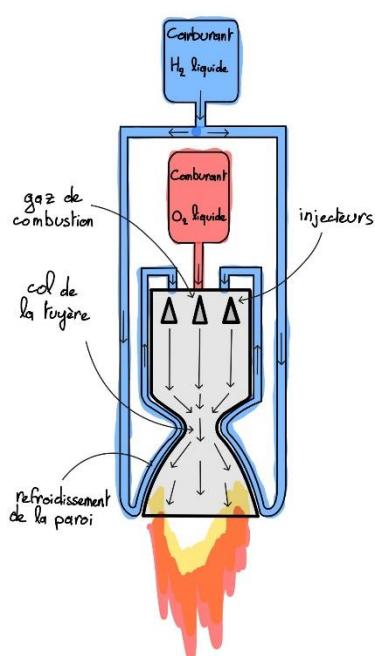


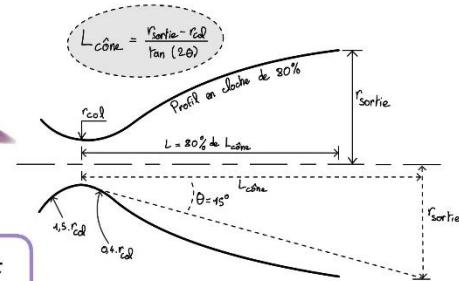
Projet de Transferts thermiques :

Evaluation et prédimensionnement du refroidissement d'une tuyère

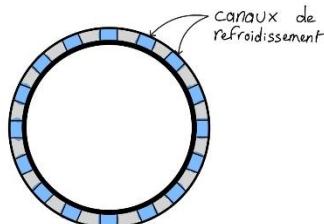


Tuyère à refroidissement régénératif

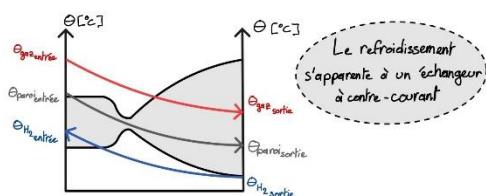
Tuyère de fusée



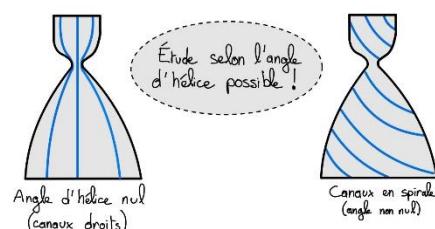
Géométrie de la tuyère



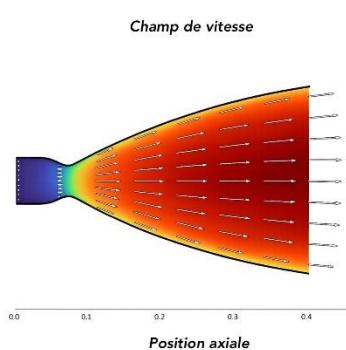
Section de la tuyère



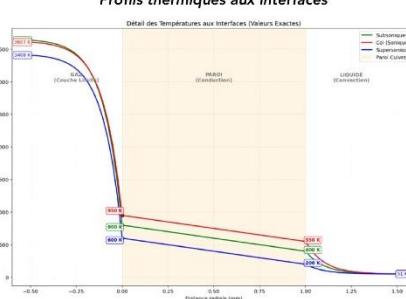
Evolution des températures dans la tuyère



Exemples de résultats issus des simulations



Profils thermiques aux interfaces



Pour plus de simulations,
Scannez - moi !!!



Table des matières

Projet de Transferts thermiques :	1
Evaluation et prédimensionnement du refroidissement d'une tuyère	1
I. Introduction :	3
A. Principe de fonctionnement :	3
1. Le stockage :.....	4
2. L'alimentation (Turbopompes) :	4
3. L'Injection et la Combustion :	4
4. La Tuyère :	4
B. Le Refroidissement :	5
II. Partie 1 : Prédimensionnement d'une tuyère.....	7
A. Equations essentielles :	7
B. Profil de la tuyère (profil de RAO) :	10
C. Géométrie et physique retenues :	11
III. Partie 2 : Evaluation des différentes caractéristiques thermiques	14
Equations essentielles :	14
IV. Partie 3 : Algorithme de discréétisation et calcul par ordinateur	18
V. Partie 4 : Résultats.....	21
VI. Point sur l'utilisation de l'IA	24
VII. Conclusion :	25

I. Introduction :

Ce projet vise à créer un Algorithme unidimensionnel afin de pré dimensionner le système de refroidissement d'une tuyère de fusée à l'aide de la programmation python et de bibliothèques technique comme Cantera ou Coolprop.

Dans ce projet, nous verrons dans un premier temps l'ensemble des équations utiles pour dimensionner une tuyère de fusée et évaluer les différentes caractéristiques des gaz se propageant à l'intérieur.

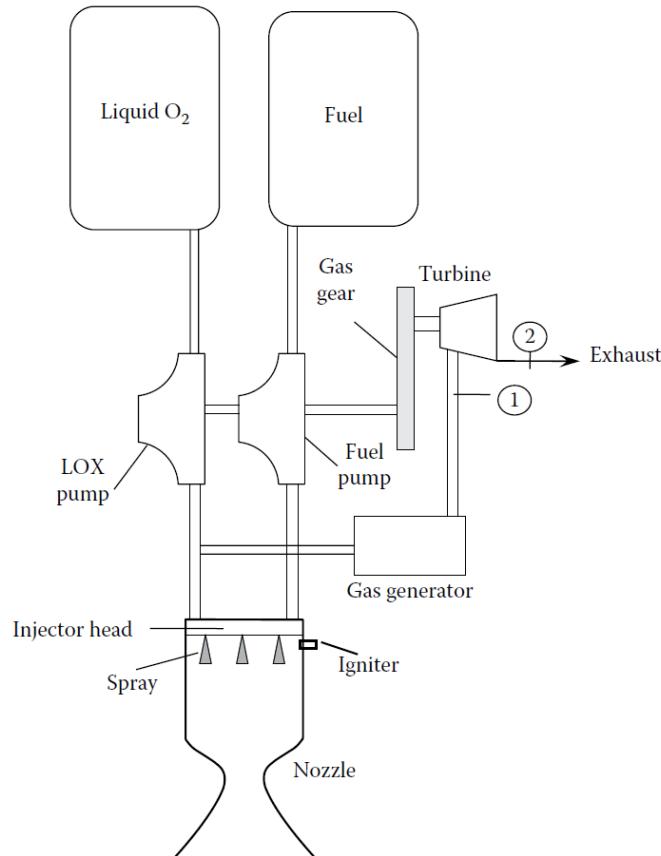
Nous verrons par la suite comment nous avons résolu analytiquement les équations d'échanges de chaleur entre le système de refroidissement et les gaz chauds à l'intérieur de la tuyère.

Nous présenterons l'Algorithme python et ces fonctionnalités.

Enfin, nous discuterons des résultats obtenus avec cet algorithme.

A. Principe de fonctionnement :

Dans un premier temps nous souhaitons rappeler un certain nombre d'informations importantes sur le fonctionnement d'un moteur de fusée dans sa globalité. Ensuite, nous nous attarderons sur le système de refroidissement de la tuyère et de la chambre de combustion.



1. Le stockage :

Contrairement à un moteur de voiture qui puise l'oxygène dans l'air, une fusée doit emporter son propre comburant pour fonctionner dans le vide. On utilise des ergols (le couple carburant + comburant).

- Le Carburant : Souvent de l'hydrogène liquide (LH_2), du kérosène ultrapur ($RP - 1$) ou du méthane (LCH_4).
- Le Comburant : Presque toujours de l'oxygène liquide (LOX).

Ces liquides sont souvent "cryogéniques" (stockés à $-180^{\circ}C$ ou $-250^{\circ}C$) pour rester denses et compacts.

