

差分及树上差分

华南理工大学 江熠玲

2020 年 2 月 3 日

前言

前言

今天讲课的内容相对基础，当作巩固。

课件中题目若未特殊声明，时限1s，内存128M。

欢迎踊跃回答。

目录

目录

- ① 差分基础
- ② 树上差分
- ③ 例题

差分基础

差分基础

给出 n 个数，再给出个 q 询问，每个询问给出 l_i, r_i, x ，要求你在 $[l_i, r_i]$ 上每一个值都加上 x ，输出最终序列。

差分基础

给出 n 个数，再给出个 q 询问，每个询问给出 l_i, r_i, x ，要求你在 $[l_i, r_i]$ 上每一个值都加上 x ，输出最终序列。

假如要在 l_i 和 r_i 上全都加一个 x ，很显然为 $O(n)$ 。

差分基础

给出 n 个数，再给出个 q 询问，每个询问给出 l_i, r_i, x ，要求你在 $[l_i, r_i]$ 上每一个值都加上 x ，输出最终序列。

假如要在 l_i 和 r_i 上全都加一个 x ，很显然为 $O(n)$ 。

考虑将 $O(nq)$ 变为 $O(n + q)$ 。

差分基础

差分基础

我们定义 $a[i]$ 为原数列, $c[i] = a[i] - a[i - 1]$,显然 $a[n] = \sum_{i=1}^n c[i]$

。

差分基础

我们定义 $a[i]$ 为原数列, $c[i] = a[i] - a[i - 1]$,显然 $a[n] = \sum_{i=1}^n c[i]$

。

若想要将区间 $[l, r]$ 的数全部 $+v$ 则只需要将 $c[l] + v, c[r + 1] - v$ 即可。

差分基础

我们定义 $a[i]$ 为原数列, $c[i] = a[i] - a[i - 1]$,显然 $a[n] = \sum_{i=1}^n c[i]$

。

若想要将区间 $[l, r]$ 的数全部 $+v$ 则只需要将 $c[l] + v, c[r + 1] - v$ 即可。

差分基础

差分基础

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n a[i] &= (c[1]) + (c[1] + c[2]) + \cdots + (c[1] + c[2] + \cdots + c[n]) \\ &= n \times c[1] + (n-1) \times c[2] + \cdots + c[n] \\ &= n \times (c[1] + c[2] + \cdots + c[n]) \\ &\quad - (0 \times c[1] + 1 \times c[2] + \cdots + (n-1) \times c[n])\end{aligned}\tag{1}$$

差分基础

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n a[i] &= (c[1]) + (c[1] + c[2]) + \cdots + (c[1] + c[2] + \cdots + c[n]) \\ &= n \times c[1] + (n-1) \times c[2] + \cdots + c[n] \\ &= n \times (c[1] + c[2] + \cdots + c[n]) \\ &\quad - (0 \times c[1] + 1 \times c[2] + \cdots + (n-1) \times c[n])\end{aligned}\tag{1}$$

所以，我们维护一个数组 $c_2[i] = (i-1) \times c[i]$

差分基础

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n a[i] &= (c[1]) + (c[1] + c[2]) + \cdots + (c[1] + c[2] + \cdots + c[n]) \\ &= n \times c[1] + (n-1) \times c[2] + \cdots + c[n] \\ &= n \times (c[1] + c[2] + \cdots + c[n]) \\ &\quad - (0 \times c[1] + 1 \times c[2] + \cdots + (n-1) \times c[n])\end{aligned}\tag{1}$$

所以，我们维护一个数组 $c_2[i] = (i-1) \times c[i]$

在将区间 $[l, r]$ 的数全部 $+v$ 则还需同时

将 $c_2[l] + v \times (i-1)$, $c_2[r+1] + (-v) \times r$ 。

差分基础

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n a[i] &= (c[1]) + (c[1] + c[2]) + \cdots + (c[1] + c[2] + \cdots + c[n]) \\ &= n \times c[1] + (n-1) \times c[2] + \cdots + c[n] \\ &= n \times (c[1] + c[2] + \cdots + c[n]) \\ &\quad - (0 \times c[1] + 1 \times c[2] + \cdots + (n-1) \times c[n])\end{aligned}\tag{1}$$

