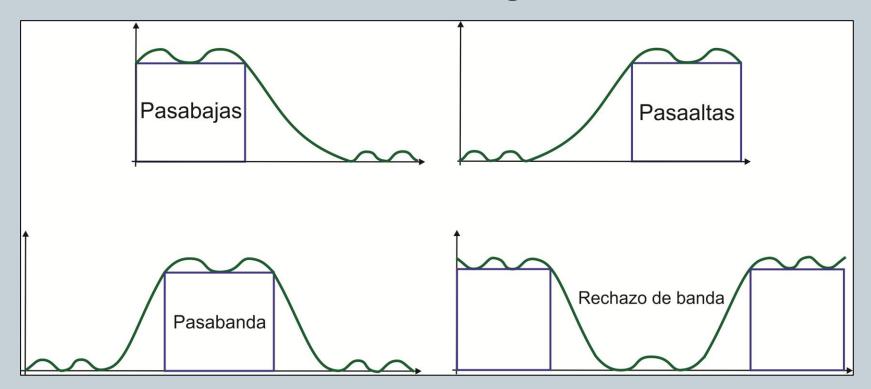
```
>> num1=[1 1];
>> den1=[1];
>> num2=[1 -1];
>> den2=[1];
>> fvtool(num1,den1,num2,den2)
```



Diseño de Filtros Digitales en Matlab

41

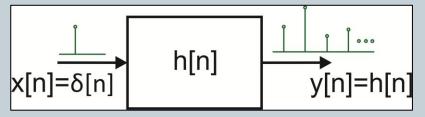
Los filtros elementales son los siguientes:



Diseño de Filtros IIR



IIR: Infinite Impulse Response.



Función de transferencia:

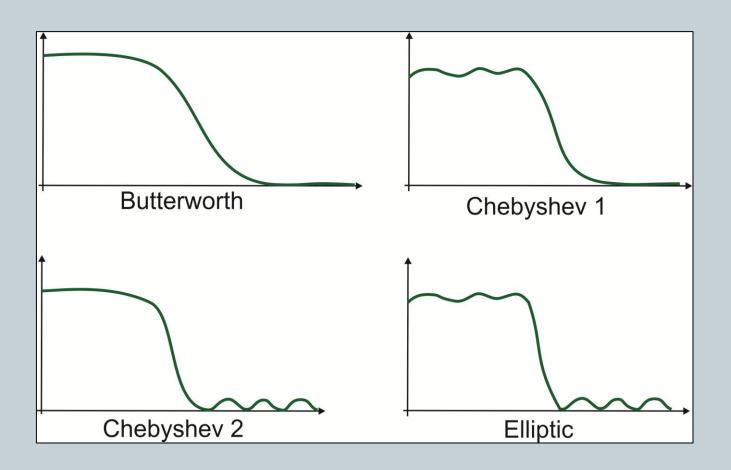
$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k \cdot z^{-k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k \cdot z^{-k}}$$

Respuesta en frecuencia:

$$H(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k \cdot e^{-j \cdot k \cdot \omega}}{\sum_{k=0}^{N} a_k \cdot e^{-j \cdot k \cdot \omega}}$$

Tipos y Características de Filtros IIR



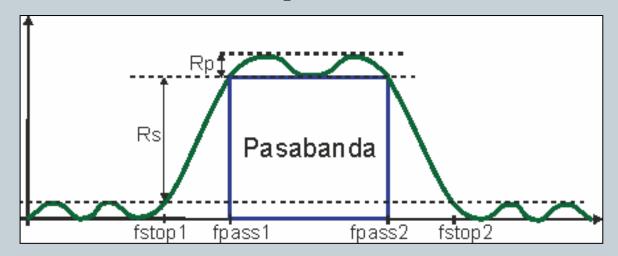


Especificaciones Para un Filtro Pasabanda



Para el diseño de un filtro pasabanda se especifica:

- **fstop1:** Frecuencia stop 1.
- **fpass1:** Frecuencia pass 1.
- **fpass2:** Frecuencia pass 2.
- **fstop2:** Frecuencia stop 2.
- **Rp:** Rizado en la banda de paso en dB.
- **Rs:** Atenuación en la banda de supresión en dB.