2. L'alimentation (Turbopompes) :

C'est ici que réside la complexité mécanique. Pour que le moteur soit puissant, il faut injecter d'énormes quantités d'ergols dans la chambre de combustion à une pression phénoménale.

Ainsi, les turbopompes aspirent les liquides des réservoirs et les compriment. Pour faire tourner ces pompes, on brûle une petite partie des ergols dans une chambre génératrice de gaz. Les gaz produits font tourner une turbine, qui entraîne les pompes à des dizaines de milliers de tours par minute.

3. L'Injection et la Combustion :

Une fois mis sous pression, les ergols arrivent dans la tête d'injection, située au sommet de la chambre de combustion. L'injecteur est semblable à un pommeau de douche sophistiqué, il pulvérise le carburant et le comburant en fines gouttelettes pour qu'ils se mélangent parfaitement.

Le mélange s'enflamme. La réaction chimique est immédiate et violente. La température grimpe entre $2\ 500\ ^{\circ}C$ et $4\ 500\ ^{\circ}C$, et la pression devient énorme. L'énergie chimique des molécules est alors convertie en énergie thermique (chaleur et pression).

4. La Tuyère :

À ce stade, les gaz sont très chauds mais "statiques" (ils poussent dans toutes les directions). Pour créer un mouvement, il faut les diriger, c'est ici qu'entre en jeu la tuyère. Elle est composée de trois segments différents :

- Le Convergent : Les gaz de combustion y sont accélérés jusqu'à atteindre une vitesse subsonique.
- Le Col de la tuyère : Les gaz sont étranglés dans un passage étroit, ce qui les accélère jusqu'à la vitesse du son. On atteint à cette endroit une vitesse égale à la vitesse du son :

$$Mach = \frac{Vitesse\ des\ gaz}{Vitesse\ du\ son} = 1$$

- Le Divergent : En s'évasant, la tuyère permet aux gaz de se détendre. Dans ce régime supersonique, la détente accélère les gaz à des vitesses importantes.

Selon la 3ème loi de Newton (action-réaction), en éjectant de la masse vers le bas à haute vitesse, la fusée reçoit une force égale vers le haut. C'est ce qu'on appelle la poussée.

B. Le Refroidissement :

Le défi majeur réside dans la résistance des matériaux. Les gaz à l'intérieur et en sortie de chambre de combustion peuvent atteindre des températures comprises entre 2500 °C et 4500°C, soit bien au-delà du point de fusion des métaux les plus résistants (comme le tungstène ou les alliages de cuivre). Sans un système de refroidissement actif ou passif extrêmement performant, la tuyère s'éroderait ou fondrait en quelques secondes.

Pour maintenir l'intégrité structurelle de la paroi, plusieurs stratégies d'ingénierie sont employées :

a) *Le Refroidissement Régénératif (le plus performant)*

C'est la solution standard pour les moteurs à ergols liquides (comme le moteur Merlin de SpaceX ou le Vulcain d'Ariane). Le carburant très froid circule à haute pression dans de fins canaux usinés directement dans la paroi de la tuyère avant d'être injecté dans la chambre de combustion.

L'avantage de ce système est qu'il permet de préchauffer le carburant, améliorant ainsi le rendement énergétique global. L'énergie perdue est réutilisée.

b) *Le Refroidissement par Film ou « Film Cooling »*

Une petite quantité de carburant ou de gaz frais est injectée le long de la paroi interne de la tuyère. Cela crée une couche limite protectrice qui agit comme un bouclier thermique, empêchant les gaz de combustion ultra-chauds d'entrer en contact direct avec la paroi.

c) *Le Refroidissement par Ablation*

Utilisé principalement sur les moteurs à propergol solide ou les moteurs d'étages supérieurs. La paroi interne est recouverte d'un matériau composite (souvent du carbone-phénolique) qui se consume et se vaporise lentement. Ce changement d'état absorbe une quantité massive de chaleur et protège la structure.

d) *Le Refroidissement Radiatif*

La tuyère est fabriquée dans des matériaux capables de supporter de très hautes températures (niobium, carbone-carbone) et évacue la chaleur simplement en rayonnant dans l'espace.

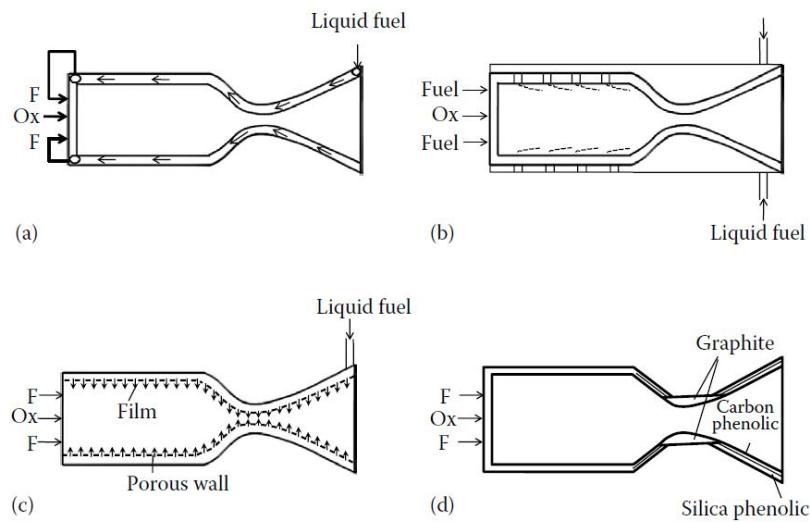


Figure 2: Schémas de système de refroidissement : (a) Refroidissement régénératif, (b) Refroidissement par Film, (c) Refroidissement par transpiration (équivalent à (b)), (d) Refroidissement par Ablation.

II. Partie 1 : Prédimensionnement d'une tuyère

A. Equations essentielles :

Nous établissons tout d'abord un certain nombre d'hypothèses essentielles. Notre gaz est parfait et la réaction à l'intérieur de la chambre de combustion et le déplacement sont isentropiques.

Ainsi nous avons dans un premier temps, l'équation de la conservation de la masse :

$$\dot{m} = \rho v A = \text{constante}$$

Cette équation provient directement du principe fondamental de conservation de la masse, qui stipule que, dans un système fermé ou ouvert en régime stationnaire, la masse ne peut ni être créée ni détruite. Dans le cas d'une tuyère de moteur-fusée, on considère un volume de contrôle différentiel englobant une section de la tuyère. Sous l'hypothèse de régime permanent, le débit massique entrant est égal au débit massique sortant.

L'écoulement est supposé quasi-unidimensionnel, ce qui signifie que toutes les grandeurs thermodynamiques (pression, température, vitesse) sont supposées uniformes sur une section transverse, mais variables selon l'axe longitudinal. Cette hypothèse est classique en analyse de tuyères et validée tant que le rapport longueur/diamètre est suffisamment grand.

Cette équation constitue le socle de toute l'analyse, car elle relie la géométrie de la tuyère à l'évolution des vitesses et des propriétés thermodynamiques. Elle est utilisée implicitement dans la dérivation de la relation aire en fonction du Mach et dans le calcul du débit massique critique au col. On effectue la démonstration suivante :

$$\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (1)$$

Par ailleurs, nous sommes en régime isentropique ($dS=0$), nous avons donc la relation fondamentale suivante :

$$dh = TdS_{nul} + VdP \quad (2)$$

Ainsi que le bilan d'énergie :

$$h + \frac{v^2}{2} = Cst \Rightarrow dh + vdv = 0 \quad (3)$$

Avec v la vitesse, V le volume, A la section, ρ la masse volumique, h l'enthalpie et S l'entropie.