所以，我们维护一个数组 $c_2[i] = (i-1) \times c[i]$

在将区间 $[l, r]$ 的数全部 $+v$ 则还需同时

将 $c_2[l] + v \times (i-1)$, $c_2[r+1] + (-v) \times r$ 。

结论: $\sum_{i=1}^n a[i] = n \times \sum_{i=1}^n c[i] - \sum_{i=1}^n c_2[i]$

目录

目录

- ① 差分基础
- ② 树上差分
 - 点的差分
 - 边的差分
- ③ 例题

树上差分

树上差分

数的两个性质：

- 1 任意两个节点之间有且只有一条路径。

树上差分

数的两个性质：

- 1 任意两个节点之间有且只有一条路径。
- 2 根节点确定时，一个节点只有一个父亲节点。

树上差分

树的两个性质：

- 1 任意两个节点之间有且只有一条路径。
- 2 根节点确定时，一个节点只有一个父亲节点。

树上差分：点的差分

树上差分：点的差分

在一棵 n 个结点的树中，形容从 s_i 走到到 t_i 的要求,求这条路径上的点被经过的次数。

树上差分：点的差分

在一棵 n 个结点的树中，形容从 s_i 走到到 t_i 的要求,求这条路径上的点被经过的次数。

显然，我们需要找到他们的LCA（中转点）。

树上差分：点的差分

在一棵 n 个结点的树中，形容从 s_i 走到到 t_i 的要求,求这条路径上的点被经过的次数。

显然，我们需要找到他们的LCA（中转点）。

我们需要让 $cnt[s]++$,让 $cnt[t]++$ ，而让他们的 $cnt[lca]--$ ， $cnt[father[lca]]--$;

树上差分：点的差分

在一棵 n 个结点的树中，形容从 s_i 走到到 t_i 的要求,求这条路径上的点被经过的次数。

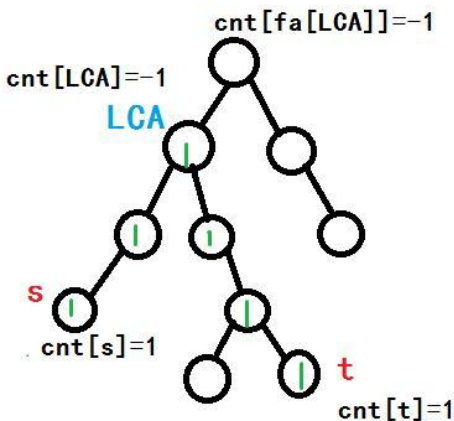
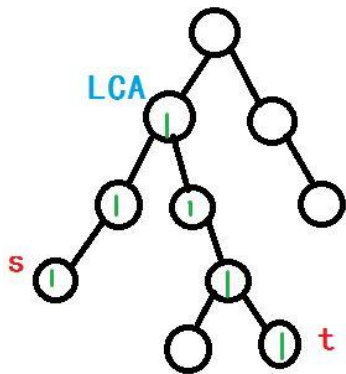
显然，我们需要找到他们的LCA（中转点）。