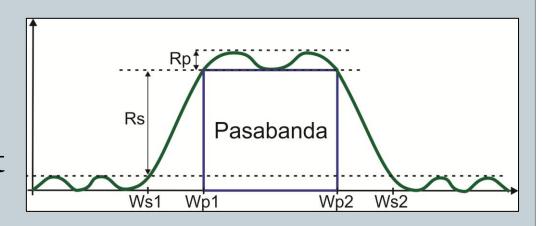


Diseño de un Filtro Pasabanda



El diseño de filtros en Matlab se realiza con valores normalizados. Para esto se realiza:

- Especificar Fs.
- Fnyquist=Fs/2
- Ws(1)=fstop1/Fnyquist
- Wp(1)=fpass1/Fnyquist
- Wp(2)=fpass2/Fnyquist
- Ws(2)=fstop2/Fnyquist



Dónde **Ws** y **Wp** son vectores de frecuencias normalizadas.

Diseño de un Filtro Butterworth

46

1. Determinar el orden del filtro para las especificaciones:

[nB,WnB]=buttord(Wp,Ws,Rp,Rs)

Wp, **Ws**, **Rp** y **Rs** corresponden a las especificaciones. **WnB**: Frecuencia a -3 dB.

2. Obtener los coeficientes del filtro.

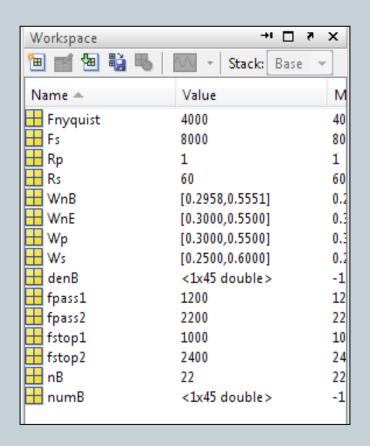
[numB,denB]=butter[nB,WnB]

En el diseño de filtros Pasabanda o rechazo de banda el orden del filtro resulta ser en realidad el doble del especificado por el comando **buttord**.

Ejemplo: Diseño de un filtro Butterworth



```
>> fstop1=1000;
>> fpass1=1200;
>> fpass2=2200;
>> fstop2=2400;
>> Rp=1;
>> Rs=60;
>> Fs=8000;
>> Fnyquist=Fs/2;
>> Ws(1)=fstop1/Fnyquist;
>> Wp(1)=fpass1/Fnyquist;
>> Wp(2)=fpass2/Fnyquist;
>> Ws(2)=fstop2/Fnyquist;
>> [nB,WnB]=buttord(Wp,Ws,Rp,Rs)
nB =
  22
WnB =
  0.2958
          0.5551
>>[numB,denB]=butter(nB,WnB);
```



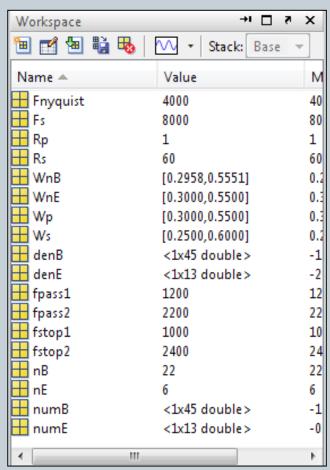
Diseño de un Filtro Elíptico

48

Se realiza un procedimiento similar al caso anterior.

```
>> [nE,WnE]=ellipord(Wp,Ws,Rp,Rs)
nE =
   6
WnE =
   0.3000   0.5500
>> [numE,denE]=ellip(nE,Rp,Rs,Wp);
```

Se puede observar que la cantidad de coeficientes es mucho menor que en el caso de un filtro Butterworth.