Comme $c^2 = \frac{dP}{d\rho}$ et en combinant mes équations (1), (2) et (3) on obtient :

$$\begin{aligned} vdv + c^2 \frac{d\rho}{\rho} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} &= -\frac{v^2 dv}{c^2 v} = -Ma^2 \frac{dv}{v} \end{aligned}$$

Ce qui nous donne enfin :

$$(1 - Ma^2) \frac{dv}{v} + \frac{dA}{A} = 0$$

Il s'agit de la formule de Hugoniot. Lorsque le nombre de Mach est inférieur à 1, la section diminue, et lorsque le nombre de Mach est supérieur à 1, elle augmente. C'est le principe même d'une tuyère.

On introduit ensuite les équations suivantes :

$$\text{Gaz parfait : } P = \rho r T$$

L'une des équation de Laplace : $C_P - C_V = r$ et $\frac{C_P}{C_V} = \gamma$ ce qui donne $C_P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} r$

$$\text{La célérité du son : } c^2 = \gamma r T = \gamma \frac{P}{\rho}$$

Et enfin les relation isentropiques suivantes par rapport à l'état de référence :

$$\frac{\rho}{\rho_r} = \left(\frac{P}{P_r}\right)^{\frac{1}{\gamma}}; \frac{T}{T_r} = \left(\frac{P}{P_r}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}; \frac{\rho}{\rho_r} = \left(\frac{T}{T_r}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

En combinant l'ensemble de ces relations on obtient :

$$\frac{v^2}{2} + \frac{c^2}{\gamma - 1} = Cst \text{ et } \frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} = Cst$$

On suppose que $v \approx 0$ dans la chambre de combustion :

$$\frac{v^2}{2} + \frac{c^2}{\gamma - 1} = \frac{c_0^2}{\gamma - 1}$$

Où c_0 est la célérité du son dans l'état générateur.

En posant $Ma = \frac{v}{c}$ on obtient :

$$\left(\frac{c_0}{c}\right)^2 = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2$$

Avec $c^2 = \gamma r T$ on obtient :

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2; \frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}; \frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

En reprenant l'équation de la conservation de la masse, on a :

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

Avec A^* la section au col où $Ma = 1$. En particulier, grâce à la donnée $\varepsilon = A_e/A^*$, on détermine le Mach de sortie Ma_e .

De plus, on a pour un gaz parfait et écoulement isentropique devenu sonique en gorge ($M^* = 1$) :

$$\boxed{\dot{m} = p_0 A^* \sqrt{\frac{\gamma}{R T_0}} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$$

Avec p_0, T_0 : pression et température totales en chambre, A^* : aire au col (m^2), γ : rapport des capacités calorifiques, R : constante gaz-spécifique.

Cette relation permet de fixer A^* pour un \dot{m} voulu (ou l'inverse).

À partir des températures totales et du Mach de sortie on arrive à déterminer la vitesse d'éjection isentropique V_e :

$$V_e = M_e a_e = M_e \sqrt{\gamma R T_e}$$

Et, utilisable directement :

$$\boxed{V_e = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} R T_0 \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}}$$

Où p_e est la pression statique à la sortie (liée à M_e via les isentropes).

Loi fondamentale de la poussée :

$$\boxed{F = \dot{m} V_e + (p_e - p_a) A_e}$$

Avec p_a la pression ambiante extérieur.

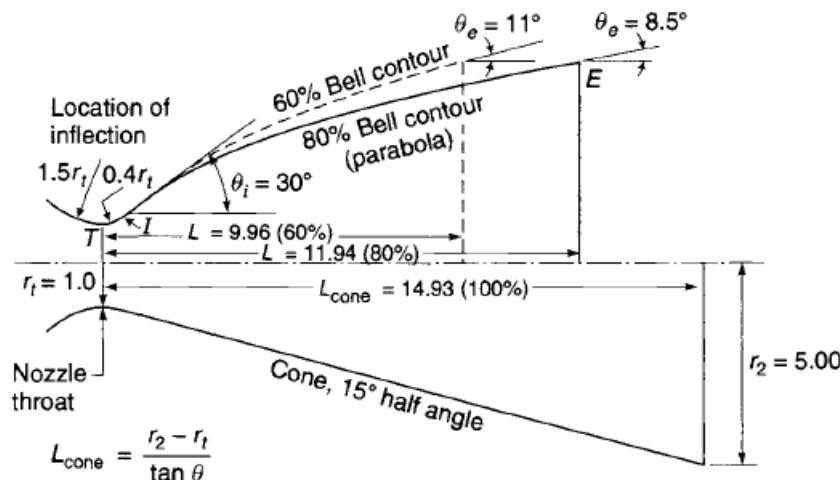
Cette loi permet de connaître la puissance de notre moteur.

B. Profil de la tuyère (profil de RAO) :

Il existe deux principaux profils de tuyère. Le plus simple est le cône. Le plus souvent, le demi-angle de ce cône est fixé à 15°. Les autres caractéristiques sont déterminées par la suite de manière logique :

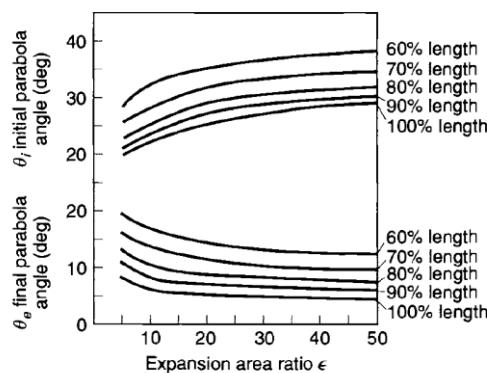
$$L_{cone} = \frac{r_{sortie} - r_{col}}{\tan(\theta)}$$

Pour une optimisation plus poussée, il existe un profil dit de Rao. Ce profil est déterminé à partir d'abaque et selon les caractéristiques suivantes en se basant sur une tuyère conique de demi-angle de 15° :



La longueur de ce profil en forme de cloche est souvent donnée par la fraction de la longueur de la tuyère conique. Un profil de Rao de 80% est une cloche de longueur 80% de la longueur de la tuyère conique.

Pour ce qui est des angles θ_i et θ_e il sont déterminés en fonction des abaques suivantes :



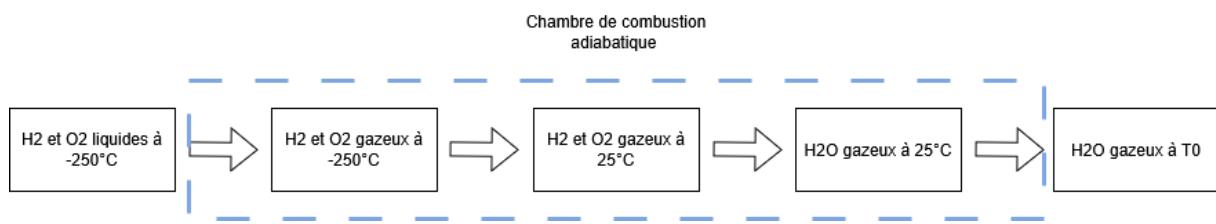
Le choix de celle-ci se fait à partir du coefficient d'expansion $\epsilon = A_e/A^*$ entre l'air au col et l'air à la sortie.

C. Géométrie et physique retenues :

Nous choisissons de réaliser une tuyère théorique afin de tester notre algorithme.

Cette tuyère est petite. Nous faisons le choix d'un moteur fonctionnant à l'hydrogène liquide comme carburant.

Afin de pouvoir étudier les caractéristiques thermiques du gaz, on doit avant tout déterminer la température de référence dans la chambre de combustion. On a donc le calcul thermodynamique suivant, en faisant l'hypothèse d'une chambre de combustion adiabatique :



Ici, nous avons :



Avec la variation d'enthalpie nulle :

$$\Delta h = 0$$

$$\Rightarrow \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 = 0$$

C'est le bilan d'énergie (1er principe) pour la chambre de combustion.

