信息学奥赛模拟

2022.8.14

一、题目概况

题目名称	斐波那契	区间	树	数列
题目英文名称	Fibonacci	Range	Tree	Array
输入文件名	fibonacci.in	range.in	tree.in	array.in
输出文件名	fibonacci.out	range.out	tree.out	array.out
每个测试点时限	1s	2s	1s	1s
测试点数目	10	20	10	10
每个测试点分值	10	5	10	10
结果比较方式	全文比较(过滤行末空格和文末回车)			
题目类型	传统题	传统题	传统题	传统题
运行内存上限	256 Mb	256 Mb	256 Mb	256 Mb

二、提交源程序文件名

对于 C 语言	fibonacci.c	range.c	tree.c	array.c
对于 C++语言	fibonacci.cpp	range.cpp	tree.cpp	array.cpp

三、注意事项

- 1. 文件名(程序名和输入输出名)必须用英文小写。
- 2. C/C++中函数 main 的返回值类型必须为 int, 程序正常结束返回值必须是 0。
- 3. 评测时开启 02 优化开关, 开放栈空间限制至题目内存限制。
- 4. 不保证题目难度按照编号顺序排序。
- 5. 祝考试顺利



1. 斐波那契

(fibonacci.c/cpp)

【问题描述】

相信大家对斐波那契数列都很熟悉。

$$f(1) = 1, f(2) = 1$$

$$f(n) = f(n-1) + f(n-2) \quad (n \ge 3)$$

小 A 想求出斐波那契数列第 x 项到第 y 项的和的后四位(无需输出前导 θ),即

$$\sum_{i=x}^{y} f(i) \mod 10^4$$

多组数据。

【输入格式】

输入文件名为 fibonacci.in。

第一行,一个整数 T,表示数据组数;

接下来 T 行,每行表示一组数据;每行两个数 x,y,含义如题目所述。

【输出格式】

输出文件名为 fibonacci.out。

输出共 T 行;对于每组数据,输出一行表示答案。

【输入输出样例】

fibonacci.in	fibonacci.out
1	12
1 5	

【数据规模与约定】

测试点	数据范围
1-8	$T = 1, 1 \le x \le y \le 10^6$
9-10	$1 \le T \le 1000, 1 \le x \le y < 2^{31}$

2. 区间

(range.c/cpp)

【问题描述】

小 A 得到了一个长度为 n 的正整数序列 S_i , 下标编号从 1 开始。

小 A 定义每一个区间的和谐值为这个区间内所有数的乘积; 当然这个乘积可能很大, 因此对 P 取模后得到最终的和谐值。

 ΛA 想知道,所有长度为 k 的区间的和谐值的异或和。

【注意】区间必须连续。

【输入格式】

输入文件名为 range.in。

第一行, 三个数 n, k, P, 分别表示序列长度、给定的区间长度、模数;

第二行,四个整数 A,B,C,D。你可以用这四个整数生成整个序列,具体方式如下:

$$S_1 = A, S_i = (B \cdot S_{i-1} + C) \mod D \quad (i > 1)$$

【输出格式】

输出文件名为 range.out。

输出一行,一个数,表示所有长度为 k 的区间的和谐值的异或和。

【输入输出样例】

range.in	range.out
4 2 10	4
5 1 1 10	

【数据规模与约定】

测试点	数据范围
1-4	$1 \le n \le 1000$
5-10	$1 \le n \le 2 \times 10^5$
11-14	$1 \le n \le 2 \times 10^6, n - k \le 10$
15-20	$1 \le n \le 2 \times 10^7$

对于 100% 的数据, $1 \le k \le n, 0 \le A, B, C < D \le 10^9, 1 \le P \le 10^9$;

存在 50% 的数据,保证 P 是质数。

3. 树

(tree.c/cpp)

【问题描述】

小 A 拿到了一棵 n 个点的有根树,节点编号为 1 到 n,第 i 号节点的权值为 w_i 。 这棵树比较奇怪,每个叶子节点都是根节点的父亲(叶子节点与根节点之间有连边)。 根节点默认编号为 1。我们需要最小化从 u 到 v 的路径上的节点权值之和,并在最小化节点权值之和的同时,求出这个路径上可能的节点的最大权值。

【输入格式】

输入文件名为 tree.in。

第一行两个整数 n 与 q,分别表示树节点个数与询问个数;

第二行 n-1 个整数 A_i , 表示 i+1 号节点的父亲为 A_i ;

第三行 n 个正数 w_i , 表示每个节点的权值;

接下来 q 行, 每行两个整数 u,v, 表示一组询问。

【输出格式】

输出文件名为 tree.out。

对于每组询问输出一行,两个整数 x,y,用空格隔开; x 表示 u 到 v 的权值最小的路径权值和; y 表示这条路径上点权最大值。若有多个权值和相同的路径,输出那个点权最大值最大的。

【输入输出样例】

tree.in	tree.out
5 1	1373 960
1 2 3 4	
413 127 263 869 960	
1 5	

【数据规模与约定】

测试点	数据范围
1-3	$1 \le n \le 300, 1 \le q \le 1000$
4-5	$1 \le n \le 2000, 1 \le q \le 10^4$
6-10	$1 \le n, q \le 10^5$

对于 100% 的数据, $0 \le w_i \le 10^9$ 。

4.数列

(array.c/cpp)

【问题描述】

小 T 最近在学着买股票,他得到内部消息: F 公司的股票将会疯涨。股票每天的价格已知是正整数,并且由于客观上的原因,最多只能为 N。在疯涨的 K 天中小 T 观察到: 除第一天外每天的股价都比前一天高,且高出的价格(即当天的股价与前一天的股价之差)不会超过 M, M 为正整数。并且这些参数满足 M(K-1) < N。小 T 忘记了这 K 天每天的具体股价了,他现在想知道这 K 天的股价有多少种可能,输出答案对 P 取模的值。

【输入格式】

输入文件名为 array.in。

只有一行用空格隔开的四个数: N、K、M、P。

【输出格式】

输出文件名为 array.out。

仅包含一个数、表示这 K 天的股价的可能种数对于 P 取模的值。

【输入输出样例】

array.in	array.out
7 3 2 997	16

【样例解释】

输出样例的 16 表示输入样例的股价有 16 种可能:

- $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\},$
- $\{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{2, 4, 6\},$
- $\{3, 4, 5\}, \{3, 4, 6\}, \{3, 5, 6\}, \{3, 5, 7\},$
- $\{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 6, 7\}, \{5, 6, 7\}$

【数据规模与约定】

对于 30% 的数据, $1 \le n, m, k, P \le 20000$;

对于 100% 的数据, $1 \le m, k, P \le 10^9, 1 \le n \le 10^{18}$ 。