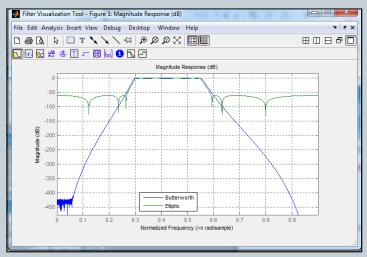
Verificación del Diseño de Filtros

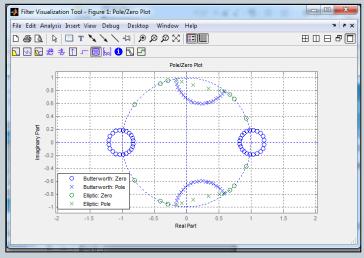
49

Con la herramienta Fytool.

>> fvtool(numB,denB,numE,denE)

Se observa que ambos filtros son estables.

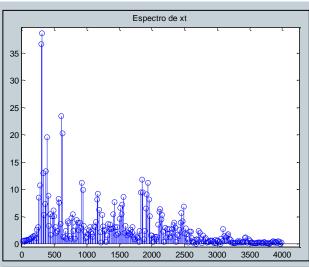


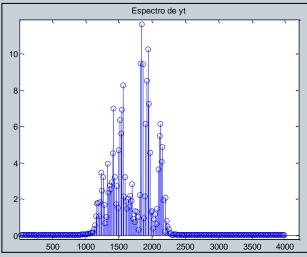


Ejemplo: Filtrando el archivo «tuner1.wav»

(50)

- >> [xt,fs]=wavread('tuner1');
- >> yt=filter(numE,denE,xt);
- >> soundsc(xt,fs)
- >> soundsc(yt,fs)





Llamada a los Comandos de Diseño de Filtros

Los más usuales son los siguientes:

Butterworth – Pasabajas

Elíptico – Pasabajas

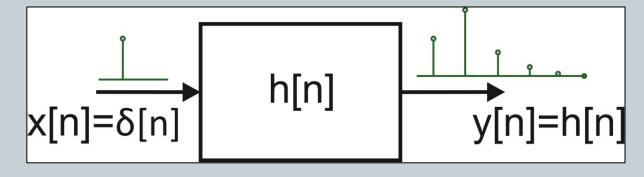
Butterworth – Pasaaltas

Elíptico – Pasaaltas

Diseño de Filtros FIR



FIR: Finite Impulse Response.



Función de transferencia:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M} b_k \cdot z^{-k}$$

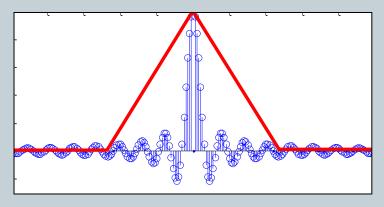
Respuesta en frecuencia:

$$H(\omega) = \sum_{k=0}^{M} b_k \cdot e^{-j \cdot k \cdot \omega}$$

Diseño Mediante Método de Ventanas



Se multiplica la respuesta en el tiempo de un filtro ideal con una función ventana. Truncando la respuesta ideal a un número finito de elementos.



Se realiza mediante el comando:

Dónde:

n: Orden del filtro

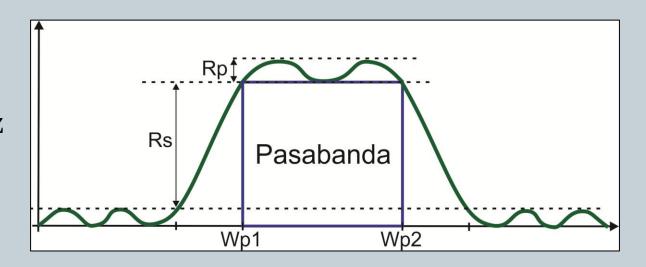
Wp: Vector que contiene las frecuencias de corte. Si sólo tiene un elemento se obtiene un filtro pasabajas y si contiene dos elementos se obtiene un filtro pasabanda.