Avec Δh_1 : Enthalpies de vaporisation

enthalpies molaires : $H_2 \rightarrow 0.9 \text{ kJ} \cdot mol^{-1}$ et $O_2 \rightarrow 6.8 \text{ kJ} \cdot mol^{-1}$

Ce qui donne :

$$\Delta h_1 = 4.5 \text{ kJ}$$

Δh_2 : Variation de température des gaz

$$C_p \text{ molaire de } H_2 \text{ et } O_2 \approx 28 \text{ J} \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$$

Ce qui donne :

$$\Delta h_2 = \int_{-250^\circ C}^{25^\circ C} 1.5 \cdot C_p dT = 11.7 \text{ kJ}$$

Δh_3 : Enthalpie de réaction à 25°C

Enthalpies molaires de formation : $\Delta_f h^0(H_2) = \Delta_f h^0(O_2) = 0$ car ce sont des composés simples

$$\Delta_f h^0(H_2O) = -241 \text{ kJ} \cdot mol^{-1}$$

Ce qui donne :

$$\Delta h_3 = -241 \text{ kJ}$$

Δh_4 : Variation de température de la vapeur d'eau

$$C_p \text{ molaire de } H_2O \approx 60 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Ce qui donne :

$$\Delta h_2 = \int_{25^\circ\text{C}}^{T_0} C_p dT = 60 \times (T_0 - 25^\circ\text{C})$$

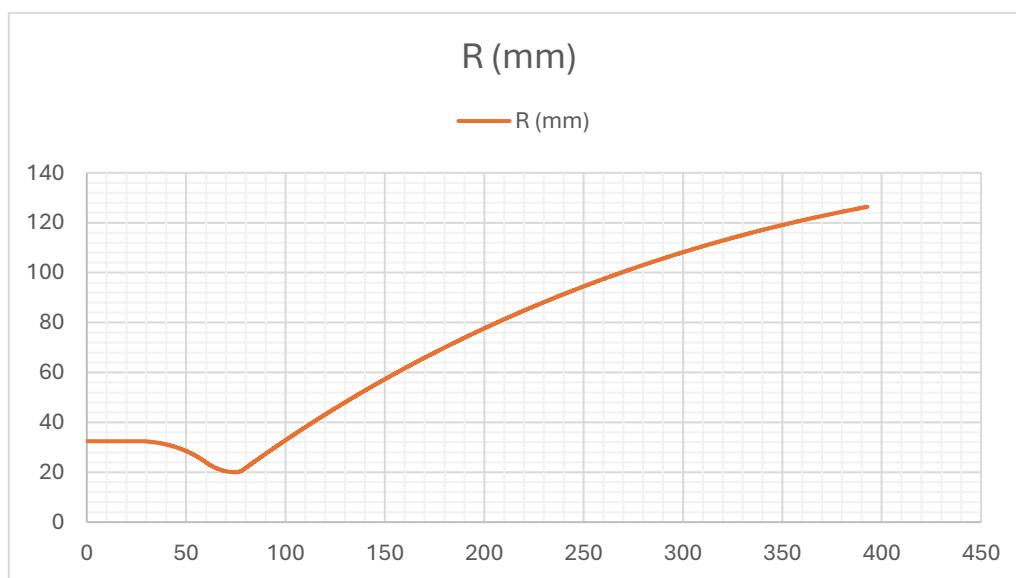
Ainsi, on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 &= 0 \\ \Rightarrow T_0 &= 3770^\circ\text{C} = 4040 \text{ K} \end{aligned}$$

Pour le profil, nous choisissons un profil Rao pour notre tuyère test. Nous prenons les caractéristiques suivantes :

Epsilon (Area factor)	40	
r_{col}	2	cm
r_{sortie}	12,649	cm
$1,5.r_{\text{col}}$	3	cm
$0,38.r_{\text{col}}$	0,76	cm
Demi-angle du cône	15	°
$L_{\text{cône}}$	39,743	cm
$L_{\text{cône}}(80\%)$	31,794	cm
$\Theta_{\text{initial}}(80\%)$	31	°
$\Theta_{\text{final}}(80\%)$	8,5	°

On obtient graphiquement ceci :



Enfin, en utilisant les équations de la partie A, nous avons :

Débit [kg/s]

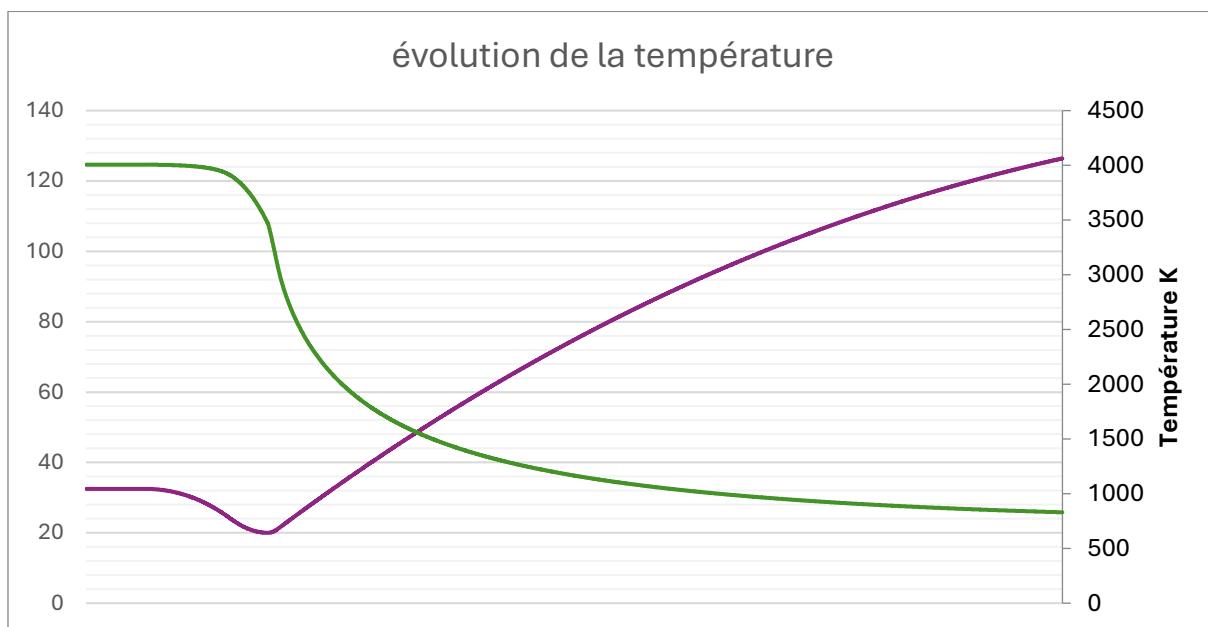
4,608

Et :

Poussée corrigée [kN]

15,672

Avec l'évolution de la température suivante :



III. Partie 2 : Evaluation des différentes caractéristiques thermiques

Equations essentielles :

Le refroidissement régénératif de la tuyère est vu comme un échangeur de chaleur à contrecourant. L'échange thermique au niveau de la paroi se fait entre la température du film et la température de l'hydrogène liquide.

On introduit T_{aw} la température du film au mur adiabatique :

$$T_{aw} = T_g \frac{1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \text{ avec } r = \sqrt{Pr}$$

Cette équation est issue de la théorie de la couche limite compressible. Lorsque le fluide s'écoule à grande vitesse le long d'une paroi, une partie de l'énergie cinétique est dissipée par viscosité dans la couche limite et convertie en énergie interne. La température de la paroi dépend donc non seulement de la température du gaz, mais aussi de la vitesse et des propriétés de transport du fluide.

La température adiabatique de paroi est définie comme la température atteinte par la paroi si le flux thermique net est nul. Le facteur de récupération thermique r traduit la capacité du fluide à transformer l'énergie cinétique en énergie thermique au voisinage de la paroi. Pour les écoulements turbulents, Bartz a montré que $r \approx \sqrt{Pr}$.