我们需要让 $cnt[s]++$,让 $cnt[t]++$ ，而让他们的 $cnt[lca]--$ ， $cnt[father[lca]]--$ ；

最终统计： $cnt[i]+ = \sum_{j \in child[i]} cnt[j]$ 。

树上差分：点的差分

树上差分：点的差分



树上差分：边的差分

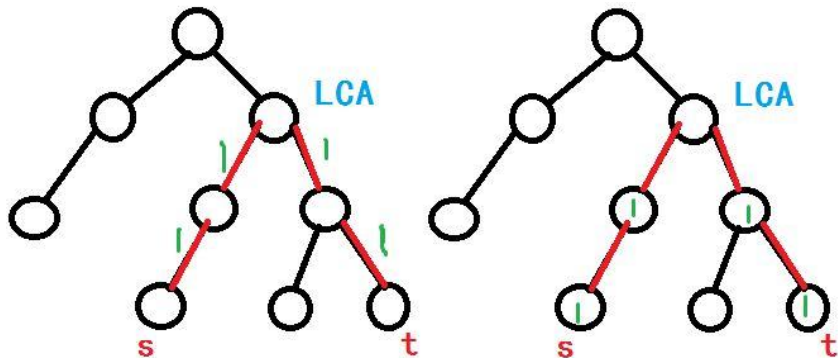
树上差分：边的差分

边进行差分需要把边塞给点,但是,这里的标记并不是同点差分一样。

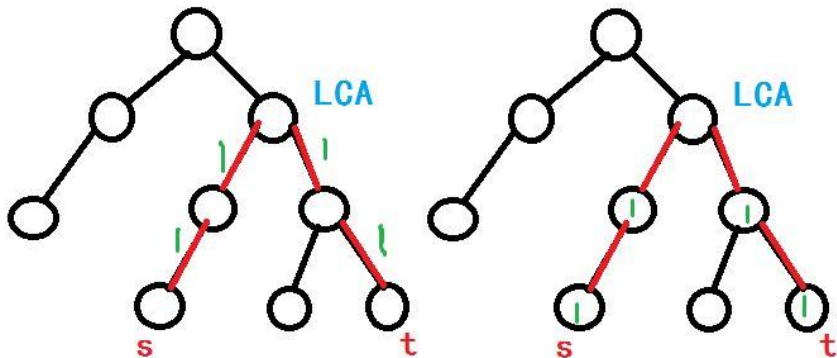
把边塞给点的话,是塞给这条边所连的深度较深的节点（儿子节点）。

树上差分：边的差分

树上差分：边的差分



树上差分：边的差分



$$cnt[s]++, cnt[t]++, cnt[LCA]-- = 2$$

树上差分

树上差分

树上差分重点在于思想的运用。

裸题很少但与其他算法的结合考察还是比较多的，并且几乎与LCA成对出现，因为主要针对的是树上的路径问题。

目录

目录

- ① 差分基础
- ② 树上差分
- ③ 例题

例题

例题

[BZOJ 4390]Max Flow

[BZOJ 4390]Max Flow

给定一棵有 N 个点的树，所有节点的权值都为0。有 K 次操作，每次指定两个点 s, t ，将 s 到 t 路径上所有点的权值都加一。请输出 K 次操作完毕后权值最大的那个点的权值。

[BZOJ 4390]Max Flow

[BZOJ 4390]Max Flow

树上关于点的差分。对于差分数组标记后从下往上累加，求最大值即可。

[NOIP 2012]借教室

[NOIP 2012]借教室

我们需要处理接下来 n 天的借教室信息，其中第 i 天学校有 r_i 个教室可供租借。共有 m 份订单，每份订单用三个正整数描述，分别为 d_j, s_j, t_j ，表示某租借者需要从第 s_j 天到第 t_j 天租借教室（包括第 s_j 天和第 t_j 天），每天需要租借 d_j 个教室。

借教室的原则是先到先得，也就是说我们要按照订单的先后顺序依次为每份订单分配教室。如果在分配的过程中遇到一份订单无法完全满足，则需要停止教室的分配，通知当前申请人修改订单。

输出需通知修改的订单编号。

[NOIP 2012]借教室

[NOIP 2012]借教室

二分能满足的订单数。

差分数组，对于二分的一个值，先差分到当前订单，扫描维护前缀和即为当前借的教室数与 d 作比较即可。

[EOJ 3631]Delivery Service

[EOJ 3631]Delivery Service

给出一颗树，树的边上有边权。然后 q 次询问，每次询问 u, v 的最短距离，在询问前，可以用魔法来换任意两个边，可以使用任意次魔法，问所有询问和的最小值是多少。