Ejemplo:

54)

Se diseña un filtro mediante el método de ventanas para las siguientes especificaciones:

Fs=8000 Hz fpass1=2200 Hz fpass2=3200 Hz Rp=1 dB Rs=60 dB Orden=127



Ejemplo:

55

```
>> Fs=8000;

>> Fnyquist=Fs/2;

>> fpass1=2200;

>> fpass2=3200;

>> Rp=1;

>> Rs=60;

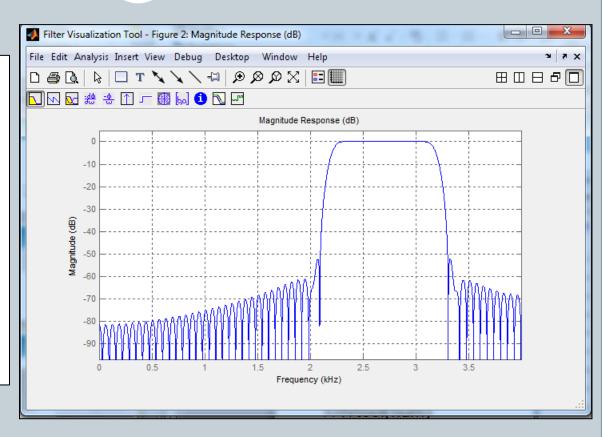
>> Wp(1)=fpass1/Fnyquist;

>> Wp(2)=fpass2/Fnyquist;

>> n=127;

>> num=fir1(n,Wp);

>> fvtool(num)
```

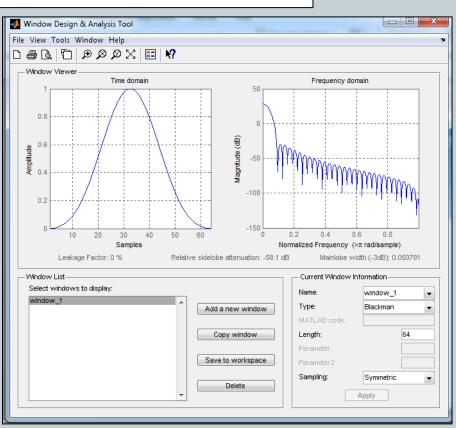


Wintool Para diseño de Funciones Ventana

<u>56</u>)

>> wintool
Initializing Window Design & Analysis Tool done.

Herramienta con interfaz GUI que permite diseñar y visualizar la respuesta en el tiempo y en frecuencia de varios tipos de funciones ventana.

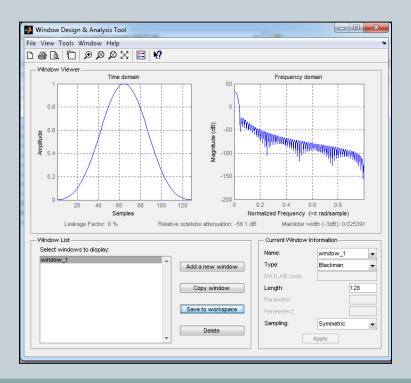


Propiedades de Algunas Funciones Ventana de Longitud M

Tipo	Anchura de Lóbulo Principal	Mínima Atenuación en la Banda de Rechazo	Anchura de Banda de Transición
Rectangular	2·Fs/(2·M+1)	20.9	0.46·Fs/M
Hann	4·Fs/(2·M+1)	43.9	1.55·Fs/M
Hamming	2·Fs/(2·M+1)	54.5	1.55·Fs/M
Blackman	6·Fs/(2·M+1)	75.3	2.78·Fs/M

Diseño de un Filtro FIR Utilizando una Ventana Diseñada Previamente

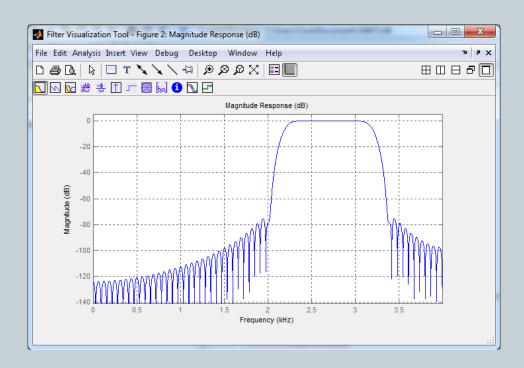
Se diseña la función ventana Blackman de longitud 128 mediante la herramienta wintool y se exporta a Matlab con «Save to workspace». El nombre por defecto es window_1.