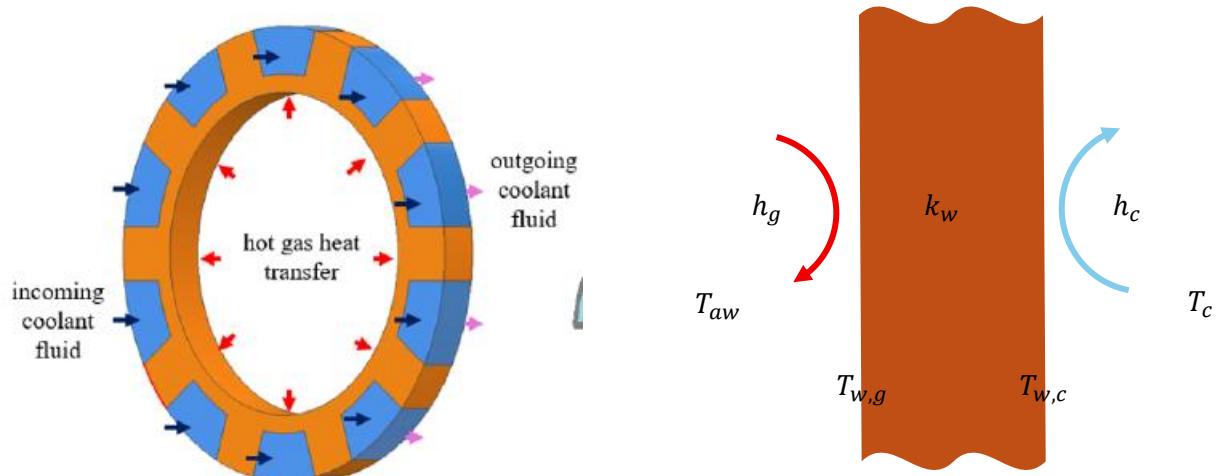
Cette température joue le rôle de température motrice côté gaz dans le bilan thermique et constitue une grandeur clé pour le dimensionnement thermique des tuyères.

$$q = \frac{T_{aw} - T_c}{\frac{1}{h_g} + \frac{t_w}{k_w} + \frac{1}{h_c}}$$

Cette équation est obtenue par analogie avec un réseau de résistances thermiques en série. Le transfert thermique entre le gaz chaud et le fluide de refroidissement se fait successivement par convection côté gaz, conduction à travers la paroi, puis convection côté refroidissement.

Chaque mécanisme est modélisé par une résistance thermique : $1/h_g$ pour la convection gaz, t_w/k_w pour la conduction dans la paroi, et $1/h_c$ pour la convection côté refroidissement. En régime stationnaire, le flux thermique est identique à travers chaque couche.

La différence de température motrice est donc répartie sur ces résistances, ce qui conduit directement à l'expression du flux thermique par la loi d'Ohm thermique. Cette équation est le cœur du couplage thermo-fluidique du modèle.



$$h_g = C \left(\frac{\mu^{0.2} \cdot c_p}{Pr^{0.6}} \right) \cdot \left(\frac{p_c}{D_t} \right)^{0.8} \cdot \left(\frac{A_t}{A} \right)^{0.9} \cdot \sigma$$

Cette équation est une **corrélation empirique semi-théorique**, développée par D. R. Bartz en 1957 à partir d'essais expérimentaux sur moteurs-fusées. Elle vise à estimer le coefficient de convection thermique entre les gaz chauds et la paroi interne de la tuyère, là où les gradients thermiques et de vitesse sont extrêmes.

La construction de la corrélation repose sur une analogie entre le transfert de chaleur turbulent et le transfert de quantité de mouvement dans la couche limite compressible. Bartz s'appuie sur la théorie de la couche limite turbulente, combinée à des résultats expérimentaux, pour identifier les dépendances dominantes.

Le terme en $\mu^{0.2} c_p / Pr^{0.6}$ provient des lois de similitude reliant le nombre de Nusselt aux nombres de Reynolds et de Prandtl. La dépendance en pression de chambre $p_c^{0.8}$ reflète l'augmentation de la densité et donc de l'intensité des échanges convectifs.

Le rapport de sections $(A_t/A)^{0.9}$ introduit l'effet de l'accélération du jet et de l'amincissement de la couche limite dans la partie divergente. Le facteur correctif σ permet de tenir compte des variations de propriétés thermophysiques entre le cœur de l'écoulement et la paroi.

$$\sigma = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{T_w}{T_0} \right) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{0.68}$$

Le facteur σ est introduit par Bartz pour corriger l'hypothèse implicite de propriétés constantes dans la couche limite. En réalité, les propriétés du gaz varient fortement entre le cœur de l'écoulement et la paroi, notamment à cause des très hautes températures rencontrées dans les moteurs-fusées.

Bartz a montré que la viscosité et la conductivité thermique, très dépendantes de la température, modifient l'épaisseur de la couche limite et donc le flux thermique. Le facteur σ est

issu d'un ajustement empirique sur des données expérimentales, visant à corriger le coefficient de convection pour tenir compte de ces variations.

La dépendance en T_w/T_0 traduit l'influence directe de la température de paroi sur les propriétés locales du gaz, tandis que le terme en Mach intègre les effets compressibles. Cette correction est particulièrement importante dans la zone du col et dans le divergent proche.

$$q = k_w \frac{T_{w,g} - T_{w,c}}{t_w}$$

Cette équation est une application directe de la loi de Fourier de la conduction thermique en régime stationnaire unidimensionnel. On considère un élément infinitésimal de paroi de la tuyère, d'épaisseur t_w , soumis à un gradient thermique entre la face chaude et la face froide.

L'hypothèse clé est que la conduction est quasi-plane localement, ce qui est valide tant que l'épaisseur de la paroi est faible devant le rayon local de la tuyère. Dans ce cadre, le flux thermique est proportionnel au gradient de température et à la conductivité thermique du matériau.

Cette équation constitue le lien entre les températures de paroi côté gaz et côté refroidissement, et permet de fermer le système d'équations lorsque le flux thermique est connu via l'équation (13).

$$\dot{m}_c c_{p,c} \frac{dT_c}{dx} = qP$$

Cette équation provient de la première loi de la thermodynamique appliquée à un volume de contrôle mobile, suivant l'écoulement du fluide de refroidissement. On considère un tronçon différentiel de canal de refroidissement de longueur dx .

L'énergie reçue par le fluide provient exclusivement du flux thermique traversant la paroi. Sous l'hypothèse de régime stationnaire, sans travail mécanique ni variation d'énergie cinétique significative, l'augmentation d'enthalpie du fluide est égale à la chaleur reçue.

Le terme $qPdx$ représente la puissance thermique transmise sur le périmètre mouillé P . Cette équation permet de calculer l'élévation progressive de la température du fluide le long de la tuyère et de vérifier les marges vis-à-vis de l'ébullition ou de la dégradation thermique.

$$\eta_f = \frac{\tan h(mL)}{mL} \text{ avec } m = \sqrt{\frac{2h_c}{k_w t_f}}$$

Cette équation est issue de la théorie des ailettes droites en régime stationnaire. Les canaux de refroidissement agissent comme des ailettes, augmentant la surface d'échange thermique entre la paroi et le fluide de refroidissement.

La dérivation part de l'équation différentielle de la conduction dans une ailette soumise à une convection uniforme sur ses faces latérales. En résolvant cette équation avec des conditions aux limites adiabatiques à l'extrémité, on obtient l'expression du rendement d'ailette.