$$1 \leq n, m \leq 2 \times 10^5。$$

[EOJ 3631]Delivery Service

[EOJ 3631]Delivery Service

可以使用任意次魔法，就是可以交换任意边，那么一定把用的最多次数的边变成最小的，以此类推。

树上差分统计路径覆盖次数，从大到小贪心赋边权即可。

[POJ 3417]Network

[POJ 3417]Network

一棵有 N 个点的树，再往里面加入 M 条新边，现在要破坏其中的两条边，要求一条是原来树中的边，一条是新边，使其不连通。求方案的数量。

$1 \leq N \leq 100000), 1 \leq M \leq 100000)$ 。

[POJ 3417]Network

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

而这道题是将所有新边都加入后的情况，那么我们看每条边，如果没有与它形成环的情况，那么这条边删除肯定会使得图不连通，即情况就会加 M ，也就是和新加的 M 条边任意组合都可以。

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

而这道题是将所有新边都加入后的情况，那么我们看每条边，如果没有与它形成环的情况，那么这条边删除肯定会使得图不连通，即情况就会加 M ，也就是和新加的 M 条边任意组合都可以。

因而我们每次读入一条附加边，就给 x 到 y 的路径上的所有主要边记录上“被覆盖一次”，

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

而这道题是将所有新边都加入后的情况，那么我们看每条边，如果没有与它形成环的情况，那么这条边删除肯定会使得图不连通，即情况就会加 M ，也就是和新加的 M 条边任意组合都可以。

因而我们每次读入一条附加边，就给 x 到 y 的路径上的所有主要边记录上“被覆盖一次”，对于我们想要切割的一条主要边，有以下3种情况

- 1 若这条边被覆盖0次，

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

而这道题是将所有新边都加入后的情况，那么我们看每条边，如果没有与它形成环的情况，那么这条边删除肯定会使得图不连通，即情况就会加 M ，也就是和新加的 M 条边任意组合都可以。

因而我们每次读入一条附加边，就给 x 到 y 的路径上的所有主要边记录上“被覆盖一次”，对于我们想要切割的一条主要边，有以下3种情况

- 1 若这条边被覆盖0次，则可以任意再切断一条附加边。

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

而这道题是将所有新边都加入后的情况，那么我们看每条边，如果没有与它形成环的情况，那么这条边删除肯定会使得图不连通，即情况就会加 M ，也就是和新加的 M 条边任意组合都可以。

因而我们每次读入一条附加边，就给 x 到 y 的路径上的所有主要边记录上“被覆盖一次”，对于我们想要切割的一条主要边，有以下3种情况

- 1 若这条边被覆盖0次，则可以任意再切断一条附加边。
- 2 若这条边被覆盖1次，

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

而这道题是将所有新边都加入后的情况，那么我们看每条边，如果没有与它形成环的情况，那么这条边删除肯定会使得图不连通，即情况就会加 M ，也就是和新加的 M 条边任意组合都可以。

因而我们每次读入一条附加边，就给 x 到 y 的路径上的所有主要边记录上“被覆盖一次”，对于我们想要切割的一条主要边，有以下3种情况

- 1 若这条边被覆盖0次，则可以任意再切断一条附加边。
- 2 若这条边被覆盖1次，那么只能再切断唯一的一条附加边。

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

而这道题是将所有新边都加入后的情况，那么我们看每条边，如果没有与它形成环的情况，那么这条边删除肯定会使得图不连通，即情况就会加 M ，也就是和新加的 M 条边任意组合都可以。

因而我们每次读入一条附加边，就给 x 到 y 的路径上的所有主要边记录上“被覆盖一次”，对于我们想要切割的一条主要边，有以下3种情况

- 1 若这条边被覆盖0次，则可以任意再切断一条附加边。
- 2 若这条边被覆盖1次，那么只能再切断唯一的一条附加边。
- 3 若这条边被覆盖2次及以上，

[POJ 3417]Network

对于新加的一条边来说，肯定会与之前的树形成一个环，而此时环内的树上边和新加的这条边一同删除就会是一种方案。

而这道题是将所有新边都加入后的情况，那么我们看每条边，如果没有与它形成环的情况，那么这条边删除肯定会使得图不连通，即情况就会加 M ，也就是和新加的 M 条边任意组合都可以。

