

动态规划练习





1. 苹果

你要在 n 个位置中放一些苹果，每个位置放置的苹果数必须在 $1-m$ 之间。假设第 i 个位置放置 a 个苹果，第 $i+1$ 个位置放置 b 个苹果，那么必须有 $a \leq b$ 或 $(a \bmod b) > 0$ 。你想知道有多少种放置方案。答案对 998244353 取模。

对于 100% 的数据， $1 \leq n, m \leq 100000$ 。



2. LEQ and NEQ

有 n 个位置，每个位置上的数字不能大于 a_i ，求相邻的数都不相同的序列有多少个。

$$1 \leq n \leq 5 \times 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9。$$





3. 最佳团体

JSOI 信息学代表队一共有 N 名候选人，这些候选人从 1 到 N 编号。方便起见，JYY 的编号是 0 号。每个候选人都由一位编号比他小的候选人 R_i 推荐。如果 $R_i = 0$ ，则说明这个候选人是 JYY 自己看上的。

为了保证团队的和谐，JYY 需要保证，如果招募了候选人 i ，那么候选人 R_i 也一定需要在团队中。当然了，JYY 自己总是在团队里的。每一个候选人都有一个战斗值 P_i ，也有一个招募费用 S_i 。JYY 希望招募 K 个候选人（JYY 自己不算），组成一个性价比最高的团队。也就是，这 K 个被 JYY 选择的候选人的总战斗值与总招募费用的比值最大。





4. Rikka with Game

很久很久以前，有一块圣地亚哥大陆，大陆上有 n 个生产金坷垃的城市和 $n-1$ 条道路。每一对城市都可以通过这些道路相互到达。

现在你想要建立你自己国家并让你的故乡——1号城市成为首都。接着你会切断所有连接着在你国家中的城市和不在你国家中的城市的道路。为了社会的稳定，你的国家必须满足：

1. 1号城市必须在你的国家中。

2. 你的国家中的每一对城市都可以通过还没有被切断的道路相互到达。

实际上，在切断了道路之后，圣地亚哥大陆被分成了很多个联通块。每一个联通块都发展成了一个国家。为了世界的和平，你打算选择至多 k 个其他的国家（当然不可能是自己的国家了）建立外交关系。

每一个城市都有一个繁荣值 w_i ，每一个国家的繁荣值等于在这个国家中的所有城市的繁荣值之和。你建立的国家稳定值等于你的国家的繁荣值加上 $a \times$ 所有和你建立外交关系的国家的繁荣值之和。

为了增加金坷垃的产量，你需要最大化你的国家的稳定值。

$$1 \leq n \leq 10^5, -10^3 \leq a \leq 10^3, 0 \leq k \leq 500 \quad -10^9 \leq w_i \leq 10^9$$



5. Pre-Order

定义树的DFS序为DFS遍历的节点编号列表，遍历时若有多个儿子，优先选择编号最小的。
现给出一个DFS序，请找出有多少不同的有根树，对应给出的DFS序。
两个有根树被认为是不同的，如果存在一个点在两个树里的父节点不同。



6. RLE

定义字符串的一个转换规则为：aaabbccccc \rightarrow a3b2c4；aaaaaaaaaa \rightarrow a10

求满足原长为N且转换后长度严格小于N的小写字母组成的字符串的数量，输出模P。

$N \leq 3000$



7. Sum

有 n 个栈，每个栈中的数字都非负，且按照从栈顶到栈底的顺序单调不减，现从这 n 个栈中取 k 个数字，问 k 个数字之和最大是多少。
 $1 \leq n, k \leq 3000$, 每个栈大小不超过 10^6 ，栈大小之和不超过 10^6 。