Le rendement η_f représente le rapport entre le flux thermique réel et le flux qui serait échangé si toute l'ailette était à la température de base. Il permet de corriger le flux thermique effectif côté refroidissement.

$$q_{eff} = \eta_f q$$

Cette équation est une conséquence directe de l'introduction de l'efficacité d'ailette dans le bilan thermique global. Le flux thermique calculé sans tenir compte de la géométrie réelle des canaux surestime la capacité d'échange thermique.

En multipliant le flux théorique par le rendement d'ailette, on obtient un flux effectif compatible avec la géométrie réelle. Cette étape est indispensable pour un dimensionnement plus réaliste des systèmes de refroidissement régénératif.

Cette équation clôt le système et permet d'obtenir des températures de paroi et de fluide de refroidissement physiquement cohérentes avec les contraintes matérielles.

IV. Partie 3 : Algorithme de discrétisation et calcul par ordinateur

Le programme a pour objectif de modéliser le comportement thermo-fluidique d'une tuyère de moteur-fusée refroidie, en combinant un modèle d'écoulement compressible quasi-unidimensionnel et un modèle de transfert thermique couplé gaz-paroi-fluide de refroidissement. Il s'agit d'un outil de prédimensionnement, destiné à estimer les grandeurs thermiques critiques le long de la tuyère à partir de sa géométrie.

Le calcul débute par la lecture d'un fichier CSV contenant le profil géométrique de la tuyère, discrétisé le long de l'axe longitudinal. Chaque point est défini par sa position axiale et par la section locale. À partir de ce profil, le programme identifie automatiquement la section minimale, correspondant au col de la tuyère, et en déduit la section critique A*.

Pour chaque section discrétisée, le programme calcule ensuite le nombre de Mach local. Ce calcul repose sur l'inversion numérique de la relation aire-Mach issue de la théorie des écoulements isentropiques compressibles. Selon que la section est située en amont ou en aval du col, la branche subsonique ou supersonique de la solution est sélectionnée.

Nous avons donc :

$$f(M) = \frac{A}{A^*}$$

Où :

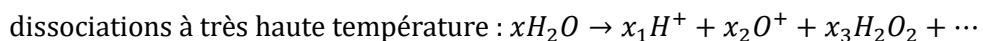
$$f(M) = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$$

Pour obtenir M , on résout :

$$f(M) - \frac{A}{A^*} = 0$$

Une fois le nombre de Mach connu, le programme calcule les grandeurs thermodynamiques locales du gaz chaud. En supposant un écoulement adiabatique et quasi-isentropique, la température statique et la pression locale sont obtenues à partir des relations isentropiques reliant ces grandeurs à la température et à la pression totales de chambre. Ces relations permettent de décrire l'évolution du champ thermique du gaz le long de la tuyère.

Les propriétés thermophysiques du gaz (chaleur spécifique, viscosité dynamique, conductivité thermique, nombre de Prandtl) sont ensuite calculées à l'aide des packages python Cantera et Coolprop, en considérant un mélange réactionnel issu de la combustion LOX/LH₂ à l'équilibre chimique. Cette étape permet d'intégrer l'effet de la dissociation et de la variation des propriétés avec la température.



Pour cela le package Cantera utilise la formule de Wilke pour un mélange gazeux :

$$\mu_{mix} = \sum_i \frac{x_i \mu_i}{\sum_j x_j \Phi_{ij}} \text{ avec } \Phi_{ij} = \frac{(1 + \sqrt{\mu_i / \mu_j} (M_j / M_i)^{1/4})^2}{\sqrt{8(1 + M_i / M_j)}} \text{ pour la viscosité dynamique}$$

où M_i sont les masses molaires des différentes espèces

Coolprop est utilisé pour les propriétés de l'hydrogène liquides qui est stocké à -250°C.

À partir du nombre de Mach et du nombre de Prandtl, le programme calcule la température adiabatique de paroi. Cette température représente la température limite que la paroi atteindrait en l'absence de transfert thermique net, et constitue la température motrice côté gaz pour le calcul du flux thermique.

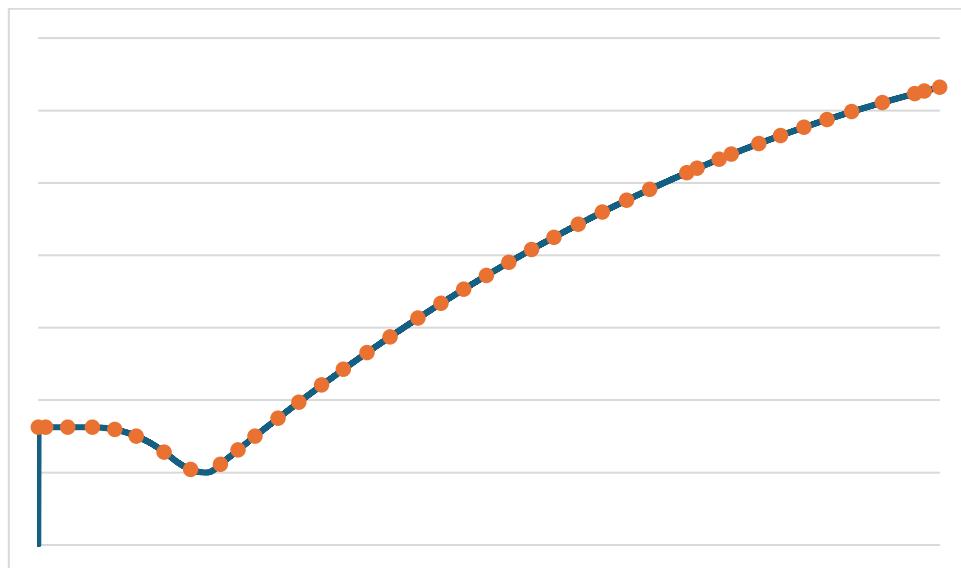
Le coefficient de convection côté gaz est ensuite évalué à l'aide de la corrélation de Bartz, largement utilisée pour les moteurs-fusées. Le facteur correctif est introduit pour tenir compte des variations de propriétés dans la couche limite.

Le programme assemble la résistance de convection côté gaz, la résistance de conduction dans la paroi, et la résistance de convection côté fluide de refroidissement. Le flux thermique traversant la paroi est alors obtenu par division de la différence de température motrice par la résistance thermique totale.

La température de la paroi est calculée à partir de ce flux thermique, en distinguant la face chaude (côté gaz) et la face froide (côté refroidissement). Le programme vérifie ainsi les niveaux de température atteints dans le matériau de la tuyère, ce qui permet d'évaluer les marges thermiques.

Le fluide de refroidissement, supposé être de l'hydrogène liquide dans une première approximation monophasique, est modélisé par un bilan énergétique unidimensionnel. À chaque pas axial, l'élévation de température du fluide est calculée à partir de la puissance thermique reçue et du débit massique de refroidissement.

$$T_{c,i+1} = T_{c,i} + \frac{q_i P \Delta x}{\dot{m}_{c,i} c_{p,c,i}}$$



Lorsque la géométrie des canaux de refroidissement le nécessite, un rendement d'ailette est appliqué afin de corriger le flux thermique effectif. Cette correction permet de prendre en compte l'efficacité réelle des surfaces d'échange et d'éviter une surestimation du refroidissement.

Enfin, le programme stocke l'ensemble des grandeurs calculées (Mach, température du gaz, température de paroi, température du fluide de refroidissement) et génère des graphiques représentant leur évolution le long de la tuyère. Ces résultats permettent d'analyser les zones critiques, notamment autour du col, où les flux thermiques sont maximaux.

L'ensemble du calcul repose sur des hypothèses explicitement posées : régime stationnaire, écoulement quasi-unidimensionnel, transfert thermique dominé par la convection, et absence de rayonnement. Dans ce cadre, le programme fournit une estimation cohérente et physiquement fondée du comportement thermique d'une tuyère refroidie, utilisable pour des études de conception préliminaire.