因而我们每次读入一条附加边，就给 x 到 y 的路径上的所有主要边记录上“被覆盖一次”，对于我们想要切割的一条主要边，有以下3种情况

- 1 若这条边被覆盖0次，则可以任意再切断一条附加边。
- 2 若这条边被覆盖1次，那么只能再切断唯一的一条附加边。
- 3 若这条边被覆盖2次及以上，没有可行的方案。

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

L 国有 n 个星球，还有 $n - 1$ 条双向航道，连通了所有星球。

小 P 掌管一家物流公司，该公司有很多个运输计划，每个运输计划形如：有一艘物流飞船需要从 u_i 号星球沿最快的宇航路径飞行到 v_i 号星球去。显然，飞船驶过一条航道是需要时间的，对于航道 i ，任意飞船驶过它所花费的时间为 t_i ，并且任意两艘飞船之间不会产生任何干扰。允许小 P 把某一条航道改造成虫洞，飞船驶过虫洞不消耗时间。在虫洞建设完成后，有 m 个运输计划会同时开始，所有飞船一起出发。如果小 P 可以自由选择将哪一条航道改造成虫洞，试求出小 P 的物流公司完成所有计划需要的最短时间是多少？

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

利用 lca 求出每条路径的长度，二分答案 ans ，对于所有路径 $> ans$ 的路径都至少需要删掉一条边。

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

利用 lca 求出每条路径的长度，二分答案 ans ，对于所有路径 $> ans$ 的路径都至少需要删掉一条边。

最优方案一定是删去这些路径交集的最长边，即 $> ans$ 的路径都经过的一条最长边。

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

利用 lca 求出每条路径的长度，二分答案 ans ，对于所有路径 $> ans$ 的路径都至少需要删掉一条边。

最优方案一定是删去这些路径交集的最长边，即 $> ans$ 的路径都经过的一条最长边。

树上差分： $s[i]$ 表示点 i 到 $fa[i]$ 这一条边经过的路径数，对于一条从 u 到 v 的路径，将 $s[u]$ 和 $s[v]$ 均 $+1$, $s[lca(u, v)] - 2$ 向上求和即可。

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

利用 lca 求出每条路径的长度，二分答案 ans ，对于所有路径 $> ans$ 的路径都至少需要删掉一条边。

最优方案一定是删去这些路径交集的最长边，即 $> ans$ 的路径都经过的一条最长边。

树上差分： $s[i]$ 表示点 i 到 $fa[i]$ 这一条边经过的路径数，对于一条从 u 到 v 的路径，将 $s[u]$ 和 $s[v]$ 均 $+1$ ， $s[lca(u, v)] - 2$ 向上求和即可。

再判断删去这条边后能否满足所二分的方案即可。

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

[BZOJ 4326][NOIP 2015]运输计划

```
bool check(int lim)
{
    int i,j,cnt=0,t=0;
    for(i=1;i<=n;i++) sum[i]=0;
    for(i=1;i<=m;i++)
        if(d[i]>lim)
        {
            cnt++;
            t=max(t,d[i]-lim);
            sum[a[i]]++;sum[b[i]]++;
            sum[lca[i]]-=2;
        }
    work(1);
    for(i=1;i<=n;i++)
        if(sum[i]==cnt&&v[i]>=t) return true;
    return false;
}
```

```
void work(int now)
{
    int i,j;
    for(i=last[now];i;i=e[i].next)
        if(e[i].to!=fa[now])
        {
            work(e[i].to);
            sum[now]+=sum[e[i].to];
        }
}
```