Continuación...



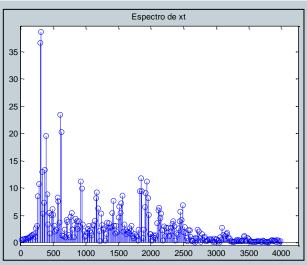
- >> numBlackman=fir1(n,Wp,window_1);
- >> fvtool(numBlackman)

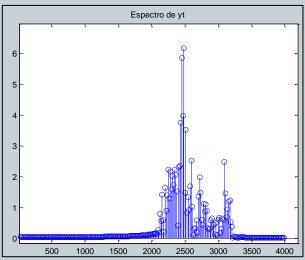


Ejemplo: Filtrando el archivo de audio «tuner1.wav» con el filtro diseñado.



- >> yt=filter(numBlackman,1,xt);
- >> soundsc(xt,Fs)
- >> soundsc(yt,Fs)

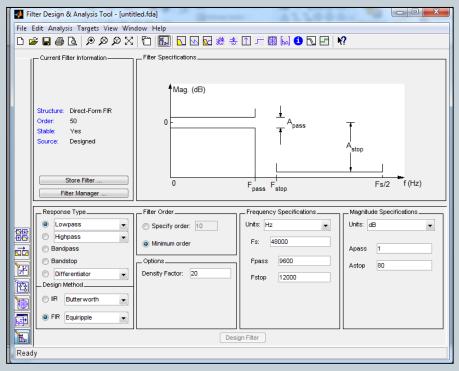




Diseño de Filtros Mediante la Herramienta FDATool

Fdatool (Filter Design and Analysis tool) es una herramienta con interfaz GUI para el diseño de filtros digitales.

>> fdatool



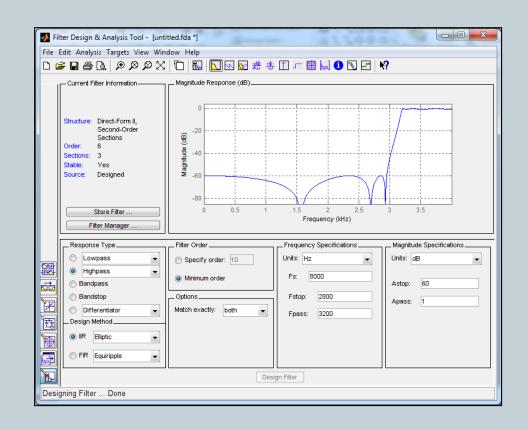
Diseño de un Filtro usando FDATool



Se diseñará un filtro pasaaltas con las siguientes especificaciones:

Pasaaltas
Tipo IIR – Elíptico
Mínimo orden posible
Fs=8000 Hz
Fstop=2800 Hz
Fpass=3200 Hz
Rs=60 dB
Rp=1 dB

Se introducen todas estas Especificaciones en la herramienta y un clic en Design Filter.

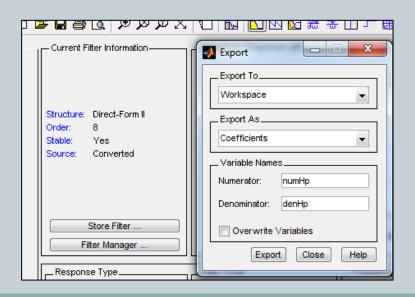


Exportación al Área de Trabajo

63

Se realiza el siguiente procedimiento:

- 1. Clic derecho en «Structure» en el campo «Current filter information» y en seguida se escoge «convert to single section».
- 2. Menú **File>Export...** Se le da nombres al numerador y denominador del filtro. Luego clic en **Export.**



Ejemplo: Filtrando el archivo de audio

«tuner1.Wav»

64)

- >> [xt,Fs]=wavread('tuner1');
- >> yt=filter(numHp,denHp,xt);
- >> soundsc(xt)
- >> soundsc(yt)