V. Partie 4 : Résultats

Voici à la suite des exemples de simulations obtenables via notre code python et notre site web Steamlit. Pour visualiser et faire afficher vos propres résultats, veuillez vous rendre sur le lien suivant : [lien](#).

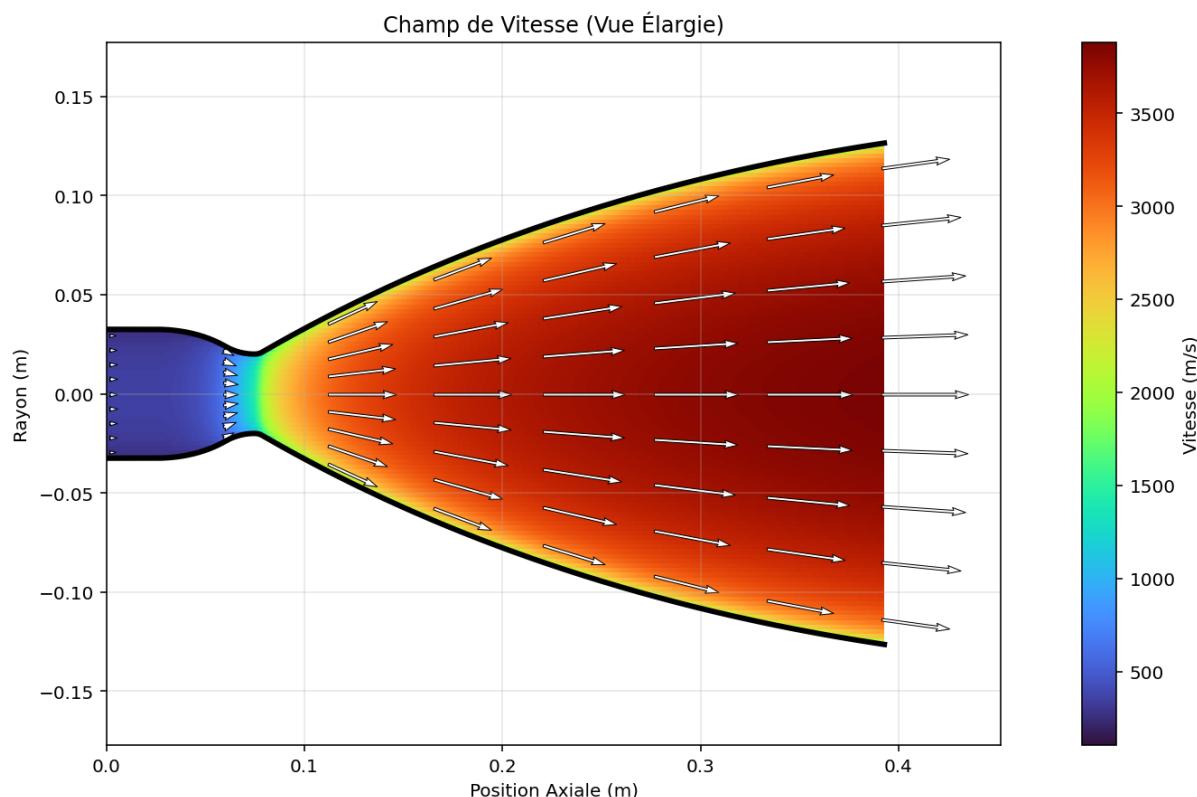


Figure 1: Champ de vitesse 2D

La *Figure 1* illustre la simulation d'un écoulement au sein d'une tuyère de type Laval (convergent-divergent).

- **Zone Convergente** : Le gaz subit une accélération progressive tout en restant subsonique (bleu/vert).
- **Le Col** : Comme attendu théoriquement, la condition critique est atteinte au niveau du col (section minimale), où la vitesse du gaz devient supersonique (nombre de Mach = 1), illustrée par la transition vers les zones jaune/orangé.
- **Zone Divergente** : Au-delà du col, la tuyère permet une détente isentropique continue, propulsant le gaz à des vitesses supersoniques atteignant environ 3 500 m/s en sortie (zone rouge foncé).