[Codeforces 739B] Alyona and a tree

[Codeforces 739B] Alyona and a tree

一棵根节点为1的树，每个点都有点值 $a[i]$ ，每条边也有权值， $dist(v, u)$ 表示从 v 到 u 边权和。现在给出“控制”的定义：对于一个点 u ，设点 v 在其子树上，且 $dis(u, v) \leq a_v$ ，则称 u 控制 v 。要求求出每个点控制了多少个点。

$$1 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9.$$

[Codeforces 739B] Alyona and a tree

[Codeforces 739B] Alyona and a tree

如果 v 可以控制 u ,那么从 v 到 u 的路上的所有结点都可以控制 u , 因为从 v 到 u 路上的 $dist(v, u)$ 是递减的。

[Codeforces 739B] Alyona and a tree

如果 v 可以控制 u ,那么从 v 到 u 的路上的所有结点都可以控制 u , 因为从 v 到 u 路上的 $dist(v, u)$ 是递减的。

可以每次遍历一个点的时候, 二分找出根节点到当前点 i 路径上点, 找出 $dist(j, i)$ 刚好大于 $a[i]$ 的点, 树上差分统计这条路径。

[Codeforces 739B] Alyona and a tree

如果 v 可以控制 u ,那么从 v 到 u 的路上的所有结点都可以控制 u , 因为从 v 到 u 路上的 $dist(v, u)$ 是递减的。

可以每次遍历一个点的时候, 二分找出根节点到当前点 i 路径上点, 找出 $dist(j, i)$ 刚好大于 $a[i]$ 的点, 树上差分统计这条路径。

而后遍历当前点 i 的所有儿子结点 k , $cnt[i] += cnt[k]$ 。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

一个结点数为 n 的树上， m 个人同时从 s_i 到 t_i (第0时刻开始),每个点有个人蹲在那睡觉,第 w_i 秒的时候睁眼看看,然后他近视(只能看到当前点)。求每个人能看到多少人。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

测试点编号	n	m	约定
1	= 991	= 991	所有人的起点等于自己的终点， 即 $S_i = T_i$
2			
3	= 992	= 992	$W_j = 0$
4			
5	= 993	= 993	无
6	= 99994	= 99994	树退化成一条链，其中1与2有边， 2与3有边， \dots ， $n-1$ 与 n 有边
7			
8			
9	= 99995	= 99995	所有的 $S_i = 1$
10			
11			
12			
13	= 99996	= 99996	所有的 $T_i = 1$
14			
15			
16			
17	= 99997	= 99997	无
18			
19			
20	= 299998	= 299998	

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于25%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 993$ 。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于25%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 993$ 。

考虑此时 n 很小, 可以对于每条路径上暴力模拟, 经过某个点时可以看一下当前时刻, 是否跟经过的点的 w 相等, 如果相等, 则贡献加一。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于25%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 993$ 。

考虑此时 n 很小, 可以对于每条路径上暴力模拟, 经过某个点时可以看一下当前时刻, 是否跟经过的点的 w 相等, 如果相等, 则贡献加一。

对于45%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 993$ 或者 $1 \leq n, m \leq 99995, S_i = 1$ 。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于25%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 993$ 。

考虑此时 n 很小,可以对于每条路径上暴力模拟,经过某个点时可以看一下当前时刻,是否跟经过的点的 w 相等,如果相等,则贡献加一。

对于45%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 993$ 或者 $1 \leq n, m \leq 99995, S_i = 1$ 。

注意到测试点9-12时,保证 m 条路径的出发点都是1,那么我们可以考虑如果将1作为树根,那么一条路径怎样才能对于它经过的点产生贡献。不难看出对于一个点 i ,若 $deep[i] = w[i]$,就有贡献。对于一条路径,标记 $sum[i] = 1$,之后做一遍DFS,对于 i 的所有子结点, $sum[i] += sum[j]$,传递标记,于是 $sum[i]$ 此时便表示在 $deep[i]$ 时刻经过的结点数。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于60%的数据,除了以上数据, 新增10%, 有 $1 \leq n, m \leq 99995$ 且树退化成链。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于60%的数据,除了以上数据,新增10%,有 $1 \leq n, m \leq 99995$ 且树退化成链。

在链上肯定是要么往左要么往右,即 $S \leq T$ 或者 $S > T$ 。先只考虑 $S \leq T$ 的情况,如果对于 S 到 T 之间的点 i ,要产生贡献的话,肯定满足 $i - S = w[i]$,移项可得 $S = i - w[i]$ 时才可以满足要求。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于60%的数据,除了以上数据,新增10%,有 $1 \leq n, m \leq 99995$ 且树退化成链。

