

Unabhängige Zufallsgrößen

Im Falle unabhängiger Zufallsgrößen ist die Situation besonders.

- ▶ zum Beispiel ist $V_{X,Y}(a, b) = \mathbb{P}(X \leq a \text{ und } Y \leq b) = \mathbb{P}(X \leq a) \mathbb{P}(Y \leq b) = V_X(a) V_Y(b)$.
- ▶ Wie sieht es mit der Summe von zwei unabhängigen Zufallsvariablen aus?
- ▶ Wir betrachten dazu die Zufallsvariablen X und Y mit den Wahrscheinlichkeitsdichten ρ und η .
- ▶ Man erhält wegen der Unabhängigkeit durch das Produkt von ρ und η eine Dichte für (X, Y) .
- ▶ Es ist also $\mathbb{P}((X, Y) \in A) = \int_A \rho(x) \eta(y) dx dy$.

Verteilungsfunktion

- ▶ Insbesondere ist in diesem Fall $V_{X+Y}(a) = \mathbb{P}(X + Y \leq a)$ gegeben durch $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{a-y} \rho(x)\eta(y)dx dy$
- ▶ Also ist $V_{X+Y}(a) = \mathbb{P}(X + Y \leq a) = \int V_X(a - y)\eta(y)dy$
- ▶ Da die $V_X(a) = \int_{-\infty}^a \rho(x)dx$ ist die Dichte immer die Ableitung von V_X .
- ▶ $X + Y$ hat daher an der Stelle a die Wahrscheinlichkeitsdichte $\int \rho(a - y)\eta(y)dy$.
- ▶ Den letzten Ausdruck nennt man auch die Faltung von ρ mit η
- ▶ Schreibweise: $\rho \star \eta := \int \rho(a - y)\eta(y)dy = \int \eta(a - y)\rho(y)dy$