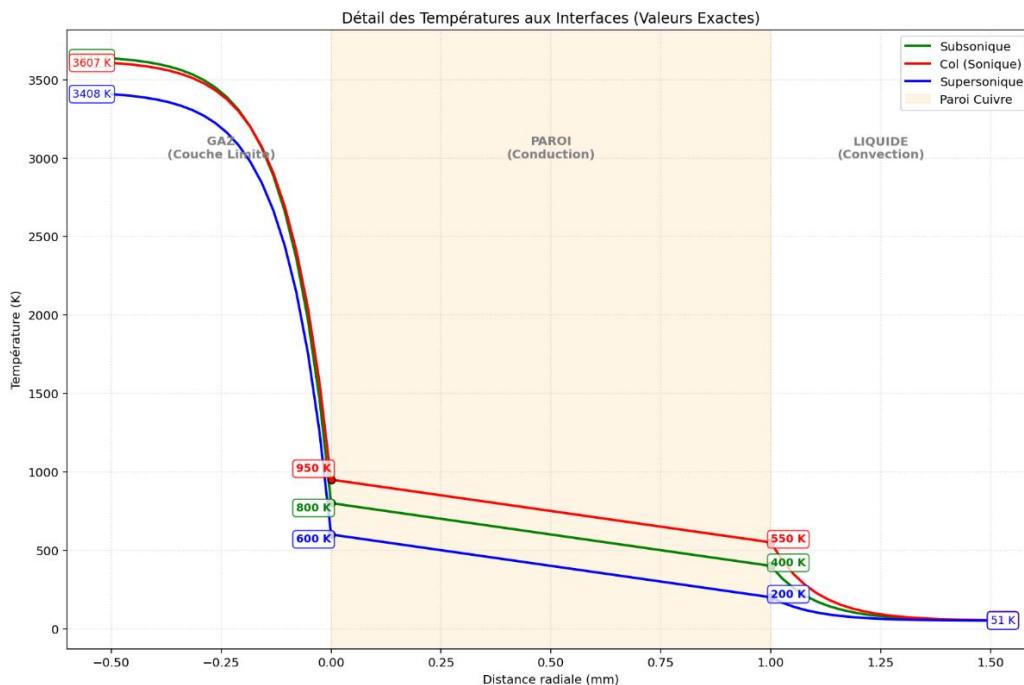


Figure 2: Profils thermiques aux interfaces

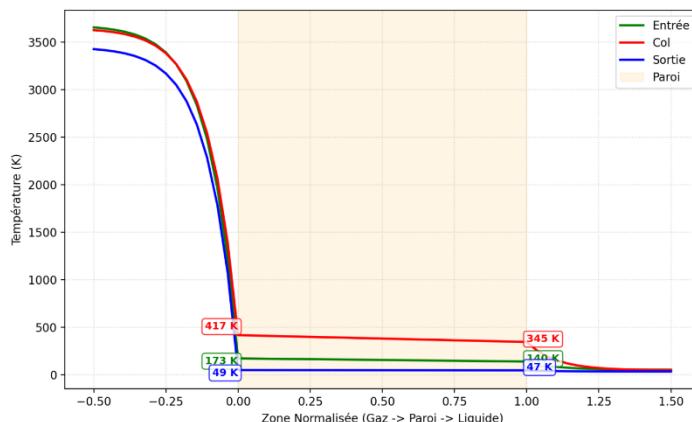


Figure 3 : Profils Thermiques aux Interfaces, canaux droits

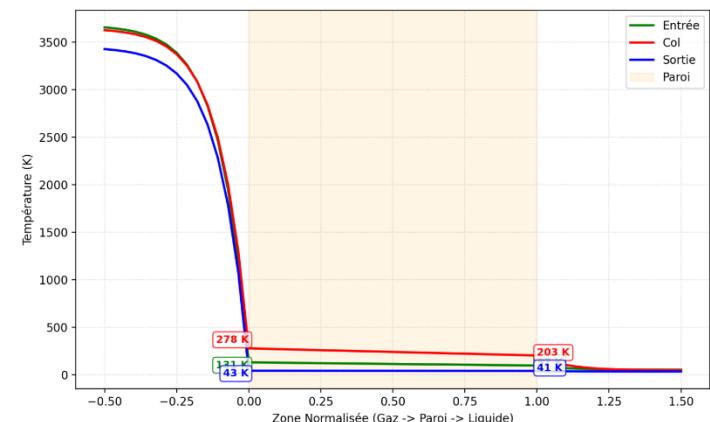


Figure 4 : Profils Thermiques aux Interfaces, canaux en spirale

La comparaison entre les canaux droits (Figure 3) et les canaux en spirale (Figure 4) révèle l'impact significatif de l'inclinaison sur l'efficacité du refroidissement régénératif. Pour des conditions données, la seule modification de l'inclinaison des canaux permet de réduire les gradients de température. En effet, l'inclinaison des canaux (configuration spirale) induit une augmentation du temps de séjour : le trajet du fluide étant plus long pour une même longueur de tuyère, il absorbe davantage de chaleur. De même, en modifiant le nombre et les dimensions des canaux, il est possible d'observer les variations de température.

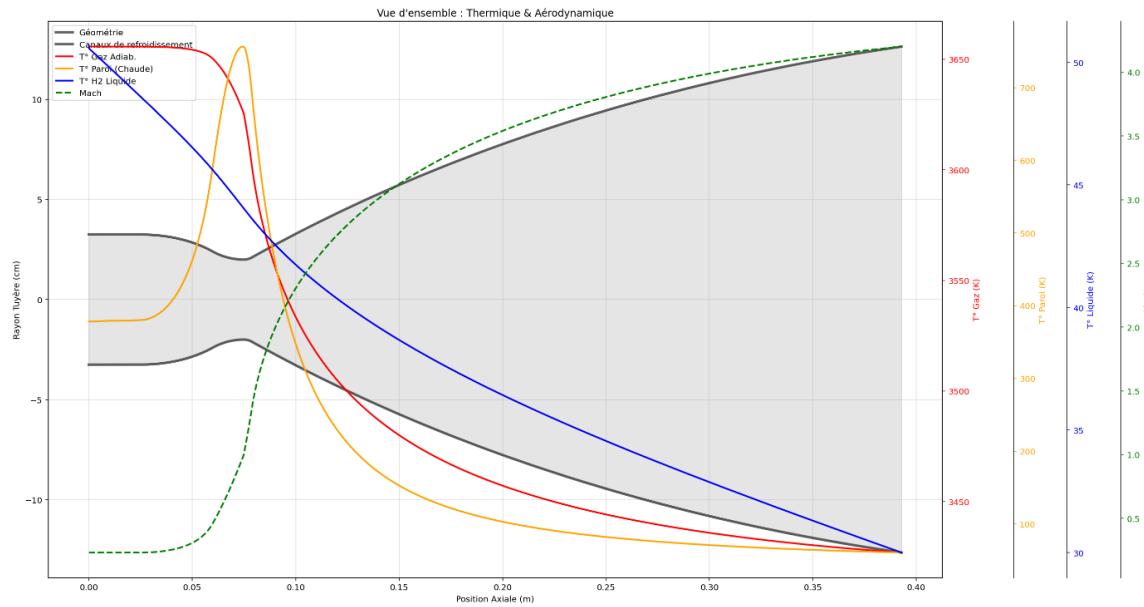


Figure 5 : Vue d'ensemble, températures et Mach

Ce graphique permet de résumer les deux précédents, en tout point de la tuyère.

VI. Point sur l'utilisation de l'IA

Dans le cadre de ce projet, nous nous sommes aidés d'IA. Cela nous a majoritairement permis de trouver plus aisément des sources sur un domaine aussi spécifique que l'ingénierie spatiale, mais aussi pour trouver des banques de données sur les fluides étudiés et leurs propriétés selon les évolutions de températures, vitesses et pressions. De plus, l'IA nous a assistée pour la création du code python et de son lien au site permettant à n'importe qui d'afficher les résultats de simulation selon ses paramètres choisis (voir [ce lien](#) ou le QR code sur l'affiche). Enfin, elle nous a permis de détourer une image de graphique pour l'affiche.

VII. Conclusion :

Ce projet avait pour objectif de mettre en place un outil de prédimensionnement thermo-fluidique d'une tuyère de moteur-fusée refroidie, basé sur un modèle d'écoulement compressible quasi-unidimensionnel et un modèle d'échanges thermiques couplés gaz-paroi-fluide de refroidissement. À partir d'un profil géométrique discrétré, l'algorithme Python développé calcule la distribution du Mach (via inversion de la relation aire-Mach), puis en déduit les grandeurs thermodynamiques locales par relations isentropiques. Les propriétés des gaz issus de la combustion LOX/LH₂ sont intégrées de manière plus réaliste grâce à Cantera, tandis que celles de l'hydrogène liquide côté refroidissement sont obtenues via CoolProp.

Sur le plan thermique, la tuyère est modélisée comme un échangeur, avec une température motrice côté gaz définie par la température adiabatique de paroi, et un flux déterminé par une chaîne de résistances (convection gaz, conduction paroi, convection côté refroidissement). L'utilisation de la corrélation de Bartz pour estimer le coefficient d'échange côté gaz permet d'identifier les zones critiques, en particulier autour du col où les sollicitations thermiques sont maximales. Les sorties graphiques obtenues (champs de vitesse, profils thermiques aux interfaces, vue d'ensemble Mach/températures) montrent que la géométrie des canaux de refroidissement (inclinaison en particulier) influence directement les gradients de température et donc les marges thermiques accessibles pour un même point de fonctionnement.

Enfin, ce travail met en évidence l'intérêt d'un modèle 1D pour comparer rapidement des configurations et guider des choix de conception préliminaires. Il reste néanmoins limité par les hypothèses retenues : régime stationnaire, écoulement quasi-isentropique, transferts dominés par la convection (rayonnement négligé), et modélisation simplifiée du refroidissement (approche unidimensionnelle et, dans une première approximation, monophasique). Des prolongements naturels seraient une prise en compte plus complète des changements de phase du fluide de refroidissement, une validation sur données de référence, ainsi qu'un couplage avec une approche 2D/3D (CFD ou corrélations enrichies) et une vérification thermo-mécanique des contraintes dans la paroi, afin de passer du prédimensionnement à une démarche de conception plus robuste.



VIII. Sources

Ballard, R. O. (2014). *Liquid Propulsion Systems - Evolution and Advancements*. NASA Marshall Space Flight Center. Lien :
<https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20140002716/downloads/20140002716.pdf>

Hagemann, G., & Immich, H. (2006). *Advanced Rocket Engines (RTO-EN-AVT-150)*. NATO / Macro Inc. Lien : <https://www.macro-inc.com/NASADocs/AdvanceRocketEnginesEN-AVT-150-06.pdf>

Harper, B., et al. (2004). *Analysis of Regen Cooling in Rocket Combustors*. NASA / Purdue University. Lien : <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20040075891/downloads/20040075891.pdf>

MIT Rocket Team. (s.d.). *Topic 5: Engine Cooling Design*. MIT Wiki. Lien :
<https://wikis.mit.edu/confluence/display/RocketTeam/Topic+5%3A+Engine+Cooling+Design>

Pavli, A. J., et al. (1966). *Design and Cooling Performance of a Dump-Cooled Rocket Engine*. NASA Lewis Research Center. Lien :
<https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19660022898/downloads/19660022898.pdf>

TechSight. (2024, 9 janvier). *F-1 Rocket Engine – Animated Schematic*. Lien :
<https://techsight.co/index.php/2024/01/09/f-1-rocket-engine-animated-schematic/>