在链上肯定是要么往左要么往右,即 $S \leq T$ 或者 $S > T$ 。先只考虑 $S \leq T$ 的情况,如果对于 S 到 T 之间的点 i ,要产生贡献的话,肯定满足 $i - S = w[i]$,移项可得 $S = i - w[i]$ 时才可以满足要求。

注意到等式右边只与 i 本身有关,不妨设为 $K[i]$,所以题目变成了查询 S 到 T 之间 $K[i]$ 等于 S 的 i 的数量。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于60%的数据,除了以上数据,新增10%,有 $1 \leq n, m \leq 99995$ 且树退化成链。

在链上肯定是要么往左要么往右,即 $S \leq T$ 或者 $S > T$ 。先只考虑 $S \leq T$ 的情况,如果对于 S 到 T 之间的点 i ,要产生贡献的话,肯定满足 $i - S = w[i]$,移项可得 $S = i - w[i]$ 时才可以满足要求。

注意到等式右边只与 i 本身有关,不妨设为 $K[i]$,所以题目变成了查询 S 到 T 之间 $K[i]$ 等于 S 的 i 的数量。

因为题目只涉及到首和尾,我们可以很容易联想到差分,即对于 S 打上+1标记, T 打上-1标记。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

根据上述思路，我们考虑具体做法：对于每个点 i ，我们很容易发现只有从一个特定的点出发才有可能对 i 产生贡献。我们考虑维护一个统计数组 A ， $A[k]$ 表示的是处理到当前的结点时，从 k 出发的路径（而且还没有走到终点）有多少条。这样对于每个点 i ，我们只要查询一下所对应的 $A[K[i]]$ 就可以了，根据上面的分析，这就是我们的答案了。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于100%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 299998$ 。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于100%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 299998$ 。

路径依靠LCA拆分成2分段。

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于100%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 299998$ 。

路径依靠LCA拆分成2分段。

在 t 时从 x 出发:

- 1 从下往上走:在 i 点能看到需满足

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于100%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 299998$ 。

路径依靠LCA拆分成2分段。

在 t 时从 x 出发:

- 1 从下往上走:在 i 点能看到需满足 $w_i = t + dep[x] - dep[i]$,
即 $w_i + dep[i] = t + dep[x]$;

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于100%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 299998$ 。

路径依靠LCA拆分成2分段。

在 t 时从 x 出发:

- 1 从下往上走:在 i 点能看到需满足 $w_i = t + dep[x] - dep[i]$,
即 $w_i + dep[i] = t + dep[x]$;
- 2 从上往下走:在 i 点能看到需满足

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于100%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 299998$ 。

路径依靠LCA拆分成2分段。

在 t 时从 x 出发:

- 1 从下往上走:在 i 点能看到需满足 $w_i = t + dep[x] - dep[i]$,
即 $w_i + dep[i] = t + dep[x]$;
- 2 从上往下走:在 i 点能看到需满足 $w_i = t - dep[x] + dep[i]$,
即 $w_i - dep[i] = t - dep[x]$ 。

只讨论从下往上走怎么处理(因为从上往下走处理方式同理):

[BZOJ 4719][NOIP 2016]天天爱跑步

对于100%的数据,有 $1 \leq n, m \leq 299998$ 。

路径依靠LCA拆分成2分段。

在 t 时从 x 出发:

- 1 从下往上走:在 i 点能看到需满足 $w_i = t + dep[x] - dep[i]$,
即 $w_i + dep[i] = t + dep[x]$;
- 2 从上往下走:在 i 点能看到需满足 $w_i = t - dep[x] + dep[i]$,
即 $w_i - dep[i] = t - dep[x]$ 。

只讨论从下往上走怎么处理(因为从上往下走处理方式同理):

对树上 $w_i + dep[i]$ 的值相同的点进行差分,进出的时候 $+1, -1$ 即可。

基础练习

基础练习

结束啦

结束啦

欢迎提问

Questions are welcomed!